

سلسلهٔ انتشارات انجمن آثار ملی

«۱۰۷»

بیرونی‌نامه

تحقیق در آثار ریاضی استاد ابوریحان بیرونی ریاضی‌دان و منجم بزرگ ایران

در سدهٔ چهارم و پنجم هجری

پژوهش و نگارش

ابوالقاسم قربانی

اهدائی
الزهراء

سلسله انتشارات انجمن آثار ملی

«۱۰۷»

مساوی است کتابخانه ملی
مبادله و اهدا
غیرقابل خرید و فروش

بیرونی نامه

تحقیق در آثار ریاضی استاد ابوریحان بیرونی

ریاضی‌دان و منجم بزرگ ایران

در سده چهارم و پنجم هجری

پژوهش و نگارش
ابوالقاسم قربانی

۲۹۳۲۹



تصویر ابوریحان بیرونی که وزارت محترم فرهنگ و هنرآنرا پذیرفته‌اند



طرح پیکرهٔ ابوریحان ازسنگ یکپارچه که به سفارش انجمن آثارملی به وسیلهٔ استادفریدون صدیقی تهیه میشود.

فهرست مندرجات

صفحه

مقدمه

بخش اول ـ زندگینامهٔ بیرونی وشخصیت علمی او

الف ـ خلاصهٔ زندگینامهٔ بیرونی ۱

ب ـ شخصیت علمی بیرونی‌ازنظر متفکران شرق وغرب ۹

ج ـ بیرونی واحکام نجوم ۱۵

د ـ منتخباتی ازنوشته‌های خود استاد ۲۰

بخش دوم ـ فهرست آثار ریاضی ونجومی بیرونی

الف ـ آماری از کلیهٔ آثار بیرونی ۲۷

ب ـ مشخصات آثار موجود ریاضی ونجومی بیرونی ۳۳

ج ـ فهرست آثار مفقود ریاضی ونجومی بیرونی ۶۷

بخش سوم ـ فرهنگ مشروح اصطلاحات ریاضی کتاب «التفهیم»

الف ـ مختصری دربارهٔ کتاب «التفهیم» ۸۰

ب ـ موضوع این بخش از کتاب حاضر و چگونگی تدوین آن ۸۴

صفحه

ج ـ فرهنگ مشروح اصطلاحات ریاضی کتاب «التفهیم» ۸۶

بخش چهارم ـ خلاصهٔ کتاب «راشیکات‌الهند»

الف ـ موضوع کتاب «راشیکات» ۲۰۶

ب ـ خلاصهٔ مطالب کتاب «راشیکات» ۲۰۸

بخش پنجم ـ منتخباتی از کتاب «آثار الباقیه»

الف ـ مختصری دربارهٔ کتاب «آثارالباقیه» ۲۲۸

ب ـ طیلسان مضاعف ۲۳۰

ج ـ مسألهٔ شطرنج و محاسبهٔ $\sum_{1}^{64} ۲^{i-۱}$ ۲۳۴

د ـ چند نوع تصویر جسم‌نما ازمخترعات بیرونی ۲۴۹

بخش ششم ـ تحقیق دربارهٔ مقالهٔ سوم کتاب «قانون مسعودی»

الف ـ مختصری دربارهٔ کتاب «قانون مسعودی» ۲۶۸

ب ـ موضوع مقالهٔ سوم «قانون مسعودی» وچگونگی تدوین این بخش از کتاب حاضر ۲۷۳

ج ـ بررسی مقدمهٔ مقالهٔسوم «قانون مسعودی» ۲۷۸

د ـ باب اول ازمقالهٔ سوم «قانون مسعودی» ۲۷۹

ه ـ باب دوم ازمقالهٔ سوم «قانون مسعودی» ۳۰۶

و ـ باب سوم ازمقالهٔ سوم «قانون مسعودی» ۳۲۶

صفحه

ز ـ باب چهارم ازمقالهٔ سوم «قانون مسعودی» ۳۳۸
ح ـ تحقیقات دیگر استاد در بارهٔ تثلیث زاویه ۳۵۳
ط ـ دنبالهٔ باب چهارم ازمقالهٔ سوم «قانون‌مسعودی» ۳۵۹
ی ـ باب پنجم ازمقالهٔ سوم «قانون مسعودی» ۳۷۲
یا ـ باب ششم از مقالهٔ سوم «قانون مسعودی » ۳۷۹
یب ـ باب هفتم ازمقالهٔ سوم «قانون مسعودی» ۳۸۷
یج ـ سه باب آخر مقالهٔ سوم «قانون مسعودی» ۳۹۹

بخش هفتم ـ تحقیق دربارهٔ کتاب «مقالید علم‌الهیئة»

الف ـ معرفی کتاب وارزش علمی آن ۴۰۰
ب ـ خلاصهٔ مقدمهٔ کتاب «مقالید» ۴۱۱
ج ـ فهرست مندرجات کتاب «مقالید» ۴۱۹
د ـ منتخباتی از کتاب «مقالید» ۴۲۷
ضمیمهٔ بخش‌هفتمـ عکس نسخهٔ خطی کتاب «مقالید» ۴۶۱

بخش هشتم ـ شخصیت ریاضی بیرونی

الف ـ بیرونی ریاضی‌دان ۵۰۵
ب ـ یادآوری برخی ازکارهای ریاضی بیرونی ۵۰۸
ج ـ بیرونی وریاضیات یونانی وهندی ۵۱۰
د ـ بیرونی وتاریخ ریاضیات ۵۱۵
ه ـ بیرونی وفن تألیف وتصنیف ۵۱۸

صفحه

بخش نهم ـ زندگینامهٔ مختصر ریاضی‌دانان

(مشتمل برزندگینامهٔ مختصر پنجاه تن ازریاضی‌دانان) ۵۲۱

فهرستها ۵۵۱

فهرست منابع ومآخذ ۵۵۳

فهرست اصطلاحات ۵۷۵

فهرست‌اسامی کتابها ورساله‌ها ومقاله‌ها ۵۸۷

فهرست اسامی اشخاص وشهرها و کتابخانه‌ها ۵۹۸

فهرست اسامی به حروف لاتینی ۶۰۸

غلطنامه ۶۱۱

مقدمه[1]

سبب تالیف کتاب

این کتاب نتیجهٔ سالها کوشش پیگیر است که برای شناساندن آثار ریاضی یکی از بزرگترین متفکران جهان ویکی ازارجمندترین مفاخر ایران وایرانیان، استاد ابوریحان بیرونی ، به‌عمل آمده است .

اگرچه ، در صد سال اخیر که دانشمندان جهان با آثار ارزندهٔ این نابغهٔ بزرگ آشنا شده‌اند ، صدها کتاب و رساله و مقاله دربارهٔ شخصیت علمی وی و تصنیفات وتألیفات متعددش در رشته‌های گوناگون دانش به زبانهای مختلف نوشته شده اما هنوز هم بعضی ازآثار نفیس ریاضی او چنانکه باید و شاید مورد پژوهش قرار نگرفته است .

از تألیفات استاد بیرونی که مربوط به‌ریاضیات خالص [2] است تنها کتابی

---

(۱) ـ اسامی خاص و عنوان کتابهایی که در این مقدمه آمده در فهرستهای آخر کتاب منظور نشده است

(۲) ـ مقصود آثاری ازاستاد است که در آنها دربارهٔ حساب وهندسه و جبر ومثلثات بحث شده است.

که تا کنون به‌زبان فارسی و بااسلوب پسندیده به‌طبع‌رسیده کتاب «التفهیم‌لاوائل صناعةالتنجیم» است [۱] که در سال ۱۳۱۸ خورشیدی باتصحیح و مقدمه و شرح و حواشی توسط دانشمند گرامی آقای جلال‌الدین همائی انتشار یافت وطبع جدیدی ازآن هم‌به کوشش آن استادبلند مرتبت بااضافات وتوضیحات‌وحواشی مفصل‌توسط انجمن آثار ملی دردست چاپ است.

کار های اساسی دیگری که در بارهٔ آن قسمت ازتألیفات استاد بیرونی که مربوط به ریاضیات خالص‌است، پیش ازاین، انجام یافته عبارتند از :

الف ـ ترجمه وشرح کتاب « استخراج‌الاوتار» به‌زبان آلمانی توسط سوتر در۱۹۱۱ میلادی . این ترجمه وشرح بسیار استادانه انجام یافته‌است .

ب ـ ترجمهٔ مقالهٔ سوم کتاب «قانون‌مسعودی»، که‌درواقع خلاصهٔ علم‌مثلثات در عهد بیرونی‌است [۲]، به‌زبان‌آلمانی، توسط‌کارل‌شوی [۳] در۱۹۲۷ میلادی.این ترجمه درمعرفی بخش ریاضی از آثار استاد بیرونی در مغرب زمین مؤثر و مفید واقع شد [۴]

ج ـ علاوه بر اینها چند مقالـه نیز دربارهٔ برخی از تألیفات ریاضی استاد

---

(۱) ـ رجوع کنید به شمارهٔ ۲/۱۲ صفحهٔ ۳۸ و نیز به « سوترA» در صفحهٔ ۵۶۲ کتاب حـاضـر ـ متن عربی کتاب « استخراج‌الاوتار » بیرونی و شرح آن توسط احمد سعیدالدمرداش درمصر به‌چاپ رسیده (رجوع‌کنید به صفحهٔ۵۵۴کتاب حاضر) ولی‌این‌شرح از حیث ارزش علمی به‌پای کار سوتر نمی‌رسد .

(۲) ـ رجوع‌کنید به‌بخش ششم کتاب‌حاضر .

(۳) ـ رجوع‌کنید به «شویT» درفهرست منابع‌کتاب حاضر(صفحهٔ۵۶۴)

(۱) ـ رجوع‌کنید به‌شمارهٔ ۶/۶ صفحات ۲۷۴ و۲۷۵ کتاب حاضر

الزهراء

بیرونی به‌چاپ رسیده که البته‌قابل استفاده و مغتنم‌است ولی فقط‌مربوط به‌منتخبات مختصری ازتألیفات او است (۱)

باوجودکارهایی که انجام شده و ذکرش گذشت نه تنها تاکنون قسمت اعظم آثار ریاضی استاد بیرونی در ایران‌ناشناخته مانده‌بودبلکه تااین اواخردانشمندان مغرب زمین هم ازوجود نسخهٔ خطی یکی از مهمترین تصنیفات ریاضی وی یعنی کتاب «مقالید علم‌الهیئة» اطلاعی نداشتند (۲)

***

بنابرآنچه گذشت تألیف کتابی که موضوع آن معرفی آثار ریاضی استاد بیرونی وبحث وتحقیق دربارهٔ محتویات برخی ازآنها باشد، به‌زبان فارسی، نهایت لزوم را داشت.

خدای بزرگ راشکرگزارم که‌توفیق‌انجام این‌خدمت‌رانصیب‌این‌بندهٔ‌ناچیز خودساخت. وامیدوارم‌همچنانکه سایرتألیفاتم درتاریخ ریاضیات باهمهٔ‌نقایص‌مورد عنایت دانشمندان قرارگرفت، وازجمله کتاب«کاشانی‌نامه»ام جایزهٔ‌سلطنتی‌بهترین کتاب سال ۱۳۵۰ رادریافت داشت وتحقیق علمی درجهٔ اول شناخته شد، این کتاب نیز برای دوستداران تاریخ ریاضیات مفید واقع شود و دانشمندانی که دراین‌گونه

---

(۱) ـ مثلا رجوع‌کنید به «داتاO» و «زاخاو A» و «سوتر P» و «شوی C» و «شوی M» و «فیوریني P» و «کاظم T» و «ویدمان P» در فهرست منابع‌کتاب‌حاضر

(۲) ـ فقط درسال ۱۹۷۱ میلادی دکتر کندی درمقالهٔ مختصری آن را معرفی کرد و فهرست بخشهای آن‌را به زبان انگلیسی ترجمه نمود. رجوع‌کنید به«کندی M»درفهرست منابع کتاب حاضر (صفحهٔ ۵۶۹)

تحقیقات حق پیشقدمی و استادی دارند آن را پسندند و مانند گذشته با تشویق ودلگرم داشتن این‌بنده موجبات پیشرفت خدمات علمی ومعنوی وهدف مشترکی که در راه ارج گذاری مفاخر گذشتهٔ میهن عزیز درمیان است فراهم فرمایند.

چگونگی تدوین کتاب

هدف اصلی ازتألیف کتاب حاضر تحقیق درآثار ریاضی استاد بیرونی بوده است و نه پژوهش درشرح زندگانی و سایرآثار علمی‌او. با این حال برای آنکه ریاضی‌دانانی که این کتاب‌را مطالعه می کنند درهنگام مراجعه به‌آن اطلاعاتی در بارهٔ تاریخ حیات اودردست‌داشته‌باشند خلاصهٔ زندگینامهٔ وی‌را، که‌ازمنابع معتبر فراهم‌آورده‌ام، باشمه‌ای ازآنچه‌را که متفکران بزرگ دربارهٔ شخصیت علمی (۱) او نوشته‌اند‌درآغاز بخش اول کتاب‌آورده‌ام. وبرای آنکه‌تصورنشود که ریاضی‌دانی زبردست ومتفکری بزرگ همچون ابوریحان بیرونی به احکام نجوم و خرافات معتقد بوده است فصلی به عنوان « بیرونی واحکام نجوم» به‌این‌بخش افزوده‌ام و در آن عدم‌اعتقاد استادرا به احکام نجوم‌نشان داده‌ام. ودرآخراین بخش منتخباتی از نوشته‌های خود استاد بیرونی‌را زینت‌بخش صفحات کتاب ساخته‌ام.

دربخش دوم کتاب آماری، تاآنجا که ممکن بوده‌است دقیق، از کلیهٔ‌تألیفات بیرونی به‌دست داده ومشخصات آثارموجود وفهرست‌آثار مفقود استادرادر ریاضیات ونجوم معین کرده‌ام تا کار کسانی که بخواهند تحقیق در این‌آثار را دنبال کنند آسانتر باشد.

(۱) ـ شخصیت ریاضی استاد بیرونی‌موضوع بخش‌هشتم ازکتاب حاضراست.

به منظور مفید افتادن کتاب برای کسانی که با ریاضیات دورهٔ اسلامی چندان آشنایی ندارند و نیز برای آنکه مجبور نشوم اصطلاحات ریاضی قدیمی را، که در آثار ریاضی استاد بیرونی فراوان بکار رفته است، در ذیل صفحات توضیح دهم، در بخش سوم کتاب، فرهنگ مشروحی از اصطلاحات ریاضی [1] کتاب «التفهیم» فراهم آورده معادل هر اصطلاح را به‌زبان انگلیسی (و گاهی به زبان فرانسوی) درمقابل آن ثبت کرده وهرجا لازم بوده به‌شرح اصطلاحات و تاریخچهٔ آنها پرداخته‌ام. شاید برای کسانی که ریاضی میدانند ولی با اصطلاحات ریاضی قدیم آشنا نیستند ومی‌خواهند کتاب‌های ریاضی دورهٔ اسلامی را مورد مطالعه وبررسی قراردهند مطالعهٔ این بخش از کتاب که مشتمل برشرح بیش‌ازدویست اصطلاح است بهترین وسیلهٔ شروع کار باشد.

برای تکمیل بخش سوم، خلاصهٔ کتاب «راشیکات الهند» تألیف استاد را که موضوعش نسبت وتناسب نزد ریاضی‌دانان هندی ومقایسهٔ آن باریاضیات یونانی است در بخش چهارم آورده‌ام. ودر بخش پنجم منتخباتی از کتاب «آثارالباقیه» را که مشتمل برحل مسایل جالب توجه و چند نوع تصویر جسم‌نما ازمخترعات استاد بیرونی است شرح داده‌ام.

بخش ششم کتاب، که یکی ازمهمترین بخشهای آن است، مشتمل است بر تحقیق در بارهٔ یکی ازمشکلترین مقالات کتاب «قانون‌مسعودی». امیدوارم این پژوهش برای کسانی که بخواهندآن کتاب نفیس را ترجمه کنند مفید واقع‌شود.

بخش هفتم کتاب بدون‌تردیدکاری‌است‌تازه که تاکنون درهیچ‌زبانی (تاآنجا

(۱) - این فرهنگ فقط مشتمل براصطلاحات ریاضی‌است ونه‌اصطلاحات نجومی

که اطلاع دارم) انجام نشده‌است ومشتمل‌است برمعرفی‌یکی‌ازمهمترین‌آثاررياضی بیرونی یعنی کتاب «مقالید علم الهیئة» که ، چنانکه درمتن کتاب ثابت کرده‌ام ، نخستین کتاب مثلثات کروی است که به‌رشتهٔ تحریر درآمده است. چون از کتاب مذکور فعلا فقط یك نسخهٔ خطی در دست است عکس این نسخه را کـه متعلق به کتابخانهٔ مدرسهٔ عالی سپهسالار است در پـایـان بخش هفتم به‌چاپ رسانیده‌ام تا دردسترس محققان قرار گیرد .

بالاخره در بخش هشتم کتاب ، بااستناد به‌بخشهای قبلی‌آن، شخصیت ریاضی استاد بیرونی‌راآنگونه که ازبررسی‌آثار اواستنباط کرده‌ام‌مورد بحث‌قرارداده‌ام. ودر بخش نهم درحدود پنجاه تن ازریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی را که نامشان در این کتاب‌آمده [1] به‌اختصار معرفی کرده مفیدترین منابعی‌را که احیاناً برای تحقیق در احوال‌وآثارآنان موجوداست ذکر نموده‌ام .

درمورد ثبت تاریخها، سال هجری‌قمری‌را درسمت چپ وسال میلادی نظیر آن‌را درسمت راست‌آن‌نوشته آنهارا بایك‌خط مورب ازهم جدا کـرده‌ام . مثـلا ۴۲۱/۱۰۳۰ یعنی‌سال۴۲۱ هجری قمری که‌تقریباً مطابق‌است‌باسال۱۰۳۰میلادی.

سپاسگزاری

از سرور معظم جناب آقـای استاد عیسی صدیق ، که در هنگام تحصیل در دانشسرای عالی (سالهای ۱۳۱۳ تا ۱۳۱۶ خورشیدی) از نعمت تربیت ایشان برخوردار بوده‌ام و ازآن‌تاریخ تاکنون نیز همواره درکارتعلیم وتربیت راهنما و در ادامهٔ تحقیقات علمی مشوق این‌حقیر بوده‌اند سپاسگزارم که‌دراین کتاب‌به‌نظر

(۱) ـ اسامی این ریاضی‌دانان را درمتن‌کتاب باحروف سیاه‌به‌چاپ رسانیده‌آنهارا باعلامت * مشخص‌کرده‌ام .

لطف و عنایت نگریسته چاپ و انتشار آن را به انجمن محترم آثار ملی پیشنهاد فرمودند. بنا به توصیهٔ معظم‌له مطالب ریاضی کتاب را طوری نوشته‌ام که برای دانش‌آموزان و دانشجویان کنونی که بااصطلاحات ریاضی قدیمی آشنایی ندارند قابل استفاده باشد.

همچنین ازدانشمند معظم واستادگرانمایه جناب‌آقای جلال‌الدین‌همائی که باکمال محبت وصفا ونهایت صبر وبردباری به سؤالات مکرر حقیر دربارهٔ‌بسیاری ازمطالب بخشهای نخستین این کتاب جواب فرمودند و اجازه دادند قسمت‌اعظم متن بابهای اول ودوم کتاب «التفهیم» را ازروی چاپ مصحح ایشان در بخش سوم این کتاب عینا نقل کنم و به‌شرح آنها بپردازم سپاسگزارم. وازدوست‌دانشمندعزیز وبرادر ارجمند گرامی جناب‌آقای احمد آرام که در ترجمهٔ بسیاری از عبارات مشکل عربی وازجمله مقدمهٔ کتاب «مقالید علم‌الهیئة» وهمچنین شرح بسیاری از مطالب مقالهٔ سوم کتاب «قانون‌مسعودی» مرا یاری فرمودند تشکر میکنم.

از انجمن آثار ملی وبه‌خصوص از رئیس هیأت مدیرهٔ آن انجمن، تیمسار معظم سپهبد فرج‌الله‌آقاولی و دوست دانشمند گرامی جناب آقای سیدمحمدتقی مصطفوی که وسایل انتشار این کتاب را فراهم آوردند و با کمال صفای عقیدت ونهایت حسن‌سلوك در چاپ‌آن مرا یاری نمودند ازصمیم قلب سپاسگزارم.

شکلهای این کتاب را دوست عزیزم‌آقای مجید رنجی که بامجلهٔ گرامی «یکان» همکاری می کنند رسم کرده‌اند و وظیفهٔ‌خودمی‌دانم که از ایشان‌تشکر نمایم.

تهران ـ تجریش ـ کوی‌دوست

تیر ماه ۱۳۵۳

ابوالقاسم قربانی

به پاس احترام چهل سال
برادری و محبت و یگانگی ،
این کتاب را به‌دوست عزیز
ارجمندم جناب آقای
«حسن صفاری» تقدیم می‌دارم.

ابوالقاسم قربانی

بخش اول

زندگینامهٔ بیرونی وشخصیت علمی او

مشتمل بر: خلاصهٔ زندگینامهٔ بیرونی- شخصیت علمی بیرونی ازنظرمتفکران شرق‌وغرب- بیرونی واحکام‌نجوم - منتخباتی ازنوشته‌های‌بیرونی

الف ـ خلاصهٔ زندگینامهٔ بیرونی

موضوع اصلی کتاب حاضر تحقیق در آثار ریاضی استاد ابوریحان بیرونی است ونه پژوهش درشرح زندگانی وسایر آثار علمی او. چه دراین باره تاکنون تحقیقات ارزنده‌ای به زبانهای مختلف توسط دانشمندان شرق وغرب صورت گرفته وهنوزهم عده‌ای ازاساتید سرگرم تحقیق دراحوال‌وآثار وی هستند. با این حال برای‌آنکه نخستین بخش این‌کتاب با ذکر سرگذشت استاد شروع شده باشد، خلاصهٔ زندگینامهٔ وی را که ازمنابع مختلف فراهم آورده‌ام دراین‌جا نقل می‌کنم . و

چون منابع مذکور دربیشتر موارد با هم مشابه هستند لازم ندیدم که جز در موارد ضروری به مأخذ هر مطلب اشاره کنم .

۱/۱ـ **استاد، ابوریحان، محمدبن احمد بیرونی** یکی‌ازنوابغ‌روزگار ونمونهٔ‌کامل‌هوشمندی‌و زیرکی وشدت عمل‌ایرانی وازجملهٔ بزرگترین‌دانشمندان دورهٔ اسلامی است که بدون تردید عمق واصالت‌آثارش درمیان دانشمندان قرون وسطی بی‌نظیر است. وی نه فقط یکی ازبزرگترین مفاخر ایران، بلکه یکی از بزرگترین مفاخردنیای علم وتحقیق است و با ملاحظهٔ جمیع جهات می‌توان به تحقیق‌اورا از زمرهٔ دانشمندان بزرگی دانست که تاکنون پا به عرصهٔ وجود گذاشته‌اند .

۱/۲ـ **بیرونی** ریاضی‌دانی بود زبردست ومبتکر که علوم هیأت ونجوم و فیزیك‌عصرخودرا به حد کمال می‌دانست ودرتاریخ وجغرافیای ریاضی‌و گاهشماری وزبانشناسی نبحر داشت .

وی تقریباً در همهٔ علوم متداول زمان خود به استثنای کیمیا به تحقیق پرداخت. گذشته ازاینها سیاح زیرك ونکته‌سنجی بود که سنن و عقاید ملل را می‌نگریست وبا بی‌طرفی وبدون تعصب دربارهٔ آنها قضاوت می کرد .

بعداً شمه‌ای ازعقاید بعضی‌ازدانشمندان بزرگ دنیا را دربارهٔ شخصیت‌علمی استاد **بیرونی** نقل خواهم کرد (۱) ودربخش جداگانه‌ای به بحث دربارهٔ شخصیت ریاضی وی خواهم پرداخت (۲) .

(۱)ـ رجوع‌کنید به‌بند «ب» ازهمین بخش شماره‌های ۱/۱۶ تا ۱/۲۴

(۲)ـ رجوع‌کنید به بخش هشتم‌کتاب حاضر

۱/۳ـ **بیرونی** از خانواده‌ای ایرانی وشیعه [۱] در سوم ماه ذیحجهٔ سال ۳۶۲ هجری قمری، مطابق با چهارم ماه سپتامبر سال ۹۷۳ میلادی، در بیرون خوارزم [۲] (ناحیهٔ مصب آمودریا درساحل‌جنوبی دریاچهٔ آرال) پا به عرصهٔ وجود نهاد. وی اوایل عمر خودرا درموطن خود گذرانید وبه خوارزمشاهیان معروف به **آل عراق** که در«کاث» فرمانروا بودند پیوست [۳] ونزد استادانی مانند ریاضی‌دان بزرگ آن عصر **ابونصرمنصوربن‌علی‌بن عراق*** به فراگرفتن علوم ریاضی و جزآن سرگرم بود واز همان‌آغاز جوانی به تحقیق وتألیف می‌پرداخت [۴] وبا دانشمندان دیگر مراوده ومکاتبهٔ علمی‌داشت [۵]. خود اونوشته است که‌درهنگامی که هجده‌ساله بوده به رصد می‌پرداخته است [۶].

(۱)ـ شاید ازشیعهٔ زیدیه بوده چه درکتاب «آثارالباقیه» (چاپ زاخاو ص ۳۳۱) زیدبن‌علی‌بن حسین را امام نامیده ونوشته است «وقدقتل‌الامام زیدبن‌علی...» ونیزرجوع کنیدبه «قانون مسعودی» (چاپ حیدرآباد، ص۲۵۵): مقتل زیدبن‌علی‌بن‌الحسین‌بن‌علی وتصلیبه‌الکوفه‌علیهم السلام» ـ ونیز رجوع‌کنید به «آثارالباقیه» (چاپ زاخاو، ص ۶۷ دو سطر اول).

(۲)ـ مرحوم دکتر محمدمعین در ذیل صفحهٔ ۲۵۰ از «تعلیقات چهار مقاله» (چاپ سوم، ۱۳۳۳) با ذکرلایلی نوشته‌است: «بیرون قلعتی بوددرخراسان‌که‌گاهی این‌ناحیت را داخل ثغور خوارزم نیز می‌شمردند واستاد بزرگوار ابوریحان ازاینجا برخاست»

(۳)ـ رجوع‌کنید به مطلبی‌که ازمرحوم بدیع‌الزمان فروزانفر در ذیل صفحهٔ ۲۵۱ از «تعلیقات چهارمقاله» نقل شده است.

(۴)ـ چنانکه دربخش هفتم‌کتاب حاضر خواهیم دیداستادکتاب «مقالیدعلم‌الهیئة» راکه یکی از مهمترین آثار ریاضی اواست درسنین جوانی نوشته است.

(۵)ـ برای آگاهی یافتن ازمسایلی‌که بین **بیرونی** و **ابوعلی سینا*** به‌وسیلهٔ مکاتبه مطرح بوده است رجوع‌کنید به «لغت‌نامه» حرف الف صفحات ۴۷۰ به بعد.

(۶)ـ رجوع‌کنیدبه «ترجمهٔ‌فارسی‌کتاب‌تحدید» ص۲۱۸: «واین‌موافق‌است باآنچه درجوانی خود یافتم‌که‌گمان می‌کنم درسال ۳۸۰ هجری یا نزدیک آن بود. ارتفاع‌نیمروزی را درهریک ازدواعتدال در خوارزم به حساب زیج **حبش‌حاسب*** با حلقه‌ای‌که جزء نیم درجه را نشان نمی‌داد اندازه‌گرفتم».

۱/۴ـ **بیرونی** بدون تردیددرسالهای ۳۸۴/۹۹۴ و۳۸۵/۹۹۵ یعنی هنگامی که ۲۲ تا ۲۳سال قمری داشته هنوز درخوارزم بوده. چه خود او نوشته است که درآن سالها درساحل غربی رود جیحون (آمودریا)، وجنوب شهر خوارزم به رصد می‌پرداخته است (۱).

درآن موقع ظاهراً استاد در رصدخانه‌ای مشغول کار بوده زیرا افزارهایی به کار می‌برده که مخصوص رصدخانه است (۲).

۱/۵ـ استاد درسال ۳۸۵/۹۹۵ پس از انقراض خاندان آل عراق، به دست **مأمون‌بن محمد** والی جرجانیه و قتل **ابوعبدالله محمدبن‌احمد** آخرین حکمران آل‌عراق (۳)، به ناچار جلای وطن کرد ومدت چندسال نتوانست در یك جا بماند (۴) وازاین شهر به آن شهر می‌رفت.

به احتمال قوی درهمین سالها بوده که استاد زمانی به ری رفته وچنانکه خود در مقدمهٔ کتاب «مقالید علم‌الهیئة» نوشته است (۵) درآنجا با **ابومحمود**

---

(۱)ـ رجوع‌کنیدبه «ترجمهٔ فارسی‌کتاب‌تحدید»، ص ۲۱۵: «درسال ۳۸۵هجری میل اعظم را در روستای بوشکانز از روستاهای‌کرانهٔ غربی جیحون درمقابل شهر خوارزم رصدکردم».

(۲)ـ رجوع‌کنید به «ترجمهٔ فارسی‌کتاب تحدید»، ص ۸۲ و۸۳: «آهنگ آن داشتم‌که درسالهای ۳۸۴ و۳۸۵ هجری به رصدهایی بپردازم، وبرای این‌کار دایره‌ای به‌قطر پانزده ذراع با چیزهای بایستهٔ دیگر فراهم‌کردم».

(۳)ـ رجوع‌کنید به «تعلیقات چهارمقاله» ذیل صفحهٔ ۲۵۱ یادداشت شمارهٔ ۲

(۴)ـ رجوع‌کنید به «ترجمهٔ فارسی‌کتاب تحدید» ص ۸۳: «وپس ازآن روزچنان پریشانیهایی میان دومهتر خوارزم پیدا شدکه من‌ناگزیر کار را فروگذاشتم ودرجایی‌پناه‌جستم‌و سپس امان خواستم واز وطن دور شدم. وپس ازآن مدت چندسال نتوانستم دریك جا بمانم تا آنگاه‌که روزگارآرامش‌خاطر بهرهٔ من‌کرد وبه‌کارهایی ازجهان پرداختم‌که نادانان در آن برمن رشك می‌بردند وخردمندان دلسوزی می‌نمودند.

(۵)ـ رجوع‌کنید به شمارهٔ ۷/۱۷

خجندی* و **کوشیار بن لبان گیلی*** ملاقات کرده است. هنگامی که استاد در ری به سرمی‌برده با پریشانی و گرفتاری دست به گریبان بوده وبعداً وضع وی بهبود یافته است (۱). وشاید در همین ایام بوده که استاد به طبرستان نزد **ابوالعباس مرزبان بن رستم بن شروین** ازامیرزادگان آل باوند وصاحب کتاب«مرزبان‌نامه» رفته و کتاب «مقالیدعلم‌الهیئة» رابه نام او نوشته است (۲). ونیزمی‌دانیم که‌استاد مدتی نیزنزد **منصور دوم پسر نوح سامانی** (۳۸۹ـ۳۸۷ هـ. ق) بوده است چه‌اورا به عنوان حامی خود ستوده است (۳).

۱/۶ـ درسال ۳۸۷/۹۹۷ باز استاد درخوارزم بوده چه خود نوشته است که درآن سال در خوارزم‌اقامت داشته وبا **ابوالوفای بوزجانی*** که‌درآن هنگام‌در بغداد بوده به وسیلهٔ مکاتبه قرار رصدی را گذاشته بوده است (۴).

۱/۷ـ **بیرونی** درسال ۳۸۸/۹۹۸ هجری قمری به جرجان (ناحیه وولایت قدیم ایران، درگوشهٔ شرقی دریای خزر، مطابق ولایت استراباد) رفت وچندسالی درآنجادرخدمت **شمس‌المعالی قابوس وشمگیر** گذرانید و کتاب «آثارالباقیه» را که نخستین اثرمشهوراو و به زبان عربی‌است (احتمالا درحدودسال ۳۹۰/۱۰۰۰ به نام وی تألیف کرد. البته بعداً درآن کتاب تصحیحاتی به عمل آورد ومطالبی به

(۱)ـ رجوع‌کنید به «ترجمهٔ فارسی آثارالباقیه»، ص ۳۹۹. درآنجا خطاب به شمس‌المعالی نوشته است: «روزگاری‌که ازساحت عالی دور بودم، وازسعادت خدمت‌شریف محروم، در ری شخصی را دیدم‌که درشمار علمای صناعت نجوم بود... این شخص بسیار برمن تکبر ونخوت نمود ومن درآن وقت از جمیع جهات‌گرفتار وپریشان بودم، پس‌از آنکه ازپریشانی وگرفتاری من‌کاسته شدگفتهٔ مرا تصدیق نمود».

(۲)ـ رجوع‌کنید به شمارهٔ ۷/۱۰

(۳)ـ دایرةالمعارف اسلام، چاپ دوم فرانسوی، ص ۱۲۷۸.

(۴)ـ رجوع‌کنیدبه «ترجمهٔ فارسی‌کتاب‌تحدید»: «با **ابوالوفامحمدبن‌محمد بوزجانی** چنان قرارگذاشته بودم‌که او دربغداد ومن در خوارزم‌کسوف ماه را رصدکنیم».

آن افزود .

۱/۸ـ **بیرونی** که با لهجهٔ ایرانی خوارزم تربیت یافته بود و زبان فارسی را درمحاوره به‌کار می‌برد به علت امکانات فراوان علمی زبان عربی مدافع آن بود وترجیح می‌داد که در آثار علمی خود از زبان عربی استفاده کند. با این‌حال بعضی از کتابهای علمی خودرا به زبان فارسی هم نوشته است مانند کتاب «التفهیم».

نوشته‌اند که استاد علاوه برزبان فارسی وعربی زبانهای سغدی و ترکی و سریانی وعبری را نیز می‌دانسته است (۱)

۱/۹ـ استاد پیش‌ازسال ۳۹۹/۱۰۰۸ به موطن خود بازگشت ودر جرجانیه (پایتخت مأمونیان‌خوارزم)مورد احترام شاهزاده **ابوالحسن علی‌بن مأمون** قرار گرفت و مدت هفت سال نزد برادر وی یعنی خوارزمشاه **ابوالعباس مأمون‌بن‌مأمون** به سر برد واز معتمدان اوبود (۲) .

ابوالعباس ، مانند سایر سلاطین سلسلهٔ مأمونیان خوارزم، مردی‌علم‌دوست وهنرپرور و دربارش محل‌اجتماع علما وحکما بود که ازآن‌جمله **ابونصر عراق** * و **ابوعلی سینا*** و **ابوسهل مسیحی** و **ابن‌الخمار** بودند. **ابوالعباس** درسال ۳۰۷/۱۰۱۶ـ۱۷ به دست سپاهیان شورشی خود به قتل رسید و **سلطان‌محمود غزنوی** به بهانهٔ خونخواهی **خوارزمشاه** به خوارزم لشکر کشید و آنجا را فتح کرد .

درهمین سال ۳۰۷/۱۰۱۶ـ۱۷ **بیرونی** در جرجانیه به رصد می‌پرداخته . چه خود او نوشته است که درآن سال درجرجانیه (پایتخت مأمونیان خوارزم)

(۱)ـ رجوع‌کنید به «دایرةالمعارف اونیورسالیس» ج ۳ چاپ ۱۹۶۸ص۳۳۳.

(۲)ـ برای آگاهی‌یافتن ازمأموریتی‌که خوارزمشاه ابوالعباس به وی داد رجوع کنید به شمارهٔ ۱/۴۴کتاب حاضر .

بزرگترین ارتفاع نصف‌النهاری خورشید را اندازه گرفته است (۱)

۱/۱۰ـ **سلطان‌محمود** درمراجعت بـه غزنـه در سجستان (افغانستان) در بهار سال ۴۰۸ هـ. ق **ابوریحان بیرونی** و عده‌ای از علمایی را کـه در جرجـانیه بودند همراه خود به غزنه برد (۲). **ابوعلی سینا** * و **ابوسهل‌عیسی‌بن یحیی مسیحی طبیب** قبلا ازجرجانیه به جرجان رفته بودند. استاد ازآن پس درغـزنه مستقر شد وشاید شغل رسمی منجمی دربار **سلطان محمود** را به عهده داشت‌ودر بیشترلشکرکشیهای محمود غزنوی به هند درملازمت او بود. استاد ازمسافرت به هند استفاده کرد وبا علما وحکمای آن سرزمین مصاحبت داشت وعلوم اسلامی و یونانی را به‌آنان آموخت ودرعین‌حال به فراگرفتن زبان سانسکریـت وبعضی از لهجه‌های محلی هند ومعارف هندیان واستقصا درافکار وفلسفهٔ آنان همت گماشت‌و گنجینه‌ای سرشار از اطلاعات گرانبها اندوخت وبدین گونه مواد اولیهٔ اثر مشهور خود موسوم به «تحقیق‌ماللهند» را فراهم آورد.

۱/۱۱ـ استاد چنانکه گفتیم مذهب شیعه داشت ولی مردی‌آزاد فکروعاری ازتعصب بود. اما سلطان محمود غزنوی سخت درتسنن متعصب بود ودراستیصال‌شیعه ومعتزله واسماعیلیه وقرامطه اهتمام تمام داشت. بدیهی است کـه در ایـن شرایط **ابوریحان** همواره ازجان خود بیمناك بود (۳)

۱/۱۲ـ **محمودغزنوی** درسال ۴۲۱/۱۰۳۰ درگذشت. در زمـان سلطنت

(۱)ـ رجوع‌کنید به «ترجمهٔ فارسی‌کتاب تحدید» ص۵۴: «واما بـار دوم درسال ۴۰۷ هجری بودکه‌درجرجانیه بزرگترین ارتفاع نصف‌النهاری خورشید را به میانجیگری ربع دایره‌ای اندازه‌گرفتم».

(۲)ـ نوشته‌اندکه **ابونصرعراق** را نیزهمراه این علما به غزنه برد. امـا درمـورد ابونصرعراق‌گفتهٔ دیگری هم هست. رجوع‌کنید به «قربانی: ریاضیدانان» ص ۲۱۲.

(۳)ـ «مصاحب: ابوریحان» ص ۱۵.

سلطان مسعود فرزند **محمود** (۱۰۴۲ـ۱۰۳۰/۴۳۳ـ۴۲۱)، **بیرونی** آسایش‌ـ خاطر یافت وسومین اثرمشهور خود «قانون مسعودی» را که دایرةالمعارف نجوم و هیأت آن‌زمان‌است درسال ۴۲۱/۱۰۳۰ به **سلطان مسعود** اهدا کرد. والبته بعداً درآن کتاب تصحیحاتی به عمل آورد.

۱/۱۳ـدرسلطنت**مودودبن‌مسعود**(۱۰۴۲ـ۱۰۳۸/۴۳۳ـ۴۳۰)نیز **بیرونی** مورد عنایت سلطان بود و کتاب «الجماهرفی‌معرفةالجواهر» از آثار او در این عهد است.

۱/۱۴ـ استاد درآخرین اثر خود یعنی کتاب «الصیدلةفی‌الطب» که در بارهٔ داروهای طبی است اظهار داشته است که سن او درموقع نوشتن آن کتاب از هشتاد سال متجاوز بوده است. بنابراین سال وفات **بیرونی** را که معمولا سال ۴۴۰/۱۰۴۸ ذکر می کنند باید کمی بعدازسال ۴۴۲/۱۰۵۰ دانست (۱).

۱/۱۵ـ نوشته‌اند (۲): «آنگاه که **بیرونی** «قانون مسعودی» را تصنیف کرد سلطان اورا پیلواری سیم جایزه فرستاد ووی آن مال به خزانه باز گردانید و گفت: من ازآن بی‌نیازم چه عمری درقناعت گذارده‌ام ودیگر بار مرا ترك‌خوی وعادت سزاوارنیست ... دست وچشم وفکر اوهیچگاه ازعمل بازنماند و دائم در کاربود مگربه روزنوروز ومهرگان یا برای تهیهٔ احتیاجات معاش. او گندم‌گون وبطین بود ومحاسنی انبوه داشت.»

«وفقیه ابوالحسن‌علی... گوید آنگاه که نفس درسینهٔ او به شماره افتاده بود بربالین وی حاضر آمدم. درآن حال ازمن پرسید حساب جدات فاسده را که‌وقتی مرا گفتی باز گوی که چگونه بود. گفتم اکنون چه جای این سؤال است. گفت‌ای

(۱)ـ «دایرةالمعارف اسلام» چاپ دوم به زبان فرانسوی، ص ۱۲۷۴

(۲)ـ «لغت‌نامه» حرف الف، صفحهٔ ۴۶۱ ستون دوم به نقل ازشهرزوری.

مرد کدام یك ازاین دو بهتر؟ این مسأله بدانم و بمیرم یا نادانسته وجاهل‌در گذرم. ومن آن مسأله باز گفتم، فرا گرفت و از نـزد وی باز گشتم وهنوز قسمتی از راه نپیموده بودم که شیون ازخانهٔ او برخاست».

ب ـ شخصیت علمی بیرونی ازنظر متفکران شرق و غرب

همهٔ دانشمندانی که به بررسی آثارمختلف علمی بیرونی پرداخته‌اند چنان تحت تأثیر نبوغ اوقرار گرفته‌اندکه هـر یك به نحوی شخصیت علمی اورا ستوده‌اند.

اینك‌عقیدهٔ عده‌ای ازمتفکران را دربارهٔ شخصیت‌علمی استاد دراینجا نقل می‌کنم[1]. البته بعداً دربارهٔ آنچه خـود از مطالعهٔ آثار ریاضی استاد استنباط کرده‌ام بـه بحث خـواهـم پرداخت[2].

۱/۱۶ـ **نوشتهٔ پروفسور ادوارد زاخاو** (Eduard Sachau) **درمقدمهٔ کتاب «آثارالباقیه»**. نقل از «تعلیقات چهار مقالـه» صفحهٔ ۲۵۴ (ایـن مطالب‌را علامه محمدقزوینی به فارسی بر گردانده است).

«ازتضاعیف مصنفات ابوریحان روی هم رفته می‌توان مشرب وعقیدهٔ وی را به دست آورد. **ابوریحان دوست «حقیقت» من حیث هی‌هی بوده است، وهیچ چیز را دردنیا برآن تـرجیح نمی‌داده وحقیقت را بـرای هیچ غرض‌ومقصدی‌پنهان نمی‌کرده، ودرابطال موهومات وقطع‌ریشهٔ‌خرافات**

(۱)ـ این مطالب را ازمنابع مختلف اقتباس ویا ترجمه‌کرده وآنها را برحسب‌تقدم تاریخ انتشار اصل منابع مذکور مرتب ساخته‌ام.

(۲)ـ رجوع‌کنید به بخش هشتم‌کتاب حاضر.

خود داری نداشته ودقیقه‌ای کوتاهی نمی‌نموده است. مذهبش مسلمان مایل به تشیع ولی مسلمان خشك وخشن‌ومتعصب نبوده است. نسبت به نژاد عرب، خراب کنندهٔ مجد ساسانیان، بغض ونفرت شدیدی داشته‌ودرمحبت بلکه عشق به هرچیز وهر کس که به نژاد پارسی وایرانی تعلق داشته بی‌اختیار بوده است.»

۱/۱۷ـ **نوشتهٔ پروفسور ادوارد زاخاو درمقدمهٔ کتاب«ماللهند»**. نقل‌از «لغت‌نامه» حرف الف، صفحهٔ۴۸۳ .

«بیرونی در کتاب خویش آنچه را شخصاً دیده وشنیده، وبه نحومبسوط و مفصلتر آنچه را شخصاً خوانده وفراگرفته است، برای ماحکایت می کند و با دماغی مأنوس به مطالعات واستدلالات ریاضی وفلسفی به موضوعهایی که تحت مطالعه قرار می‌دهد نزدیك شده وبه سبك تعلیمات ارسطو وافلاطون وبطلمیوس و جالینوس در آن تحقیق وهر موضوعی را با روح انتقادی عصر حاضر ما در معرض دقت وبحث می‌آورد وبه نحوی ازعهدهٔ انجام منظور برمی‌آید که بالاتفاق نظر اعتماد واعجاب محققان را به خود جلب می کند» .

«بیرونی عادتاً ازهر گونه افکار خرافی آزاد ومبراست وبرای درك حقیقت هرمنظوری ازخودگذشتگی بی‌حد ابراز واز تحمل هیچگونه رنج و مشقت روگردان نیست وهیچ فرصتی را تا وقتی که به طور کلی یا نحو خاصی راه حق وصواب را به دست‌آورد فوت نمی کند...»

«وی بیش‌ازهرچیز دوستدارحقیقت است وجداً با باطل وحقکشی معاندت دارد . درحالی که هیچگاه شخصیت خودرا در بحثهای علمی کتاب دخیل نمی کند درپاره‌ای موارد که موضوع هتك حرمت واهانت دربین‌آیدشخصاً چون یك نفرمبارز مدافع ازحق و واقع ویکه‌سوارمیدان ملکات فاضله‌یا نامداری که جریدهٔ نکونامی وعواطف عالیه به نامش ممهور وسرتا پای وجودش از جرئت

وتهور ترکیب شده پا به عرصهٔ میدان می گذارد ومادام که درنظرش امری نیك یا موضوعی صواب مورد حمله ودستخوش تجاوز است ازواردآوردن ضربتهائی بُرنده وقاطع ومتوالی خودداری ندارد» (۱)

۱/۱۸ـ **نوشتهٔ کارا دوو** (Carra de Vaux) **در کتاب «متفکران اسلام»** (۲). نقل از«مصاحب: ابوریحان» ص ۱۰

«اینك می‌رسیم به شخصیتی فکری که ازحیث مرتبه‌کاملا در درجهٔ‌اول‌است، ودرآثار علمی قرون وسطی مقامی خاص دارد واو **بیرونی** است. **با اینکه‌ازعصر بیرونی‌قرنها می‌گذرد، قیافهٔ وی‌هنوزتازه وجوان‌است؛** گویی‌شخصیت‌ممتاز او ازعصر وی جدا وبه‌زمان ما نزدیك شده است. **ماهیت‌وپختگی فکراومانند متفکران‌کنونی است. بیرونی** نکته‌سنج وتیزبین وفکرش موشکاف ونافذاست، ودرتحلیل وتشریح مسائل سخت کنجکاو می‌باشد.

بیرونی خاطرهٔ کسانی چون لئونارد دوونسی ولایبنیتز را به‌ذهن‌می‌آورد؛ مانند دیگر متفکران بزرگ، در زمینه‌های بسیار متنوع قدرت دارد. فیلسوف است، سیاح است، زبانشناس است، ادیب وشاعر است، ریاضیدان است، منجم‌است؛ وعالم جغرافیا است‌ودریکایك این امور مقامی شامخ دارد. اما چیزی که مخصوصاً آثار اورا ممتازمی‌سازد این است که مسائل را درعین‌حال هم ازجنبهٔ فلسفی وهم ازنظر ریاضی بررسی می کند».

---

(۱)ـ مقدمه‌ای‌که بیرونی برکتاب « مقالید علم‌الهیئه» درد‌فاع از استاد خود **ابونصر عراق*** درمورد حق تقدم وی دراختراع «شکل مغنی» نوشته است وآنچه را در آنجا دربارهٔ **ابوالوفای بوزجانی*** گفته بهترین دلیل صحت عقایدی است‌که پروفسور ادوارد زاخاو بیان‌کرده است (رجوع‌کنید به‌شماره‌های ۷/۱۵ تا ۷/۲۲)

(۲)ـ Les penseurs de l ' Islam. ،چاپ۱۹۲۱، جلد دوم فصل سوم

۱/۱۹ـ نوشتهٔ محقق شهیر جورج سارتن (George Sarton) در کتاب «مقدمهٔ تاریخ علم(۱)»

«اگر بگوییم که نیمهٔ اول سدهٔ یازدهم میلادی نقطهٔ اوج پیشرفت اندیشه‌ها بوده اغراق نگفته‌ایم. علت اصلی اینکه آن دوره چنین امتیاز وتفوقی داشت وجود **بیرونی** و **ابن‌سینا** درآن عصر بود. این دودانشمند، که یکدیگر را هم‌می‌شناختند، کاملا با هم متفاوت بودند. **بیرونی نمایندهٔ طبقه‌ای از متفکران است که فکر نوطلب ونقاد دارند.** ابن‌سینا فکری تألیفی و ترکیبی داشت. **بیرونی بیش‌از یك کاشف بود واز این حیث طرزفکر او بـه افکار علمی جدیـد نزدیکتر است ...»**

« **بیرونی** ازخانواده‌ای ایرانی وشیعه متولدشد. درمذهب عاری‌ازتعصب بود **ولی احساسات ملی و ضد عربش تا پایان عمر به قوت خود باقی مـاند.** وی سیاح وفیلسوف و ریاضی‌دان ومنجم و جغرافیادان و دانشمندی جامـع بود. **اویکی ازبزرگترین دانشمندان عالم اسلام وبا ملاحظهٔ جمیع جهات یکی ازبزرگترین دانشمندان همهٔ قرون واعصار است.** فکر نکته‌سنج، سعهٔ صدر، عشق به حقیقت وتهورفکری وی تقریباً درقرون وسطی بی‌نظیر است»(۲)

۱/۲۰ـ نوشتهٔ پروفسور آرثر آپم پوپ (Arther Upham Pope) در مقالهٔ «بیرونی به عنوان یك متفکر» (۳)

«درهرفهرستی که ازاسامی دانشمندان بزرگ جهان فـراهم‌آید بایـد نام

(۱)ـ تـرجمـه از کتاب «Introduction to the History of Science» چـاپ ۱۹۲۷ جلد اول صفحات ۶۹۳ و۷۰۷

(۲)ـ درترجمهٔ عبارات اخیر از«مصاحب: ابوریحان» ص۱۱ نیز استفاده‌کرده‌ام.

(۳)ـ تـرجمـه ازکتاب « Al ـBiruni Commemoration volume »چـاپ ۱۹۵۱، صفحهٔ ۲۸۱

بیرونی را درسطرهای نخستین آن ذکر کرد. هر کتابی که در بارهٔ تاریخ ریاضیات یا نجوم یا جغرافیا یا مردم‌شناسی یا تاریخ مذهب نوشته‌شودکامل‌نخواهد بود مگر آنکه سهم بزرگی که **بیرونی** درهریك ازاین علوم دارد درآن‌شناسانده شود. **بیرونی یکی ازمتفکران همهٔ قرون واعصار است** و دارای امتیازچشم‌گیری است وآن امتیازدارا بودن صفات ضروری است که درعین حال پرداختن به مطالعات علمی وتحقیقات‌اجتماعی را برای یك فرد امکانپذیرمی‌سازد. **بیرونی نمونه‌ای است ازمتفکران بزرگی‌که به همهٔ جهانیان و همهٔ زمانها تعلق دارند**. ازآثار **بیرونی** که درهزارسال پیش‌ازاین به رشتهٔ تحریر درآمده می‌توان سلسله‌ای دراز ازمطالبی استخراج کرد که پیشرو عقاید وافکار وروشهایی هستند که امروزه آنها را تازه ونو می‌انگارند».

۱/۲۱ـ **نوشتهٔ دکترغلامحسین مصاحب**. (نقل از رسالهٔ «ابوریحان بیرونی» (۱))

«ابوریحان بیرونی یکی ازبزرگترین دانشمندانی است که تاکنون پا به عرصه‌ی وجود نهاده‌اند. روح تحقیق وتدقیق، فکر نکته‌سنج وموشکاف، ذوق سلیم وهوش سرشار، سعه‌ی صدر وانصاف وعشق به حقیقت وبی‌پروائی او در دریدن پرده‌های تعصب وخرافات برای رسیدن به آن، درقرون وسطی بی‌نظیراست، و با اینکه قرنها اززمان اومی گذرد، پختگی فکر وروش تحقیق وی مانند دانشمندان کنونی است. وی علوم وفنون واعتقادات وعادات ملل غیراسلامی را بطورصحیح وخالی ازتعصب فراگرفت. احاطه‌ی او درادیان وملل ونحل حیرت‌انگیز است. در مطالعه‌ی دقیق کتب ازهرقبیل که پیش‌ازاو ودرعصر وی به عربی وفارسی وهندی

(۱)ـ رجوع‌کنید به«مصاحب:ابوریحان»، ص ۲۸

تألیف شده بود یگانه بود. ابوریحان سخت‌مخالف تعصب درعلم بودو برضدآنانکه عرب را بردیگر اقوام دراین امر ترجیح می‌دهند شرح تندی نوشته است.

ابوریحان بیرونی نه فقط یکی ازبزرگترین مفاخر ایران بلکه یکی از بزرگترین مفاخر دنیای علم وتحقیق است».

۱/۲۲ـ **نوشتهٔ دکتر سیدحسین نصر** (نقل از رسالهٔ «ابوریحان، معرفی یك‌دانشمند» (۱))

«ابوریحان‌کاملا ازهویت خود هم به عنوان یك مسلمان و هم یك ایرانی آگاه بود. درحالی که چنانکه ازمقدمهٔ کتاب‌الصیدله برمی‌آید، اوبه علت امکانات فراوان علمی زبان عربی مدافع سرسخت آن بود، به تمدن قبل ازاسلام ایران نیز افتخار می‌کرد. وازاینکه مقداری ازمیراث‌ایران باستان دراثر تهاجم‌اعراب ازبین رفته بود افسوس می‌خورد. صداقت وبی‌نظری علمی او درتحقیق وتفحص باعث شد که بیرونی هم یك مسلمان متدین و معتقد باشد وهم یك پژوهشگر بی‌تعصب وبی‌نظر که به مطالعهٔ تمدنها وفرهنگهای مختلف ومن‌جمله فرهنگ ایران که‌ازآنِ خوداو بود می‌پرداخت».

«... اویکی‌از افراد معدود درتاریخ اسلام است که توانست فکر تحلیلی یك ریاضی‌دان را با خصوصیات فکری یك مورخ که با شرح وتوصیف وترکیب‌مطالب تاریخی سروکار دارد توأم سازد.»

۱/۲۳ـ **نوشته استاد مجتبی مینوی** (نقل از «بررسیهایی در بارهٔ ابوریحان‌بیرونی» (۲))

(۱)ـ رجوع‌کنید به «نصر: ابوریحان»

(۲)ـ «بررسیهایی دربارهٔ بیرونی» ص ۲۵

«**بیرونی** از آن علمای حسود و بخیل نبود که آنچه را می‌دانند و بـه آن رسیده‌اند از دیگران پنهان کنند، بعکس بسیار به‌نشر علم حریص بود و می‌خواست هرچه را می‌داند به دیگران بیاموزد و به همین جهت است که کتابهای خودرا به عربی می‌نوشت، زیرا که زبان علم در آن روزگار لسان عربی بود و بیشتر کسانی که اهل کسب علم و تحصیل معرفت بودند عربی می‌دانستند و به‌عربی می‌نوشتند و می‌خواندند، و فارسی از برای کتابت مطالب علمی پخته و آماده نشده بود و فارسی‌خوانها چندان طالب تحصیل علم نبودند...»

۱/۲۴ **نوشتهٔ دکتر ذبیح‌الله صفا** (۱)

فرق او (= بیرونی) در تحقیق مطالب با سایر دانشمندان اسلامی در آنست که طریقهٔ استقراء واستنتاج را درکار اتخاذ کرده است. وقتی که بحثهای اووسپس کیفیت وصول اورا به نتایج آن بحثها مطالعه می کنیم درست مانند آنست کـه که با یکی ازمحققان عالی‌مقام معاصر خود درجهان روبرو هستیم. درشیوهٔ کار او آنکه حکومت قطعی دارد عقل است اما نه عقل مجرد، بلکه عقلی که دلایل خود را ازعوالم واقعی تجربه یا تحقیقات علم بدست می‌آورد...»

ج- بیرونی و «احکام نجوم» (۲)

۱/۲۵- بعضی ازدانشمندان را عقیده بر آن است کـه استاد **ابوریحان** بـه

(۱)- «احوال وآثار ابوریحان بیرونی» ص ۱۵۲

(۲)- مقصود از «علم احکام نجوم» (Astrology) طریقه‌ای برای غیبگوئـی مبتنی براین نظریه‌است که ستارگان درکارهای آدمی مؤثرند. درمآخذاسلامی به‌اسامی «علم‌احکام»، «صناعت احکام»، «علم نجامت» و «علم تنجیم» نیز خوانـده شده، و عالم این (بـه‌اصطلاح) علم‌را «احکامی» (Astrologer) نامند. (دایرةالمعارف‌فارسی، ج۱ص۶۱: احکام نجوم).

صحت «احکام نجوم» اعتقاد داشته است. گمان می کنم که این رأی‌ازآنجا پیداشده است که نخستین‌بار پرفسور ادوارد زاخاو درمقدمه‌ای که بر کتاب «ماللنهد» **بیرونی** نوشته (صفحهٔ ۲۵ آن مقدمه) متذکر شده است که [۱] : «من‌این مطلب را که بیرونی معتقد به تأثیر سیارات درعالم تحت قمر بوده است یقین می‌پندارم ، اگرچه خود اوهرگز چنین چیزی نگفته است»

دلیلی که زاخاو براین عقیدهٔ خود می‌آورد این است که می گوید : « به دشواری می‌توان این امررا توجیه کرد که اگر **بیرونی** به حقیقت احکام نجوم معتقد نبود چرا آن اندازه وقت وزحمت صرف بررسی ومطالعهٔ آن کرد. »

اما بدون‌تردید هیچکس صالحتر ازخود **بیرونی** نیست که بگویدبه احکام نجوم معتقد بوده یا نبوده است. نه تنها **بیرونی** هرگز ادعا نکرده است که به احکام نجوم معتقد است بلکه درهرفرصتی که به دست آورده درآثار خود ابطال احکام وسستی مقدمات آن را به صراحت متذکرشده‌است. گذشته ازاین **بیرونی** هیچگاه خودرا منجم به معنی احکامی نشمرده ودرسرتاسرآثارش‌هرجاازاحکامیان سخن به‌میان‌آورده‌سیاق عبارتهای‌وی‌طوری‌است که گویی ازطبقه‌ای‌غیرازهمفکران وهمکاران خود گفتگو می کند. اینك چندین شاهد ازآثار خود بیرونی در اینجا می‌آورم تا حقیقت امرروشن شود. گمان‌می کنم که ازمطالعهٔ این شواهد به خوبی معلوم می‌شود که **استاد به احکام نجوم معتقد نبوده است .**

۱/۲۶ـ درآغاز باب پنجم از کتاب «التفهیم» می‌نویسد: [۲]

«چون بدین‌جای رسیدیم واشارت کردیم به سخنانی که به‌علم عدد وهندسه رود وآگاهی دادیم ازچگونگی افلاك وراه نمودیم به دانستن تقویم وبه‌کارداشتن

(۱)ـ نقل‌از «ترجمهٔ انگلیسی التفهیم» ذیل صفحهٔ ۲۱۰ .

(۲)ـ «التفهیم فارسی» ص ۳۱۶ .

اسطرلاب وزآن بپرداختیم، وقت آمد که نیز **سخنانی که میان منجمان رود** اندراحکام نجوم به جای آریم که قصدپرسنده این بود. **ونزدیك بیشترین‌مردمان احکام نجوم‌ثمرهٔ علمهای ریاضی است. هرچندکه اعتقادما اندرین‌ثمره واندرین صناعت مانندهٔ اعتقادکمترین مردمان است »**

۱/۲۷ـ باز در «التفهیم» درجواب این سؤال که: «چرا یکی‌چیزرا باکوکبی چند یادکرده همی‌آید وبه برخی مخالف‌آید؟» می‌نویسد: (۱)

«اصل این حدیث سستی مقدمات این صناعت و آشفتگی قیاسهاش است... و این مردمان (= احکامیان) را اندرین باب دربت(= عادت وهمت) نیست تا تمیز کنند. **وآنچه اندرکتابهای ایشان است مختلف نبودبس، بلکه متضاد نیز.**

۱/۲۸ـ باز در «التفهیم» دربارهٔ ارباب مثلثات می‌نویسد(۲) :

«واما حشویان منجمان این هرسه ستاره بـه جمله وبـه یك وقت خـداوند مثلثه دارند... **وبحق نشنوندوکی‌بازگردند ازچیزی‌که عمربدان بگذاشتند وکتابها پرکردند ازحکمهای سه‌گانی برآن وشاخ برشاخ زدن.**

۱/۲۹ـ ونیز در «التفهیم» دربارهٔ مسألهٔ بیکاری می‌نویسد (۳) :

واما حشویان منجمان‌که تمویه وزرق دوستتر دارند از راه راست، چـون کسی ایشان را ازچنین مسأله پرسد اورا بازگردانند وبفرمایند تا سه‌شب برآن اندیشه بخسبدوبه روزوهم ازآن خالی ندارد، آنگه بپرسد. **و من این را وجهی ندانم جزمحکم شدن حماقت** . وسپس این‌مرپدیدآمدن‌دروغشان وتباهی‌حکم تاگناه برپرسنده حوالت توانندکردن که‌آنچه فرمودندش نیکوبه‌جای‌نیاورد.

---

(۱)ـ «التفهیم فارسی» ص ۳۶۰

(۲)ـ «التفهیم فارسی» ص ۳۹۹ و ۴۰۰

(۳)ـ «التفهیم فارسی» ص ۵۳۸

۱/۳۰ـ ونیز در«التفهیم» درجواب سؤال «خبّی وضمیر کدامند؟» می‌نویسد: «ومنجمان را اندرین به عاجل‌الحال فضیحت باشد»

۱/۳۱ـ و در آخر باب پنجم «التفهیم» که مخصوص احکام نجوم است می‌نویسد (۱):

«وچون بدین‌جای رسیدیم ازصناعت نجوم اندرو کفایت دیدیم مرمبتدی را. وگرازاین قسمتها بگذرد خویشتن را وصناعت را تعریض کرده دارد مرسخره را وریشخند را چنانك اکنون است»

۱/۳۲ـ در کتاب «تحدیدنهایات‌الاماکن» نوشته است (۲):

«پس چون بهره‌مندی‌ازکار دین به‌کار دنیا تجاوز کند، آنچه دریافتن جهت جاها یاد کردیم برای رسیدن به‌نفع ودوری‌جستن‌اززیان سودمنداست. ودیگراینکه اصحاب صناعت تنجیم را برای تقویم ستارگان وتصحیح مراکز اوتاد وجزآن... مفید است. **چه صناعت‌احکام، باآنکه ریشه‌هایش سست وشاخه‌هایش ناتوان ومقیاسهایش پریشان است و درآن‌گمان بریقین می‌چربد،** اگر موضوع آن اشکالی باشد که سیارات نسبت به یکدیگر برحسب خود فلك و برحسب افقها پیدا می‌کنند، درصورتی نتیجه‌بخش است که موضوع آن درست باشد واگر این موضوع درست شد، چون مکانی که برای آن حساب می‌شود مجهول باشد، حکمی که برطالعهای اجتماعها واستقبالها می‌شود، درحقیقت خلاف واقع است، واگراین را درست بشماریم، باید بگوییم که دراین صورت موضوع صناعت حساب ایشان

---

(۱)ـ «التفهیم‌فارسی» ص ۵۳۹ـعبارت «التفهیم عربی»که استاد همائی درذیل همان صفحه‌آورده‌اند دراین موضع رساتراست وکمی اضافه دارد:

«وعندالبلوغ الی‌هذا الموضع من‌صناعةالتنجیم‌کفایة ومن‌تعداها فقط عرّض نفسه و صناعته‌لما بلغته‌الان می‌السخریة والاستهزاء وقدحملها المنتسبون‌الیها فضلاعن‌المنتفین‌عنها»

(۲)ـ «ترجمهٔ فارسی‌کتاب تحدید» ص ۲۵۳

است نه جاهای سیارات واشکال آنها، **ونتیجه آن می‌شود که صناعت احکام نجوم را با خطوط هشتمرّج واتفاقات وزجر وطیره یکی بدانیم.**

۱/۳۳ـ استاد درآغازمقالهٔیازدهم کتاب «قانون مسعودی» اصولاعلت‌پیدایش صناعت احکام نجوم را بیان فرموده ونوشته است: (۱)

«این صناعت (= علم هیئت ونجوم) که‌همهٔ کتاب (قانون مسعودی) به آن اختصاص دارد، با وجود استغنای ذاتی ازجهت نفاست قدری که دارد، چنان است که دلهایی که کیفیت لذت را جز درمقدمات رنجهای جسمانی وسودمندی را جز در امور دنیایی تصور نمی‌کنند، به آن گرایش و میلی ندارند. وچون به آن گرایشی ندارند ازآن روگردان می‌شوندو کسانی را که اهل‌آنندشمن‌می‌دارند. به این جهت است که پیشینیان به‌پیش‌بینیِ بودنیهای جهان از روی‌قضایای علم هیئت پرداختند وبرای دست‌یافتن به شناسایی قبلی‌تأثیرات‌افلاک‌راههایی‌قراردادند که ازروی‌آنها چیزی شبیه به اقناع وقبول‌خاطر فراهم می‌شد. وپیش خود چنان تصور می‌کردند که احکام نجوم ثمرهٔ علم هیئت است. ودراین امریقین داشتند که دیگران درپی ایشان خواهند رفت ومی‌پنداشتند که مردمان که خواستار پیشدانی قضایا هستند، تا هرچه بیشتر سودبرند واززیان بگریزند، به سبب استفاده‌ای که ازاحکام نجوم می‌برند دیگر درپرداختن به علم نجوم وهیئت ملامتشان نخواهند کرد وبلایی برسرشان نخواهند آورد.» (۲)

---

(۱)ـ «قانون مسعودی» ج ۳ ص۱۳۵۴ـ این مطالب را دوست ارجمندم جناب آقای احمدآرام ازعربی به فارسی برگردانیده‌اند.

(۲)ـ ونیزرجوع‌کنید به شماره‌های ۱/۳۷ و۱/۴۵ کتاب حاضر. درآنجا نیزگفته‌هایی از استاد نقل شده که‌بی‌اعتقادی او را به احکام نجوم می‌رساند.

د ـ منتخباتی از نوشته‌های خود استاد

در بند «ب» ازهمین بخش شمه‌ای ازعقاید دانشمندان‌را دربـارهٔ شخصیت علمی **بیرونی** نقل‌کـردم. و بعداً دربارهٔ شخصیت ریاضی استاد نیز بحث خواهم‌کرد . اینك برخی از نوشته‌های خوداستاد راکه روشنگر عقاید وروشهای علمی‌او ویـا مشتمل برنکته‌هـایی ازدوران زندگانـی وی است ویـا درقسمتهای مختلف‌کتاب حاضر به آنها ارجاع واستناد شده و ازآثار مختلف استاد انتخاب کرده‌ام زینت‌بخش صفحات ایـن کتاب قرار می‌دهم .

۱/۳۴ـ «فانّنی لاآبی قبول الحق من ایّ معدن وجدته»

یعنی: ازپذیرفتن سخن درست ازهرکانی کـه آن را یافته باشم خـودداری نمی‌ورزم (۱)

۱/۳۵ـ و انمافعلت ماهوواجب علی کل انسان ان یعمله فی صناعته من تقبل اجتهاد من تقدمه بالمنة وتصحیح خلل انعثر علیه بلاحشمة... و تخلیدما یلوح له فیها تذکرةً لمن تاخرعنه بالزمان واتی بعده» (۲) :

یعنی: «آنچه راکه من انجام داده‌ام چیزی است که برهرانسانی واجب‌است که آن را درصناعت خود عمل کند. یعنی کوششهایی را کـه پیشینیان وی بـرای پیشرفت آن صناعت به عمل آورده‌اند با سپاسگزاری بپذیرد واگرمتوجه لغزشها

(۱)ـ «ترجمهٔ فارسی‌کتاب تحدید» ص ۸۵

(۲)ـ «قانون مسعودی» صفحات ۴ و۵

واشتباهاتی از گذشتگان‌شود آنها را بی‌پروا تصحیح کند... وآنچه را درآن‌صناعت براومکشوف شود ثبت وضبط کند تا برای‌آیندگان‌جاویدان به یادگار بماند»

۱/۳۶ـ ان‌البرهان‌من‌القضیة قائم‌مقام‌الروح‌من‌الجسد،وبجملة‌النوعین‌یحصل‌العلم‌بالاستیقان‌لاقتران‌الحجة‌به‌والتبیان»(۱)

یعنی: «برهان برای قضیه به منزلهٔ جان دربدن است وازبه‌هم پیوستن آنها علم بی‌گمان حاصل می‌شود.»

۱/۳۷ـ «چون درکار مردم این روزگارمی‌نگرم، ومی‌بینم که همگان‌درهمه جا سیمای نادانی به خودگرفته‌اند، وبا اصحاب فضل دشمنی می‌ورزند، وهر کس راکه به زیور دانش آراسته است می‌آزارند وگونه‌گونه ستم و بیداد دربارهٔ او می‌کنند، نزدیك است که آنچه اصحاب صناعت احکام نجوم دردورها و تأثیرات کواکب درسده‌ها وهزاره‌های آن گفته‌اند، وگردش همهٔ‌کارهای‌جهان را از روی آن دانسته‌اند، باور دارم»

«با آنکه امت برگمراهی یکسخن نمی‌شود، چنان است که گویی همگان برنیك شمردن‌ناپسندترین خویها وزیانمندترین‌آنها که آزمندیِ نه برراه درست آن است، گرد هم‌آمده‌اند. درمیان ایشان نمی‌بینی جز دستی که درازاست واز پستی‌خودداری‌نمی‌ورزد وبه‌آزرم وبزرگمنشی باز نمی‌گردد. دراین‌باره برمرکب همچشمی سوارند وازهرفرصتی برای بیشترنمودن این آزمندی بهره می‌گیرند، وکار به جایی کشیده است که یکباره دانشها را ترك گفته‌اند و به‌خدمتگزاران دانش بیزاری می‌نمایند» (۲)

۱/۳۸ـ «پیش‌ازاین برآن بودم که‌راهی راکه **بطلمیوس** در کتاب جاو ـ

(۱)ـ «قانون مسعودی» ص ۵

(۲)ـ «ترجمهٔ فارسی‌کتاب تحدید» ص ۱

غرافیا (جغرافیا) **وجیهانی** ودیگران در کتابهای مسالك آورده‌اند، یکجا بیاورم تا پراکنده‌ها فراهم ودشواریها آسان شود واین فن به کمال برسد.»

«نخست به تصحیح مسافتهاونامهای جاها وشهرها پرداختم و ایـن‌کار را بـا پرسیدن ازکسانی که به آنها رفته‌بودند، ومحك‌زدن ودرست کردن گفته‌های‌آنان با یکدیگر، به انجام رسانیدم. **و برای دست یافتن به آنچه می‌خواستم، از بخشیدن مال وجاه دریغ نورزیدم .** نیمکره‌ای به قطر ده ذراع (!) ساختم تا برروی آن طولها وعرضها را ازروی مسافات بیرون آورم، **چه به سبب تنگی وقت وزیادی‌کارفرصت‌آن نبود که این نتایج را ازروی محاسبه‌پیداکنم.** ولی آنچه کـه به دست مـی‌آوردم ، ازتـرس از دست رفتن سلامت و پیش آمـدن پیشامدهای ناگوار، ثبت می کردم وبه حافظه نمی‌سپردم. **وچون‌ناگهان‌بدبختی برمن‌فروریخت، برآنچه‌گفتم همان‌گذشت‌که بردیگرکوششهاوپژوهشهای من گذشت** وچنان ازمیان رفت که‌کان‌لم تغن‌بالامس [گویی‌دیروزمسکون نبوده است]. واگرخدا بازگشت را آسان کند- که برآن توانا است- درتمام کردن‌آن درنگ نخواهم کرد» (۱)

(ورجوع کنید به یادداشت شمارهٔ ۴ ذیل صفحهٔ۴ کتاب حاضر. در آنجا نیز مطلب جالبی ازقول‌استاد نوشته‌ام.)

۱/۳۹- «اگرروزگار بدان‌گونه که به **بطلمیوس** ودانشوران پیش از وی روی خوش نشان داد به ما نیزچنین کند، می‌توانیم طولها را از همین راه تصحیح کنیم» (۲)

۱/۴۰- می‌بینیم که مردمان برای به دست‌آوردن روزی تلاش می کنندودر

---

(۱)- «ترجمهٔ فارسی‌کتاب تحدید» صفحات ۱۵ و۱۶

(۲)- همان‌کتاب، ص ۱۳۰

این راه ازسختیها وچیزهای مایهٔ ترس باك ندارند، درصورتی که هر کس در این دنیا روزانه بیش‌ازیکی دوبار به خوراك نیاز ندارد، ولی همین کس ازچیزی‌غافل می‌ماند که هرشبانه‌روز می‌بایستی پنج بار به آن برخیزد و برای خـوشبختی در جهان دیگر نباید درکارآن خللی وارد شود. وچنان گمان دارد که باوجود فرصت وتوانایی داشتن به‌شناختن آن [یعنی قبله] نادانی می‌تواندپوزشخواه اوشود! (۱)

۱/۴۱- «... واین مایه سرگردانی است وباید باردیگر امتحان ورصدشود. **وکیست که مرا دراین باره یاری کند؟** چه به سبب فراخی آن زمین و پرهیز ازنابکاریهای کسانی که‌درآن پراکنده‌اند، عملی کردن این‌آزمایش نیازمنداقتدار است. و من برای ایـن‌کار سرزمینهای میان دهستان چسبیدهٔ به جـرجـان ومیان جایگاه ترکان غُز رابرگزیدم، **ولی تقدیر یاری نکرد وهمت کسانی که باید دراین کار بـه‌من مدد رسانندسستی گرفت.**» (۲)

۱/۴۲- «ومثالها برای حسابگرراهنما است ودرآزمایش‌وامتحان به‌اومدد می‌رساند، **چه با چندان پریشانی فراوانی که دارم خودرا ازسهوکردن در محاسبه ایمن نمی‌بینم**؛ و خـدا است کـه‌آدمی را بـه رفتن راه راست کامیاب می‌کند.» (۳)

۱/۴۳- «واین موافق است با آنچه به رصد یافتم، با **ابوالوفا محمدبـن محمد بوزجانی*** چنان قرار گذاشته بودم که اودربغدادومن درخوارزم کسوف ماهی را رصد کنیم، واین رصد درسال سیصدوهشتادوهفت هجری صورت گرفت و ازمقایسهٔ میان دوعمل نتیجه چنان شد که اختلاف ساعت میان نصف‌النهارهای این

(۱)- «ترجمهٔ فارسی‌کتاب تحدید» ص ۱۸۳

(۲)- همان‌کتاب ص ۱۸۷

(۳)- همان‌کتاب صفحات ۲۰۷ و ۲۰۸

دوشهر نزدیك یك ساعت مستوی است» (۱)

۱/۴۴- درتاریخ بیهقی (۲) به نقل از کتاب «مسامره فی‌اخبار خوارزم» تألیف **بیرونی** مطالب‌زیر، درباره مأموریتی که ازطرف **خوارزمشاه ابوالعباس مأمون بن مأمون** به وی داده شده بوده، آمده است :

«ونیز جانب‌امیرمحمود تابدان جایگاه نگاه داشت (مقصود ابوالعباس‌است) که امیرالمؤمنین **القادر بالله** رحمةالله‌علیه وی را خلعت وعهدولوا ولقب‌فرستاد، عین‌الدوله وزین‌الملة، به دست حسین‌سالارحاجیان و**خوارزمشاه** اندیشید که‌نباید **امیرمحمود** بیازارد وبحثی‌نهد وگوید چرا بی‌وساطت وشفاعت من اوخلعت‌ستاند ازخلیفت واین کرامت ومزیت یابد. بـه هرحال ازبهرمجاملت مـرا پیشباز رسول فرستادتا نیمهٔ بیابان وآن کرامت‌در سـرّازوی فرا ستدم‌وبه خوارزم‌آوردم وبدو سپردم. وفرمود تا آنها را پنهان کردند. وتالطف‌حال برجای بود آشکارا نکردند. وپس‌ازآن چون آن‌وقت که می‌بایست که این خاندان برافتد آشکار کردند تا بود ورفت آنچه رفت»

۱/۴۵- **بیرونی** درسال ۴۲۷ هـ. ق. به خواهش یکـی‌از دوستانش فهرست کتابهای تألیف **محمدبن زکریای رازی** ودردنبال آن‌فهرست‌آثار خودرا که تا آن تاریخ نوشته بوده ثبت کرده است. درضمن این فهرست مطالب زیر را دربـارهٔ

(۱)- «ترجمهٔ فارسی‌کتاب تحدید» ص ۲۱۸

(۲)- تاریخ بیهقی صفحات ٦٦٨ و ٦٦٩

ناخوشی ورؤیای خود نوشته است: (۱)

«هنگامی که رنجها وخواریها به کسی روی‌آور می‌شوند، اگرچه آن کس ازداناترین وزیرکترین مردمان‌باشد، بازبه جستجوی شادی برمی‌خیزد وازنیکیها به نشاط درمی‌آید وازآنچه از دیدن‌آنها بیزاراست دلتنگ می گردد وآنها رابه فال بد می گیرد وازآنچه درخواب‌خوش بیند مسرور می گرددوبه‌فال واحکام‌نجوم متمایل می گردد. من نیزبه مقتضای طبع بشری خود چنین بودم ودریکی ازچنین اوقات ازمنجمان خواستم که به عواقب مولد من نظر کنند. آنان‌ابتدابه‌استخراج طول عمرمن پرداختند وبین‌آنان دراین‌امر اختلاف شدید بود. بعضی ازآنان عمر مرا شانزده سال وبعضی دیگرچهل واندی سال دانستندوالبته اینهاراست نبودزیرا سن من درآن هنگام ازپنجاه سال متجاوز بود. اما بعضی دیگرازمنجمان‌عمرمرا کمی بیش‌ازشصت‌سال دانستند.»

«هنگامی که به این سن‌رسیدم‌امراض گوناگون به من روی‌آوردند که‌بعضی ازآنها درآن واحد مرا رنج می‌دادند وبعضی دیگر گاه‌به گاه به سراغم‌می‌آمدند. تا آنجا که استخوانهایم کوفتگی گرفت وبدنم ضعیف شد وازحرکت بازماند و حواسم پریشان گردید. وپس‌ازآنکه پیری قوایم را فرسوده بودبهبودی یافتم.»

«درشب تحویل عمرم به سن شصت‌ویک‌سالگی درخواب چنان دیدم که گویی مترصد هلال‌ماه نوبودم ودرجایی که باید ماه‌نو ظاهر شود آن را جستجومی کردم ودرمحل فرودآمدن آن‌تأمل می کردم واز دیدن آن عاجز بودم. درآن‌هنگام

(۱)ـ ترجمه وتلخیص ازمتن عربی فهرست مذکورکه **زاخاو** درمقدمهٔ«آثارالباقیه» (صفحه XXXXVI = ۴۶) آورده است :

«والذی ذکرته من‌تأویل‌رؤیای، فاعلم‌ان‌الانسان فی‌محنه ونکائبه وان‌کان‌اعقل‌الناس واکیسهم‌لایزال...»

کسی به من گفت «ماه نو را رها کن. تو صدوهفتاد باردیگر آن‌را خواهی دید»(خله فانك ابنه‌مائةوسبعین). سپس بیدار شدم وآن چهارده‌سال ودوماه قمری[۱] را به‌سال شمسی تحویل کردم واز آن پنج‌ماه ونیم‌کاستم و به‌سالهای بزرك عطارد رسیدم [۲] که گفته بودند دروقت‌ولادت من مستولی بوده است. با این حال به آنچه گفتم دلبستگی ندارم...»

(۱)- صدوهفتاد ماه می‌شود چهارده‌سال ودوماه قمری (۲ + ۱۲ × ۱۴ = ۱۷۰)

(۲)- دربارهٔ سالهای‌کواکب رجوع‌کنید به«التفهیم فارسی» صفحهٔ ۳۶۵ ودربارهٔ سالهای بزرگ عطارد رجوع‌کنید به همان‌کتاب صفحهٔ ۳۹۳ .

بخش دوم

فهرست آثار ریاضی ونجومی بیرونی

مشتمل بر: آماری ازکلیهٔ آثاربیرونی ـ مشخصات آثارموجود ریاضی ونجومی بیرونی ـ فهرست آثار مفقودریاضی ونجومی بیرونی .

الف ـ آماری ازکلیهٔ آثار بیرونی

۲/۱- بیرونی درسال ۴۲۷ هـ. ق . بنا به خواهش شخصی فهرستی ازآثـار **محمدبن زکریای رازی** تهیه کـرد ودر دنبال آن فهرست، اسامـی وعنوانهای ۱۱۳ جلدکتاب یا رساله راکه خود تا آن زمان نوشته بود[۱] وهمچنین اسامی

---

(۱)- فهرست این ۱۱۳جلدکتاب یا رساله را در «لغت‌نامه» حرف الف، صفحات ۴۶۷ تا ۴۶۹ خواهید یافت .

۲۵ جلد کتاب یا رساله را که دیگران به نام وی نوشته‌بودند ثبت کرد. (۱)

البته این ۱۱۳ کتاب یا رساله که استاد اسامی آنها را آورده شامل همهٔ آثار او نیست زیرا او چندین سال پس از آن تاریخ زنده بوده و به طور مداوم به تحقیق و تصنیف و تألیف می‌پرداخته است.

۲/۲- درسال ۱۹۵۵ میلادی **بوآلو** (D. J. Boilot) مقالهٔ جامعی به‌زبان فرانسوی دربارهٔ کتابشناسی آثار **بیرونی** نوشت (۲) ودرآن تحقیقاتی را که پیش ازوی **سوتر** (H. Suter) و **ویدمان** (E. Wiedeman) راجع به‌این موضوع انجام داده بودند (۳) تکمیل کردو۱۸۰فقره کتاب ورساله ومقاله را به‌نام **بیرونی** ثبت کرد وهمهٔ اطلاعاتی را که دربارهٔ هریك ازآنها به دست آورده بود نوشت. این تحقیق **بوآلو** بسیار ارزنده ومفید وقابل تمجید است وتاآنجا که اطلاع دارم کاملترین‌کاری است که تاکنون دراین زمینه انجام یافته است. اما **بوآلو** اسامی ۲۵ فقره کتاب یا رساله را که دیگران به نام **بیرونی** نوشته‌اند درجزو آثار او ثبت کرده و همه را دریك ردیف آورده است. علت این امر این بوده است که **بیرونی** خوددرفهرست‌مذکور پیش‌ازذکر اسامی‌وعنوانهای کتابهایی که دیگران به نام وی نوشته‌اند عبارتی‌آورده وآن این است: «وماعمله غیری‌باسمی‌فهو بمنزلة

(۱)- دوازده‌جلد آن را **ابونصر عراق*** ودوازده جلددیگررا **ابوسهل‌عیسی‌بن یحیی مسیحی جرجانی** ویك جلد دیگر را **ابوعلی‌حسن‌بن‌علی جیلی** به نام بیرونی نوشته‌اند و فهرست آنها را در «لغت‌نامه» حرف الف، صفحات ۴۶۹ و ۴۷۰ خواهید یافت.

(۲)- عنوان این مقاله این است:

«L' Oeuvre d' al - Beruni , Essai bibliographique»

رجوع‌کنیدبه «بوآلو» درفهرست منابع‌کتاب حاضر.

(۳)- رجوع‌کنید به «بوآلو» ص ۱۶۷ یادداشت شمارهٔ ۲۷

الربائب فی الحجور والقلائد علی النحور لاامیز بینها و بین الابناء»

یعنی: «آنچه را دیگران به نام من نوشته‌اند به منزلهٔ نادختریهای من هستند که در آغوش من پرورش یافته‌اند و همچون گردن بندهایی هستند که در پیش سینهٔ من جا دارند و من بین آنها و آثار خود فرق نمی گذارم.»

با این حال البته نمی‌توان آثار دیگران را از **بیرونی** دانست. گذشته از این ۲۵ جلد کتاب باز **بوآلو** چهار کتاب را که از دیگران است نیز به نام **بیرونی** ثبت کرده است (شماره‌های ۱۲۶ و ۱۴۰ و ۱۷۸ و ۱۷۹ فهرست وی) و نام کتاب «قانون مسعودی» را یك بار هم به‌عنوان «زیج مسعودی» به حساب آورده است (شمارهٔ ۱۴۱ فهرست وی) . بنابراین رویهمرفته باید اسامی ۳۰ جلد کتاب را از فهرست **بوآلو** حذف کرد و به این ترتیب از ۱۸۰ جلد کتابی که او به **بیرونی** نسبت داده است در واقع ۱۵۰ جلد از خود **بیرونی** است .

۲/۳- از طرف دیگر دو جلد کتاب از آثار **بیرونی** در ایران و یك جلد دیگر در احمدآباد هند[۱] به دست آمده است که **بوآلو** از آنها اطلاع نداشته است .

بنابراین **تاکنون اسامی ۱۵۳ اثر از بیرونی شناخته شده است** که یا استاد خود در فهرست آثارش نام آنها را ثبت کرده و یا در آثار خود از آنها نام برده و به آنها اشاره کرده و یا اینکه نسخه‌های خطی آنها به دست آمده است .

از این ۱۵۳ فقره کتاب یا رساله که به احتمال قوی از **بیرونی** است تا آنجا که اطلاع داریم فقط ۳۵ جلد از دستبرد حوادث محفوظ مانده است و **بوآلو** فقط از وجود ۲۹ جلد از آنها مطلع بوده است .

۲/۴- شش جلد کتاب دیگر که **بوآلو** از وجود آنها مطلع نبوده است به‌شرح

(۱)- رجوع کنید به شماره‌های ۲/۲۱ و ۲/۲۸ و ۲/۲۹ کتاب حاضر.

زیر است :

۱- «مقالیدعلم‌الهیئة» که نسخهٔ خطی آن در ایران موجوداست (رجوع کنید به بخش هفتم کتاب حاضر شمارهٔ ۷/۳) .

۲- «رسالة فی‌معرفةسمت‌القبله» (رجوع کنید به شمارهٔ ۲/۲۱ کتاب‌حاضر).

۳- «رساله فی‌الاصطرلاب» (رجوع کنید به شمارهٔ ۲/۲۸)

۴- «مقاله فی‌التحلیل‌والتقطیع» (رجوع کنید به شمارهٔ ۲/۳۰)

۵- غرةالزیجات (رجوع کنید به شمارهٔ ۲/۲۹)

۶- جمع الطرق‌السائره فی‌استخراج الاوتارفی الدایره (رجوع کنید به شمارهٔ ۲/۱۳)

۲/۵- از۳۵ جلد کتاب ویا رساله که گفتم از آثار **بیرونی** موجود است ۲۲ جلد مربوط به ریاضیات و نجوم (یا احکام نجوم) است و ۱۳ جلد دیگر دربارهٔ موضوعهای دیگر است که از بحث ما خارج است. (۱)

البته همهٔ این ۲۲ جلد کتاب یا رساله هر یك دربارهٔ موضوعی مستقل از ریاضیات ونجوم نیست. مثلا کتاب «قانون مسعودی» یك «دایرةالمعارف»ازمعلومات نجومی زمان **بیرونی** است که موضوع مقالهٔ سوم آن علم مثلثات مسطح و کروی است. همچنین کتاب «التفهیم» دربارهٔ حساب وهندسه وهیأت واحکام نجوم است.

۲/۶- گفتم که ۲۲ جلد ازآثار موجود بیرونی دربارهٔ ریاضیات‌وهیأت‌ونجوم و (احکام نجوم) است واینها را نمی‌توان به‌طور مطلق دسته‌بندی کرد. اما می‌توان به وجه نسبی وتقریبی این۲۲ فقره کتاب ورساله را ازدونوع دانست وآنها را به‌دو

(۱)- این سیزده جلدکتاب عبارتندازکتابها یا رسالاتی‌که **بوآلو** اسامی آنها رادر شماره‌های ۷۶- ۹۳- ۹۸- ۱۴۷- ۱۵۶- ۱۵۷ - ۱۵۸- ۱۶۶- ۱۶۸- ۱۷۰ - ۱۷۱ - ۱۷۲- ۱۷۳ فهرست خودآورده است .

دسته کلی تقسیم کرد. دستهٔ اول کتابها یا رسالاتی هستند که یا موضوع آنها ریاضیات خالص است و یا قسمتی از آنها مربوط به ریاضیات خالص می‌باشد. و دستهٔ دوم آنهایی هستند که مربوط به ریاضیات عملی می‌باشند.

اینک اسامی این کتابها را ازجهت این تقسیم‌بندی دراینجا می‌آورم و بعداً در بارهٔ هریك ازآنها اطلاعاتی به دست خواهم داد. (۱)

الف ـ ریاضیات خالص

آثار موجود **بیرونی** که یا منحصراً دربارهٔ ریاضیات خالص نوشته شده و یا قسمتی ازآنها مربوط به ریاضیات خالص است عبارتند از:

ریاضیات عمومی (وهیأت‌واحکام‌نجوم):(۱)- «التفهیم‌لاوائل‌صناعة‌التنجیم»

حساب: (۲)- «فی‌راشیکات‌الهند»

هندسه :
(۳)- «استخراج‌الاوتارفی الدائره ...»
(۴)- «جمع‌الطرق‌السائره...»

مثلثات :
(۵)- «مقالید علم‌الهیئة»
(۶)- «مقالهٔ سوم کتاب‌قانون‌مسعودی»
(۷)- «کتاب ابی‌ریحان‌الی ابی‌سعید»

(۱)- رجوع‌کنید به بند «ب» ازهمین بخش، شماره ۲/۹ به بعد

ب- ریاضیات عملی

آثار موجود **بیرونی** که موضوع آنها موارد استعمال ریاضیات است عبارتند از :

گاهشماری : (۸)- «آثارالباقیه»

جغرافیای ریاضی:
(۹)-«فی تسطیح الصور وتبطیح الکور»
(۱۰)- «تحدید نهایات الاماکن»
(۱۱)- «فی استخراج قدرالارض»
(۱۲)- «رساله فی معرفة سمت القبله»

فیزیك ریاضی:
(۱۳)- «افرادالمقال فی امر الاظلال»
(۱۲۱)-«مقاله فی النسب التی بین الفلزات والجواهر فی الحجم»

آلات نجومی :
(۱۵)-«استیعاب الوجوه الممکنة فی صنعة الاصطرلاب»
(۱۶)-«تسهیل التصحیح الاصطرلابی»
(۱۷)-«حکایة الالة المسماة السدس الفخری»
(۱۸)-«رسالة فی الاصطرلاب»

نجوم واحکام نجوم :
(۱۹)- «غرة الزیجات»
(۲۰)- «مقاله فی التحلیل والتقطیع»
(۲۱)- «الدرر فی سطح الاکر»
(۲۲)- «تمهید المستقر»

۲/۷- برای تکمیل این آمار باید متذکر شوم که از ۱۵۳ اثر **بیرونی** چنانکه قبلا گفتم فقط ۳۵ جلد موجود است وازبقیه یعنی ۱۱۸ جلد آن متأسفانه فعلا اطلاعی در دست نیست وظاهراً ازبین رفته است. ازاین۱۱۸ جلد به‌طورتقریب می‌توان گفت ۹۳ جلد آنها مربوط به ریاضیات خالص و عملی و ۲۵ جلد دربارهٔ موضوعات دیگر بوده است. فهرست ۹۳ جلد مذکور را بعداً ذکر خواهم کرد (رجوع کنید به بندج ازهمین بخش شمارهٔ ۲/۳۳ به بعد)

۲/۸- **خلاصه** - اینك آنچه را درصفحات پیش نوشتم به وجه زیر خلاصه می کنم :

آثارموجود **بیرونی** { ریاضیات‌ونجوم‌واحکام‌نجوم { ریاضیات‌خالص: ۷ جلد ; ریاضیات‌عملی : ۱۵ جلد } ; موضوعات دیگر: ۱۳ جلد }

آثارازبین‌رفتهٔ **بیرونی** { ریاضیات ونجوم واحکام نجوم : ۹۳ جلد ; موضوعات دیگر : ۲۵ جلد }

عدهٔ کل آثار **بیرونی** : **۱۵۳** جلد

ب- مشخصات آثار موجود ریاضی ونجومی بیرونی

۲/۹- دیدیم که ۲۲ کتاب یارساله یامقاله‌از **بیرونی** دربارهٔ ریاضیات وهیأت ونجوم موجود است. اینك می‌پردازم به ذکر مشخصات این ۲۲ فقره کتاب.وچون عده‌ای ازآنها را جداگانه در کتاب حاضر مورد بررسی قرار داده‌ام، برای رعایت

جانب‌اختصار، دراینجا فقط به ذکرنام‌آنها اکتفاکرده بخشی از کتاب حاضررا که هریك ازآنها درآن مورد بحث قرارگرفته است معین می کنم .

شماره‌هایی که بعدازعنوان هر کتاب‌بین [ ] گذاشته‌ام برای ارجاع به شماره‌های مقالهٔ «بوآلو O» است که آن را درفهرست منابع کتاب حاضر معرفی کرده‌ام (۱)

اولاً ـ ریاضیات‌خالص

۲/۱۰ـ (یك)ـ**«التفهیم لاوائل صناعة التنجیم»** [۷۳]

رجوع کنید به بخش سوم کتاب حاضر شماره‌های ۳/۱ و۳/۲ و بعدازآنها

۲/۱۱ـ (دو)ـ **«فی‌راشیکات‌الهند»** [۳۸]

رجوع کنید به بخش چهارم شمارهٔ ۴/۱

۲/۱۲ـ (سه)ـ **«استخراج الاوتارفی الدائره بخواص‌الخط‌المنحنی الواقع‌فیها»** [۶۴]

بیرونی دو کتاب دربارهٔ «استخراج اوتار دایره» نوشته است :

یکی باعنوان «استخراج‌الاوتارفی‌الدائره بخواص‌الخط‌المنحنی‌الواقع فیها» که آن‌راظاهراً درسال ۴۱۸ هـ . ق.نوشته بوده (۲) ودرهرصورت‌نام‌آن رادرفهرستی که درسال ۴۲۷ هـ . ق.ازآثار خود ترتیب داده درجزو کتابهایی که در آن تاریخ تألیف آنها را به پایان رسانیده بوده آورده است. (۳)

---

(۱)ـ **بوآلو** درمقالهٔ خود ترجمهٔ فرانسوی عنوانهای همهٔ آثاربیرونی‌راآورده است.

(۲)ـ درپایان نسخهٔ خطی «استخراج‌الاوتار» موجود در بانکیپور آمده است :
«وفرغ ابوالریحان رحمةالله من تصنیفه فی‌رجب سنه ۴۱۸»

(۳)ـ رجوع‌کنید به «آثارالباقیه» ص XXXXIV سطر اول

ودیگری با عنوان «جمع الطرق السائره فی معرفة اوتار الدائره» که درسال ۴۲۷ ه.ق. هنوز کامل نشده بوده واستاد نام آن را درفهرست مذکور درشمار آثاری که می‌خواسته آنها راکامل یا پاکنویس کند آورده است (۱) ودربارهٔ آن درشمارهٔ ۲/۱۳ به بحث خواهم پرداخت.

***

این دو کتاب مشتمل برعده‌ای ازقضایا ومسائل متنوع هندسی هستند که استاد برای هریك ازآنها استدلالهای متعدد وراه‌حلهای گوناگون ازریاضی‌دانان مختلف ذکر کرده است ومطالعهٔ آنها برای کسانی که به هندسه دلبستگی دارند سرگرمی بسیار دلپسندی است. اما چون بررسی مطالب آنها مستلزم بحثی است مفصل، و پرداختن به آن دراین مقام میسر نیست، کتابی جداگانه در شرح و بیان محتویات آنها به زبان ساده و با اصطلاحات متداول امروزی نوشته‌ام که انشاءالله پس ازپایان یافتن چاپ کتاب حاضر به طبع ونشر آن خواهم پرداخت. ودراینجا بذکر توضیحات زیرا کتفا می کنم.

از کتاب «استخراج الاوتار فی الدائره ...» یك نسخهٔ خطی در جزو مجموعهٔ شمارهٔ ۲۴۶۸ کتابخانهٔ بانکیپور (خدابخش بتنه) ویك نسخه درقاهره ویك نسخه در کتابخانهٔ مرادملا دراستانبول موجود است (۲) ودوبار هم درحیدرآباد وقاهره به چاپ رسیده است ولی هردوبار به وضعی بد ونابسامان. ولازم می‌دانم که دراین باره

(۱)- رجوع کنید به «آثارالباقیه» ص XXXXVI

(۲)- رجوع کنید به «بوآلو» ص ۱۹۷ شمارهٔ ۶۴- نسخهٔ خطی شمارهٔ ۱۰۱۲ لیدن که **بوآلو** ودیگران آن را «استخراج الاوتار» دانسته‌اند نسخهٔ کتاب «جمع الطرق ـ السائره...» است که درشمارهٔ ۲/۱۳ دربارهٔ آن گفتگو خواهم کرد.

به توضیحات زیر بپردازم:

« استخراج‌الاوتار» چاپ حیدرآباد

درسال ۱۹۴۸ میلادی جمعیت‌دائرةالمعارف عثمانی درحیدرآباد دکن کتاب «استخراج‌الاوترفی‌الدائره...» را ازروی نسخهٔ خطی موجود در بانکیپور به‌وضع تأسف‌آور و گمراه کننده‌ای به چاپ رسانید.

توضیح‌آنکه نسخهٔ خطی شمارهٔ ۲۴۶۸ بانکیپور مجموعه‌ایست مرکب از عده‌ای ازآثار **بیرونی** ودیگران. ظاهراً اوراق این مجموعه پراکنده و جا به جا شده ودرنتیجه قسمتهایی ازبعضی از کتابها و رساله‌های موجود درآن وارد اوراق کتابها ورساله‌های دیگر شده است. کسانی که خواسته‌اند «استخراج‌الاوتار»تألیف **بیرونی** را از روی آن نسخه به چاپ برسانند به این مطلب توجه نکرده‌اند و اوراق کتاب «استخراج‌الاوتار» را مخلوط با اوراق پراکنده‌ای از«مقاله‌فی‌التحلیل والتقطیع» (۱) **بیرونی** وچند برگ‌از «مقاله فی‌ان لوازم‌تجزیٔ المقادیر...» (۲) **بیرونی** وقسمتی‌از کتاب«افرادالمقال‌فی‌امرالاظلال» (۳) **بیرونی** وقسمتی از کتاب «فی‌طریق‌التحلیل والترکیب» تألیف **ابراهیم‌بن سنان‌بن ثابت** (۴) را همچنانکه

(۱)- رجوع‌کنید به شمارهٔ ۲/۳۰کتاب حاضر.

(۲)- رجوع‌کنید به شمارهٔ ۲/۴۱کتاب حاضر.

(۳)- رجوع‌کنید به شمارهٔ ۲/۲۳کتاب حاضر.

(۴)- ازصفحهٔ ۱۳۸ تا پایان سطرچهارم ازصفحهٔ ۱۵۴ ونیز از سطر چهارم صفحهٔ ۱۸۵تا نیمی ازصفحهٔ ۲۲۰ «استخراج‌الاوتار» چاپ حیدرآباد مربوط به‌کتاب «فی‌طریق‌التحلیل والترکیب وسائرالاعمال‌فی‌المسائل‌الهندسیه» تألیف **ابراهیم‌بن سنان‌بن‌ثابت‌بن‌قره*** است(رسالهٔ‌دوم از«رسائل‌ابن‌سنان»که‌در۱۹۴۸میلادی در حیدرآبادچاپ شده است).

درمجموعهٔ مذکور با هم مخلوط بوده درهم وبرهم به چاپ رسانیده‌اند وبه راستی که نمی‌دانم چه اندازه وقت وحوصله صرف تمیزدادن ماهیت مطالب این اوراق چاپ‌شده ازیکدیگر کرده‌ام. درهرصورت به نظر من :

مطالبی که از صفحهٔ ۳ تا اواسط صفحهٔ ۱۰۸ «استخراج‌الاوتار» چاپ حیدرآباد وسپس ازوسط صفحهٔ ۲۲۴ تا پایان صفحهٔ ۲۲۶ همان چاپ آمده مربوط به‌کتاب «استخراج‌الاوتار» بیرونی است که احیاناً در بعضی از مواضع افتادگی دارد وبسیار هم مغلوط به چاپ رسیده است .

وبقیهٔ اوراق آن قسمتهای پراکنده‌ای ازآثار دیگر است که در ضمن بعضی از صفحات کتاب حاضر به‌آنها اشاره کرده‌ام .

«استخراج‌الاوتار» چاپ مصر

درسال۱۹۶۵میلادی **آقای احمدسعیدالدمرداش** کتاب«استخراج‌الاوتار» را بنا به‌گفتهٔ خودش ازروی دونسخهٔ موجود در کتابخانهٔ خدابخش بتنه و کتابخانهٔ مرادملا دراستانبول با افزودن مطالبی به عنوان شرح درمصر به چاپ رسانیده است. اگرچه آقای **احمد سعید** عکس دوصفحه‌ازآغاز ودوصفحه ازپایان‌یك‌نسخهٔ‌خطی «استخراج‌الاوتار» (ظاهراً متعلق به‌کتابخانهٔ خدابخش بتنه) را در صفحات ۳۰ و ۳۱ کتاب خودبه چاپ رسانیده اما درمتن‌به اختلاف‌نسخه‌های خطی که‌مورداستفادهٔ او بوده اشاره‌ای نکرده ونشانه‌ای ازنسخهٔ خطی «استخراج‌الاوتار» موجود در کتابخانهٔ مرادملا درآن دیده نمی‌شود. (آیا این نسخهٔ دومی رونویسی ازنسخهٔ اولی بوده است ؟)

درهرصورت مطالبی که آقای **احمد سعید** به عنوان متن کتاب «استخراج‌الاوتار» درچاپ خودآورده همان مطالبی است که درچاپ حیدرآبادآمده وباهمان

وضع آشفته ودرهم و برهم، ومخلوطی است از کتاب «استخراج‌الاوتار» ومطالب پراکنده‌ای از کتابهای دیگر که ذکرش گذشت.

امیدوارم در آیندهٔ نزدیك تحقیقی را که دربارهٔ کتاب «استخراج‌الاوتار» و «جمع‌الطرق‌السائره ...» به انجام رسانیده‌ام منتشر سازم. (۱)

۲/۱۳ـ (چهار)ـ «جمع‌الطرق‌السائره‌فی‌معرفة‌اوتارالدائره»

نام این کتاب را **بیرونی** در فهرست آثار خود (۲) به صورت فوق آورده ولی درپایان کتاب «استخراج‌الاوتار»(۳) نام آن را به‌صورت زیر ذکر کرده است: «کتاب عملته‌لحصرالطرق‌السائره‌فی‌استخراج‌اوتارالدائره»

نسخه‌ای خطی از این کتاب در کتابخانهٔ لیدن به شمارهٔ ۱۰۱۲ موجود است که توسط **سوتر** (H. Suter) به زبان آلمانی ترجمه و تفسیر شده است (۴) ـتا کنون همهٔ مورخان ریاضی گمان می کردند که این نسخه نسخه‌ای از کتاب «استخراج‌الاوتار» **بیرونی** است و**سوتر** هم با همین عنوان آن را ترجمه کرده است. اما وقتی به این نسخهٔ خطی دست یافتم و مطالب آن را با مطالب نسخه‌های چاپی کتاب «استخراج‌الاوتار» به دقت مقایسه کردم متوجه شدم که این نسخه با «استخراج‌الاوتار» اختلافات اساسی دارد و از روی قرائن مختلف و دلایل متعدد تردیدی برایم باقی نماند که این نسخه با وجودآنکه عنوانش «کتاب استخراج‌ـ

(۱)ـ خلاصهٔ بسیار فشرده‌ای ازمطالب این‌دوکتاب را درپایان مطالب‌شمارهٔ۲/۱۳ کتاب حاضرآورده‌ام.

(۲)ـ رجوع‌کنید به «آثارالباقیه» ص XXXVI

(۳)ـ رجوع‌کنید به «استخراج‌الاوتار» چاپ حیدرآباد، ص ۲۲۱ وچاپ مصر، ص ۲۸۶.

(۴)ـ رجوع‌کنید به «سوتر A» درفهرست منابع‌کتاب حاضر.

الاوتارفی‌الدائره بخواص‌الخط‌المنحنی‌الواقع‌فیها» است ولی همان کتاب «جمع‌الطرق‌السائره فی‌استخراج الاوتارالدائره» است که تا کنون مورخان ریاضی و فهرست‌نویسان آن را «استخراج‌الاوتار» می‌پنداشتند. عکس این نسخهٔ خطی‌را با ذکر دلایل مذکور در کتابی که دربارهٔ شرح وتفسیر آن نوشته‌ام درآیندهٔ نزدیك به چاپ‌خواهم رساند. واینك می‌پردازم‌به ذکرخلاصهٔ مطالب دو کتاب «استخراج‌الاوتار» و «جمع‌الطرق‌السائره».

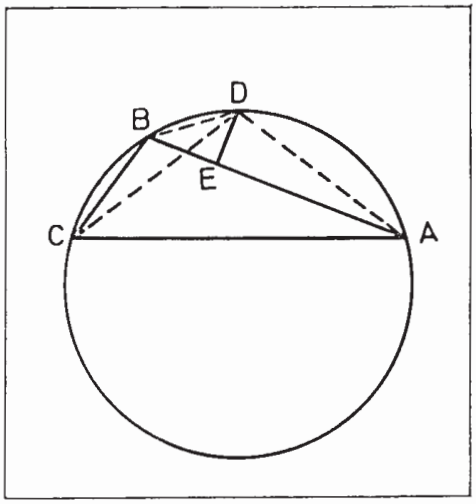
خلاصهٔ مطالب دو کتاب «استخراج‌الاوتار» و«جمع‌الطرق‌السائره»

این دو کتاب اگرچه با هم‌اختلافات اساسی دارندولی این اختلافات‌مربوط به تنظیم مطالب واستنتاج‌قضایا ازیکدیگر است وخلاصهٔ مطالب آنها از این قرار است:

استاد دراین دو کتاب ابتدا چهارقضیهٔ هندسی آورده با این تفاوت که در کتاب «استخراج‌الاوتار» این چهار قضیه را جداگانه ذکر کرده وبعداً نشان داده است که هر یك ازآنها را می‌توان ازقضایای دیگر نتیجه گرفت ولی در کتاب «جمع‌الطرق‌السائره» فقط دوقضیهٔ اول را ذکر کرده ودوقضیهٔ دیگر را درضمن استدلال آنها آورده است.

این‌چهار قضیه عبارتند از: (۱)

(۱)ـ رجوع‌کنید به‌کتاب «استخراج‌الاوتار» چاپ‌حیدرآباد، صفحهٔ۴: «اذا طف فی قوس مامن دائره خطمستقیم...»، صفحهٔ ۲۵: «اذاقسم قوس بنصفین و بقسمین مختلفین فان‌مضروب...»، صفحهٔ ۳۹: «فان‌القوس‌المعطاةاذا قسمت بنصفین وزیدعلیهامن دائرتها قوس...»، صفحهٔ ۴۵: «دعوی رابعة علی‌الخط‌المنحنی...».



(شکل ۱)

قضیهٔ اول [۱]ـ اگر از نقطهٔ دلخواه B واقع بردایرهٔمفروضی‌دووتر نامتساوی BA و BC را رسم کنیم واز نقطهٔ D وسط قوس ABC عمود DE را بروتر بزرگتر فرودآوریم پای این عمود وسط خط شکستهٔ ABC خواهد بود. یعنی مطابق با شکل

$$AE = EB + BC$$

این قضیه از **ارشمیدس** است و **استاد** برای آن بیست ویك برهان از خود وازدانشمندان دیگر ذکر کرده است که همهٔ آنها را در کتابی که در این باره نوشته‌ام آورده‌ام. واز میان همهٔ این استدلالها استاد یکی رادر کتاب «قانون مسعودی» ذکر کرده است [۲]

قضیهٔ دوم [۳] ـاگرقوسی مانند AC از دایره‌ای رادرنظر گرفته(رجوع کنید به شکل ۱) ووسط آن را D بنامیم ونقطهٔ دلخواهی مانند B روی همان قوس اختیار کنیم رابطهٔ زیر برقرار است :

$$\overline{AD}^2 = \overline{CD}^2 = AB \times BC + \overline{BD}^2$$

استادبرای این قضیه ده برهان‌ازخود وازدانشمندان دیگرذکر کرده است

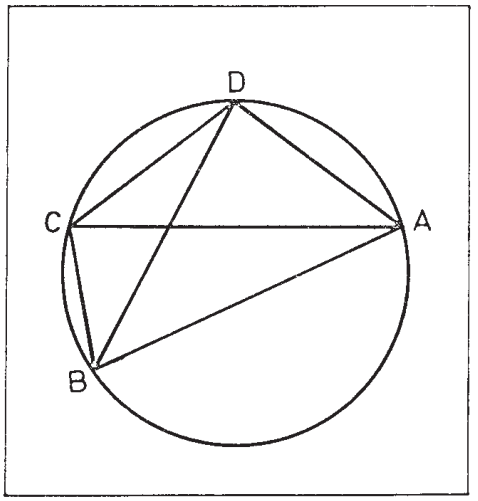
قضیهٔ سومـ اگروسط قوس AC از دایره‌ای را نقطهٔ D بنامیم (رجوع

---

(۱)ـ رجوع کنید به شمارهٔ ۶/۲۱کتاب حاضر. در آنجا استدلال این قضیه را خواهید یافت .

(۲)ـ رجوع‌کنید به شمارهٔ ۶/۲۱کتاب حاضر .

(۳)ـ رجوع‌کنیدبه شمارهٔ ۶/۲۲کتاب‌حاضر برهان این قضیه رادرآنجاخواهیدیافت



(شکل ۲)

کنید به شکل ۲) و در دنبال قوس AC قوس دیگر CB را از دایره جدا کنیم رابطهٔ زیر بین وترهای این قوسها برقرارخواهد بود.

$$AB \times BC + \overline{DC}^{2} = \overline{DB}^{2}$$

استاد برای این قضیه دو برهان آورده است .

قضیهٔ چهارمـ اگر AC قوسی از دایره و نقطهٔ D وسط آن و نقطهٔ B نقطهٔ دلخواهی از آن باشد و تصویر D را روی وتر بزرگتر نقطهٔ E بنامیم (رجوع کنید به شکل۱) تفاضل مساحتهای مثلث متساوی‌الساقین ACD ومثلث ABC مساوی است با حاصلضرب $DE \times EB$.

استاد برای این قضیه چهار برهان ازخود ودیگران آورده است .

سپس **استاد** بیست ونه مسألهٔ هندسی مختلف را که‌یامربوط به‌مطالب‌مختلف هیأت است ویا موضوع آنها محاسبهٔ اضلاع چندضلعیهای‌منتظم است با استفاده از قضایای فوق حل کرده است .

همهٔ این مسائل را در کتابی که دراین‌باره تألیف کرده‌ام به تفصیل آورده‌ام واز ذکر آنها دراینجا خودداری می کنم .

۲/۱۴ـ (پنج) ـ «**مقالیدعلم‌الهیئة**» [۷]

رجوع کنید به بخش هفتم کتاب حاضر

۲/۱۵ـ (شش) ـ «**مقالهٔ سوم کتاب قانون مسعودی**» [۱۰۴]

رجوع کنید به بخش ششم کتاب حاضر

۲/۱۶ـ (هفت) ـ «**کتاب ابی‌ریحان‌الی ابی‌سعید**» [۱۸۰]

این رسالهٔ مختصری است که در آن **بیرونی** اثبات « شکل مغنی » را از استاد خود **ابونصرعراق** * برای **ابوسعید سجزی** * نقل کرده است. یك نسخهٔ خطی ازاین رسالهٔ مختصر در کتابخانهٔ لیدن به شمارهٔ ۱۰۰۷ موجود است (۱) که درپایان آن نوشته شده« کتاب ابی‌ریحان‌الی‌ابی‌سعیدرحمةالله»

می‌دانیم که‌سه‌تن‌ازریاضی‌دانان بزرگ‌معاصر **بیرونی** یعنی **ابونصرعراق*** و**ابومحمود خجندی*** و **ابوالوفای بوزجانی*** مدعی اختراع « شکل‌مغنی » بوده‌اند ودر بخش هفتم کتاب حاضر خواهیم دید که **بیرونی** درمقدمهٔ کتاب«مقالید علم‌الهیئة» به تفصیل‌دراین‌باره بحث کرده وحق‌تقدم‌را ازاستادخود **ابونصرعراق*** دانسته ونوشته است که هنگامی که در ری بوده با **ابومحمود خجندی*** و **کوشیارگیلی*** ملاقات و راجع به این موضوع با آنان مذاکره کرده است . به احتمال قوی **بیرونی** رسالهٔ موردبحث‌را برای اثبات‌صحت رأی خودبه‌ریاضی‌دان معاصرش **ابوسعید سجزی** * نوشته واستدلال‌استادش **ابونصر عراق*** را درمورد «شکل مغنی » درمثلثات مسطحه ومثلثات کروی برای **سجزی** شرح‌داده‌است.

ثانیاً ـ ریاضیات‌عملی

۲/۱۷ـ(هشت)ـ**آثارالباقیه** [۱۰۵] (رجوع کنید به‌بخش‌پنجم‌شمارهٔ۵/۱)

(۱)ـ رجوع‌کنید به «فهرست لیدن»، ج۳ ص ۵۰ـ « بروکلمان ,S» ، ص۸۶۱ ش ۱۷ـ « بوآلو O» ص۲۴۰ ش ۱۸۰

۲/۱۸ـ (نه)ـ «فی تسطیح الصور و تبطیح الکور» [۴۸]

موضوع این کتاب مختصر تصویر صورسماوی ومواضع شهرهاو کشورها بر ـ صفحه است(۱) . **بیرونی** خود ازآن درفهرست آثارش نام برده و نوشته است کـه اصل آن در ده ورقه بوده است. یك نسخهٔ خطی ازآن در کتابخانهٔ لیدن به شمارهٔ ۱۰۶۵ موجود است وقسمتی ازآن درپایان کتاب «آثارالباقیه» آمده است (۲) کـه ترجمهٔ فارسی آن را دربخش پنجم (ازشمارهٔ ۵/۱۶ به بعد) کتاب حاضرخواهید یافت. همین قسمت را **فیورینی** (M. Fiorini) به زبان ایتالیایی ترجمه کرده و همهٔ کتاب ازروی نسخهٔ خطی لیدن توسط **سوتر** (H. Suter) به زبان آلمانـی ترجمه وتفسیر شده است (۳) .

۲/۱۹ـ (ده) ـ «تحدید نهایات الاماکن لتصحیح مسافات المساکن» [۱۹]

یعنی «تعیین مختصات جغرافیایی مکانها برای تصحیح فواصل شهرها».

موضوع این کتاب بیشترمربوط به جغرافیای ریاضی است ودرآن از تعیین عرض وطول جغرافیایی شهرها ومیل‌دایرةالبروج واندازه گیری زمان و خسوف و اختلاف طولهای جغرافیایی وروش تعیین سمت قبله بحث شده است .

بیرونی خود درپایان بخش اول این کتاب نوشته است(۴) : «و باید دانست که آنچه اکنون مقصود من است، هـرچند ازراه آن بـه عمد بیرون رفتم، این است که: به طور کلی راههایی را آشکار کنم که ازآنها جاهای روی زمین‌ازجهت

---

(۱)ـ Projection plane des constellations et des pays.

(۲)ـ ازصفحهٔ ۳۵۸ به بعد متن‌عربی «آثارالباقیه» چاپ زاخاو

(۳)ـ رجوع‌کنید به «بروکلمای S_1» ص ۸۷۴ ش ۱۳

(۴)ـ «ترجمهٔ فارسی‌کتاب تحدید»، ص ۳۴ و۳۵

طول میان خاور و باختر وازجهت عرض میان شمال وجنوب به درستی‌دانسته‌می‌شود وفاصلهٔ میان آنها به دست می‌آید، وآشکار شود که هر نقطه یا شهر در کدام جهت ازنقطه یا شهر دیگر واقع است؛ واما آنچه مخصوصاً مورد نظر است اینکه همهٔ اینها را برای شهرغزنه که پایتخت کشورمشرق است اندازه بگیرم، چه این‌شهر، به‌گمان آن کس که تقدیر را ازبشرمی‌داند، به تقدیر بشری وطن من است، وهمهٔ تقدیر درحقیقت مخصوص خدای یگانه است. ودرآن، اگر بتوانم پیوسته به‌آنچه ازخاطر دور نمی‌شود ازرصد کردن و کوشش علمی می‌پردازم، وقبلهٔ آن‌را درست می‌کنم (۱) که این‌کار تنها برای خودم نیست بلکه همهٔ مردمان آن دراین باره با من انبازند وهر کس که ازاین شهر بگذرد نیزدرآن شریك خواهد بود.»

***

یك نسخهٔ خطی نفیس ازاین کتاب دراستانبول (سلطان فاتح، شمارهٔ ۳۳۸۶) در ۱۷۱ ورق (۳۴۰ صفحه) موجوداست که کتابَتِ آن درماه‌رجب‌سال۴۱۶ ه. ق. (سپتامبر ۱۰۲۵ میلادی) درغزنه ودر زمان حیات **بیرونی** به پایان رسیده است. واگرچه برخی ازمحققان نوشته‌اند که ممکن است این نسخه خط دست خود **بیرونی** باشد ولی مسلم است که خط خود **بیرونی** نیست (۲). فیلم این نسخهٔ خطی‌در کتابخانهٔ مرکزی‌دانشگاه‌تهران (۳) موجوداست‌وعکس آن‌رادوست عزیزم آقای دکتر**منوچهرستوده** به من اهداء کرده‌اند.

***

(۱)- یعنی «جهت صحیح قبله را درشهر غزنه می‌یابم».

(۲)- رجوع‌کنید به مقالهٔ استاد مجتبی مینوی در«بررسیهایی‌دربارهٔ بیرونی»ص۳۸

(۳)- رجوع‌کنید به «فهرست میکروفیلمها» ج۱ ص ۲۹۷

متن عربی کتاب «تحدید» ازروی نسخهٔ خطی مذکور، درسال ۱۹۶۲میلادی هم درقاهره وهم درآنکارا به چاپ رسیده است. منتخباتی ازاین کتاب به زبانهای مختلف ترجمه وتفسیر شده است (۱)

درسال ۱۹۶۷ میلادی آقای **جمیل علی** متن کتاب «تحدید» را به زبان انگلیسی ترجمه کرده (۲) ودر مقدمهٔ آن نوشته است که آقای **دکتر کندی** (E. S. Kennedy) مشغول نوشتن شرحی براین کتاب است .

خوشبختانه دانشمند گرانمایه **آقای احمدآرام** این کتاب نفیس را به‌وجه شایسته‌ای به زبان فارسی برگردانده‌اند(۳) .معظم‌له نسخهٔ خطی ترجمهٔ خودرا پیش ازشروع به چاپ برای استفاده دراختیارمن گذاشتند وهمهٔ قسمتهایی را که درکتاب حاضر از« کتاب تحدید» نقل کرده‌ام ازروی ترجمهٔ ایشان است .

۲/۲۰ـ (یازده) ـ **«مقالةفی استخراج قدرالارض برصدانحطاط‌الافق عن‌قلل‌الجبال»** [۲۴] .

یعنی: «محاسبهٔ اندازهٔ (شعاع) کرهٔ زمین به وسیلهٔ رصد انخفاض افق از قله‌های کوهها» .

نسخهٔ خطی منتخبی ازاین مقاله درکتابخانهٔ برلین به شمارهٔ ۵۷۹۴ موجود است و **ویدمان** (Wiedemann) درسال ۱۹۰۸ میلادی مقاله‌ای درشرح آن نوشته است(۴) .

---

(۱)ـ رجوع‌کنید به « بوآلو» ص ۱۸۳

(۲)ـ عنوان این ترجمه این است :

The Determination of the Coordinates of Positions for the Correction of Distances between Cities (Amer. Uni. of Beirut , 1967)

(۳)ـ رجوع‌کنید به «ترجمهٔ فارسی‌کتاب تحدید» درفهرست منابع‌کتاب حاضر.

(۴)ـ رجوع‌کنیدبه « بروکلمان S_1» ص ۸۷۴ ش۱۶ـ « بوآلو»ص۱۸۴ ش۲۴

۲/۲۱ـ (دوازده) ـ **رسالة فی معرفة سمت القبله** [بو آلو ندارد]

ازاین رساله سه نسخهٔ خطی به شرح زیر در کتابخانه‌های ایران موجوداست وظاهراً درخارج ازایران نسخه‌ای ازآن دردست نیست .

الف ـ در کتابخانهٔ مجلس شورای‌ملی. فیلم وعکس همین نسخه در کتابخانهٔ مرکزی دانشگاه تهران موجوداست (فیلم شمارهٔ ۱۶۶۰ وعکس شمارهٔ ۵۵۵۷)

ب ـ در کتابخانهٔ دانشکدهٔ الهیات [۱] (به‌شمارهٔ مج ۳۴۱/۲.) این نسخه‌چنین شروع می‌شود: «نعنی بسمت‌القبله‌هاهنا نقطه فی‌الافق...» وچنین ختم می‌شود : «نخط علی ظل‌المقیاس خطافهو خط‌السمت». این رساله به‌غلط «الکتاب‌فی‌استعمال‌ـ الاسطرلاب» خوانده شده است .

ج ـ ونیزدر کتابخانهٔ‌دانشکدهٔ الهیات [۲] (به‌شمارهٔ مج۵۱/۲د.)آغازوانجا این نسخه مانند نسخهٔ قبل است .

د ـ در کتابخانهٔ مرکزی دانشگاه تهران [۳] به شمارهٔ ۱۹۷۱/۲

۲/۲۲ـ (سیزده)ـ **افراد المقال فی امر الاظلال** [۱۵]

یعنی: «تك گفتار دربارهٔ سایه‌ها [۴] »

این کتاب را **بیرونی** به نام **شیخ ابوالحسن مسافربن‌حسن** [۵] نوشته و

---

(۱)ـ رجوع‌کنید به «فهرست‌الهیات»، ج۱ ص۲۸۲

(۲)ـ رجوع‌کنید به «فهرست‌الهیات»، ج۱ ص ۲۲۳

(۳)ـ رجوع‌کنید به «فهرست دانشگاه»، ج ۸ ص ۵۸۳

(۴)ـ «اظلال» جمع «ظل» به معنی سایه است وممکن است «تانژانت» و «کتانژانت» نیز معنی دهد.

(۵)ـ **بیرونی** کتاب «تهذیب‌الفصول‌الفرغانی» را نیز برای همین شخص نوشته است (رجوع‌کنید به‌شمارهٔ ۲/۶۰ وشمارهٔ ۲/۴۸کتاب‌حاضر.)

نسخه‌ای خطی ازآن دربانکیپور موجود است(۱) .

این کتاب درجزو «رسائل‌البیرونی» درسال ۱۹۴۸ میلادی درحیدرآباد دکن به‌چاپ رسیده (رسالهٔ دوم ازمجموعهٔ مذکور) امّا متأسفانه گذشته ازآنکه‌غلط چاپی فراوان دارد ناقص است. وقسمتی ازآن اشتباهاً وارد کتاب «فی‌حرکات‌الشمس» تألیف **ابراهیم‌بن‌سنان‌بن‌ثابت‌بن‌قره** * شده است که آن نیز درجزو «رسائل‌ابن‌سنان» درسال ۱۹۴۸ میلادی درحیدرآباد دکن به چاپ رسیده (رسالهٔ سوم ازمجموعهٔ مذکور) .

چون مدت زیادی از وقت من برای پی‌بردن به این مطلب گرفته شد برای آنکه محققان دیگری که بخواهند این کتاب را مورد بررسی وتحقیق‌قرار دهند گرفتار همین سرگردانی نشوند لازم می‌دانم در اینجا نتیجهٔ بررسیهای خود را بنویسم .

۲/۲۳ـ همچنانکه در شمارهٔ ۲/۱۲ نوشتم نسخهٔ خطی شمارهٔ ۲۴۶۸ کتابخانهٔ بانکیپور شامل عدهٔ زیادی رساله از**بیرونی** وغیره است. گمان می کنم که این نسخه، قبل‌ازتجلید، اوراقش جا به جا شده بوده ودرموقع صحافی به این امر توجه نشده است. درنتیجه اوراق قسمتهایی ازبعضی از کتابها و رسالات آن مجموعه وارد اوراق کتابها ورسالات دیگرهمان مجموعه شده است. ودرموقعی که درحیدرآباد دکن خواسته‌اند این کتابها را جداگانه چاپ کنند متوجه این امر نشده‌اند. به همین علت است که مثلاً قسمت مهمی‌ازکتاب «التحلیل والتقطیع‌للتعدیل» **بیرونی** ، که تاکنون جزوآثار گمشدهٔ **بیرونی** به شمارمی‌رفت،درجزو کتاب «استخراج‌الاوتار» در«رسائل‌البیرونی» به چاپ رسیده است (رجوع کنیدبه

(۱)ـ رجوع‌کنید به «بوآلو» ص ۱۸۱ ش ۱۵

شمارهٔ ۲/۳۰). درهرصورت می گویم که بدون تردید: مطالبی که ازصفحهٔ ۳۴ (سطر نهم به بعد) کتاب «فی حرکات الشمس [۱]» تا صفحهٔ ۶۳ (سه سطر اول) همان کتاب به چاپ رسیده دنبالهٔ مطالب کتاب «افرادالمقال» تألیف **بیرونی** است که باید بعد ازسطر نهم صفحهٔ ۵ کتاب «افرادالمقال» به چاپ رسیده باشد.

این قسمت مشتمل بر بقیهٔ فهرست کتاب «افرادالمقال» وسه باب اول آن و قسمتی ازباب چهارم آن است.

***

اینك برای آنکه فهرست مطالب کتاب «افرادالمقال» وبابهای آن به طور کامل دردست باشد فهرست زیررا ازروی دو نسخهٔ چاپ شدهٔ «افرادالمقال» تألیف **بیرونی** و«فی حرکات الشمس»تألیف **ابراهیم بن سنان** * در اینجا تشکیل می دهم و به صفحات چاپ‌شدهٔ آن دو کتاب ارجاع می کنم:

مقدمهٔ کتاب«افرادالمقال»: از صفحهٔ ۳ «افرادالمقال» تا سطر هشتم همان کتاب وسپس ازسطر نهم کتاب «فی حرکات الشمس» تا آخر سطر دوازدهم همان کتاب.

باب اول کتاب «افرادالمقال»: «فی ان الحاجة الی الحرکة الاولی فی السماء نحوالمغرب ضروریة فی هذاالمطلوب منها» از سطر سیزدهم صفحهٔ ۳۸ کتاب «فی حرکات الشمس» تا آخرسطر اول صفحهٔ ۴۱ همان کتاب.

باب دوم کتاب «افرادالمقال»: «فی ذکر النوروالظلمه والضیاء والظل» از سطردوم صفحهٔ ۴۱ کتاب «فی حرکات الشمس» تا پایان صفحهٔ ۵۷ همان کتاب.

باب سوم کتاب «افرادالمقال»: «فی ذکر التغایر التی تلحق الظل فی المقدار

(۱)- تألیف **ابراهیم بن سنان بن ثابت**. رسالهٔ سوم از «رسائل ابن سنان» چاپ حیدرآباد دکن، ۱۹۴۸ میلادی.

والوضع » از آغاز صفحهٔ ۵۸ کتاب «فی حرکات الشمس» تا کلمهٔ اول «المائله» ازسطر چهارم صفحهٔ ۶۳ همان کتاب وسپس ازسطر دهم صفحهٔ ۵ کتاب «افرادالمقال» تا پایان صفحهٔ ۸ کتاب «افرادالمقال».

***

چون بقیه‌مطالب کتاب«افرادالمقال» در همان کتاب «رسائل‌البیرونی» چاپ شده موجود است فقط بـه ذکر عنوان‌بابها و صفحات کتاب « افرادالمقال » چاپی اشاره می کنم .

باب چهارم «فی‌مایرسمه‌اطراف‌الظل‌فی‌الافاق» ص ۹ تا ۱۱

باب پنجم «فـی‌التغاییرالتی تلحق‌الظـل مـن جهة اختلاف وضـع‌المضیء فی‌السمك» ص ۱۲ تا ۲۳

باب‌ششم : «فی‌الطریق‌الذی‌ینتظم به استعمال الظل‌والمقیاس» ص۲۳ تا ۲۸

باب‌هفتم : «فی‌الاقسام‌التی تقسم بهاالمقیاس» ص ۲۹ تا ۴۱

باب هشتم : «فی‌نقل انواع‌الاظلال بعضها الی بعض» ص ۴۱ تا ۴۹

باب نهم : «فی‌الظل‌المستوی والارتفاع واستخراج احدهمامـن‌الاخر اذاـ کان مجهولا » ص ۴۹ تا ۵۷

باب‌دهم : «فی‌ظل‌المعکوس والارتفاع و استخراج احدهمامن‌الاخراذاکان مجهولا» ص ۵۷ تا ۵۹

باب‌یازدهم : «فی‌الاشتراك بین نوعی‌الظل وتناسبهما واستخراج احـدهما من‌الاخر» ص ۵۹ تا ۶۱

باب دوازدهم : «فی‌جداول،تشتمل علی‌الاظلال مفروغامن حسابها و کیفیة أخذها» ص ۶۱ تا ۶۹

باب سیزدهم : «فی اثبات انواع الاظلال فی الاسطرلاب» ص ۶۹ تا ۷۳

باب چهاردهم : «فی اثبات ظل السلم فی الاسطرلاب» ص ۷۳ تا ۸۱

باب پانزدهم : «فی الاظلال المقیسة علی السطوح المائله أوعلی غیرها» ص ۸۱ تا ۹۰

باب شانزدهم : «فی معرفة ظل نصف النهار فی کل یوم مفروض» ص ۹۰ تا ۹۴

باب هفدهم : «فی ظل الاعتدال فی کل بلد» ص ۹۴ تا ۹۹

باب هجدهم : «فی تصحیح سمت نصف النهار بظلین أو بسمتین متساویین» ص ۹۹ تا ۱۱۲

باب نوزدهم : «فی تصحیح خط نصف النهار» ص ۱۱۲ تا ۱۱۵

باب بیستم : «فی استخراج خط نصف النهار بثلاثة اظلال متوالیه» ص ۱۱۵ تا ۱۲۰

باب بیست ویکم : «فی استخراج خط نصف النهار بقیسة واحدة کیف اتفقت» ص ۱۲۰ تا ۱۲۵

باب بیست ودوم : «فی مقادیر النهار واللیل وفصول المطالع» ص ۱۲۵ تا ۱۳۸

باب بیست وسوم : «فی معرفة الماضی والباقی من النهار بالظل» ص ۱۳۸ تا ۱۵۳

باب بیست وچهارم : «فی معرفة السمت ومطالعه» ص ۱۵۳ تا ۱۶۰

باب بیست و پنجم : «فی حکایة آراء الائمة فی اوقات الصلوة ومایضطر الیه فی تحقیقها» ص ۱۶۰ تا ۱۸۰

باب بیست و ششم : فی اثبات خطوط اوقات الصلوة والساعات علی الآلات» ص ۱۸۰ تا ۱۹۴

باب بیست‌وهفتم : «فی‌استعمال‌الظل فـی‌الشکل‌القطّاع وحساب‌علم‌الهیئة» ص ۱۹۳ تا ۲۰۲

باب بیست و هشتم : «فی‌معرفـة‌ابعادالارضیه و السمائیه وأعمدةالجبـال بالاظلال» ص ۲۰۲ تا ۲۰۹

باب بیست ونهم : «فی الابعادالسماویـة التی ترجع‌فیها الـی الاظلال» ص ۲۱۰ تا ۲۱۶

باب سی‌ام : «فی‌ذکر اشیاء تتصل‌بالظل ولم‌تشبه‌بما تقدم» ص ۲۱۶ تا ۲۲۶

۲/۲۳ـ (چهارده) ـ **«مقاله فـی‌النسب‌التی بین‌الفلزات و الجواهـر فی‌الحجم»** [۶۳]

یعنی: «مقاله‌در بارهٔ نسبتهایی که‌بین‌حجم فلزات‌وسنگهای‌قیمتی‌موجوداست»

موضوع این مقاله درواقع تعیین جرم مخصوص مواد معدنی مختلف است و یك نسخهٔ خطی ازآن در بیروت موجود می‌باشد وعده‌ای ازدانشمندان اروپایی‌آن را مورد بررسی وتحقیق قرار داده ودر بارهٔ آن چندین مقاله به زبانهای آلمانی‌و فرانسوی‌نوشته‌اند[۱] که‌ازهمهٔ‌آنها مهمترمقالهٔ **ویدمان** (E. Wiedemann) است.

ابوالفتح عبدالرحمان خازنی * منتخباتی ازآن را درمقالـهٔ سوم کتاب «میزان‌الحکمة» آورده [۲] ودرفهرست کتاب خود نوشته است[۳] : «المقالةالثالثة: فی‌النسب‌بین‌الفلزات والجواهرفی‌الحجم **لابی الریحان البیرونی** خمسة ابواب».

(۱)ـ رجوع‌کنید به «بوآلو» ص ۱۹۶ و۱۹۷ ش ۶۳

(۲)ـ رجوع‌کنیدبه «میزان‌الحکمة» صفحات ۵۵ تا ۷۸

(۳)ـ رجوع‌کنید به «میزان‌الحکمة» ص ۱۲

فهرست بابهای این مقاله در کتاب «میزان‌الحکمه» به شرح زیر است:

باب اول: فی نسب الفلزات الذائبه واوزانها بالرصد والاعتبار (درشش فصل)

باب دوم: فی رصد الجواهر الحجریة ونسب بعضها الی بعض فی الحجم (درچهار فصل)

باب سوم: فی رصد اشیاء سوی الفلزات والجواهر (دردوفصل)

باب چهارم: فی مقیاس الماء و اعتبار ذراع مکسر من الماء والفلزات ... (درسه فصل)

باب پنجم: فی دراهم تضاعیف بیوت الشطرنج... (درچهار فصل)

***

بیرونی دراین مقاله تحقیقات دقیقی دربارهٔ جرم مخصوص اجسام مختلف به عمل آورده است که به قول **الدومیه‌لی** (Aldo Mieli) ازجالب توجه‌ترین نتایجی است که توسط مسلمانان درفیزیك تجربی به عمل آمده است (۱).

بیرونی برای تعیین جرم مخصوص اجسام آلتی به‌کار می‌برده که آن را «الآلة المخروطة» نامیده‌است (۲). واین درواقع نخستین وقدیمترین نوع چگالیسنج (Pycnomètre) بوده است (۳). برای تعیین جرم مخصوص یك جسم ابتدا وزن آن را به دقت تعیین می کرده وسپس آن را در «آلة المخروطه» که پرازآب بوده فرومی‌برده و وزن آبی راکه ازآلت خارج می‌شده معین می کرده و نسبت وزن جسم را به وزن آب هم حجم آن جرم مخصوص جسم می گرفته است.

---

(۱)- رجوع کنید به «میه‌لیS» ص ۱۰۱

(۲)- شکل تقریبی این آلت را در مقابل صفحهٔ ۵۹ ازکتاب «میزان‌الحکمة» خواهید یافت.

(۳)- رجوع کنید به دایرة‌المعارف فارسی: چگالیسنج.

بیرونی جرم مخصوص چندین جسم را به دقت تعیین کرده است. به‌عنوان مثال بعضی‌ازنتایج اورا درجدول زیرمی‌آوریم تا دقت نتایجی که به دست آمده معین شود. این مقادیر براساس مقدار ۱۹/۲۶ برای جرم مخصوص طلا به دست آمده است. (۱)

ماده	نتایج بیرونی	نتایج کنونی
جیوه	۱۳٫۷۴	۱۳٫۵۹
مس	۸٫۹۲	۸٫۸۵
مفرغ	۸٫۶۷	۸٫۴ (تقریباً)
آهن	۷٫۸۲	۷٫۷۹
قلع	۷٫۲۲	۷٫۲۹
سرب	۱۱٫۴۰	۱۱٫۳۵

۲/۲۵ـ(پانزده) ـ«**کتاب فی استیعاب الوجوه الممکنة فی صنعة الاصطرلاب**»

یعنی: «بررسی همه‌جانبهٔ روشهای ممکن درساختن‌اسطرلاب» [۴۶]

این کتاب را **بیرونی** پیش‌ازسال ۳۹۰ هـ. ق. برای **ابوسهل عیسی بن یحیی جرجانی** * تألیف کرده است(۲) ویکی ازمهمترین و جامعترین کتابهایی

(۱)- اقتباس از «میه‌لی S» ص ۱۰۱ و «مصاحب: ابوریحان» ص ۳۱

(۲)- رجوع‌کنید به «کراوزه S»،ص ۴۷۹

است که دربارهٔ اسطرلاب نوشته شده .

چندین نسخهٔ خطی ازاین کتاب‌درکتابخانه‌های اروپا [۱] وچند نسخهٔ‌خطی ازآن درایران موجوداست به شرح زیر:

یك نسخه درکتابخانهٔ مجلس شورای ملی به شمارهٔ ۱۵۰ (فهرست مجلس، ج۲ ص۸۱) و فیلم آن در کتابخانهٔ مرکزی دانشگاه تهران به شمارهٔ ۱۶۶۰ (فهرست میکروفیلمها ، ج ۱ ص ۶۲۵) وعکس آن نیز در همان کتابخانه به شمارهٔ ۵۵۵۷

دونسخه درکتابخانهٔ مدرسهٔ سپهسالار به شماره‌های ۷۰۵ و۷۰۶ (فهرست سپهسالار، بخش سوم ص ۱۲۳) که ظاهراً اولی با یك واسطه از روی نسخهٔ خط مصنف نوشته شده است .

ونیز رجوع کنید به صفحات ۲۲۲ و۲۸۱ جلد اول «فهرست الهیات»

این کتاب را چندین‌تن ازدانشمندان اروپایی مورد تحقیق و بررسی قرار داده ومقدمهٔ آن راکه ازحیث تاریخ‌آلات نجومی بسیار مهم است به زبانهای مختلف ترجمه کرده ودربارهٔ آن مقاله‌ها نوشته‌اند [۲]

اینك فهرست مطالب این کتاب را از روی نسخهٔ عکسی شمارهٔ ۵۵۵۷ کتابخانهٔ مرکزی‌دانشگاه تهران‌دراینجا نقل می کنم‌تامحتویات‌آن معلوم‌شود:[۳]

---

(۱)- رجوع‌کنید به: «بوآلوO» ص ۱۹۱ ش ۴۶ - «بروکلمان S_1» ص ۸۷۳ ش ۵ و۶ - کراوزه S،ص ۴۷۹ ش ۲۱۸/۲ .

(۲)- رجوع‌کنید به «بوآلوO» ص ۱۹۱ ش ۴۶

(۳)- این نسخه چنین شروع می‌شود: « الحمدلله حق‌حمده، وصلوته‌علی محمد نبیه وعبده وعلی‌آله واصحابه -کتاب محمدبن‌احمدالبیرونی فی استیعاب الوجوه‌الممکنه فی‌صنعةالاصطرلاب - الانفس‌الصافیه ذوات فروع واشتیاق الی‌تصورالموجودات...»

دستور الدوایر ـ عمل دستور الاقطار ـ کیفیة الانتفاع بدستور الدوایر ـ عمل المدارات علی الصفایح ـ عمل الافق و مقنطرت الارتفاع ـ عمل خطوط الساعات الزمانیة ـ عمل منطقة البروج و قسمتها فی العنکبوت و یسمی شبکه ـ عمل رؤس الکواکب الثابتة فی العنکبوت ـ طریق اخر فی استخراج رؤس الکواکب الثابته فی العنکبوت ـ معرفة ابعاد الکواکب عن معدل النهار ـ معرفة الدرجات التی بتوسط السماء مع الکواکب و یسمی الممر لهما ـ عمل الدوایر السموت ـ وجه فی عمل هذه الدوایر لابی محمد السیفی ـ وجه عملها لابی محمود حامد بن الخضر الخجندی ـ عمل رؤس الکواکب الثابتة فی العنکبوت باستعمال دوایر السموت ـ تخطیط مقنطرات الانحطاط ـ تصحیح الاصطرلاب القدیمة و تقویمها لوقت مفروض ـ خرق العنکبوت و تشبیکها ـ عمل صفیحة التسییر ـ تخطیط الافق المطلع للبروج علی خلاف نضدها ـ تخطیط الساعات الزمانیة علی ظهر العضاده ـ عمل الاصطرلاب الزورقی ـ عمل الاصطرلاب المسطری ـ عمل الاصطرلاب الصلیبی ـ عمل الاصطرلاب اللولبی ـ حساب انصاف اقطار المدارات بجدول الاصل ـ استنباط مقادیر الدوایر و اوضاعها من جدول الاصل للاصطرلاب الشمالی ـ استخراج مساطر المختلفه من دستور المقنطرات ـ تخطیط الدوائر التی تحد البیوت الاثنی عشر عند التسویة علی مذهبی ـ عمل الاصطرلاب الملقب بالرصدی ـ عمل الاصطرلاب المبطخ ـ عمل الاصطرلاب المبطخ بانضمام قطبی الکرة ـ عمل الاصطرلاب الکامل بالتسطیح ـ الاصطرلابی ـ جوامع معانی کتاب ابی حامد الصغانی فی تسطیح التام ـ تخطیط القطوع الناقصه علی السطوح المستویة ـ تسطیح المدارات فی الشمالی الاصطرلاب و جنوبیه باختلاف قطب التسطیح ـ الاخبار عن کیفیة شکل الافق و المقنطرات فی کل واحد من نوعی الاصطرلاب ـ استخراج قطری القطع الناقص ـ عمل الافق او المقنطره قطعا ناقصا لاصطرلاب الشمالی ـ عمل الافق او المقنطرات قطعا مکافیا لاصطرلاب الشمالی ـ طریق اخر

فی تخطیط القطع المکافی ـ عمل الافق او المقنطرات قطعا زایداً للاصطرلاب الشمالی ـ وجه آخر فی تخطیط القطع الزایدلابی نصر منصور بن علی بن عراق فی کتاب السموت ـ حکایة البرکار التام وصفة حرکاته ـ عمل القطع الناقص بالبرکار التام ـ عمل القطع المکافی بالبرکار التام ـ عمل القطع الزاید بالبرکار التام ـ عمل الافق والمقنطرات بانواع القطوع لاصطرلاب الجنوبی کما تقدم ذلك فی الشمالی ـ عمل المقنطره فی الاصطرلاب الجنوبی ـ مقدمات لتسطیح الدوایر التی تحد السموت ـ تسطیح دایرة اول السموت ـ عمل دائرة من دوایر الارتفاع معلومة البعد فی الافق عن فلك نصف النهار قطعا ناقصا ـ عمل قطعا مکافیا ـ عمل قطعا زایدا ـ استخراج رؤس الکواکب الثوابت فی العنکبوت ـ طریق آخر فی استخراجها ـ صنعة حق (کذا) القمر ـ عمل الصفیحة الکسوفیة ـ عمل الالة المهیاه (کذا) لمعرفة رؤیة الاهلة.

۲/۲۶ـ (شانزده)ـ **«فی تسهیل التصحیح الاصطرلابی والعمل بمرکباته من الشمالی والجنوبی»** [۴۷]

یعنی: «چگونگی آسان کردن تصحیح اسطرلابی و به‌کاربردن آلات مرکب ازاسطرلابهای شمالی وجنوبی». دراین گونه اسطرلابهایك قسمت ازمنطقة البروج به مرکز قطب شمال روی صفحهٔ استوا تصویر می‌شود وقسمت دیگری ازآن به مرکب قطب جنوب روی همان صفحه تصویر می گردد.

یك نسخهٔ خطی ازاین رساله در برلین به شمارهٔ ۵۷۹۴ وظاهراً یك نسخهٔ دیگر ازآن درپاریس به شمارهٔ ۲۴۹۸/۱ موجود است(۱).

ویدمان (E. Wiedemann) درسالهای ۱۹۰۸ و۱۹۱۱ میلادی دو مقاله دربارهٔ این رساله نوشته و **نالینو** (C. Nallino) متن عربی یك قسمت مختصر

(۱)ـ رجوع کنید به «بوآلو» ص ۱۹۲ ش ۴۷

از پایان این رساله را در کتاب «علم‌الفلك» آورده و همان قسمت را **برنی** (H. Barani) در کتاب «یادنامهٔ بیرونی به انگلیسی» آورده است(۱).

اینك ترجمهٔ فارسی همین قسمت را از کتاب «تاریخ نجوم‌اسلامی» دراینجا نقل می‌کنم(۲):

«این‌دانشمند بزرگوار (= **بیرونی**)درآخر کتاب «اسطرلاب» خود فصلی درشناختن اندازهٔ محیط زمین آورده،وپس‌ازبیان طریق متعارفی دقیق این‌اندازه‌گیری چنین نوشته است: «وبرای دانستن آن روشی ذهنی هست که با برهان، صحت آن اثبات می‌شود ولی حل کردن آن، به علت خردی اسطرلاب وکوچکی مقدار چیزی که برآن بنا می‌شود، دشواراست. وراه‌کارآن است که برقلهٔ کوهی مشرف بردریا بردشت همواری بالاروی وغروب خورشید را رصد کنی، وازاین‌راه مقدار انحطاطی را که گفتیم به دست‌آوری؛ وارتفاع کوه را درجیب مستوی‌زاویهٔ متمم زاویهٔ انحطاط ضرب کنی، وسپس حاصل را برجیب منکوس خود زاویهٔ انحطاط تقسیم کنی و(دوبرابر) خارج قسمت را دربیست ودوضرب وحاصل را بر هفت تقسیم کنی، تا ازاین راه مقدار محیط زمین را، بنا برواحدی که با آن ارتفاع کوه را اندازه گرفته‌ای به دست‌آوری. وبرای ما در مورد این انحطاط و مقدارآن درمواضع بلند تجربه‌ای دست نداد(۳). وآنچه ما را دربیان این‌روش

(۱)- رجوع‌کنید به: «بوآلوO» ص ۱۹۲ ش ۴۷ - «علم‌الفلك» ص ۲۸۹ تا ۲۹۲ - «یادنامهٔ بیرونی به انگلیسی» ص ۳۲

(۲)- رجوع‌کنید به «تاریخ نجوم اسلامی» ص ۳۶۲

(۳)- بیرونی پس‌ازنوشتن‌کتاب «فی‌تسهیل‌التصحیح» این روش را عملا انجام داده است. رجوع‌کنید به «تاریخ نجوم اسلامی»، ص۳۶۴ به بعد - «ترجمهٔ فارسی‌کتاب تحدید» ص ۱۹۴ به بعد - «قانون مسعودی» ص ۵۳۰ و۵۳۱

جرأت داد، گفتهٔ **ابوالعباس نیریزی** * به نقل از ارسطولس است که بلندترین ارتفاع کوه، بنابرآنکه شعاع کرهٔ زمین تقریباً سه هزار ودویست میل باشد، پنج میل‌ونیم است. محاسبه نشان می‌دهد که مقدار انحطاط در کوهی به این بلندی باید تقریباً سه درجه بوده باشد. ودرمانندایین گونه چیزها باید به‌تجربه وامتحان‌توسل شود، وکامیابی جزازجانب خداوندتوانای دانا نیست»(۱).

۲/۲۷ـ (هفده)ـ«**حکایة‌الآلة‌المسماة‌السدس‌الفخری**»[۱۶۹]

یعنی: «حکایت آلتی که به «سدس‌فخری» موسوم است».

یك نسخهٔ خطی از این رساله در بیروت موجود است و L. Cheikho در مجلهٔ «المشرق» مقاله‌ای دربارهٔ آن نوشته است(۲).

می‌دانیم که «سدس‌فخری» ازاختراعات **ابومحمود خجندی** * است. **بیرونی** در کتاب «تحدیدنهایات‌الاماکن» از «سدس فخری» نام برده و عمل **ابومحمود خجندی** * را با آن آلت حکایت کرده و نوشته است(۳): «و سپس **ابومحمود حامدبن خضرخجندی**، به فرمان **فخرالدوله** در کوه‌طبرك‌چسبیدهٔ به شهرری، دو دیوار متوازی برخط نصف‌النهار به فاصلهٔ هفت ذراع از یکدیگر ساخت، وبرروی دودیوارطاقی زدکه درمیان آن سوراخ گردی به قطر یك وجب درآورده بود؛ ومرکز این سوراخ را مرکز سدس دایره‌ای قراردادکه برخط نصف‌النهار میان دو دیوار نهاده بود؛ سطح آن سدس با تخته و روی تخته با صفحهٔ

(۱)ـ برهان صحت این روش را درمنابع زیرخواهید یافت:«تاریخ نجوم اسلامی» ص ۳۶۳ به بعد ـ «یادنامهٔ بیرونی به انگلیسی» صفحات ۳۲ به بعد

(۲)ـ رجوع‌کنید به «بوآلو» ص ۲۳۷ ش ۱۶۹

(۳)ـ رجوع‌کنید به «ترجمهٔ فارسی‌کتاب تحدید» ص۷۶

برنجین پوشیده شده ومحیط آن به سیصد وشصت قسمت‌تقسیم‌شده بود که‌هر قسمت نمایندهٔ‌ده‌ثانیه‌بود. خورشید ازاین‌سوراخ برسطح‌نصف‌النهارمی‌تابید. و **ابومحمود** چنبری به‌اندازه نوری که برزمین می‌افتاد ساخت که مرکزآن محل‌تقاطع‌آشکار دوقطرآن بود؛ این چنبر رابرمحیط روشنی [آفتاب] می‌گذاشت و، ازروی‌محل قرارگرفتن مرکزآن، فاصلهٔ میان خورشیدوسمت‌الرأس را به دست‌می‌آورد(۱)»

وباز **بیرونی** درهمان کتاب«تحدید» دربارهٔ عظمت «سدس فخری»نوشته است (۲):

«واین سدس‌فخری، ازلحاظ بزرگی ودرستی، برهرچه پیش وپس‌ازآن به‌کاررفته، برتری دارد، چه **ابومحمود** درساختن اصطرلابها و افزارهای دیگر یگانهٔ زمان بوده»

۲/۲۸ـ (هجده)ـ **«رسالة فی‌الاصطرلاب»** [بوآلوندارد]

چند نسخهٔ خطی از این رساله درایران موجود است وذکری از آن در فهرستهای کتابخانه‌های خارج ازایران نیامده است. این نسخه‌ها عبارتنداز:

الف‌ـ نسخهٔ خطی شمارهٔ ۱۹۷۱/۲ کتابخانهٔ مرکزی دانشگاه تهران که‌در ۴۳ صفحه و۶۷ باب است وچنین شروع می‌شود(۳): «بسمله. قال‌الاسطرلاب‌اشرف الآلات‌المستعمله فی‌صناعة‌النجوم‌ومخصوص من‌بینها بخفة‌المؤنة‌فی‌الثقل والاستعمال مع‌سرعة‌الایقان‌علی‌المطلوب من احوال‌فلك‌الثابته...»

به‌نظر نمی‌آید که این همان «رسالة فی‌استعمال‌الاصطرلاب‌الکری» باشد که

(۱)ـ برای‌کسب اطلاع بیشتر دربارهٔ سدس فخری رجوع کنید به «قربانی: ریاضیدانان» صفحات ۱۶۴ تا ۱۶۶

(۲)ـ «ترجمهٔ فارسی‌کتاب تحدید» ص ۸۱

(۳)ـ رجوع‌کنید به «فهرست دانشگاه» ج ۸ ص ۵۸۳

درفهرست آثارمفقود بیرونی ذکرخواهم کرد (۱).

ب ـ نسخه‌های خطی شماره‌های (مج ۵۱ د) و (مج ۳۴۱ د) کتابخانهٔ دانشکدهٔ الهیات (۲) که عنوان اولی «کتاب‌الاستیعاب فی‌علم‌الاسطرلاب» وعنوان دومی «کتاب‌الاستیعاب‌فی‌معرفةالاسطرلاب» است. ولی این هردورساله غیراز کتاب «استیعاب الوجوه‌الممکنة فی‌صنعةالاسطرلاب» است که ذکرش درشمارهٔ ۲/۲۵ کتاب حاضر گذشت. هردو نسخه چنین شروع‌می‌شود: «بسمله: حسبی‌الله ونعم الوکیل و علیه توکلت والیه انیب. قال‌الاسطرلاب اشرف‌الآلات‌المستعمله فی صناعةالنجوم...»

ممکن‌است نسخهٔ خطی موجود دررامپور که **بوآلو** در تصحیحات و اضافات مقالهٔ خود (ص۳۹۲ش ۴۶) به‌آن اشاره کرده با این نسخه‌ها یکسان باشد.

۲/۲۹ـ (نوزده)ـ «**غرةالزیجات**» [بوآلوندارد]

این‌ترجمهٔ عربی کتاب «کرنه تلکه» (Karana Tilaka) توسط **بیرونی** است ویك نسخهٔ خطی ازآن‌دریکی از کتابخانه‌های احمدآباد هند پیدا شده‌است. باید دانست که **بیرونی** خود درعده‌ای ازآثارش بارها به‌این کتاب اشاره کرده. از جمله در کتاب «تحقیق‌ماللهند» چاپ حیدرآباد صفحات ۱۲۱ و ۲۶۶ و ۲۸۹ و ۳۶۴ و۳۸۴ و۳۹۲ و۴۱۰ و۴۱۹ و۴۲۰ و۵۱۱ و۵۱۳. ودر کتاب «قانون مسعودی» چاپ حیدرآبادصفحات ۹۷۳ و۱۳۱۳. ودر کتاب «تمهیدالمستقر» چاپ‌حیدرآباد صفحات ۲۷ و۳۲. ودر کتاب «افرادالمقال» چاپ‌حیدرآباد صفحات ۱۰۷ و۱۳۶ و ۱۵۲. درآغازنسخهٔ مذکورآمده است: «زیج بجیافندالبانارسی‌الذی‌سماه **کرن‌تلك**

(۱)ـ رجوع‌کنید به شمارهٔ ۲/۱۰۱ همین‌کتاب

(۲)ـ رجوع‌کنید به صفحات ۲۲۲ و۲۸۱ و۲۸۲ «فهرست‌الهیات»

ومعناه غرة الزیجات ـ قال الاستاد ابوالریحان محمد بن احمد البیرونی، کنت وجدت فی الهند زیجا مختصرا صغیرا عمله بجیاند بن جیانندو هو احد المفسرین ببلد البانارسی المقصود عندهم بالتعظیم من جهة الخله وسماه غرة الازیاج واحب بعض اصدقائنا نقله الی العربی..» (۱)

۲/۳۰ـ (بیست) ـ «**مقالة فی التحلیل والتقطیع للتعدیل**» [۱۱]

بیرونی خود نام این کتاب را به صورت زیر درفهرست آثارش آورده است: «وبسؤال احدمن شك فی جداول تعدیل الشمس ولم یهتد لطریق تحلیل حبش لها: مقاله فی التحلیل والتقطیع للتعدیل فی ۷۰ ورقة». ومعلوم می‌شود که استاد این کتاب را برای شخصی که در بارهٔ جدولهای تعدیل شمس (۲) شك داشته وروش تحلیلی **حبش حاسب*** را درست به‌کار نبسته بوده نوشته است.

بوآلو نام این کتاب را درجزو آثار مفقود بیرونی ثبت کرده ونسخه‌ای از آن نمی‌شناخته است (۳).

خوشبختانه درضمن مطالعه وتحقیق در کتاب «استخراج الاوتار» ازروی چاپ حیدرآباد به این نکته برخوردم که مطالب آن متشتت وپراکنده است و مضامین

---

(۱)- برای کسب اطلاعات بیشتر درایـن باره رجوع کنید بـه «مجلهٔ آریانا» سال بیست ویکم (میزان ۱۳۴۲) شمارهٔ نهم صفحات ۱ تا ۴ ـ این مقالـه مختصرشدهٔ مقالـهٔ دیگری است بـه قلـم سید صمد حسین رضوی کـه اصل آن به زبـان انگلیسی در مجلـهٔ Islamic Culture مجلـدات ۳۷ (سال ۱۹۶۳) و ۳۸ (سال ۱۹۶۴) و ۳۹ (سال ۱۹۶۵) چاپ شده است.

۲ـ مقصود از «تعدیل شمس» تبدیل حرکت متوسط خورشید به حرکت حقیقی است.

۳ـ رجوع کنید به «بوآلو O» ص ۱۸۰ ش ۱۱

آن به هم مربوط نیست وچون می‌دانستم (۱) که این نسخهٔ چاپی ازروی نسخه‌ای خطی به چاپ رسیده که اوراق آن پیش‌ازصحافی پراکنده و با هم مخلوط شده بوده است حدس زدم که ممکن است اوراق کتاب دیگری درنسخهٔ خطی مذکور با اوراق کتاب«استخراج‌الاوتار»درهم‌شده‌وچاپ کنندگان کتاب «استخراج‌الاوتار» متوجه این مطلب نشده باشند .

واین حدس من وقتی قریب به یقین شد که دیدم درصفحهٔ ۱۰۹ همان کتاب «استخراج‌الاوتار» چاپ حیدرآباد دوقضیه که اساس کتاب «استخراج‌الاوتار» است ازنو به عنوان مقدمه مطرح وثابت شده است ودرآغازآن آمده است :

«واذقدتبین‌هذانحتاج ان‌نبین مقدمتین‌تصل‌احداهما بالاخره **علی‌انی‌کنت افردت‌للخواص‌التی‌سنح‌منهما کتاباً کافیاً** ، ولکن‌لابد من اشارةالیهما واحداهما هی هذه »

وشك نیست که استاد دوقضیه را که‌درابتدای کتاب«استخراج‌الاوتار» آورده وبه وجوه مختلف ومتعددآنها را ثابت کرده دیگرآنها را دروسط همان کتاب به عنوان‌مقدمه‌نمی‌آورد.ونمی‌نویسد که « کتاب‌جداگانه‌ای‌درخواصی که‌ازاین‌دوقضیه استنباط می‌شود نوشته‌ام» .

خلاصه پس ازصرف وقت وحوصلهٔ بی‌حساب یقین حاصل کردم که مقداری ازکتاب «استخراج‌الاوتار» چاپ حیدرآباد یعنی ازصفحهٔ ۱۳۸ تا چهارسطر اول صفحهٔ ۱۵۴ آن ونیز ازصفحهٔ ۱۸۵ تانیمی ازسطراول صفحهٔ ۲۲۰ آن متعلق به‌یکی ازآثار **ابراهیم‌بن سنان‌بن‌ثابت‌بن قره** * است ویکی ازدلایل‌انکارناپذیراین‌امر این است که درصفحهٔ ۱۵۳ آمده است :

(۱)- رجوع‌کنید به شمارهٔ ۲/۲۳ کتاب حاضر

«وقدکان لجدی **ابی الحسن ثابت** فی ذلك ترکیب علی هذه الجهة» و پیدا است که **ابوالحسن ثابت بن قره*** جد **بیرونی** نبوده است(۱).

درضمن همین تحقیقات چنین نتیجه گرفتم که ازصفحهٔ ۱۰۹ تا صفحهٔ ۱۱۵ «استخراج الاوتار» چاپ حیدرآباد مقدمهٔ کتاب «فی التحلیل و التقطیع للتعدیل» **بیرونی** است که قسمتی ازآن نیز درصفحات ۲۲۰ به بعدآن چاپ شده است.

وازصفحهٔ ۱۱۵ تا صفحهٔ ۱۷۸ «استخراج الاوتار» چاپ حیدرآباد بقیهٔ مطالب کتاب «فی التحلیل والتقطیع» است.

بنابراین مقداری از کتاب «فی التحلیل والتقطیع للتعدیل» به صورت چاپ شده (ولی دارای غلطهای زیاد) فعلا موجود است که اگر نسخهٔ خطی اصل آن به دست کسی که واجد شرایط باشد بیفتد شاید بتواند قسمت اعظم این کتاب را ازروی آن استخراج کند.

اینك فهرست مطالب کتاب «**فی التحلیل والتقطیع للتعدیل**» را که تاآنجا که توانسته‌ام از روی نسخهٔ چاپی «استخراج الاوتار» بیرون آورده‌ام دراینجا می‌نویسم تا اگر کسی خواست درآن کتاب تحقیقی به عمل آورد مورد استفاده قرار دهد. شماره‌هایی که دردنبال هرمطلب نوشته‌ام اشاره‌است به صفحات کتاب «استخراج ـ الاوتار» چاپ حیدرآباد کن. خاطرنشان می کنم که مقاله‌های دوم وسوم این کتاب هریك دارای شانزده فصل است وعنوانهای فصلها تقریباً یکی است. جزآنکه فصلهای مقالهٔ سوم استدلال فصلهای مقالهٔ دوم است.

(۱)ـ جالب توجه است که آقای «استاداحمد سعیدالدمرداش» که به قول خود کتاب «استخراج الاوتار» را مورد تحقیق علمی قرار داده وآن را درسال ۱۹۶۵ در مصر به چاپ رسانیده متوجه این مطالب نشده است.

مقدمه (به‌طور ناقص) (از صفحهٔ ۱۰۹ تا ۱۱۴ واحتمالاً از صفحهٔ ۲۲۰ تا ۲۲۴)

مقالهٔ دوم ـ فی تعدید الحسابات لحل التعدیل... (۱۱۵)

فصل اول ـ فی حل التعدیل لنصف الدور بحساب انتجه الخاطری (۱۱۵)

فصل دوم ـ فی حل التعدیل بحساب سنح لی من خواص الخط المنعطف فی قوس دائره (۱۱۷)

فصل سوم ـ فی حل التعدیل بحساب اورده **محمد بن جابر البتانی** * فی زیجه (۱۱۸)

فصل چهارم ـ فی حل التعدیل بحساب اورده **محمد بن ابراهیم الفزاری** * فی زیج السند ـ هند الکبیر (۱۲۰)

فصل پنجم ـ فی حل التعدیل بالحساب الذی یقتضیه کتاب المجسطی (۱۲۱)

فصل ششم ـ فی حل التعدیل بحساب استخرجته (۱۲۲)

فصل هفتم ـ فی حل التعدیل بحساب اتجه لی (۱۲۳)

فصل هشتم ـ فی حل التعدیل بحساب تهیأ لی استخراجه (۱۲۴)

فصل نهم ـ فی حل التعدیل بحساب ادتنی الیه الفکرة (۱۲۵)

فصل دهم ـ فی حل التعدیل بحساب اورده **ابوداود سلیمان بن عصمة** * فی زیجه الذی عمله للنیرین (۱۲۶)

فصل یازدهم ـ فی حل التعدیل بحساب کان اتفق لی استخراجه (۱۲۸)

فصل دوازدهم ـ فی حل التعدیل بحساب اورده **ابوالعباس الفرغانی** * فی ـ تعلیله لزیج **محمد بن موسی الخوارزمی** * (۱۲۸)

فصل سیزدهم ـ فی حل التعدیل بحساب مختصر تضمنته رسالة مجهوله... (۱۲۹)

فصل چهاردهم ـ فی حل التعدیل بحساب اتفق لی (۱۳۰)

فصل پانزدهم ـ فی حل التعدیل بحساب اورده **حبش** * فی زیجه (۱۳۱)

فصل شانزدهم ـ فی الطرق الحائده عن نهج الصواب مما ذکره اصحاب الزیجات و غیرهم فی حل التعدیل (۱۳۱)

مقالهٔ سوم ـ فی ذکر البراهین الهندسیة علی الطرق الحسابیه فی حل التعدیل (۱۳۳)

فصل اول ـ فی برهان لی علی الحساب الذی انتجه الخاطر لی (۱۳۴)

فصل دوم ـ فی برهان علی حساب سنح لی من خواص الخط المنحنی فی قوس الدائره (صفحهٔ ۱۳۶ تا آخر صفحهٔ ۱۳۷)

فصل سوم ـ فی حکایة برهان **البتانی** * (۱) علی ما اورده هو **الهاشمی** * من الحساب (۱۵۵)

فصل چهارم ـ فی علة ما اورده الفزاری * فی زیج السند الهند الکبیر من الحساب (۱۵۶)

فصل پنجم ـ فی حکایة برهان الحساب الذی یشتمل علیه کتاب المجسطی (۱۵۸)

فصل ششم ـ فی برهان لی علی حساب استخرجته (۱۵۹)

فصل هفتم ـ فی برهان لی علی حساب کان اتجه لی (۱۶۱)

فصل هشتم ـ فی برهان لی علی حساب تهیا لی استخراجه (۱۶۳)

فصل نهم ـ فی برهان لی علی حساب ادتنی الیه الفکرة (۱۶۳)

فصل دهم ـ فی حکایة برهان **سلیمان بن عصمة** * فی حساب الذی اورده فی ـ زیج النیرین (۱۶۵)

(۱)ـ در نسخهٔ چاپی به غلط «البستانی» ثبت شده است. رجوع کنید به عنوان فصل سوم از مقالهٔ دوم در صفحه قبل .

فصل یازدهم- فی برهان کان اتفق لی استخراجه (۱۶۷)

فصل دوازدهم- فی برهان علی حساب **الفرغانی** * فی علل زیج الخوارزمی* (۱۶۸)

فصل سیزدهم- فی حکایة برهان صاحب الرسالة التی ظننت انه **سلیمان** * او **ابو جعفر** * علی حساب المختصر الذی ضمنه ایاها (۱۷۰)

فصل چهاردهم- فی برهان لی علی حساب کان اتفق لی (۱۷۱)

فصل پانزدهم- فی برهان لی علی عمل **حبش** * فی زیجه (۱۷۲)

فصل شانزدسم- فی علل الطرق الحائده عن نهج الصواب ما ذکرها اصحاب - الزیجاب وغیرهم فی حل التعدیل (۱۷۴)

در آغاز صفحهٔ ۱۷۹ «استخراج الاوتار» چاپ حیدرآباد آمده است «المقالة الرابعه فی معرفة ماتقدم ذکره بصنوف الاشتراك الواقعه بینها». ومطالب صفحات بعد از آن متشتت است. نمی‌دانم این مقالهٔ چهارم از همین کتاب «حل التعدیل» است یا نه.

۲/۳۱- (بیست ویك)- «**کتاب الدرر فی سطح الاکر**» [۱۴۳]

یك نسخهٔ خطی ازاین کتاب در کتابخانهٔ بودلیان موجود است(۱).

۲/۳۲- (بیست ودو)- «**تمهید المستقر لتحقیق معنی الممر**» [۴۵]

این کتاب دربارهٔ نجوم واحکام نجوم است ونسخهٔ خطی آن در بانکیپور موجود است(۲) ودرجزو «رسائل البیرونی» درسال ۱۹۴۸ میلادی درحیدرآباد دکن

(۱)- رجوع کنید به «بوآلو O» ص ۲۲۶ ش ۱۴۳ - مقدمهٔ متن «آثارالباقیه» چاپ زاخاو ص XXXXIX (= ۴۹)

(۲)- رجوع کنید به «بوآلو O» ص ۱۹۰ ش ۴۵

چاپ شده است (رسالهٔ سوم ازمجموعهٔ مذکور). درسال ۱۹۵۹ میلادی این کتاب توسط M. Safouri و A . Ifram به انگلیسی ترجمه وبا مقدمه وتفسیر توسط **دکتر کندی** (E. S. Kennedy) در دانشگاه امریکایی بیروت با عنوان زیر به چاپ رسید :

«Al - Bîrûnî on Transit» و American University of Beirut، Oriental Series, No. 32, 1959

این ترجمه توسط F. J. Carmody درصفحات ۲۵۲ و۲۵۳جلد ۵۳، سال ۱۹۶۲ مجلهٔ «ایسیس» وتوسط Owen Gingerich درصفحات ۹۹ و ۱۰۰ سال ۱۹۶۰ مجلهٔ « Sky and Telescope » معرفی شده است .

ج- فهرست آثارمفقودریاضی ونجومی بیرونی

۲/۳۳- گفتم که‌ازآثار موجود **بیرونی** فقط۲۲فقره مربوط به ریاضیات و نجوم‌است ودرصفحات‌قبل‌آنها را معرفی کردم. غیرازاینها **بیرونی** ۹۳جلد کتاب یا رساله یا مقاله دربارهٔ ریاضیات ونجوم واحکام نجوم داشته که ظاهراً از بین رفته‌است. البته‌ممکن است بعضی‌ازاین آثار که‌فعلا در دسترس‌نیست، ونمی‌توان دربارهٔ موضوع آنها اظهارنظرقطعی کرد،همه از یکدیگرمستقل نبوده و بعضی از آنها یك کتاب بوده باشد که با عنوانهای متفاوت نامگذاری شده.

درهرصورت اینك فهرست عنوانهای این ۹۳ جلد کتاب یا رساله را دراینجا ثبت می کنم که اگربعدها بعضی ازآنها درکتابخانه‌ها یافته شد (و این امربسیار ممکن است) بتوان به چگونگی واقعی وموضوع‌آنها پی برد .

اگرچه این آثارفعلا مفقود هستند ونمی‌توان به طورقطع آنها را برحسب موضوع تقسیم‌بندی کرد، بازتاآنجا که ازروی عنوانها واسامی آنها برمی‌آیدآنها را به چند دسته تقسیم می کنم ودربارهٔ بعضی ازآنها نکات مختصری را یادداشت می‌نمایم. شماره‌هایی که درآخرعنوان هر کتاب یا رساله بین علامت[ ] نوشته‌ام برای ارجاع به شماره‌های ترتیب مقالهٔ « بوآلو » است که آن را در فهرست منابع کتاب حاضر معرفی کرده‌ام(۱) .

الف ـ حساب

۲/۳۴- (یك)- «تذکرة فی‌الحساب والعدبارقام‌السندوالهند» [۳۴]

متن این کتاب ازبین رفته ولی قسمت مختصری ازآن در «آثارالباقیه» نقل شده است (رجوع کنید به شمارهٔ ۵/۱۰)

۲/۳۵- (دو)- «فی‌استخراج‌الکعاب و اضلاع ماورائه‌من مراتب‌الحساب» [۳۵]

۲/۳۶- (سه)-« کیفیة رسوم‌الهند فی‌تعلم‌الحساب»[۳۶]

۲/۳۷- (چهار)-«فی‌ان رأی‌العرب فی‌مراتب‌العدداصوب من‌رأی‌الهند فیها» [۳۷]

۲/۳۸- (پنج)- «فی‌سنکلت‌الاعداد»

بوآلودرصفحهٔ ۱۸۸ مقالهٔ خود کلمهٔ «سنکلت» را به صورت «سکلت» ثبت کرده ونوشته است که معنی آن معلوم نیست. اما در «التفهیم فارسی(ص ۳۸) و

(۱)- **بوآلو** درمقالهٔ خود « بوآلو» ترجمهٔ فرانسوی همهٔ عنوانهای‌کتابها و رساله‌ها ومقاله‌های بیرونی را آورده است .

«التفهیم عربی» (ص ۹۲) این کلمه به صورت سنکلت (Sankalita) نوشته شده و **استاد همائی** توضیح جامعی دربارهٔ آن داده ونوشته‌اند که معنی این کلمه «به هم جمع شده و به‌هم جمع کرده» است.

بیرونی خود در«التفهیم» نوشته است «عددهای مثلث کدامند؟ ایـن آنست که عددهای متوالی ازیکی تا آنجا که خواهی گرد کنی واین آنست که هندوان اوراسنکلت خوانند[۱]».

مقصودازعددهای مثلث که‌آنهارا به‌فرانسوی Nambres triangulaires می‌نامند اعدادی است که ازجمع کردن عددهای طبیعی متوالی‌حاصل می‌شودمانند ۱ و ۱+۲ و ۱+۲+۳ و غیـره. عـدد شمـارهٔ n ایـن رشتـه بـه صـورت $\frac{n(n+1)}{2}$ می‌باشد.

گمان می کنم که موضوع رسالهٔ مورد بحث محاسبهٔ مجموع اعـداد مصور بوده است. اعداد مصور اعدادی هستند که بتوان آنها را به وسیلهٔ نقاطی نشان داد که به طورمنظم دریك‌شکل هندسی ساده جا گرفته بـاشند.مثل عددهـای‌مثلث و عددهای مربع وعددهای مخروط وجز آنها (رجـوع کنید به شماره‌هـای ۳/۱۲۸ به بعد)

۲/۳۹ـ (شش)ـ «ترجمهٔمافی براهم سدهاندمن‌طرق‌الحساب»[۴۰]

۲/۴۰ـ (هفت)ـ «منصوبات‌الضرب» [۴۱]

---

(۱)ـ رجوع‌کنید به «التفهیم‌فارسی» ص ۳۸ و۳۹

ب ـ هندسه (۱)

۲/۴۱- (هشت)- «مقالة فی ان لوازم تجزیء المقادیر لاالی نهایة قریبة من امر- الخطین اللذین یقربان ولایلتقیان فی الاستبعاد» [۶۷]

گمان مـی کنم کـه بـه احتمال قوی آنچه در صفحات ۱۸۱ تا ۱۸۴ کتاب «استخراج الاوتار» که درحیدرآباد دکن به طبع رسیده از اصل این رساله بوده که صفحات آن در نسخهٔ خطی اصل آن بـا هم مخلوط شده. (رجوع کنید بـه شمارهٔ ۲/۲۳)

۲/۴۲ـ (نه)ـ «تحصیل الراحة بتصحیح المساحة» [۸۸]

ازاین کتاب بیرونی در صفحهٔ ۱۴ کتاب «استخراج الاوتار» چاپ حیدرآباد (صفحهٔ ۱۴) نام برده است.

۲/۴۳- (ده)ـ «تـرجمة کتاب فـی اصول الهندسه لاقلیـدس الـی لغة الهند» [۱۷۵]

ج ـ مثلثات

۲/۴۴- (یازده)- «مقالة فی نقل خواص الشکل القطاع الی مایغنی عنه» [۶۶]

د ـ تصویر جسم نما

۲/۴۵- (دوازده)- «تکمیل صناعة التسطیح» [۱۱۰]

---

(۱)- **بوآلو** درشمارهٔ ٦٦ مقالهٔ خود «مقاله فی نقل خواص الشکل القطاع الی مـا یغنی عنه» را جزو هندسه دانسته است ولی به احتمال قوی این مقاله در بارهٔ مثلثات بوده است ونام آن را درشمارهٔ ۲/۴۴ نوشته‌ام.

۲/۴۶ـ (سیزده)ـ «استیعاب فی تسطیح الکرة» [۱۳۹]

۲/۴۷ـ (چهارده)ـ «کتاب تسطیح الکره» [۱۴۲]

ه ـ مساحی

۲/۴۸ـ (پانزده)ـ «تذکره فی المساحة للمسافر المقوی» [۶۵]

ظاهراً این **مسافر مقوی** همان **ابوالحسن مسافر** است که بیرونی کتابهای شمارهٔ ۲/۲۲ و ۲/۶۰ همین فهرست را به نام او نوشته است.

و ـ نجوم وهیئة

۲/۴۹ـ (شانزده) ـ «المسائل المفیده و الجوابات السدیده، فی علل زیج ـ الخوارزمی*» [۱]

سوتر (H. Suter) درسال ۱۹۰۳ درطی مقاله‌ای اظهار نظر کرده بود که کتاب «تعلیل الزیج الخوارزمی» که توسط **ابن‌عزرای اسرائیلی** به عبرانی ترجمه شده همین کتاب بوده است ولی بعداً معلوم شد که نظروی درست نبوده ومؤلف آن کتاب **احمدبن المثنی بن عبدالکریم** بوده است (رجوع کنید به «تاریخ نجوم اسلامی، ص ۴۱۳ ش۱۲ ـ «علم الفلك» ص ۳۳۳، ملحق ۱۳)

بیرونی خود مسأله‌ای از این کتاب را در کتاب « استخراج الاوتار » آورده است.

(رجوع کنید به «استخراج الاوتار» چاپ حیدرآباد، صفحهٔ ۲۱ ـ ونیز رجوع کنید به همان کتاب صفحهٔ ۷۵)

۲/۵۰ـ (هفده)ـ «ابطال البهتان بایراد البرهان علی اعمال الخوارزمی*

فی زیجه» [۲]

بیرونی خود مسأله‌ای ازایـن کتاب را در کتاب «استخراج‌الاوتار» آورده است (رجوع کنید به کتاب «استخراج‌الاوتار» چاپ حیدرآباد صفحهٔ ۷۸)

۲/۵۱ـ (هجده)ـ «کتاب الوساطة» [۳]

بیرونی در بارهٔ ایـن کتاب درفهرست آثار خـود نـوشته است : «وعثرت **لابی‌الحسن‌الاهوازی** * علی کتاب فی هذا الباب‌ظلم فیه‌الخوارزمی* فاضطررت الی‌عمل کتاب‌الوساطة بینهما فی ۶۰۰ورقه (۱)» .

۲/۵۲ـ (نوزده)ـ «تکمیل‌زیج‌حبش * بالعلل وتهذیب‌اعماله من‌الزلل» [۴]

ازاین کتاب **بیرونی** درصفحهٔ ۱۵ کتاب «استخراج‌الاوتار» چـاپ حیدرآباد نام برده است .

۲/۵۳ـ (بیست)ـ «جوامع‌الموجودلخواطرالهنودفی حساب‌التنجیم» [۵]

۲/۵۴ـ (بیست‌ویك)ـ «تهذیب‌زیج‌الارکند» [۶]

۲/۵۵ـ (بیست‌ودو)ـ «خیال‌الکسوفین‌عندالهند» [۸]

۲/۵۶ـ (بیست‌وسه)ـ«فی‌امرالممتحن وتبصیرابن کیسوم‌المفتتن» [۹]

۲/۵۷ـ (بیست‌وچهار)- «اختلاف‌الاقاویل‌لاستخراج‌التحاویل» [۱۰]

۲/۵۸ـ (بیست‌وپنج)ـ «فـی‌تهذیـب‌الطرق‌المحتاج‌الیها فـی‌استخراج هیئة الفلك‌عندالموالید وتحاویل‌السنین وغیرهامن‌الاوقات» [۱۲]

۲/۵۹ـ (بیست‌وشش) «مفتاح علم‌الهیئة» [۱۳]

---

(۱)ـ رجوع‌کنید بـه صفحه XXXX (= ۴۰) از مقدمـهٔ‌کتاب «آثـارالباقیه» چاپ زاخاو

۲/۶۰ـ (بیست‌وهفت)ـ «تهذیب‌فصول‌الفرغانی*» [۱۴]

بیرونی خود دربارهٔ این کتاب نوشته است: «وعملت‌علی‌هیئة‌فصول‌الفرغانی **لابی‌الحسن مسافر** کتاباسمیته تهذیب فصول‌الفرغانی فی ۲۰۰ ورقة» و نیز رجوع کنید به شماره‌های ۲/۲۲ و۲/۴۸ کتاب حاضر. آن کتابها را نیزاستاد برای همین **ابوالحسن مسافر** نوشته است.

۲/۶۱ـ (بیست‌وهشت)ـ «کتاب فی‌استعمال‌دوائر السموت‌لاستخراج مراکز البیوت» [۱۶]

۲/۶۲ـ (بیست‌ونه)ـ «مقالة فی‌طالع‌قبة‌الارض وحالات‌الثوابت ذوات العروض» [۱۷]

۲/۶۳ـ (سی) ـ «مقالة صغیره فی‌اعتبارمقداراللیل‌والنهار فی جمیع‌الارض لتعریف کون‌السنة یوما تحت‌القطب» [۱۸]

۲/۶۴ـ (سی‌ویك)ـ کتاب فی‌تحقیق‌منازل‌القمر» [۶۱]

۲/۶۵ـ (سی ودو) ـ «فی‌الفحص عن‌نوادر **ابی‌حفص‌عمربن‌الفرخان*** [۶۲]

۲/۶۶ـ (سی وسه)ـ «الجوابات‌عن‌المسائل‌الوارده من‌منجمی‌الهند» [۷۱]

۲/۶۷ـ (سی‌وچهار)ـ «الجوابات‌عن‌المسائل‌العشر الکشمیریة» [۷۲]

۲/۶۸ـ (سی‌وپنج) «تنویر المنهاج‌الی‌تحلیل‌الازیاج» [۱۰۰]

۲/۶۹ـ (سی وشش)ـ «التطبیق‌الی‌تحقیق حرکة‌الشمس» [۱۰۱]

ازاین کتاب **بیرونی** در کتاب«استخراج‌الاوتار» (چاپ حیدرآباد‌صفحهٔ۶۹) نام برده است.

۲/۷۰- (سی‌وهفت)- «الادشادالی‌مایدرك ولاینال‌من‌الابعاد» [۱۰۶]

۲/۷۱- (سی‌وهشت)- «جلاءالاذهان فی زیج‌البتانی*» [۱۱۱]

۲/۷۲- (سی‌ونه)- «علل‌زیج جعفر المکنی‌بابی‌معشر*» [۱۱۳]

۲/۷۳- (چهل)- «الزیج‌المسعودی» [۱۴۱]

به احتمال قوی این همان «قانون‌مسعودی» است

۲/۷۴- (چهل‌ویك)- «اختصارالمجسطی» [۱۴۴]

۲/۷۵- (چهل‌ودو)- «کتاب فی‌لوازم‌الحرکتین» [۱۴۵]

۲/۷۶- (چهل‌وسه)- «کتاب‌الاستشهاد باختلاف‌الارصاد» [۱۴۶]

بیرونی خود در سه موضع از کتاب «آثارالباقیه» از کتاب فوق نام برده است.

یك جا دربارهٔ طول سال شمسی می‌نویسد(۱) : «علت اختلافی که در کمیت سال در رصدهای مختلف مشاهده می‌شود ازجهت چگونگی روشهایی که برای‌درك حقیقت آن‌به‌کار می‌رود نیست. بلکه علت آن‌است که اجرام‌سماوی بزرگ‌وآلاتی که برای رصدآنها به‌کار می‌رود کوچك هستند ودقت‌کافی ندارند» واشاره می کند که‌در کتاب«الاستشهادباختلاف‌الارصاد»تألیف‌خوددراین‌باره‌بیشتر گفتگو کرده‌است.

وباز درهمان کتاب به کتاب فوق اشاره کرده می‌نویسد(۲) : «همانگونه که من در بیشتر کتابهای خود و مخصوصاً در کتاب «الاستشهاد باختلاف‌الارصاد» عمل کرده‌ام».

ونیز درهمان «آثارالباقیه» دربارهٔ استخراج دوری نقطهٔ اوج ازنقطهٔ‌اعتدال

(۱)- «آثارالباقیه» ، ص ۱۰

(۲)- همان‌کتاب ، ص ۲۵

ربیعی می‌نویسد[۱] : «این روش قدما در استخراج اوج بود... واستاد من **ابونصر منصوربن علی‌بن‌عراق** *مولی امیرالمؤمنین را در بارهٔ استخراج اوج روشی است که در آن رصد سه نقطهٔ دلخواه ازفلك‌البروج، پس از به دست آوردن مقدار سال شمسی ، مورد احتیاج است ومن در کتاب«الاستشهاد باختلاف الارصاد» ثابت کرده‌ام که...»

۲/۷۷ـ (چهل‌وچهار)ـ «کتاب فی اعتبار مقدار اللیل والنهار بطریق تبعد عن مواضعات المنجمین والقابهم» [۱۵۵]

۲/۷۸ـ (چهل‌وپنج) ـ «ترجمة کتاب المجسطی لبطلمیوس الی لغة الهند» [۱۷۶]

۲/۷۹ـ (چهل‌وشش) ـ «مقالة فی الکلام علی الکواکب ذوات الاذناب والذوائب» [۵۸]

۲/۸۰ـ (چهل‌وهفت)ـ «مقالة فی تصفح کلام ابی سهل القوهی*فی الکواکب المنقضه [۶۰]

۲/۸۱ـ (چهل‌وهشت)ـ «فی غروب الشمس عندمنارة اسکندریه» [۲۵]

۲/۸۲ـ (چهل‌ونه)ـ«مقالة فی علة علامات البروج فی الزیجات من حروف الجمل» [۹۴]

۲/۸۳ـ (پنجاه)ـ «تصور امر الفجر والشفق فی جهتی الشرق والغرب من الافق» [۱۰۹]

۲/۸۴ـ (پنجاه‌ویك)ـ «مقالة فی دلالة الاثار العلویة علی الاحداث السفلیة» [۵۶]

---

(۱)ـ «آثارالباقیه» ، ص ۱۸۴و۱۸۵

بیرونی یك‌مسأله ازاین کتاب را در کتاب «استخراج‌الاوتار» آورده است (رجوع کنید به «استخراج‌الاوتار» چاپ حیدرآباد صفحهٔ ۷۹)

۲/۸۵ـ (پنجاه‌ودو)ـ «فی ابطال‌ظنون فاسده خطرت علی قلوب‌بعض‌الاطباء فی امر الکواکب‌الحادثة فی‌الجو» [۵۷]

۲/۸۶ـ (پنجاه‌وسه)ـ «مقاله فی‌مضیئآت‌الجو الحادثة فی‌العلو» [۵۹]

۲/۸۷ـ (پنجاه‌وچهار)ـ «مقاله فی‌البحث عن‌الطریقة‌المتعرفة‌المذکوره فی کتاب‌الاثارالعلویة» [۶۹]

ز ـ جغرافیای ریاضی

۲/۸۸ـ (پنجاه‌وپنج)ـ «کتاب تهذیب‌الاقوال فی‌تصحیح‌العروض والاطوال» [۲۰]

۲/۸۹ـ (پنجاه‌وشش)ـ «کتاب تصحیف‌المنقول من‌العرض‌والطول» [۲۱]

از این کتاب **بیرونی** در کتاب «استخراج‌الاوتار» به عنوان «کتاب فی تصحیح‌المقول بین‌العرض والطول» نام‌برده است. (رجوع کنید به «استخراج‌الاوتار» چاپ حیدرآباد، ص ۹سطر اول)

۲/۹۰ـ (پنجاه‌وهفت)ـ «مقالة فی‌تصحیح‌الطول‌والعرض لمساکن‌المعمور من‌الارض» [۲۲]

۲/۹۱ـ (پنجاه‌وهشت)ـ «مقالة فی‌تعیین‌البلدمن‌العرض والطول» [۲۳]

۲/۹۲ـ (پنجاه‌ونه)ـ «فی‌اختلاف‌ذوی‌الفضل‌فی‌استخراج‌الارض‌والمیل» [۲۷]

۲/۹۳ـ (شصت)ـ «کتاب‌الاجوبة والاسئلة‌لتصحیح‌سمت‌القبله» [۲۸]

۲/۹۴ـ (شصت‌ویك)ـ «ایضاح‌الادله علی کیفیة سمت‌القبله» [۲۹]

کتابخانه دانشکده معقول و منقول

۲/۹۵ـ (شصت‌ودو)ـ «تهذیب شروط العمل لتصحیح سموت القبل» [۳۰]

۲/۹۶ـ (شصت‌وسه)ـ فی تقویم القبلة ببست بتصحیح طولها وعرضها [۳۱]

۲/۹۷ـ (شصت‌وچهار)ـ «فی الانبعاث لتصحیح القبلة» [۳۲]

۲/۹۸ـ (شصت‌وپنج)ـ «تلافی عوارض الزلة فی کتاب دلائل القبلة» [۳۳]

۲/۹۹ـ (شصت‌وشش)ـ «تحدید المعمورة وتصحیحها فی الصورة» [۱۱۲]

ح ـ آلات نجومی وغیره

۲/۱۰۰ـ (شصت‌وهفت)ـ «فیما اخرج ما فی قوة الاصطرلاب الی الفعل» [۴۹]

۲/۱۰۱ـ (شصت‌وهشت)ـ «فی استعمال الاصطرلاب الکری» [۵۰]

ظاهراً این کتاب غیر از رساله‌ای است که در شمارهٔ ۲/۲۸ نامش را آورده‌ام

۲/۱۰۲ـ (شصت‌ونه)ـ «مقاله فی تعبیر المیزان لتقدیر الازمان» [۵۱]

۲/۱۰۳ـ (هفتاد)ـ «فی تحصیل الآن من الزمان عند الهند» [۵۲]

۲/۱۰۴ـ (هفتادویك)ـ «الکتابة فی المکاییل و الموازین و شرائط الطیار و الشواهین» [۱۰۷]

۲/۱۰۵ـ (هفتادودو)ـ «ترجمة کتاب فی الاصطرلاب لابی ریحان الی الغة الهند» [۱۷۷]

ط ـ گاهشماری

۲/۱۰۶ـ (هفتادوسه)ـ «تذکرة فی الارشاد الی صوم النصاری والاعیاد» [۵۳]

۲/۱۰۷ـ (هفتادوچهار)ـ «فی الاعتذار عما سبق لی فی تاریخ الاسکندر» [۵۴]

۲/۱۰۸ـ (هفتادوپنج)ـ «کتاب تنقیح التواریخ وامثال ذلك» [۱۰۳]

ی- اقلیمشناسی (Climatologie)

۲/۱۰۹- (هفتادوشش)- «فی الاختلاف الواقع فی تقاسیم الاقالیم» [۲۶]

۲/۱۱۰- (هفتادوهفت)- «مقالة فی صفة اسباب السخونة الموجودة فی العالم و اختلاف فصول السنة» [۶۸]

۲/۱۱۱- (هفتادوهشت)- «کتاب تقاسیم الاقالیم» [۱۵۴]

یا- احکام نجوم

۲/۱۱۲- (هفتادونه)-«تجرید الشعاعات والانوار عن الفضائح المدونه فی الاسفار» [۴۲]

بیرونی ازاین کتاب در کتاب «مقالید علم الهیئة» (نسخهٔ خطی ، صفحات ۳۷ و۴۱) نام برده است .

۲/۱۱۳- (هشتاد)- «مقالة فی تحصیل الشعاعات بابعد الطرق عن الساعات» [۴۳]

۲/۱۱۴- (هشتادویك)- «فی مطرح الشعاع ثابتاً علی تغیر البقاع» [۴۴]

۲/۱۱۵- (هشتادودو)- «المسائل البلخیة فی المعانی المتعلقة بانکسار الصناعة» [۷۰]

۲/۱۱۶- (هشتادوسه)- «مقالة فی تقسیط القوی والدلالات بین اجزاء البیوت الاثنی عشر» [۷۴]

۲/۱۱۷- (هشتادوچهار)-«مقالة فی حکایة طریق الهند فی استخراج العمر» [۷۵]

۱۱۸/- (هشتادوپنج)- «فی الارشاد الی تصحیح المبادی اشتمل علی النموذارات» [۷۷]

۲/۱۱۹- (هشتادوشش)- «مقاله فی تبیین رأی البطلمیوس فی السالخداه» [۷۸]

۲/۱۲۰- (هشتادوهفت)-«ترجمة کتاب‌الموالیدالصغیر لبراهیمهر »[۷۹]

نام صحیح براهیمهر Varàha Mihira است.

۲/۱۲۱- (هشتادوهشت)- «التنبیه‌علی صناعة‌التمویه‌وهی‌احکام‌النجوم»[۹۹]

۲/۱۲۲- (هشتادونه)ـ «البرهان‌المنیرفی‌اعمال‌التسییر» [۱۰۲]

بیرونی از کتاب فوق در کتاب «مقالید علم‌الهیئه» (نسخهٔ خطی صفحهٔ ۳۹) نام برده است.

۲/۱۲۳- (نود)- « کتاب‌الشموس‌الشافیه‌للنفوس»[۱۴۸]

۲/۱۲۴- (نودویك)- «ارشادفی‌احکام‌النجوم» [۱۴۹]

۲/۱۲۵- (نودودو)-«فی‌صفیحه‌التسییر» [۱۵۱]

۲/۱۲۶- (نودوسه)- « کتاب‌المدخل‌الی علم‌النجوم وعلی‌حدودالنحوس‌و المواضع‌القاطعة‌بالتجارب» [۱۵۲]

بخش سوم

فرهنگ مشروح اصطلاحات ریاضی کتاب «التفهیم»

مشتمل بر: مختصری دربارهٔ کتاب «التفهیم» ـ موضوع و چگونگی تدوین این بخش از کتاب حاضر ـ فرهنگ مشروح اصطلاحات ریاضی کتاب «التفهیم»

الف ـ مختصری دربارهٔ کتاب «التفهیم»

۳/۱ـ **کتاب التفهیم ونسخه‌های چاپی آن** ـ عنوان کامل این کتاب «کتاب التفهیم لاوائل صناعة التنجیم» است که **استاد بیرونی** آن را به دو زبان فارسی و عربی نوشته است و هر دو متن آن به چاپ رسیده و به زبان انگلیسی نیز ترجمه شده است.

متن فارسی آن با «تصحیح و مقدمه و شرح و حواشی» توسط استاد **جلال**

همائی درسالهای ۱۳۱۶ تا ۱۳۱۸ خورشیدی در تهران بـه طبع رسیده[۱] وطبع جدیدی نیز از آن هم اکنون در دست تهیه است.

متن عربی کتاب «التفهیم» وترجمهٔ آن به زبان انگلیسی توسط **رمزی ریت** (Ramsay Wright) درسال ۱۹۳۴ میلادی در اکسفورد به‌چـاپ رسیده است. دراین چاپ صفحات متن عربی و تـرجمهٔ انگلیسی رو بـه روی یکدیگر قـرار دارد[۲].

۳/۲ ـ **موضوع واهمیت کتاب «التفهیم»** ـ استـاد **جلال همائی** در مقدمهٔ فاضلانه‌ای که برطبع متن فارسی کتاب «التفهیم» نوشته‌انـد تحقیقی دقیق درمعرفی آن کتاب به عمل آورده‌اند که اینك چند مطلب از صفحات مختلف آن را دراینجا نقل می کنم:

«بالجمله استاد ابوریحان این کتاب را بـه خواهش ریحانـه بنت‌الحسین خوارزمی با اسلوب وروشی که‌بهتر و برتر از آن تصور نمی‌شود به‌طریق شرح‌حدود ورسوم منطقی بدون‌ادله و براهین ریاضی‌و به تعبیرخود استاد برسبیل‌مواضعات[۳] با موجزترین عبارات درچهارعلم اصلی یعنی هندسه وحساب وهیئت و احکام نجوم

(۱)ـ ازاین چاپ درکتاب حاضر با نشانهٔ «التفهیم فارسی» وبه خصوص در ایـن بخش، برای مراعات جانب اختصار با نشانهٔ اختصاری «ت» یادکرده‌ام.

(۲)ـ ازاین چاپ درکتاب حاضر با نشانهٔ «ترجمهٔ انگلیسی التفهیم» وبه خصوت دراین‌بخش، برای مراعات جانب اختصاربا علامت‌اختصاری «T» یادکرده‌ام وشماره‌هایی که به آنها ارجاع شده شماره‌های پایین صفحات ترجمهٔ انگلیسی است ـ بـرای عنوان انگلیسی این چاپ رجوع‌کنید به «ترجمهٔ انگلیسی التفهیم» درفهرست منابع کتاب‌حاضر.

(۳)ـ رجوع‌کنید به روبه‌روی صفحهٔ (T: ۲۱۰) سطر سوم«فقد آن لنا نذکرالمواـ ضعات فی‌صناعة‌احکام‌النجوم» ـ البته مقصود **بیرونی** از «مواضعات» دراینجا قراردادهایی است‌که بین علمای احکام نجوم درتعبیر اصطلاحات متداول درآن فن وجوددارد(قربانی)

ویك فن فرعی عملی یعنی اسطرلاب تألیف کرد.» (ت: صفحهٔ «ی»)

«تاریخ تألیف این کتاب به طورقطع سال ۴۲۰ هجری قمری است مطابق سنهٔ ۳۹۸ یزدگردی» (ت: صفحهٔ «یا»)

«آثار ابوریحان درزبان عربی فراوان است. اما درفارسی یگانه اثری که ازاوباقی مانده همین کتاب تفهیم است که به عقیدهٔ من اگرهمهٔ جهات را ازقبیل اشتمال برمواضیع علمی وفواید تاریخی وقدمت وصحت و اعتبار مطالب واهمیت ادبی وامثال اینها را درنظر بگیریم، بی‌شبهه بزرگترین وبهترین یادگارهای‌فارسی است ودرسراسر آثار فارسی بعدازاسلام هیچ نظیر ومانندی‌برای آن نتوان‌یافت» (ت: صفحهٔ «کو»)

«استاد ابوریحان خود این کتاب را به هردو زبان فارسی وعربی نوشته به‌این طریق که آن را نخست به فارسی یا به عربی تألیف فرموده و سپس عیناً به زبان دیگرنقل کرده وبه حدی دراین‌کار مهارت واستادی به‌کار برده است که‌تمیز اصل ازترجمه دشوار می‌نماید تا جایی که بعضی پنداشته‌اند هر کدام تألیفی است مستقل بدون اینکه ترجمهٔ دیگری باشد» (ت: صفحهٔ «کز»)

«در میان کتب نثرفارسی که به اهمیت معروفند وبه راستی هم در خور اهمیت‌اند هیچ کتابی را جامع همهٔ خصوصیات ومزایا که در کتاب تفهیم فارسی موجود است سراغ نداریم (ت: صفحهٔ «نو»)

«شیوایی‌تعبیر، جزالت اسلوب، زیبایی ورسایی الفاظ وعبارات، پختگی و سختگی معانی، سندیت واعتبار واستواری مطالب، قدمت اثر، تنوع مقالات وبحث کافی درهرموضع، پرمغزی واشتمال برفواید علمی و ادبی بیشمار، پیراستگی از

حشو وزواید، خالی بودن ازالفاظ ومعانی ناپسند ونادرست، اینها همه جزو مزایا و خصایص این کتاب‌است که‌مجموع آنهارا درهیچیك ازمؤلفات فارسی نتوانیم یافت.» (ت: صفحات «نو» و «نز»)

۳/۳ـ **اصطلاحات علمی کتاب «التفهیم»** ـ کتاب «التفهیم» مشتمل بر پنج باب است :

باب نخستین در هندسه ـ باب دوم درحساب و جبر و مقابله ـ باب سوم در هیئت و جغرافیا و معرفة الاقالیم ـ باب چهارم در اسطرلاب ـ باب پنجم در احکام نجوم .

بیرونی درهمهٔ این پنج باب اصطلاحات مربوط به علم یا فن مورد بحث را به طریق سؤال وجواب شرح داده است. در واقع کتاب «التفهیم» گنجینهٔ گرانبهایی ازاصطلاحات ریاضی ونجومی است که با کمال‌دقت ومهارت وباعبارات موجزودقیق تعریف شده است .

به قول **استاد همائی** : «یکی ازجهات اهمیت کتاب التفهیم این است که استاد ابوریحان درنوشتن این کتاب کوششی به سزا داشته که تا می‌تواند به جای لغتها واصطلاحهای علمی که درآن زمان به‌عربی متداول بوده است کلمات فارسی اصیل بگذارد. به طوری که هم عبارات مفهوم باشد وهم اسلوب کتاب ازشیوایی و بلاغت ادبی نیفتد. وبه راستی خوب ازعهده برآمده وکاری شگرف انجام داده‌است. ازاین جهت کتاب التفهیم با قطع‌نظر ازخصوصیات ومزایای دیگرمخزن پرمایه‌ای است ازلغات واصطلاحات وترکیبات قدیم فارسی» (ت: صفحهٔ نح»)

اگر کسی همهٔ اصطلاحات ریاضی و نجومی کتاب «التفهیم» را به ترتیب

الفبایی و با معادلهای آنها دریکی از زبانهای اروپایی فراهم آورد خدمتی بسزا به تاریخ علوم خواهد کرد که بدون تردید نزد محققان و دانشمندان مشکور خواهد بود. و این کاری است که نمونه‌ای از آن را دراین بخش از کتاب حاضر فراهم آورده‌ام.

ب- موضوع این بخش از کتاب حاضر و چگونگی تدوین آن

۳/۴- **شرح اصطلاحات ریاضی کتاب «التفهیم»** - بابهای اول و دوم کتاب «التفهیم» که اولی درهندسه ودومی درحساب است مشتمل بر بیش ازدویست اصطلاح ریاضی است که دراین بخش از کتاب به شرح آنها می‌پردازم.

اگرمی‌خواستم شرح اصطلاحات مربوط به هیأت و نجوم واحکام نجوم و اسطرلاب را نیز دراینجا بیاورم حجم این بخش از کتاب تقریباً ده برابر می‌شد و تناسب بین بخشهای مختلف کتاب ازبین می‌رفت. ازطرف دیگرشرح قسمتی‌ازاین اصطلاحات دراین کتاب که موضوعش معرفی آثار ریاضی استاد است لازم می‌نمود. این است که فقط به شرح اصطلاحات مربوط به حساب وهندسه که دربابهای اول ودوم «التفهیم» آمده است اکتفا می‌کنم[۱].

این اصطلاحات را به ترتیب الفبایی مرتب کرده درمقابل هر اصطلاح معادل انگلیسی آن را نوشته‌ام[۲]. درمواردی که اصطلاحی درمتنهای عربی و فارسی

(۱)- هدف اصلی من ازنگارش این بخش این است که آنچه، ازریاضیات قدیم، دانستنش برای درك مطالب بخشهای آیندهٔ کتاب حاضرلازم است درضمن شرح این اصطلاحات بیاورم تا بتوانم دربخشهای آیندهٔ کتاب به آنها ارجاع کنم.

(۲)- وهرجا ترجمهٔ انگلیسی اصطلاحاتی راکه **رمزی‌ریت** درترجمهٔ انگلیسی «التفهیم» آورده درست یا رسا نیافته‌ام صحیح آنها را نوشته‌ام.

«التفهیم» مختلف بوده است اصطلاح عربی را هم در مقابل اصطلاح فارسی ثبت کرده‌ام و اگر این اختلاف ناچیز بوده از آوردن اصطلاح عربی خودداری کرده‌ام.

درهمهٔ موارد ابتدا عین عبارات «التفهیم» فارسی را ازروی چاپ تصحیح‌شده توسط **استاد همائی** و با همان رسم‌الخط آورده‌ام و اگر توضیح مختصری برای فهم معنی کلمه‌ای لازم بوده آن توضیح‌را بعدازآن کلمه بین دوقلاب قرارداده‌ام. سپس هرجا لازم بوده به شرح اصطلاحات وتاریخچهٔ آنها پرداخته‌ام ویا به منابع معتبر ارجاع کرده‌ام. البته برای مراعات جانب اختصار ازشرح اصطلاحاتی که یا ساده هستند ویا امروزه متداول می‌باشند خودداری کرده‌ام.

درجمع‌آوری‌وتدوین این اصطلاحات ازدومتن فارسی وعربی کتاب«التفهیم» که شرحش گذشت استفاده کرده‌ام و چون تقریباً درهمهٔ صفحات این بخش از کتاب ناچار بوده‌ام به دومتن مذکور ارجاع کنم دو علامت قراردادی زیر را به کار برده‌ام:

ت = متن فارسی «التفهیم» چاپ **استادهمائی**
T = متن‌عربی‌وترجمهٔ‌انگلیسی «التفهیم»چاپ **رمزی‌ریت**

بنابراین نشانهٔ اختصاری (ت: ۴۱ = ۳۱: T) یعنی رجوع کنید به صفحهٔ۴۱ ازمتن فارسی یا صفحهٔ ۳۱ متن عربی کتاب «التفهیم». شماره‌های متن عربی شماره‌هایی است که درپایین صفحات ترجمهٔ انگلیسی چاپ **رمزی ریت** قراردارد.

ضمناً خاطرنشان می‌کنم که شماره‌هایی که درآغاز مطالب قرار داده‌ام به منظورسهولت ارجاع به آنها است ونه شمارهٔ ترتیب اصطلاحات.

ج- فرهنگ مشروح اصطلاحات ریاضی کتاب «التفهیم»

۳/۵- ابدال نسبت = Alternate ratio [۱]

ابدال نسبت چیست؟ اونسبت نخستین بسوم همچون نسبت دوم بچهارم بود (ت: T:۱۲ = ۲۰)

یعنی: درهر تناسب نسبت جملهٔ اول به جملهٔ سوم مساوی با نسبت جملهٔ دوم به جملهٔ چهارم است. به عبارت دیگر از تناسب $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ می‌توان نتیجه گرفت $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ واین را «ابدال نسبت» می گویند .

۳/۶- اجزای عدد = Aliquot parts

«اجزا» جمع «جزو» است و **بیرونی** این اصطلاح را در ضمن تعریف اصطلاحات دیگر به‌کار برده است[۲] . مقصود از اجزای یك عدد صحیح مثبت شمارنده‌های (= مقسوم‌علیه‌های) آن عدد است به استثنای خود عدد. مثلااجزای عدد ۸ عبارتنداز ۱ و ۲ و ۴

اصطلاح «جزو» به معنی «خارج‌قسمت» نیز به‌کار رفته است. رجوع کنیدبه اصطلاح «قسمت» (شمارهٔ ۳/۱۴۱)

---

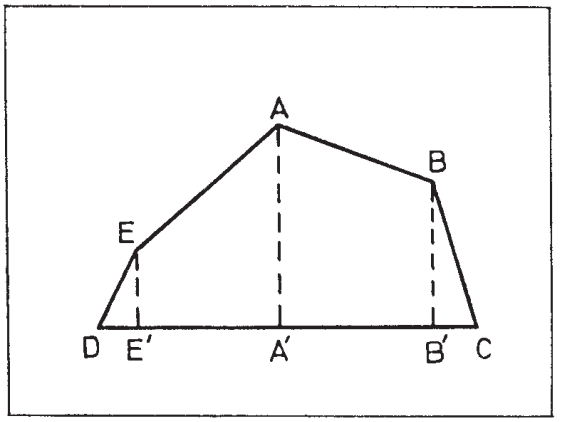
(۱)- **رمزی‌ریت** اصطلاح «ابدال‌نسبت» را Permutation ترجمه‌کرده ولی معادل انگلیسی‌درست‌آن Alternate ratio است(رجوع‌کنیدبه «هیثE» ج۲ص ۱۱۴ش ۱۲ وص ۱۳۴)

(۲)- رجوع‌کنید به شمارهٔ (۳/۱۰)

۳/۷ـ **ارتفاع شکل** = Altitude of figure (= Height)

> ارتفاع شکل چیست؟ـ ارتفاع **بلندی** باشد و آن بزرگترین عمودی باشد که از زاویهٔ شکل فرودآید برقاعدهٔ او، یا بر استقامت قاعده (ت: ۲۴ = ۱۶: T)

دراین تعریف اصطلاح «زاویه» به جای «رأس» و اصطلاح «استقامت» به‌جای «امتداد» به‌کار رفته است وصفت «بزرگترین» که درمورد مثلث زاید است شاید به این‌مناسبت اضافه شده که مثلا درشکل مقابل اگر CD را قاعدهٔ شکل بگیریم وازرأسهای A وB وE عمودهای AA′ وBB′ وEE′ را برخط راست CD فرود آوریم عمود ازرأس A بزرگترین عمود وبنابراین ارتفاع شکل (نظیر قاعدهٔ CD) است. ورجوع کنید به «هیث E» ج۲ ص۱۸۹ تعریف ۴



(شکل ۳)

۳/۸ـ **اضعاف** = Multiples

رجوع کنید به اصطلاح «امثال» (ش ۳/۱۰)

۳/۹ـ **اطول‌الاقصرین** = The longer of the short sides

اقصرالاقصرین = The shorter of the short sides

> پس دیگرضلعها را نامی هست؟ـ آن ضلع [ازمثلث] را که برابر [زاویهٔ] قائمه یا منفرجه باشد اورا **ضلع‌مهین** خوانند. و اندر مثلثهٔ قائم‌الزاویه خاصه‌او را **قطر** خوانندو **وترقائمه** نیز خوانند. اما دوضلع دیگررا، انك ازهردوخردترباشد اورا **اقصرالاصغرین** گویندآی° [= یعنی] **کوتاهترهردوخرد**

وانك ازهردو مهترباشد اورا **اطول الاصغرین** خـوانندآی° **درازترهردوخرد** (ت: ۱۱ = ۶: T)

این دواصطلاح امروزه نه متداول است ونه مفید. دراین تعریف آنچه امروزه «وترمثلث قائم الزاویه» می نامیم «قطر» نامیده شده است. **نالینو** در کتاب «علم الفلك» نوشته است که اصطلاح «**قطر**» برای ضلع روبه روی زاویهٔ قائمه شایسته ترودرستتر ازلفظ «**وتر**» مستعمل دراین زمان است، چه زاویهٔ قائمه در دایـره جزمقابل بـه بزرگترین وتر، یعنی قطر نتواند بود؛ وزوایای دیگر خواه حاده و خواه منفرجه روبروی اوتاری غیرازقطر نـد (رجوع کنید بـه «تاریخ نجوم اسلامـی» ص ۲۹۳ یادداشت شمارهٔ ۱۸)

۳/۱۰ـ **امثال** = Multiples

جزو ومثل چون باشد(۱)؟ـ هرگاه اندازه‌ای دیگراندازه‌را بپیماید بارهاواورا سپری کند چنانکه‌چیزی نماند، آن پیماینده را **جزو**خوانند وناچار خردترباشد. وآن بزرگترکـه پیموده شد، این جزورا **امثال**(۲) خـوانند. و**اضعاف** نیزخـوانند، آی° **دوتوها**. زیراکه همچند جزو بـاشدچندبار (ت:۱۸ = T :۱۱)

امروزه درمورد عددهای صحیح به جای «امثال» اصطلاع «مضرب» را به‌کار می بریم. مثلا رشتهٔ مضربهای عـدد۵ عبارت است از: ۵ و۱۰ و۱۵ و۲۰ و... و بـه

(۱)ـ در«التفهیم فارسی» آمده‌است: «جزو ومثل‌چون باشد» ودر «التفهیم‌عربی» نوشته شده است «مـا الجزء والامثال» و امثال صحیحتر می‌نمایـد زیرا اصطلاح «مثل» به معنی موردبحث به صورت مفرد به‌کار نمی‌رود. شاید دراصل نسخهٔ فارسی «التفهیم» هم «امثال» بوده وبعداً آن را به صورت «مثل» نوشته‌اند.

(۲)ـ یعنی: امثال این جزو

جـای «جـزو» اصطلاح «مقسوم‌علیه» را به‌کار می‌برنـد و بهتر است «شمارنـده» بگویند[۱] . مثلا شمارنده‌های عدد ۱۵ عبارتند از ۱ و۳ و۵ و۱۵. درمورداصطلاح «اجزا» که جمع «جزو» است (رجوع کنید به شمارهٔ ۳/۶)

لفظ «امثال» امروزه به صورت ترکیب دراصطلاح **«مجموع امثال»** بـه کار می‌رود. مثلا اتحاد زیر را

$$(a+b+c+\ldots)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + \ldots + 2ab + 2ac + \ldots$$

به صورت

$$(\Sigma a)^2 = \Sigma a^2 + 2\Sigma ab$$

می‌نویسند ومی‌خوانند: مربع مجموع امثال a [یعنی$(a+b+c+\ldots)^2$] مساوی است بـا مجموع امثال a^2 [یعنی$a^2+b^2+c^2+\ldots$] بـه علاوهٔ دوبرابر مجموع امثال ab [یعنی$ab+ac+bc+\ldots$]

۳/۱۱ـ برداشتن عدد = (رفع‌العدد) = Ascending reduction

> برداشتن عدد چیست؟ـ چون ماعددی داریم اندرمرتبه‌ای ازمرتبه‌های‌شستگانی‌وآن‌عدد بیشترازشست باشد اوراسوی‌آن مرتبه‌که زیراوست برداریم، یعنی برشست قسمت‌کنیم. اگـر نیزازشست افزون بود برشست‌قسمت‌کنیم‌تا سوی‌مرتبهٔ زیرین برآید وهمچنان همی‌کنیم تا بدرست رسد، اگر تـواند رسید. آنگاه بایستیم (ت: ۴۵ = ۳۴ : T)
>
> شرح بقیه این مطلب درشمارهٔ (۳/۱۴) آمده است

اصطلاح «بـرداشتن عدد» که معادل عربـی آن «رفع‌العدد» است در اینجا یعنی تبدیل عددی که در دستگاه شماردهگانی نوشته شده به معادل آن‌دردستگاه

(۱)ـ رجوع‌کنید به شمارهٔ (۳/۱۰۲)

شمارشصتگانی(۱) .

مثلا اگر ۱۱۰۴۵ **ثانیه** داشته باشیم، آن را به ۶۰ قسمت می کنیم می‌شود ۱۸۴ دقیقه (و۵ ثانیه باقی می‌ماند). باز۱۸۴ را بر ۶۰ تقسیم می کنیم می‌شود۳درجه (و۴ دقیقه باقی می‌ماند). بنابراین ۱۰۴۵ ثانیه پس از «برداشتن»یعنی پس‌ازرفع می‌شود: ۳درجه و۴ دقیقه و۵ ثانیه به عبارت دیگر

$$\frac{۱۱۰۴۵}{(۶۰)^۲} = ۳ + \frac{۴}{۶۰} + \frac{۵}{(۶۰)^۲} = \begin{matrix}\text{درجه} & \text{دقیقه} & & \text{ثانیه}\\ ۳ & \text{و}\ ۴ & \text{و} & ۵\end{matrix}$$

این مطلب درخور توجه است که **بیرونی** اصطلاح «رفع» یعنی «برداشتن» را فقط درمورد کسرهای‌شصتگانی بیان کرده است. درصورتی که اصطلاح«تجنیس» را، هم دربارهٔ کسرهای متعارفی و هم دربارهٔ کسرهای شصتگانی شرح داده‌است. (رجوع کنید به اصطلاح «تجنیس» شمارهٔ ۳/۲۳)

۳/۱۲ـ چگونگی ثبت اعداددردستگاه‌شمار شصتگانی‌درکتاب‌حاضر.

چون درطی کتاب حاضر بارها ناچار خواهم بود که اعداد را دردستگاه‌شمار شصتگانی بنویسم، وازطرف دیگرامروزه نوشتن اعداد دردستگاه شصتگانی با حروف جمل معمول‌نیست وباید اعدادی راکه درآن دستگاه نوشته می‌شودطوری ثبت کنم که برای خواننده به‌آسانی قابل درك باشد، ازاین فرصت استفاده کرده آنچه را دانستن‌آن موردلزوم است دراینجا می‌نویسم .

می‌دانیم که پایهٔ دستگاه شمار دهگانی (معمولی) عدد ۱۰است . یعنی واحد

(۱) **بیرونی**کسرهای‌ستینی (Sexagesimal)را به فارسی‌به صورت «شستگانی» وگاه نیزبه شکل «شستگانی» نوشته است. دراین‌کتاب (به‌استثنای عباراتی‌که ازالتفهیم نقل می‌کنم) همه جا این اصطلاح را به صورت «شصتگانی» می‌نویسم . رجوع‌کنید به «قربانی:کاشانی‌نامه» یادداشت ذیل صفحهٔ ۱۰۹

هرمرتبه (ازراست به چپ) ده برابر واحدمرتبه پیش‌ازآن ویك دهم واحد مرتبهٔ بعدازآن است. مثلا عدد ۵۶۱ر۳۷۹ را درواقع می‌توان چنین نوشت[۱]:

$$۳۷۹ر۵۶ = ۳ \times (۱۰)^{۲} + ۷ \times (۱۰) + ۹ + \frac{۵}{۱۰} + \frac{۶}{(۱۰)^{۲}} + \frac{۱}{(۱۰)^{۲}}$$

اما پایهٔ شمارشستگانی عدد۶۰ است یعنی واحد هرمرتبه ۶۰ برابر واحد مرتبهٔ پیش‌ازآن ویك شصتم واحدمرتبهٔ بعدازآن است.

قدما مرتبهٔ **آحاد** شمارشستگانی را مرتبهٔ **درجات** می‌نامیدند و در جهت نزول هردرجه را به۶۰ دقیقه وهردقیقه را به۶۰ثانیه وهرثانیه را به ۶۰ ثالثه و هرثالثه رابه۶۰ رابعه‌وغیره قسمت‌می کردند. به نحوی که بعدازمرتبهٔ **درجات** درجهت‌نزول مرتبهٔ **دقیقه‌ها** وبعدازآن مرتبهٔ **ثانیه ها** وبعدازآن مرتبهٔ **ثالثه ها** و**رابعه‌ها** و**خامسه‌ها** وغیره قرارمی گیرد که‌آنها را**کسرهای شصتگانی**(کسور ستینی) می‌نامیدند. واین مراتب را برعکس مراتب شماردهگانی ازراست به‌چپ می‌نوشتند. واسامی مرتبه‌ها را یا دربالای ارقام‌قرار می‌دادند ویا نام آخرین‌مرتبه را درسمت چپ آن می‌نوشتند، مگر وقتی که قرینه‌ای برای دانستن نام‌مراتب در دست باشد.

مثلا ۲درجه و۲۴ دقیقه و۱۱ ثانیه و۴۵ ثالثه را با **حروف جمل**[۲] به یکی ازشکلهای زیر می‌نوشتند:

درجه	دقیقه	ثانیه	ثالثه
ب	**کد**	**یا**	**مه**

(ازراست به چپ بخوانید)

(۱)ـ ونیزرجوع‌کنید به اصطلاح «مرتبه‌های وضعی» (شمارهٔ ۳/۱۸۳)

(۲)ـ رجوع‌کنید به شمارهٔ ۳/۱۰۰

ویا: ب کد یا مه ثالثه

(ازراست به چپ بخوانید)

این عدد را با ارقام هندی درشماردستگاه معمولی می‌توان چنین نوشت:

$$۲ + \frac{۲۴}{۶۰} + \frac{۱۱}{(۶۰)^۲} + \frac{۴۵}{(۶۰)^۳}$$

ویا

$$۲ + \frac{۴۵}{(۶۰)^۳} + \frac{۱۱}{(۶۰)^۲} + \frac{۲۴}{۶۰}$$

وهمچنین درجهت صعود هر ۶۰ درجه را یك واحد ازمرتبهٔ بالاتر محسوب می‌داشتند وآن را واحد مرتبهٔ **یك‌بار مرفوع** یا به طورخلاصه مرتبهٔ **مرفوع** می‌نامیدند. وهر ۶۰ واحد «یك بارمرفوع» رایك واحدازمرتبهٔ بالاتر قرار می‌دادند وآن را واحدمرتبهٔ **دوبار مرفوع** یا «مثانی» ومرتبهٔ بعد از آن را مرتبهٔ **سه‌بار مرفوع** یا «مثالث» ومرتبهٔ بعدی را مرتبهٔ **چهاربارمرفوع** یا «مرابع» وغیره می‌نامیدند.

ازطرف دیگر برای نوشتن اعداد در دستگاه‌شمار شصتگانی ۵۹ رقم لازم است که قدما آنها را با ترکیب حروف جمل می‌نوشتند[۱].

بنابراین وقتی در کتابهای ریاضی قدیمی به عددی مانندزیر برمی‌خوریم:

سه‌بارمرفوع دوبارمرفوع مرفوع درجه دقیقه ثانیه ثالثه

یب ید ب نو مب کا لح

باید دانست که مقصود عدد زیر است:

$$۱۲ \times (۶۰)^۳ + ۱۴ \times (۶۰)^۲ + ۲ \times (۶۰) + ۵۶ + \frac{۴۲}{۶۰} + \frac{۲۱}{(۶۰)^۲} + \frac{۳۸}{(۶۰)^۳}$$

(۱)- رجوع‌کنید به شمارهٔ ۳/۱۰۱

چون نوشتن این عدد به صورت فوق طولانی است برحسب قرارداد آن را در کتاب حاضرچنین می‌نویسم :

۳۸و۲۱و۴۲ ; ۵۶و۲و۱۴و۱۲

دیده می‌شود که این عدد ازهفت رقم شصتگانی تشکیل یافته [۱] که چهار رقم سمت چپ آن یعنی (۱۲)و(۱۴)و(۲)و(۵۶) ارقام قسمت صحیح وسه رقم سمت راست آن یعنی (۴۲)و(۲۱)و(۳۸) ارقام قسمت کسری هستند. علاوه براین مرتبه‌های شصتگانی ازچپ به راست درجهت نزولی نوشته شده است. ارقام‌مراتب مختلف به وسیلهٔ یك واو (و) ازهم جدا شده وقسمت صحیح عدد از قسمت کسری آن با علامت ; ازهم مجزا گردیده است .

به‌طورخلاصه در کتاب حاضر برای‌نوشتن اعداد در دستگاه شصتگانی از قرارداد زیر استفاده خواهد شد :

۳/۱۳ـ **قرارداد مهم** ـ در کتاب حاضر : **ارقام شصتگانی را با ارقام هندی** (به‌جای حروف جمل) **و مراتب را برخلاف قدما از چپ به راست می‌نویسم وبین هر دو مرتبهٔ متوالی یك واو (و) قرار می‌دهم و قسمت صحیح عدد ازقسمت کسری آن را با علامت ; ازهم جدا می‌کنم.**

اینك چند مثال :

۱۹و۷ ; ۴۳و۲۱ یعنی $۴۳ \times (۶۰) + ۲۱ + \frac{۷}{۶۰} + \frac{۱۹}{(۶۰)^۲}$

(۱)ـ در دستگاه شمار شصتگانی برای نوشتن اعداد به صفر وپنجاه ونه رقم‌احتیاج هست‌که آنها را باترکیب حروف جمل می‌نویسند. مثلا درعدد فوق ۱۲ یك رقم و۱۴ یك رقم و۵۶ یك رقم محسوب می‌شود. رجوع‌کنید به شمارهٔ ۳/۱۰۱

۳ ; ۱۶و۷و۲۵ یعنی $۳ + \frac{۱۶}{۶۰} + \frac{۷}{(۶۰)^۲} + \frac{۲۵}{(۶۰)^۳}$

۰ ; ۰و۵۳و۳۸ یعنی $\frac{۵۳}{(۶۰)^۲} + \frac{۳۸}{(۶۰)^۳}$

۳/۱۳ـ **بیرونی** درضمن تعریف اصطلاح «برداشتن عدد» که در شمارهٔ (۳/۱۱) آن را شرح دادم نوشته است: «**و درست هر چند بسیار باشد نباید برداشتن**» مقصود این است که فقط قسمت کسری اعداد را باید دردستگاه شمار شصتگانی نوشت ولی قسمت صحیح عدد باید دردستگاه شماردهگانی ثبت‌شود.

اصل این روش ازیونانیان است. یونانیان اعداد رادر دستگاه‌شصتگانی‌خالص نمی‌نوشتند بلکه دستگاه عددنویسی آنان ترکیبی بود از دستگاههای شصتگانی و دهگانی. مثلا **بطلمیوس** درکتاب «مجسطی» طول سال را به صورت زیر نوشته است[۱]:

۳۶۵ ۱۴ ۴۸

یعنی: $۳۶۵ + \frac{۱۴}{۶۰} + \frac{۴۸}{(۶۰)^۲}$

وچنانکه دیده می‌شود قسمت صحیح عدد در دستگاه دهگانی‌وقسمت کسری آن در دستگاه شصتگانی نوشته شده است.

با این‌حال **بیرونی** خود در کتاب «آثارالباقیه» مجموع تضاعیف خانه‌های شطرنج را رفع کرده است[۲]. همچنین در طیلسان مضعف»[۳] همهٔاعداد راهم در

(۱)ـ رجوع‌کنید به «لوکی R» ص ۴۱

(۲)ـ رجوع‌کنید به شمارهٔ ۵/۷

(۳)ـ رجوع‌کنید به شمارهٔ ۵/۳

دستگاه دهگانی وهم مرفوع آنها را در دستگاه شصتگانی نوشته که به‌عنوان مثال چندعدد از آنها را دراینجا می‌آورم :

دردستگاه دهگانی	دردستگاه شصتگانی باحروف جمل (ازراست به چپ)			دردستگاه شصتگانی موافق با قراردادشمارهٔ ۳/۱۳
۱۵۴۷۶۰	مب	نط	ك	۲۰ و۵۹ و۴۲
۴۳۴۱	۱	یب	کا	۲۱ و۱۲ و۱
۳۶۲۳	۱	۰	کج	۲۳ و۰ و۱

عددهای ستون سمت چپ همه عددهای صحیح هستند که در دستگاه شمار شصتگانی نوشته شده‌اند ومثلا

$$۴۲و۵۹و۲۰ = ۴۲ \times (۶۰)^۲ + ۵۹ \times ۶۰ + ۲۰$$

۳/۱۵ـ بسیار پهلو

رجوع کنید به اصطلاح «شکل بسیارپهلو» (شمارهٔ ۳/۹۴)

۳/۱۶ـ بسیط = Surface

رجوع کنید به اصطلاح «سطح» (شمارهٔ ۳/۸۳)

۳/۱۷ ـ بُعدهای جایگاه = (ابعادالمکان) = Dimensions of space

بعدهای جایگاه چه‌چیزند ؟ـ سه گونه‌اند یکی **درازا** و دیگر **پهنا** ودیگر **ژرفا**. وچنان نیست که‌نام‌درازا بربعدی‌اوفتد وبردیگران نتواند اوفتادن‌ولکن این نامها باضافت نهاده‌اند،

هرگه‌که یکی را ازآن بعدها **طول** نام‌کنی آن دیگرکه براو گردد **عرض** نام شود وآن سه‌دیگرکه برهردو گردد آن را **عمق** خوانند. وعادت مردمان چنان رفته است که‌درازترین بعدی‌را **طول**نام‌کنندآی° (= یعنی) **درازا** وانك ازاو کمتر است‌اورا **عرض** نام‌کنند آی° (یعنی) **پهنا** وسدیگر را **عمق** نام‌کنند آی° **ژرفا** و اگر **بلندی** بود**سمك** گویند ای (= یعنی) **بالا** (ت:۴ = T:۲)

۳/۱۸ـ **بلندی** = **(ارتفاع)** = Height

رجوع کنید به اصطلاح «ارتفاع شکل» (شمارهٔ ۳/۷) ونیز به اصطلاح «بعدهای جایگاه» (شمارهٔ ۳/۱۷)

۳/۱۹ـ **پهلو** = **(الضلع)** = Side

رجوع کنید به اصطلاع «مثلث» (شمارهٔ ۳/۱۶۸) و به اصطلاح «مخروط» (شمارهٔ ۳/۱۷۷) وبه اصطلاح «قوت وطول» (شمارهٔ ۳/۱۵۲) وبه اصطلاح «تضلیع» (شمارهٔ ۳/۲۶) وبه اصطلاح «ستون راست» شمارهٔ (۳/۸۱)

۳/۲۰ـ **پهنا** = **(عرض)** = Breadth

(رجوع کنید به اصطلاح «بعدهای جایگاه» شمارهٔ ۳/۱۷)

۳/۲۱ـ **تالی** = Consequent (Denominator)

مقدم وتالی کدامند؟ـ **مقدم** آن بودکه ازدو چیز بنسبت نخستین یادکنی و**تالی** آن بودکه ازپس یادکنی ومقدم رابدو منسوب کنی (ت:۱۹ = T:۱۲)

امروزه به جای «مقدم» و «تالی» اصطلاحات «صورت‌نسبت» و«مخرج‌نسبت» را به‌کار می‌برند.

۳/۲۲ـ تجذیر = Finding square root

تمویل و تجذیر چیست؟ـ **تمویل** مال‌کردن بود. ازیرا کچون عدد را اندر مثل اوزنی انچ گردآید او را **مال** خوانند. همچون هفت کاندرهفت‌زنی چهل ونه‌گرد آید واین **مال** هفت است. واما**تجذیر** آنست کچون مال‌دانی‌وخواهی که بدانی آن عدد که ازوآمده است چون اندر خویش ضرب کردند. وآن عدد را **جذر**خوانند. چون هفت‌مرچهل‌ونه‌را. وجذر اصل بود زیراکه پهلوی‌مربع جذرمال بود و اصل‌وی که ازوخاست. (ت: ۴۲ = T:۳۲)

مال یعنی قوهٔ (توان) دوم یا مربع عدد. امروزه به جای «تجذیر»اصطلاح «جذرگرفتن» یا «استخراج جذر» وبه‌جای «تمویل» اصطلاح «به قوهٔ دو رساندن» یا «به‌توان‌دو رساندن» می‌گوییم.

وجه تسمیهٔ «جذر» که **بیرونی** بیان کرده جالب توجه است. می‌گوید که ضلع مربع مانند ریشه (اصل) است که مربع ازآن بیرون‌آمده. به‌همین‌دلیل‌است که مثلا استخراج ریشهٔ پنجم یك عدد را قدما «استخراج ضلع اول به‌فرض‌آنکه عدد مال کعب باشد» می‌گفتند(۱).

۳/۲۳ـ تجنیس = Reduction

تجنیس چیست؟ـ این آنست که درست وشکسته داری ازمخرجی. آنگاه‌آن‌درستها را بمخرج ضرب‌کنی وآنچ گردآید برکسر بیفزایی تا جمله ازیکی جنس گردند(ت:۴۴ = T:۳۳)

(۱)ـ مثلا در «مفتاح‌الحساب» **غیاث‌الدین جمشید کاشانی** (ص۳۲) آمده است: «اردنا ان نستخرج الضلع‌الاول‌لهذا العدد... علی‌انه‌مال‌کعب» ـ برای‌کسب‌اطلاع ازمعنی اصطلاح «مال‌کعب» ونظایر آن رجوع‌کنیدبه «قربانی :کاشانی‌نامه» ص ۶۷ و برای دانستن قاعدهٔ استخراج ریشهٔ پنجم بارروش **کاشانی** رجوع‌کنیدبه همان‌کتاب،ص۸۲

این تعریف تجنیس است درمورد کسرهای متعارفی. واستاد بـه عنوان مثال عدد کسری $۳\frac{۱}{۴}$ را ذکر کرده که می‌دانیم قدما آن را به صورت $\frac{۱}{۴}\,^{۳}$ می‌نوشتند(۱) «ونمودهٔ او سه درست، وبا آن چهار یکی، و نهادن اوسه بود ویکی زیـر و چهار زیر یکی»

بیرونی جمع کسرها را نیز تجنیس نامیده ونوشته است:

> « ونیز چـون کسـرهـای مختلف بـاشند جملـه کـردن آن تجنیس بود »

وبه عنوان مثال حاصل‌جمع دو کسر $\frac{۲}{۷}$ و $\frac{۳}{۵}$ را چنین به‌دست‌آورده است:

$$\frac{۲}{۷}+\frac{۳}{۵}=\frac{۱۰}{۳۵}+\frac{۲۱}{۳۵}=\frac{۳۱}{۳۵}$$

کسر $\frac{۳۱}{۳۵}$ را که امروزه «سی‌ویك سی‌وپنجم» می‌خوانیم **بیرونی** «سی‌ویك ازسی‌وپنج» نامیده است.

واما دربارهٔ کسرهای شصتگانی (ستینی) فرموده است:

> ونیزچون کسورشصت گانی بود انك‌منجمان‌بکار دارند،چون دقیقه وثانیه ومانندآن، اگرتجنیس خواهیم‌کردن زبـرتـرین مرتبه را درشصت ضرب‌کنیم وانچ گردآید برآن بیفزائیم کـه زیراوست و نیزبشصت ضرب‌کنیم وبرآن افزون‌کنیم کـه زیر اوست وهمچنین همی‌کنیم تا بزیرترین مرتبه رسیم . پس آن همه از جنس آن‌مرتبهٔ زیرین‌شده باشد (ت:۴۴ = T:۳۳)

وسپس مثال زیررا ذکر کرده است:

$$\frac{۳}{۶۰}+\frac{۴}{(۶۰)^{۲}}+\frac{۵}{(۶۰)^{۳}}=\frac{۱۱۰۴۵}{(۶۰)^{۳}}$$

(۱)- برای‌کسب اطلاع بیشتردراین باره رجوع‌کنید به «قربانی: **کاشانی نـامه**» ص ۱۰۱ ش ۱۶۲

یعنی سه دقیقه وچهارثانیه وپنج ثالثه می‌شود ۱۱۰۴۵ ثالثه.

۳/۲۴ـ **تخطی** = (؟) Trial and error (۱)

> تخطی چیست؟ـ این آنست که بجذر بیرون‌آوردن یك‌مرتبه یا بیشتردست بازداری وبگوئی،درجذر بیرون آوردن، یکون لایکون یکون، وبکعب بیرون‌آوردن، یکون‌لایکون‌ولایکون یکون. وگروهی بجای یکون یعطی گویند ومراد آنست تا مرتبهٔ دهندهٔ آخرین دانسته‌آید (ت:۴۳ = T:۳۳)

چنانکه‌می‌دانیم، برای‌جذر گرفتن‌ازعددی‌مفروض، ارقام‌آن عدد را ازسمت راست دو به‌دو جدا می کنیم. یعنی عدد را ازسمت راست‌به طبقه‌های دورقمی‌تجزیه می کنیم. آخرین طبقهٔ سمت چپ یك یا دورقم خواهد داشت. (عدهٔ ارقام جذر مساوی است با عدهٔ این طبقات). سپس جذر تقریبی آخرین طبقهٔ سمت چپ را می گیریم وعمل را چنانکه می‌دانیم ادامه می‌دهیم .

همچنین برای استخراج کعب ازعددی مفروض، ارقام آن عدد را از سمت راست به طبقه‌های سه‌رقمی تجزیه می کنیم. آخرین طبقهٔ سمت چپ یك یا دویا سه رقم خواهد داشت. (عدهٔ ارقام کعب مساوی است با عدهٔ این طبقات). سپس کعب تقریبی‌آخرین طبقهٔ سمت چپ را استخراج می کنیم‌وعمل‌را چنانکه‌می‌دانیم ادامه می‌دهیم .

بیرونی این عمل جدا کردن ارقام را درهنگام استخراج جذر یا کعب عمل **تخطی** نامیده است وبه‌جای‌آنکه بگوید ارقام عدد را درمورد جذر دو به‌دو جدا می کنیم گفته است ارقام را ازسمت راست یکون ولایکون می‌نامیم. ونیز به

(۱)ـ **رمزی‌ریت** درترجمهٔ انگلیسی «التفهیم» اصطلاح « تخطی » را این گونه ترجمه‌کرده است وبه نظرم‌درست نمی‌آید ومن درزبانهای‌فرانسوی وانگلیسی‌وآلمانی معادلی برای «تخطی» به مفهومی‌که استاد بیرونی استعمال‌کرده‌است نمی‌شناسم .

جای آنکه بگویدارقام عددرا درمورد کعب سه به سه جدا می کنیم گفته است که آنها را یکون ولایکون می نامیم .

در کتابهای حساب دیگر مانند«عیون‌الاصول»[۱] تألیف **کوشیار گیلی** * و«شمارنامه»[۲] تألیف **محمدبن ایوب طبری** * و«المقنع»[۳] تألیف **علی بن احمد نسوی** * به‌جای این نوشته‌اند که‌درمورد‌جذر،ارقام رااز سمت‌راست‌منطق واصم(جذرولاجذر)ودرمورد کعب‌منطق‌واصم‌واصم(کعب‌ولاکعب‌ولاکعب) می نامیم.

غیاث‌الدین جمشید کاشانی * در کتاب «مفتاح‌الحساب»کاررا ساده کرده وگفته است[۴] که عددرا ازسمت‌راست به **ادوار** (= جمع‌دور) تجزیه می کنیم و عدهٔ ارقام هردورمساوی است با شمارهٔ ریشه‌ای که می‌خواهیم بگیریم. مثلادرمورد استخراج کعب، عدد را ازسمت راست به دورهای سه‌رقمی تجزیه می کنیم.

۳/۲۵ـ **ترکیب نسبت** = Composition of ratio

> ترکیب نسبت چیست؟ـ این نسبت جملهٔ نخستین و دوم بدوم همچون نسبت جملهٔ سوم وچهارم به چهارم است.
> (ت:۲۰ = ۱۳-۱۲:T)

ترکیب نسبت یعنی تناسب $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ را به صورت $\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$ نوشتن.

۳/۲۶ـ **تضلیع** = Finding cube root

---

(۱)ـ رجوع‌کنید به «قربانی: ریاضیدانان» ص ۱۸۹ و۱۹۱ (بابهای هشتم ودهم ازکتاب «عیون الاصول»که عکس نسخهٔ خطی آن درآنجا به چاپ رسیده)

(۲)ـ رجوع‌کنید به «شمارنامه» ص ۲۷ و۳۵

(۳)ـ رجوع‌کنید به «قربانی: نسوی‌نامه» ص ٦٦ ش ۴۴

(۴)ـ برای‌کسب اطلاع بیشتر دراین‌باره رجوع‌کنید به «قربانی:کاشانی نامه» ص ۷۰ ش ۱۲٦

تکعیب و تضلیع چیست؟ـ **تکعیب** مکعب کردن است. چون‌عدد را بمثل خویش زنی و آنچ گردآید هم بدو زنی مکعب کرده‌آید... و **تضلیع** پهلو کردن است[= کعب گرفتن] ومعنی اوآنست‌که مکعب داری و همی خواهی‌که آن عدد دانی‌که ازاوبجای‌آمد چون اورا دوباربدو درزدند... و گاهگاه این ضلع را **کعب** خوانند وگروهی از بهرسبك‌کردن سخن مکعب راکعب خوانند وانگه ناچارکعبش‌را ضلع باید خواند تا مشتبه نشود (ت:۴۳ = T:۳۲)

بیرونی دراینجا «تضلیع» را به معنی «ریشهٔ سوم گرفتن» یا «استخراج کعب» درمقابل «تکعیب» که به معنی «به قوهٔ سه‌رساندن» است به‌کار برده. در کتابهای حساب دیگر استخراج ریشهٔ شمارهٔ n را به طور کلی «استخراج ضلع اول ازمضلعات» گفته‌اند(۱)

۳/۲۷ـ **تفصیل نسبت** = Separation of ratio

تفصیل نسبت چیست؟ـ این نسبت افزونی نخستین بردوم بدوم چون نسبت افزونی سوم برچهارم به چهارم‌است. (ت:۲۰ = T:۱۳)

تفصیل نسبت یعنی تناسب $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ را به فرض $a > b$ به صورت $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ نوشتن.

رمزی ریت اصطلاح «تفصیل نسبت» را Division نیز ترجمه کرده است واین درست به نظر نمی‌آید (رجوع کنید به «هیث E» ج ۲ ص ۱۱۵ ش ۱۵ و ص ۱۳۵)

(۱)ـ مثلاد«مفتاح‌الحساب» (ص۲۵) درباب‌استخراج‌ریشهٔ شمارهٔ n آمده‌است: «فی‌استخراج‌الضلع الاول من‌المضلعات»

۳/۲۸ـ **تکعیب** = Cube

تکعیب یعنی مکعب کردن و به قوهٔ (توان) سه رساندن است رجوع کنید به اصطلاح «تضلیع» (شمارهٔ ۳/۲۶)

۳/۲۹ـ **تمام‌جیب** = Complement of sine

> تمام قوس وتمام جیب چیست؟ـ **تمام قوس** آن بودکه باوی جمله کنی چهاریك‌دایره شود تمام. و ازبهر این‌هرگاه‌که قوس را ازنودبیفکنی **تمام** اوبماند. واما **تمام‌جیب** آنست که اگربروی افزایی راست شودبا **جیب بزرگ**(ت:۹ = T :۵)

امروزه به جای اصطلاح «تمام قوس» اصطلاح «متمم قوس» را به‌کارمی‌بریم. **تمام جیب** یعنی تفاضل جیب وشعاع دایره. رجوع کنید به اصطلاح «جیب‌راست» (ش ۳/۴۴)

۳/۳۰ـ **تمام قوس** = Complement of arc

امروزه به جای‌اصطلاح «تمام قوس» اصطلاح «متمم قوس» را به‌کارمی‌بریم. رجوع کنید به اصطلاح «تمام‌جیب» (شمارهٔ ۳/۲۹)

۳/۳۱ـ **تمویل** = Square

تمویل یعنی به قوهٔ (توان) دوساندن‌یا مربع کردن یا مجذور کردن. رجوع کنید به اصطلاح «تجذیر» (شمارهٔ ۳/۲۲)

۳/۳۲ـ **تناسب** = Proportion

> تناسب چه باشد؟ـ راست‌شدن دونسبت یا بیشتر.وکمترین میان سه اندازه بـود. ونمودهٔ اوی نسبت پنجیك است. پس نخستین اندازه پنج یك اندازهٔ دوم باشد ودوم‌پنج‌یـك سوم. پس دونسبت نتوانست بودن مگربمیان سه مقدار (ت:۱۹ = T :۱۱)

مطابق با این تعریف «تناسب» یعنی مساوی بودن دویاچندنسبت است مثل

۱:۵:۲۵:۱۲۵:...

یعنی $\frac{۱}{۵} = \frac{۵}{۲۵} = \frac{۲۵}{۱۲۵} = \ldots$

امروزه اصطلاح «تناسب» را بیشتر درمورد دونسبت متساوی به‌کار می‌بریم. مانند تناسب $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ وقدما این تناسب را «اربعهٔ متناسبه» می‌نامیدند.

ورجوع کنید به اصطلاح «مقدارهای متناسب»(شمارهٔ ۳/۱۹۵)

بیرونی گاهی اصطلاح «نسبت» را به جای «تناسب» نیز به‌کار برده‌است [۱]

۳/۳۳ـ **تیرستون** = (**سهم‌الاسطوانة**) = Axis of the cylinder

رجوع کنید به اصطلاح «ستون‌راست» (شمارهٔ ۳/۸۱)

۳/۳۴ـ **تیرمخروط** = (**سهم‌المخروط**) = Axis of the cone

رجوع کنید به اصطلاح «مخروط» (شمارهٔ ۳/۱۷۷)

۳/۳۵ـ **جبر ومقابله** = Algebra

> جبرومقابله چی باشد؟ـ چون چیزهایی باشداز گونه‌های مختلف وبه مقدار برابر یك با دیگرباشند همچنان باشند که پلهٔ ترازو وزفانهٔ ترازو راست شده وعمود او راست‌ایستاده. پس پیداست که اگر ازیك پلهٔ ترازو چیزی برداریم از دیگر پله همچند آن برباید داشتن باندازه تا عمود راست بماند و حال میان ایشان مانندهٔ نخستین بود. ونیز اگر بیك‌پله چیزی برفزائیم بدیگرنیزهمچند آن برباید فزودن .
>
> اکنون چون بدوسو چیزهایی بحاصل شود باندازهٔ یك با دیگر برابر و بیك سوی کمی باشد آن‌کمی را تمام‌کنیم . وبر دیگرسوهمچندآن فزائیم. واین را **جبر**خوانند ...
>
> واما **مقابله** آنست‌که بهردوسو نگریم، اگرآنجا چیزها

(۱)ـ رجوع‌کنید به شمارهٔ ۳/۵۴ وشمارهٔ ۳/۱۳۴

بود ازیك گونه کمترین بیفکنیم. وزانـك بیشتر است همچند ان نیز بیفکنیم. (ت:۴۸ = T:۳۷)

مقصود از اصطلاح «جبر» که قدما به‌کار می‌بردند به زبان کنونـی حذف ـ کردن جملهٔ منفی ازیك طرف معادله وافزودن همان جمله با علامت + درطرف دیگر بوده است .

مثلا معادلهٔ $x^۲ - ۲x = ۱۰$

پس‌ازعمل «جبر» چنین می‌شود : $x^۲ = ۱۰ + ۲x$

اما «مقابله» یعنی حذف کردن یك جملهٔ مشترك یا یك مقدار مشترك از دو طرف معادله .

مثلا معادلهٔ $۱۰x^۲ + ۱۲ = x + ۱۰$

پس‌از عمل «مقابله» به صورت زیر درمی‌آید :

$$۱۰x^۲ + ۲ = x$$

(ورجوع کنید به «قربانی:کاشانی‌نامه» ص۱۴۱ و۲۱۰)

۳/۳۶ـ جذر = Square root

رجوع کنید به اصطلاح «عددمسطح» (شمارهٔ ۳/۱۱۸) و اصطلاح «تجذیـر» (شمارهٔ ۳/۲۲)

۳/۳۷ جذر اصم وجذر منطق = Rational and surd roots

جذرمنطق واصم کدامند؟ـ **جذرمنطق** آنست که حقیقت او به زبان توان گفتن واو را **منطوق به** نیزخوانند و**مطلق** و**مفتوح** یعنی گشاده. همچون سه نه را وچهار شانزده‌را. و اما **جذراصم** آنست که هرگز حقیقت اوبزبـان درنیایـد . چون جذرده، که هرگز عددی نتوان یافتن که اورا انـدر مثل

خـویش زنـی ده آید . **و اصم کر بود زیرا که جواب ندهد جوینده را تا نیابدش مگر بتقریب** ونزدیك‌شدن با اوبس (ت:۴۲ = T:۳۲)

عبارت «اصم کر بود زیرا که جواب ندهد جوینده را تا نیابدش مگر بـه تقریب» بسیار جالب توجه است. یونانیان درحـدود پنج قـرن پیش‌ازمیلاد مسیح اصم بودن $\sqrt{2}$ را می‌دانستند ودر حدود ۴۲۵ سال پیش‌ازمیلاد اصم بودن $\sqrt{3}$ و $\sqrt{5}$ و $\sqrt{7}$ و $\sqrt{8}$ و ۱۰ و $\sqrt{11}$ و $\sqrt{12}$ و $\sqrt{13}$ و $\sqrt{14}$ و $\sqrt{15}$ و $\sqrt{17}$ را ثابت کردند. برای کسب اطلاع ازتاریخچهٔ «عددهای اصم» مثلا رجوع کنیدبه «ایوزH » ص ۶۱ به‌بعد ویا به «اسمیث H » ج ۲ ص ۲۵۱ به بعد .

۳/۳۸ـ جزو = Aliquot

رجوع کنید به اصطلاح «اجـزای عـدد» (شمارهٔ ۳/۶) و اصطلاح «امثال» (شمارهٔ ۳/۱۰)

«جزو» به معنی «خارج قسمت» نیز به‌کار رفته است. رجوع کنیدبه‌اصطلاح «قسمت» (شمارهٔ ۳/۱۴۱)

۳/۳۹ـ جسم = Solid

جسم چه‌چیزاست؟ـ آن چیزاست که یـافته شودبسودن و قائم بودن بتن خویش وجایگاه خویش پرکـرده دارد و چیزی دیگر ازانك مانندهٔ اوبود با وی اندرجایگاه اونتواند بـودن (ت:۳ = T:۱)

رجوع کنید به یادداشت شمارهٔ ۳ ذیل صفحهٔ ۳ «التفهیم فـارسی» و نیز بـه «هیث E » ج۳ صفحهٔ ۲۶۲ تعریف شمارهٔ ۱

۳/۴۰ـ جهت = Side

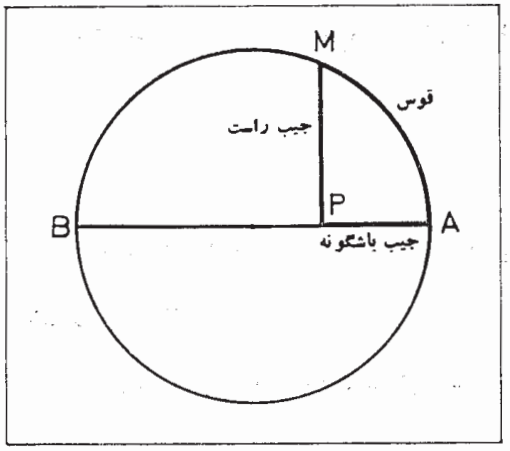
رجوع کنید به اصطلاح «شش‌جهت» (شمارهٔ ۳/۸۸)

۳/۴۱ـ **جیب** = Sine

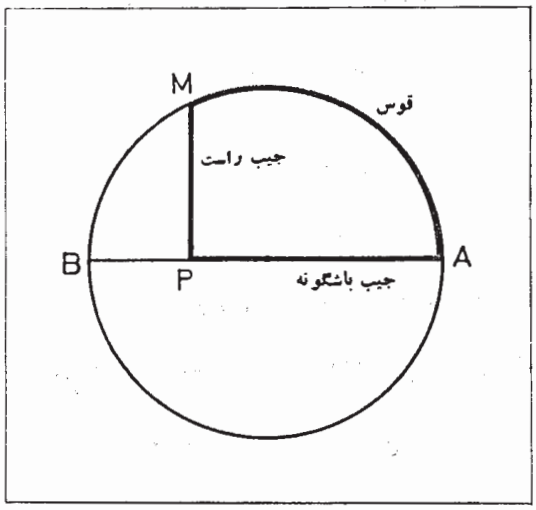
رجوع کنید به اصطلاح «جیب راست»(شمارهٔ ۳/۴۴)

۳/۴۲ـ **جیب باشگونه = (الجیب المعکوس)** = Versed sine

> جیب باشگونه کدامست؟ـ سهم دو توی [= دوبرابر] قوس است. واگرخواهی گویی آن خطی است که میان آغاز قوس باشد ومیان آن سرجیب که برابر اوست. و بزرگترین جیبهای باشگونه همهٔ قطراست. همچنانکه بزرگترین جیبهای راست نیم قطراست (ت:۹ = T:۵)



(شکل ۴)



(شکل ۵)

درشکل ۴ پاره خط PM «جیب راست» قوس AM است و پاره خط PA «جیب باشگونهٔ» قوس AM می باشد.

اگرقوس بین ۹۰ درجه و ۱۸۰ درجه باشد «جیب باشگونهٔ» آن از شعاع دایره بزرگتر خواهدبود (شکل ۵) درشکلهای (۴) و(۵) پیداست که اگرنقطهٔ M دایره را بپیمایدماکسیمم مقدار پاره خط PM شعاع دایره و ماکسیمم مقدار پاره خط PA قطر دایره خواهد بود. بههمین دلیل است که استاد فرموده است: «وبزرگترین جیبهای باشگونه همهٔ قطر است، همچنانکه بزرگترین جیبهای راست نیم قطراست»

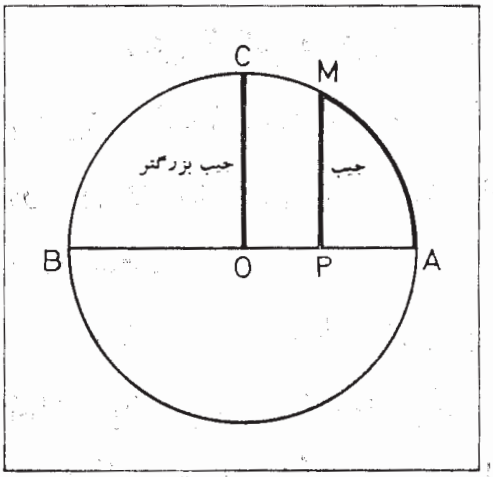
این نکته را نیز باید به خاطر

داشت که «جیب راست» و«جیب باشگونه» نزد قدما به پاره خطهای PM و PA اطلاق می‌شده است. درصورتی که امروزه ما اصطلاحات «سینوس» و«کسینوس» را به عنوان «نسبت» یعنی عدد مطلق درنظرمی گیریم (رجوع کنید به‌اصطلاح«جیب راست» شمارهٔ ۳/۴۴)

۳/۴۳ـ **جیب بزرگتر** = **(الجیب‌الاعظم = الجیب کله)** = Radius

جیب بزرگتر کدامست؟ـ نیم قطردایره است و اورا نیز **همه جیب** خوانند (ت:۹ = T:۴)

قدما به جای اصطلاح «شعاع دایره» که امروزه به‌کار می‌بریم در مقام بحث از اندازهٔ قوسها از اصطلاح «جیب بزرگتر» استفاده می کردند ودر موارد دیگر اصطلاح «**نیم‌قطر**» را به‌کارمی‌بردند.



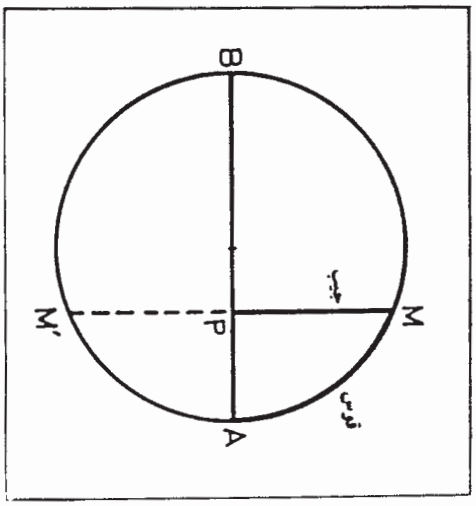
(شکل ٦)

وجه تسمیهٔ «جیب بزرگتر» این است که درشکل۶ دیده می‌شود که‌وقتی نقطهٔ M دایره را بپیماید ماکسیمم جیب قوس AM یعنی پاره خط PM شعاع دایره یعنی OC خواهد بود.

امروزه چون شعاع دایرهٔ مثلثاتی را واحد می گیریم احتیاجی به اصطلاح «جیب بزرگتر» نیست.

۳/۴۴ـ **جیب‌راست** = **(الجیب‌المستوی)** = Natural sine

جیب راست چیست؟ـ اونیمهٔ وتردوتوکرده [= دوبرابر شدهٔ] قوس است. واگرخواهی گوی‌که آن عمود است که‌از یك سرقوس فرودآید برآن قطرکه‌ازدیگر سرقوس‌آید. وهرگاه که **جیب** شنوی مطلق، بی‌صفت،بدانك او راست است (ت:۹ = T:۵)



(شکل ۷)

مطابق با تعریف فوق در شکل مقابل پاره خط PM «جیب» قوس AM است. «جیب» دراصطلاح قدما یك پاره خط است ونه مانند اصطلاح «سینوس» که امروزه بکار می‌بریم یك نسبت.

خاطرنشان می کنم که همانطور که استاد فرموده است غالباً به جای اصطلاح «جیب‌راست» فقط «جیب»می گویند

دربعضی از کتب ریاضی قدیم «جیب» را نیز به وجه زیر تعریف کرده‌اند که با تعریف فوق معادل‌است: «نصف وتر یك قوس را جیب‌نصف‌آن‌قوس می نامند»(۱). درشکل (۷) نصف وتر MM′ یعنی PM جیب نصف قوس MM′ یعنی قوس AM است.

۳/۴۵ـ **تبصره**ـ باید متوجه بود که اصطلاح «جیب» که ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی به‌کاربرده‌اند با اصطلاح کنونی «سینوس» (Sinus) فرق دارد. اولا همچنانکه درشمارهٔ قبل گفتم «جیب» یك پاره خط است و سینوس یك نسبت یعنی یك عدد مطلق. ثانیاً جیب هرزاویه مساوی باشصت برابرسینوس آن است. زیرا قدماً معمولا شعاع دایره را شصت واحد می گرفتند وما امروزه شعاع دایرهٔ مثلثاتی را واحد می گیریم. با اینحال باید دانست که **بیرونی** شعاع دایرهٔ مثلثاتی را واحد می گرفته وبه‌همین‌دلیل جدول جیبهای او در کتاب«قانون‌مسعودی»معادل با جدول سینوسهای کنونی است با این تفاوت که اعداد در دستگاه شمارشصتگانی

(۱)ـ «مفتاح‌الحساب» ص ۱۰۶ : «ونصف‌وترالقوس جیب‌لنصف‌ذلك‌القوس»

نوشته شده است. مثلا استاد جیب ۳۰ درجه را در جدول جیوب خود ۳۰ دقیقه یعنی $\frac{۳۰}{۶۰}$ معین کرده که همان $\frac{۱}{۲}$ است که ما امروزه به عنوان سینوس ۳۰درجه می‌شناسیم .

چون اکثر ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی شعاع دایره را ۶۰ می گرفتند ، و بنابراین درآثارآنان جیب یك قوس مساوی با شصت برابر سینوس آن است، مورخان‌ریاضی امروزه جیب قوس a را باعلامت Sin a «با S بزرگ»وسینوس‌آن رابا علامت sin a (با s کوچك) نشان می‌دهند .

$$\text{Sin a} = ۶۰ \times \text{sin a}$$

اما هرجا پای نسبت به‌میان آید چون نسبت جیبها مساوی بانسبت سینوسها است این دواصطلاح را می‌توان به جای یکدیگر به‌کار برد. در کتاب حاضر برای آنکه اشتباهی پیش نیاید دراکثرموارد علامت Sin a را برای نمایاندن جیب‌قوس a به‌کاربرده‌ام. (دربارهٔ تاریخچهٔدواصطلاح جیب وسینوس رجوع کنیدبه «قربانی: کاشانی نامه» ص ۱۲۸)

۳/۴۶ـ **جیب معکوس** ـ رجوع کنید به اصطلاح «جیب‌باشکونه» (شمارهٔ ۳/۴۲)

۳/۴۷ـ **چهارسوها** (**ذوات‌الاربعةاضلاع**) =

Quadrilateral figures

چهارسوها چندگونه‌اند ؟ ـ نخستین **مربع** است که متساوی‌الاضلاع گویند. واین آنست‌که هرچهار پهلوی اوبا یکدیگر راست وبرابرباشند وزاویهٔ هرچهارقائمه باشدبرمثال

خشت. ودیگر **مستطیل** که درازا دارد و این آنست که هر چهارزاویهٔ اوقائمه باشد وهردوقطر متساوی‌وهرپهلویی از او آن پهلو را راست باشدکه برابر اوست، ومخالف آنراکه بدوپیوندد. وسه‌دیگر **معین** است واین‌آنست که‌هرچهارپهلوی اوراست [متساوی] باشند وهردوقطر یگریگررانه راست‌بود. وهمهٔ زوایای اونه قائمه. وچهارم **مانندهٔ معین** است. و این آنست که هردوقطراونه‌راست بود وهردوضلع‌برابریکدیگر را راست باشند ودیگرمخالف.وهرچ ازچهار پهلوها جزاین باشد اورا **منحرف** خوانند مگر آن **مضلعات** که پهلوهای ایشان راست‌باشندکه ایشان‌را ازعددپهلوهانامی بیرون آرند. چون **پنج‌پهلو** راکه **مخمس** گویندو**شش‌پهلو** که **مسدس** خوانند وانگه **مسبع** [= هفت ضلعی منتظم] **و مثمن** [= هشت‌ضلعی منتظم] وآنچ‌ازپس‌انست. (ت:۱۱ = T:۷)

چنانکه ملاحظه می‌شود استاد دراین عبارات انواع چهارضلعیها ونیز چندضلعیهای‌منتظم را تعریف کرده است.

شکل **معین** را امروزه **لوزی** (Rhombus) می‌نامیم. و **مانندهٔ معین** (الشبیه‌بالمعین) را **متوازی‌الاضلاع** می‌گوییم.

مطابق با تعریفی که استاد برای **منحرف** آورده است به اصطلاح کنونی **منحرف** یعنی **چهار ضلعی دلخواه** (نامشخص) که هیچ‌شرط معینی‌را دارانباشد. **غیاث‌الدین جمشید کاشانی*** نیز در«مفتاح‌الحساب» (ص۹۶) **منحرف** راهمین گونه تعریف کرده ونوشته است «مالم‌یکن‌علی‌هذه‌الاشکال یسمی منحرفاً».

اما **منحرف** را به معنی **ذوزنقه** نیز به‌کار برده‌اند (رجوع کنید به«کشاف اصطلاح‌الفنون»).

مضلع یعنی «چندضلعی» که«کثیرالاضلاع» نیز می‌گوییم.

۳/۴۸ـ حساب خطاین = Rule of two errors

> حساب خطأین چیست؟ـ بدین شمار انچیز راکه‌خواهد، عددی نهد چنانك خواهد. اگر باتفاق راست‌آمد یافت . و اگرنه ناچاره اورا خطا افتد، ومقدارآن خطا نگاه دارد، ودیگر باره عددی نهدچنانك خواهد. اگرنیز یافت ، وگرنه‌هم خطاکند. وآنگاه ازاین دوخطا صواب بیرون‌آرد، بطریقی‌که‌آن‌مشهور است میان شمارگران (ت:۵۱ = T:۴۰)

حساب خطأین را ازروی باب دوم از مقالهٔ پنجم «مفتاح‌الحساب» در کتاب «کاشانی‌نامه» (صفحات ۱۴۸ و۱۴۹) شرح داده‌ام. به‌انجا رجوع فرمایید.

۳/۴۹ـ حساب درم ودینار

> حساب درم ودینارکدام است؟ـ این حسابی است ازجبر و مقابله بیرون آورده. وگاه‌گاه شیءهای مجهول بیشتراز یکی باشند. پس‌لقب ونام‌بایدکردن‌تا بنیامیزند[= مخلوط‌نشوند]. گروهی دینار ودرم و پشیزنام‌کنند. وگروهی چون هندوان شیئها راگونه [= رنگ] دهند وگویند شیءساده وشیءکبود وشیءِ زرد (ت:۵۱ = T:۴۰)

درحل معادلات چندمجهولی،همچنانکه‌امروزه‌ما مجهولات رامثلا x وy وz وغیره می‌نامیم، قدماآنها را شیءِ ودرم‌ودینار می‌نامیدندو گاهی نیز به‌اسامی‌دیگری آنها را می‌خواندند. مثلا **ابوبکر کرجی** * در کتاب «فخری»[۱] درحل یك‌مسألهٔ سه مجهولی مجهول اول را **شیء** ومجهول دوم را **قسم** و مجهول سوم را **درهم** نامیده است .

کاشانی درمفتاح‌الحساب نوشته است[۲] که «ناچار باید مجهول را شیءیا

---

(۱)ـ رجوع‌کنید به **وپکه** F ، ص ۱۴۱ به بعد

(۲)ـ «مفتاح‌الحساب» ص۱۵۶: «فلابدعن‌تسمیةالمجهول بشیء اودینار اودرهم اونصیب‌اوسهم اوغیرها والمعهودفی‌الاکثران نسمیه شیئاً»

دینار یا درهم یا نصیب یا سهم ویا جزاینها نامید و بیشتر مرسوم است کـه آن را شیء می‌نامند»

۳/۵۰ـ **خط** = Line

> خط چیست؟ـ اگر **بسیط** را نهایت بـاشد آن نهایـت او ناچارهخطی باشد وآن خط طولی باشد بـی‌عرض وبیعد یکی کمترباشدازبعدهای سطح، چنانکبعدهایسطح یکی کمترباشد از بعدهایجسم.زیراکاگـرخطراپهنابودی سطح بودی وما اورا نهایتسطح نامنهادیمنه سطح... واگر کسیسطحراازکاغذتصور کند هرچندکه کاغذ سطبراست وخط ازکرانهای وی‌داندآسانتر بود، تا چـون وهم قـوی گردد وآزمـایش اوفتد از محسوس بمعقول رود (ت:۶ = ۳ = T)

برای آگاهی یافتن ازتعریفهای مختلفی که قدمادربارهٔ خط کرده‌اند رجوع کنید به «هیثE» ج۱ ص ۱۵۸ به بعد.

۳/۵۱ـ **خط اندرخطزدن** = **(ضرب الخط فی الخط)** = Line × line

> خط اندرخطزدن چگونه بود؟ـ هرگه‌که یکی ازآن‌دوخط برسردیگر عمودنهی واورا بر آن حال بکشی بپهنا تـا بدیگر سررسد، ازآن سطحی به‌جای‌آید متوازی‌الاضلاع برروی آن‌دو خط گردبرگردباشند. اگرهردوراست باشند آن‌سطح‌مربع بودو گرمختلف‌باشند آن‌سطح‌مستطیل‌بود. (ت: ۱۵ = ۱۰ :T)

ضرب کردن دوپاره‌خط دریکدیگر یعنی ساختن مستطیلی کـه آن دو پاره خط دوبعدآن باشند. قدما این مستطیل را سطح‌آن دوپـاره خط می‌نـامیدند. و همچنین حاصل‌ضرب دوعدد را مسطح وهریك ازدوعدد را ضلع آن حـاصل‌ضرب می‌گفتند. درصدرمقالهٔ هفتم «تحریراصول اقلیدس» آمده‌است[۱]: «العددالمسطح

(۱)ـ «تحریراقلیدس» ص ۹۹

هوالمجتمع من‌ضرب عددفی‌عدد ویحیط به عـددان هماضلعاه» (ورجـوع کنیدبـه «هیث E» ، ج۲ ص ۲۷۸ و۲۸۷)

۳/۵۲ـ **خط راست** = (**خط المستقیم**) = Straight line

سطح راست وخط راست‌کدامند؟ـ اما سطح راست‌کوتاه‌ـ ترین سطحست اندرمیان دوخط‌که نهایت اواند. وخط راست کوتاهترین خطست اندرمیان دونقطه‌که نهایت اوانـد . اگراندرسطح خطها بـود برابریکدیگر سطح راست بـود. و همچنین هر گه‌که اندرخط نقطه‌ها بـاشدبرابر یکدیگر آن خط راست بود (ت:۷ = T:۳)

تعریفی که استاد برای خط راست وسطح راست (= صفحه) کـرده است و مخصوصاً عبارات «اگرانـدر سطح خطها بود برابریکدیگـر سطح راست بـود» و «هر گاه اندرخط نقطه‌ها باشد برابریکدیگر...» البته نارسا است. زیرا برای‌توضیح آن ناچار باید بگوییم نقطه‌دربرابر نقطه بودن یعنی چه وغیره. البته بعداً ایـن تعریف‌در کتابهای هندسه تا اندازه‌ای اصلاح شده است. واین نمونه‌ای‌ازتلاشهای مداوم ریاضی‌دانان درطی قرنها است برای‌آنکه تعریفها جامعتر باشد. برای‌اطلاع یافتن ازتعریفهای مختلفی که دربارهٔ خط راست کرده‌اند رجوع کنید به «هیث E» ج۱ ص۱۶۵ به بعد (تعریف۴). امروزه درهندسه به‌جای تعریف کردن خط‌راست برخی ازخواص آن را به‌عنوان «اصل موضوع» می‌پذیرند .

۳/۵۳ـ **خطهای متوازی** = Parallel lines

خطهای متوازی‌کدامند؟ـ آنندکه اندریك سطح بـاشند و دوری ایشان یك ازدیگر همه یکی است. وچون ایشان را با استقامت بیرون آری (= امتداددهی) بهردوسوهـر گـز بهم نیایند (ت:۱۲ = T:۷)

رجوع کنید به «هیث E» ج۱ ص ۱۹۰ به بعد. درآنجا بحث جامعی دربارهٔ

تعریف خطوط متوازی خواهید یافت .

۳/۵۴- **خلاف نسبت** = Inverted proportion

رجوع کنید به اصطلاح «عکس نسبت» (شمارهٔ ۳/۱۳۴) در اینجا «نسبت» به معنی «تناسب» به‌کار رفته است .

۳/۵۵- **دایره** = Circle

> دایره چیست؟- شکلی است برسطحی که گردبر گرد اوخطی بودکه نام او **محیط** است و **دور** نیز خوانند و بمیان او نقطه‌ایست که اورا **مرکز** گویند (ت:۸ = T:۴)

مقصود از «شکلی است برسطی» شکل مسطح است، که درصفحه قراردارد . این‌نکته درخور توجه است که قدما «دایره» را به عنوان قسمتی ازصفحه در نظر می گرفتند وآنچه را امروزه «دایره» می‌نامیم آنان «محیط دایره» یا «دور» می گفتند .

۳/۵۶- **دایره برشکل** = **(الشکل المحیط به‌الدایره)** =

Circumscribed circle of a polygon

> دایره برشکل چگونه بود؟- آن دایره بودکه بیرون‌شکل راست پهلو بود وبرهمهٔ زاویه‌های او بگذرد. (ت:۱۶ = T:۱۰)

مقصود از «دایره برشکل» دایرهٔ محیطی چندضلعی منتظم است. درتعریف فوق اصطلاح «زاویه» به جای «رأس» به‌کار رفته است .

۳/۵۷- **دایره‌های خردوبزرگ** = **(الدوایرالعظام والصغار)** =

Great and small circles

> دایره‌های‌بزرگ و خُردکدامند؟- این آن‌دایره‌را گویندکه برپشت [= سطح] کره‌ای باشد. و**دایرهٔ بزرگ** آن‌است‌که

سطح او برمرکز کره بگذرد و کره را به دونیم کند و او را دو**قطب** بود به هردو سو. و بُعد ایشان از وهموار است. و همچنانك اگر دایره‌ای برسطحی خواهی کردن برمرکز او کشی و پرگار به‌بعد نیم‌قطر او بگشایی، همچنان اگردایرهٔ بزرگ بر پشت کره خواهی کشیدن، پرگار بمقدار پهلوی آن مربع باید گشادن که اندرآن دایره باشد. واما **دایرهٔ خرد** آنست که سطح او بر مرکز کره نگذرد و کره را بدو بخش نه راست ببرد. وزاین جهت هردو بعداو ازهردوقطب او راست نباشد. (ت: ۲۹ = T:۲۰)

استاد پس‌ازتعریف «دایرهٔ عظیمه» برای رسم کردن آن روی کره‌می گوید که باید دهانهٔ پرگار (کروی یا پرگار کج) را به اندازهٔ ضلع مربع محاط در دایرهٔ عظیمه باز کرد واین واضح است. زیرا هردایرهٔ عظیمه روی کره دوقطب دارد وفاصلهٔ هرقطب ازهریك ازنقاط دایرهٔ عظیمه مساوی با ضلع مربعی است که دریکی ازدایره‌های عظیمهٔ کره محاط شود. اگرشعاع کره را **R** بنامیم‌اندازهٔ این فاصله مساوی با $R\sqrt{2}$ خواهد بود.

۳/۵۸ـ **درازا** = **(طول)** = Length

رجوع کنید به اصطلاح «بعدهای جایگاه» (شمارهٔ ۳/۱۷)

۳/۵۹ـ **درازتر هردوخرد** = **(اطول‌الاقصرین)**

رجوع کنید به اصطلاح «اطول‌الاقصرین» (شمارهٔ ۳/۹)

۳/۶۰ـ **دوتوها** = **(اضعاف)**

رجوع کنید به اصطلاح «امثال» (شمارهٔ ۳/۱۰)

۳/۶۱ـ **دَوْر** = Circumference

رجوع کنید به اصطلاح «دایره» (شمارهٔ ۳/۵۵)

۳/۶۲ـ **ذوات الاربعةاضلاع**

رجوع کنید به اصطلاح «چهارسوها» (شمارهٔ ۳/۴۷)

۳/۶۳ـ رفع عدد

رجوع کنید به اصطلاح «برداشتن عدد» (شمارهٔ ۳/۱۱)

۳/۶۴ـ زاویه = Angle

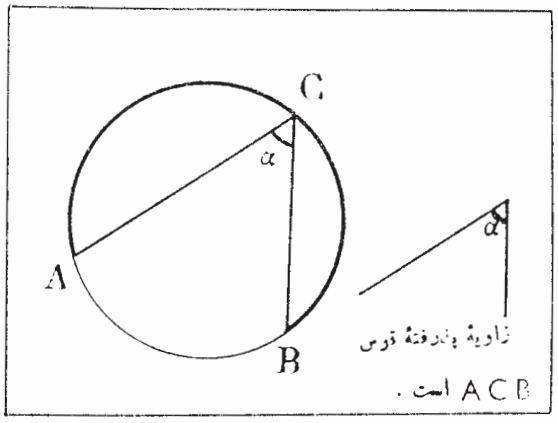
> زاویه چیست؟ـ سپری شدن سطح بود ورسیدن او بنقطه‌ای که گرد برگرد او دو خط باشد یك با دیگر پیوسته نه براستی ایشان وزبهر این آنرا زاویهٔ **مستقمة الخطین** خوانند (T:۳ = ت:۷)

بایدمتوجه بود که **بیرونی** گاهی اصطلاح «زاویه» را به جای اصطلاح «رأس» به‌کار برده است .

برای کسب اطلاع از تعریفهای مختلفی که برای زاویه کرده‌اند رجوع کنید به کتاب «هیث E» ج۱ ص ۱۷۶ به‌بعد (تعریف۸). در آنجا بحث جامعی دربارهٔ مفهوم زاویه وانواع آن خواهید یافت .

۳/۶۵ـ زاویهٔ پذرفتهٔ قوس = **(الزاویة التی تقبلها القوس)** = Angle in a segment

> کدام زاویه است که پذرفتهٔ قوس بود ؟ـ هرگاه که از دو سرقوس دوخط بیرون آری چنانک بریکی نقطه از آن قوس گردآیند وزایشان زاویه‌ای پدیدآید، هر زاویه که این راراست بود [= با این مساوی باشد] آنرا پذرفتهٔ قوس خوانند (T:۱۰ = ت:۱۶)



(شکل ۸)

مقصود اززاویهٔ پذیرفتهٔ قوس دایره، زاویه‌ای‌است که‌محاط‌در آن‌قوس است، یا هرزاویهٔ دیگری که با آن مساوی باشد. **نصیرالدین طوسی** * درمقدمهٔ مقالهٔ سوم «تحریر اقلیدس» این زاویه را « الزاویةالتی فی‌القطعة» نامیده است (۱)

رمزی ریت این‌اصطلاح را Angle in a segment ترجمه کرده‌ونیز می‌توان آن را Angle inscribed in an arc ترجمه کرد.

امروزه این اصطلاح را درهندسه اصولا به صورت دیگری به‌کار می‌برند وبه جای آنکه اززاویه گفتگو کنند ازقوس سخن به میان می‌آورند ومی‌گویند «قوس درخورزاویهٔ α ». علت این است که «قوس درخور زاویه» بیشتر درمسائل ترسیم هندسی به‌کار می‌آید.

۳/۶۶ـ **زاویهٔ تیز** = **(الزاویةالحاده)** = Acute angle

و هرزاویه کزقائمه کمتر باشد **حاده** خوانندای [= یعنی] تیز. (ت:۸ = T:۴)

۳/۶۷ـ **زاویهٔ حاده**

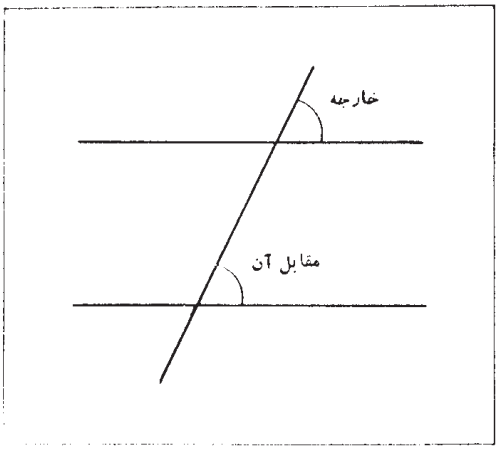
رجوع کنید به شمارهٔ قبل

۳/۶۸ـ **زاویهٔ خارج از خطهای متوازی** = **(الزاویةالخارجه من الخطین المتوازیین)**

Angle exterior to parallel straight lines

(۱)ـ «تحریر اقلیدس»، ص ۴۶ ـ وافزوده‌است: «الزاویة التی یحیط بها خطان یخرجان‌من نقطة ماعلی‌المحیط ویجوزان قوسامنه‌یقال‌له‌التی علی تلك‌القوس»

زاویهٔ خارج ازخطهای متوازی کدامست؟- هر گه که آن خط راکه بر دومتوازی اوفتد براستقامت بکشی آن زاویه که از هردو بیرون پدیدآید اورا **خارجه** خوانند وراست باشد آن اندرونی راکه برابر اوست بدانسو کجااوست (ت:۱۴ = T:۹)

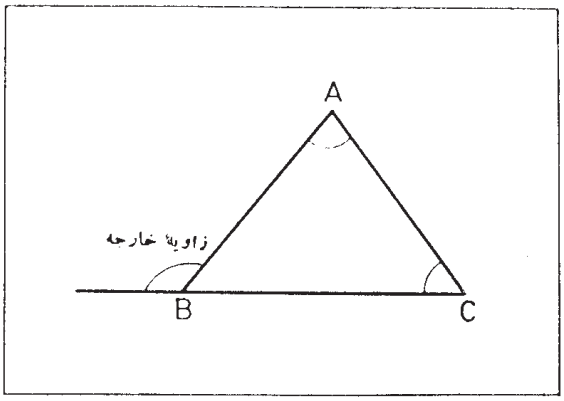


(شکل ۹)

دراصطلاح کنونی، دوزاویهٔ غیر مجاور راکه دریك طرف خط قاطع و یکی ازآنها بین دوخط متوازی و دیگری درخارج آنها واقع باشد دو زاویه **متقابل داخل وخارج** می‌نامند وباهم مساوی هستند.

۳/۶۹- **زاویهٔ خارج ازمثلث** = **(الزاویةالخارجه من المثلث)** = Angle exterior to triangle

زاویهٔ خارج ازمثلث کدامست؟- چون یکی پهلو از مثلث براستقامت بیرون‌آری زاویه‌ای بحاصل‌آید بیرون‌ازمثلث. واو را **خارجه** خوانند. وهریکی را ازآن‌دو زاویهٔ مثلث که نه‌بر پهلوی خارجه باشد **مقابلهٔ اندرونی** خوانند (ت:۱۳ = T:۸)



(شکل ۱۰)

امروزه اصطلاح زاویهٔ مقابلهٔ اندرونی را به‌کار نمی‌بریم و «زاویهٔ خارجه» را به صورت «زاویهٔ خارجی مثلث» استعمال می‌کنیم.

۳/۷۰ـ **زاویهٔ قائمه** = Right angle

چون خطی راست برخطی اوفتدمانندزبانهٔ ترازوبرعمودش وآن دوزاویه‌کزین سوی وآن‌سوی خطاند مریکدیگرراراست باشند هریکی را **قائمه** خوانند وآن خط را **عمود** خـوانند (ت: ۷ = T:۴)

۳/۷۱ـ **زاویهٔ‌گشاده** = **(الزاویةالمنفرجه)** = Obtus angle

هرزاویه‌کز قائمه بیشترباشد **منفرجه** خـوانند اَیْ [= یعنی] گشاده (ت:۸ = T:۴)

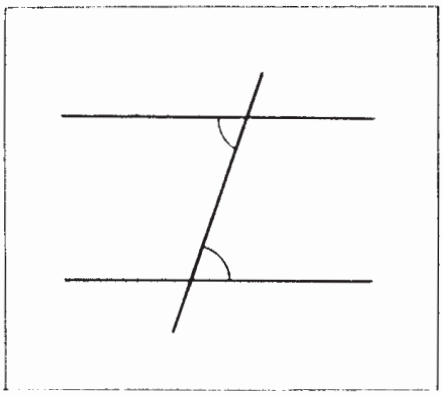
۳/۷۲ـ **زاویهٔ مقابلهٔ اندرونی**

رجوع کنیدبه اصطلاح «زاویهٔ خارج ازمثلث» (شمارهٔ ۳/۶۹)

۳/۷۳ـ **زاویه‌های راست به تبادل**

رجوع کنید به شمارهٔ ۳/۱۵۰

۳/۷۴ـ **زاویه‌های متبادل** = Alternate angles



(شکل ۱۱)

زاویه‌هـای متبادل کدامند؟ـچون‌خطراست بردو خط متوازی اوفتد آن زاویه کـه‌بیك پهلو باشد ازآن‌خط انـدرون ایـن دومتـوازی و آن زاویه‌که بدیگرپهلو باشد ازآن خط‌آن‌را **متبادل** خوانند وهردو متساوی باشند. (ت:۱۳ = T:۸)

۳/۷۵ـ **زاویه‌های متقابل** = Opposite angles

> زاویه‌های متقابل کدامند؟- دو خط راست که یکدیگر را ببرد چهار زاویه از آن بحاصل شود، سر هر دوی بهم آمده بر نقطه‌ای، هرچ برابر [= روبه‌رو] بود آن‌را **متقابل** خوانند و یکدیگر را راست باشند (ت:۱۲ = T:8)

ملاحظه می‌شود که در این تعریف استاد اصطلاح «برابر بودن» را به معنی «روبه‌رو بودن» به‌کار برده است. «یکدیگر را راست بودن» یعنی «باهم‌مساوی بودن». امروزه «زوایای متقابل» را «زوایای متقابل به رأس» می گویند .

۳/۷۶- **زدن** = **(الضرب)** = Mnltiplication

بیرونی گاهی اصطلاح «زدن» را به معنی «ضرب کردن» به‌کار برده است . مثلا در صفحهٔ ۵۰ کتاب «التفهیم فارسی» می‌خوانیم: «وچون شیء به‌شیء زنی مال آید». یعنی حاصل ضرب x در x مساوی است با x^2 .

۳/۷۷- **زوج** = Even

> زوج چیست؟- زوج **جفت** بود و این آن عدد است که بدو پارهٔ مانندهٔ یکدیگر توان کردن اَیْ [= یعنی] دو نیم. واول جفتها دو است وزوجهای متوالی ۲و۴و۸و۱۰ و ... (ت:۳۴ = T:۲۵)

۳/۷۸- **زوج‌الزوج** = Evenly - even

> زوج‌الزوج کدامست؟- این آنست که بدو نیم شود و نیمهٔ او بدو نیم شود و همچنین همیشه تا بیکی برسد. (ت: ۳۵ = T = ۲۵)

زوج‌الزوج در اصطلاح کنونی یعنی یکی از قوای صحیح ومثبت عدد۲ وآن به صورت 2^n نوشته می‌شود .

۳/۷۹- **زوج‌الزوج‌والفرد** = Evenly - even - odd

زوج‌الزوج والفرد کدامست؟ـ این آنست که بدو نیم بیش ازیکبار شود وبیکی نرسد چون دوازده (ت:۳۵ = T:۲۵)

«زوج‌الزوج والفرد» یعنی عددی که مساوی باشد با حاصل ضرب یك‌عددفرد دریکی ازقوای عدد ۲ وآن به‌صورت $۲^n(۲m+۱)$ نوشته می‌شود (mوn اعداد صحیح ومثبت هستند) .

۳/۸۰ـ **زوج‌الفرد** = Unevenly – even

زوج‌الفرد کدامست؟ـ این آنست که یك‌بار بدونیم شودو بس و بیکی نرسد چون ده (ت:۳۵ = T:۲۵)

زوج‌الفرد یعنی عددی که مساوی باشد با حاصل‌ضرب یك‌عدد فرد درعدد ۲ وآن به‌صورت $۲(۲n+۱)$ نوشته می‌شود .

۳/۸۱ـ **ستون راست** = **(الاسطوانةالقائمة)** = Right Cylindre

ستون راست کدام است؟ـ جسمی است گرد. بُن او وسراو دودایره باشد یکدیگررا موازی. **وتیرستون** کوتاهترین خطی است میان دومرکز سروبُن. و**پهلوش** کوتاهترین‌خطی است میان هردومحیط ایشان. وچون اندیشی که خطی راست‌بر محیط دایره عمود است وگردبرگرد اوبگردانی ستون ازآن بحاصل آید (ت:۲۶ = T:۱۸)

امروزه به‌جای«ستون راست» اصطلاح«استوانهٔ دوار» را به‌کار می‌بریم[۱] .

تیرستون[۲] یعنی «ارتفاع استوانهٔ دوار» و**پهلوی ستون راست** یعنی « مولد استوانهٔ دوار» .

(۱)ـ رجوع‌کنید به « نه‌مقالهٔ هندسه» بخش دوم، ص ۱۲۰

(۲)ـ رجوع‌کنید به شمارهٔ (۳/۳۳)

۳/۸۲- **ستون کژ** = **(الاسطوانةالمایله)** = Oblique cylinder

> ستون کژ کدام است؟- این آن ستون است که تیر او بر سطح دایرهٔ سروبُن او عمود نباشد و بود کاین سروبن ستون دایره نباشد ولکن دوشکل متشابه هموار، چون دومثلث یا دومربع یا مانندهٔ آن از **شکلهای بسیار پهلو** (۱) (ت : ۲۶ = T:۱۸)

امروزه «ستون کژ» را «استوانهٔ مایل» می گویند. ملاحظه می‌شود که‌استاد درتعریف فوق اصطلاح «ستون کژ» را به معنی «منشورمایل» نیز دانسته است. با این حال «منشور» جداگانه در التفهیم تعریف شده است (رجوع کنید به شمارهٔ ۳/۱۹۹)

۳/۸۳ - **سطح** = Surface

> سطح چیست؟- جسم ناچاره بی‌نهایت نبودبهمه‌سوها و نهایت اوسطح است. واین نام را ازبام خانه گرفتند. ونیز او را **بسیط** گویند یعنی گستریده ازیراك سطح بر جسم گسترده است. وسطح طول است. وعرض‌بس. وازجسم بیك بعدکمتر است وآن عمق است زیراکه اگرعمق نیزبودی جسم بودی وما اورا نهایت جسم نهادیم‌که جسم بدو سپری شود (ت:۴ = T:۲)

۳/۸۴- **سطح راست** = **(السطح‌المستقیم)** = Plane surface

رجوع کنید به اصطلاح «خط راست» (شمارهٔ ۳/۵۲)

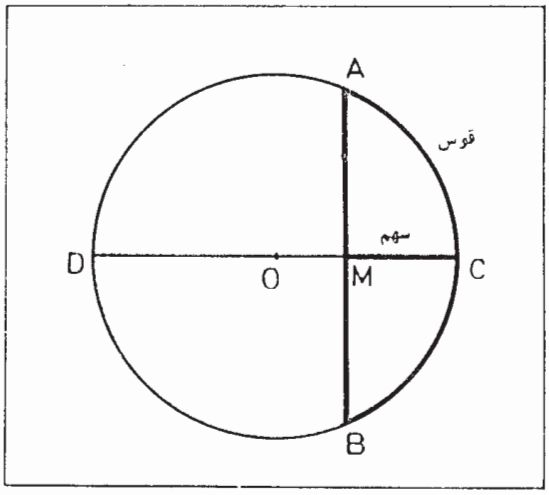
امروزه «سطح راست» را «صفحه» می گویند. استاد «سطح راست» را کوتاه‌ترین سطح میان دوخط تعریف کرده است. تعریفی که **عبدالعلی بیرجندی** * در

(۱)- رجوع‌کنید به شمارهٔ ۳/۹۴

«شرح زیج‌الغ‌بیك» آورده رساتر است. او نوشته:«سطح مستوی سطحی است که‌بر او خطوط مستقیمه اخراج توان کردن درجمیع جهات طول وعرض»

۳/۸۵ ـ **سهم** = (به‌لاتینی Sagitta) = Arrow

سهم کدامست؟ـ آن خط که بمیان نیمه وتراست ومیان‌نیمهٔ



(شکل ۱۲)

قوس. واوپاره‌ای باشد ازقطردایره. اگر قوس از نیمهٔ دایره افزون بود سهم ازنیم قطر افزون بود و اگرقوس ازنیم‌دایره کمتر بود سهم ازنیم قطرکمتربود (ت:۸ = T:۴)

درشکل‌فوق‌پاره‌خط MC سهم‌قوس ACB وپاره‌خط MD سهم‌قوس ADB است. ملاحظه می‌شود که دراینجا **بیرونی** عمودی را که ازوسط قوس برونرفرود آید، که می‌دانیم ازوسط وترمی گذرد، سهم قوس نامیده است .

اما در «زیج‌الغ‌بیك» آمده است: «عمودی که ازمنتصف قوس برمنتصف وتر فرودآید **سهم نصف آن قوس** باشد» یعنی درواقع درشکل ۱۲ پاره خط MC سهم قوس AC دانسته شده ونه سهم قوس AB .

عبدالعلی بیرجندی * در «شرح زیج‌الغ‌بیك» پس‌از ذکرعبارت فوق

نوشته است: «وبعضی آنرا[۱] سهم آن قوس گویند واین انسب‌است. اما اول‌اشهر است‌وآن را جیب معکوس نیز گویند. وبیان‌آنکه‌عمودی که‌ازمنتصف قوس بروتر اخراج کنند برمنتصف وتر واقع شود مستفاد است ازشکل بیست ونهم از ثالثهٔ کتاب اصول. واین تعریف خاص است به سهم قوسی که‌زیاده ازنصف(محیط دایره) نباشد. چه قوس زیاده ازنصف را ضعف نیست. ومی‌شاید که تخصیص به جهت آن باشد که در اعمال زیج احتیاج به سهم قوس زیاده ازنصف‌واقع نیست... وتعریف شامل آن‌است که: **سهم قوس قطعه‌ای است از قطر که واقع باشد میان جیب‌آن قوس وطرف همان قوس.**

غیاث‌الدین جمشید کاشانی * در«مفتاح‌الحساب» گوید[۲]: «عمودی را که ازوسط قوس‌بروترفرودآید بعضی سهم آن قوس وبیشتر ریاضی‌دانان سهم نصف آن قوس نامند»

۳/۸۶ـ **شستگانی(کسرهای)** = **(کسورستینی)** = Sexagesimal fractions

مقصود ازکسرهای شستگانی کسرهایی است که مخرج آنها عدد ۶۰ یا یکی‌از قوای شصت باشد. **بیرونی** این اصطلاح را به صورت «شستگانی»با سین نوشته ودرکتاب حاضر آن را به صورت «شصتگانی» ثبت کرده‌ام. وچگونگی‌ثبت اعداد را در دستگاه شمارشصتگانی درشمارهٔ (۳/۱۲) کتاب حاضر شرح داده‌ام. و نیزرجوع کنید به شماره‌های (۳/۱۱) و(۳/۲۳).

۳/۸۷ـ **شش‌پهلو** = **(مسدس)** = Hexagon

(۱)ـ یعنی عمودی راکه ازوسط قوس بروتر فرودآید.

(۲)ـ «مفتاح‌الحساب» ص ۱۰۶: «والعمودالخارج‌من منتصف‌القوس‌علی‌منتصف الوتر سهم‌لتلك‌القوس‌عندبعض‌ولنصف‌القوس‌عندالاکثرین»

رجوع کنید به اصطلاح «چهارسوها» (شمارهٔ ۳/۴۷)

۳/۸۸ـ **شش جهت** = The six sides

> شش جهت کدامند؟ـ آن نهایت‌های این سه بعدند که گفتیم ازدوجانب. ویکی ازنهایت‌های طول **پیش** نام است و دیگر **پس**. ویکی‌ازنهایت‌های عرض **راست** ودیگر**چپ**. و یکی ازنهایت‌های عمق **زیر** و دیگر **زبر** (ت:۴ = T:۲)

۳/۸۹ـ **شکل** = Figure

> شکل چیست؟ـ صورتی بودکه گرد برگرد اویك خط‌باشد یا بیشتر (ت:۸ = T:۴)

درمقالهٔ اول از «تحریراقلیدس» آمده است: «الشکل‌ما احاط بـه حـد او حدود» دربارهٔ این تعریف رجوع کنید به «هیث E» ج۱ ص ۱۸۲ تعریف ۱۴.

باید متوجه بود که اصطلاح «شکل» به معنی «قضیه» یـا «مسألـه» نیز در ریاضیات دورهٔ اسلامی فراوان به‌کار رفته است. معادل این اصطلاح در زبـانهای فـرانسوی‌وانگلیسی Proposition است. مثلا شکل اول از مقـالـهٔ اول اصول اقلیدس مسألهٔ زیر است: «می‌خواهیم مثلث متساوی‌الاضلاعی روی یك پـاره خط معلوم رسم کنیم». وحال‌آنکه مثلا شکل پانـزدهـم ازهمان کتاب یك قضیه است: «دوزاویهٔ متقابل به‌رأس که ازتقاطع دوخط راست پدیدآیند متساویند»

۳/۹۰ـ **شکل آبی** = **(الشکل‌المائی)** = Watery body

مقصود از «شکل‌آبـی» **بیست وجهی منتظم**[۱] است. رجـوع کنید بـه اصطلاح «شکل اندر کره» (شمارهٔ ۳/۹۲)

۳/۹۱ـ **شکل آتشی** = **(الشکل‌الناری)** = Fiery body

(۱)ـ به انگلیسی Icosahedron

مقصود از«شکل آتشی» **چهار وجهی منتظم** (۱) است . رجوع کنید بـه اصطلاح «شکل اندر کره» (شماره ۳/۹۲)

۳/۹۲ـ شکل اندر کره(۲) = **(الشکل المحیط به الکره)** =

Polyhedra inscribed in a sphere

> چندشکل اندرکره تواند بود؟ـ اما هرگاه‌که شکل راست پهلو وراست زاویه بود وتألیف از یك گونـه شکل خواهـی کردن ، جز پنج شکل اندرکره نتواند بودن. واین پنج‌شکل را بروی تشبیه ومانندهکردن نامزدکردند باصلهای عالم کـه فلك است و چهارطبع. واماکـه ازگوناگون شکلها تـرکیب خواهی‌کردن آنرا حد وشمار نیست. فاما آن‌پنج که گفتیم‌یکی **مکعب** است‌که‌گردبرگرداو شش مربع است. و اورا **ارضی** خوانند آی [= یعنی] **زمینی**. ودیگرازبیست مثلث‌متساوی الاضلاع است و اورا **مائی** خوانند ایْ **آبی**.وسیوم ازهشت مثلث متساوی‌الاضلاع است واورا **هوائی** خوانند. وچهارم چون خسك ازچهارمثلث متساوی‌الاضلاع است واو را **ناری** خوانند ایْ **آتشی** وپنجم ازدوازده مخمس‌کرده است واو را **فلکی** خوانند (ت:۲۹ = T:۲۰)

درتعریف فوق مقصود از «شکل اندر کره» **چندوجهی‌محاط درکره** است ومقصود از«شکل راست پهلو وراست زاویه» **چند وجهی منتظم** می‌باشد. در کره فقط پنج چند وجهی منتظم می‌توان محاط کرد که قدماآنها را **اجسام افلاطونی** (Platonic bodies) می‌خواندند. (رجوع کنید به «اسمیث H»ج۲ ص۲۹۵)

اینکه استاد فرموده است «واماکه ازگوناگون شکلها ترکیب خـواهـی کردن آن را حدوشمار نیست» مقصود چند وجهیهای‌نیم منتظم‌است. **غیاث‌الدین**

(۱)ـ به انگلیسی Tetrahedron

(۲)ـ به فرانسوی Polyèdre inscrit dans une sphère

جمشید کاشانی * در «مفتاح‌الحساب» دو نوع ازچند وجهیهای نیم منتظم‌رامعرفی کرده است (رجوع کنید به «قربانی:کاشانی‌نامه» ص۱۳۵ شمارهٔ ۲۰۶)

۳/۹۳ـ **شکل بردایره** = **(الشکل‌المحیط بالدایره)** =
Figure circumscribed about a circle

> شکل بردایره‌کدام است؟ـ آن راست پهلوکه بیرون از دایره بود وهرضلعی ازآن اومماس بود آن‌دایره‌را(ت:۱۶ = (T:۱۰

دراصطلاح‌امروزی این شکل را **چند ضلعی محیطی**می‌نامیم که ممکن است منتظم باشد یا نباشد ولی مقصود **بیرونی** چندضلعی منتظم محیط بر دایره است .

۳/۹۴ـ **شکل بسیار پهلو** (=**مضلع**) = Many-sided figure

بیرونی این‌اصطلاح را درضمن‌تعریف اصطلاح «ستون کژ» (شمارهٔ۳/۸۲) به‌کاربرده ومقصود وی ازاین اصطلاح «چندضلعی» است .

۳/۹۵ـ **شکل‌زمینی** = **(الشکل‌الارضی)** = Earthy body

مقصود از«شکل زمینی» **مکعب** است. رجوع کنید به اصطلاح «شکل اندر کره» (شمارهٔ ۳/۹۲)

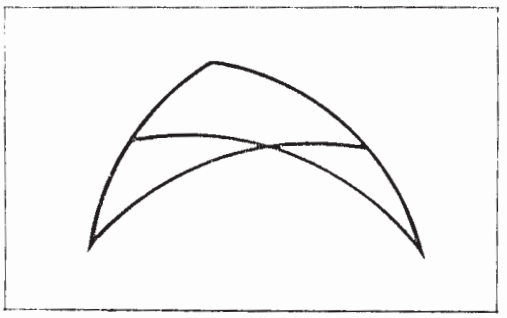
۳/۹۶ـ **شکل فلکی** = (؟) Sphere

یعنی **دوازده‌وجهی منتظم** (Dodecahedron). رجوع کنیدبه‌اصطلاح «شکل اندر کره» (شمارهٔ ۳/۹۲)

نصیرالدین طوسی * در «تحریر اقلیدس» (ص ۱۹۴) نوشته است: « وهذا الشکل‌ینسب‌الی‌السماء»

۳/۹۷ـ **شکل قطّاع** = Secant figure

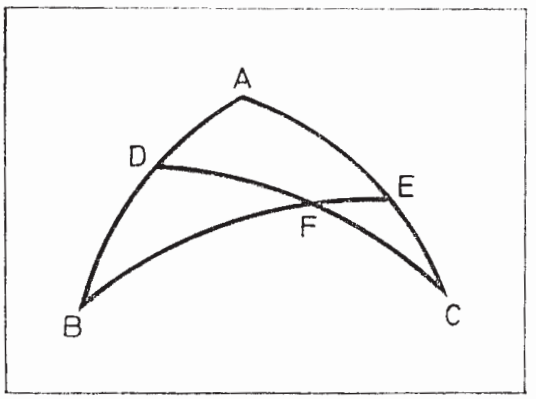
شکل‌قطّاع چیست ؟ـ اواز چهار دایـرهٔ بـزرگ (عظیمه) بجای‌آیدکه هردوی ایشان بـریك نقطه بهم آمـده باشند. و همچنـان بـود چون سرانگشت میانگی ازهردو دست یکی بـر- دیگر نهی وهـر دوسر انگشـت غمّاز بر میانگاه انگشت میانکی بنهی نمودهٔ اوآید (ت:۳۲ = T:۲۳)



(شکل ۱۳)

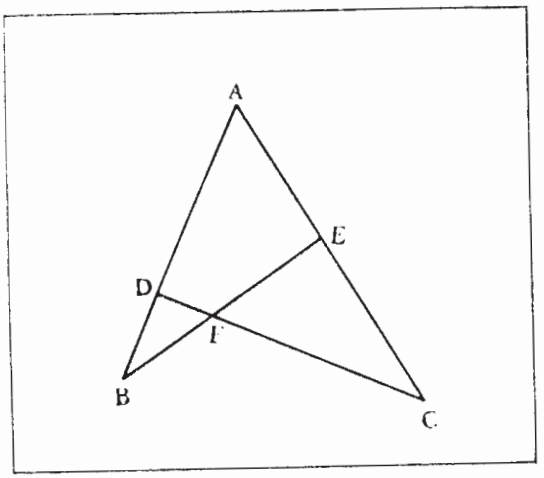
مقصود از«شکل قطاع» در ریاضیات دورهٔ اسلامی دوچیز است:

اولا «شکل‌قطاع» شکلی است هندسی که یا ازتقاطـع چهارخط راست کـه دوبه‌دو یکدیگر را قطع کنند پدیدمی‌آید وآن را«**قطاع‌سطحی**» می‌نامند.ویااز تقاطع‌چهاردایرهٔ عظمیه برسطح کره پدیدمی‌آیدوآن را «**قطاع کروی**»می‌نامند.



«قطاع کروی»

(شکل ۱۴)



«قطاع سطحی»

(شکل۱۵)

ثانیاً «شکل قطاع» قضیه‌ای است که درمورد شکلهای فوق بـه صورت زیـر بیان می‌شود :

$$\frac{CE}{AE} = \frac{CF}{DF} \times \frac{DB}{AB}$$ (شکل قطّاع سطحی)

$$\frac{\sin CE}{\sin AE} = \frac{\sin CF}{\sin DF} \times \frac{\sin DB}{\sin AB}$$ (شکل قطّاع کروی)

چون در بخش چهارم کتاب «نسوی‌نامه»(۱) تألیف خود شرح مفصلی در بارهٔ شکل قطّاع نوشته‌ام دراینجا به‌همین مختصر اکتفا کرده خاطرنشان می کنم که:

در بیشتر کتابهای تاریخ ریاضیات که به زبانهای اروپایی نوشته‌شده اصطلاح «قطاع» به فتح اول وتشدید دوم ضبط شده است. اما گاهی نیز آن را به کسر اول و تخفیف دوم ویا به ضمّ اول وتخفیف دوم ثبت کرده‌اند. ایـن اصطلاح را مترجمان عربی به لاتینی به صورت figura alkata نقل نموده‌اند.

۳/۹۸ـ **شکل هوائی** = Airy bady

مقصود **هشت وجهی منتظم** (Octahedron) است. رجـوع کنیـد بـه اصطلاح «شکل اندر کره» (شمارهٔ ۳/۹۲)

۳/۹۹ـ **شمار** = **(حساب)** = Arithmetic

> شمار چیست؟ـ بکاربردن عدد وخاصیتهای او اندر بیرون آوردن چیزها اما [= یا] بجمله‌کردن واما به پراکندن یعنی بفزودن یا بکاستن (ت:۴۱ = T:۳۱)

۳/۱۰۰ـ **شمارها به‌حروف تازی** = **(اثبات‌الاعداد بحروف‌العرب)** = Arabic letters for numerals

(۱)ـ رجوع‌کنید به «قربانی: نسوی‌نامه» صفحات ۱۴۷ تا ۱۶۴

شمارها بحروف‌تازی چگونه نویسند؟- این‌مواضعتی است واتفاق میان گروهی. وبتوانستندی‌کردن‌که بر حـروف معجم کردندی آنك: ا، ب، ت، ث است. که عدد اونه‌آحادرا ونه عشرات ونه صد ویکی هزاربایشان بسنده باشد، ازیراك‌بیست وهشت است. ولکن این مردمان تـرتیب اعـداد بحروف‌جمل کردند، ازیراك این ترتیب آشکاره‌تر بود میان اهل‌کتاب‌پیش ازعرب. واین است :

ابجد، هوز، حطّی،کلمن، سعفص، قـرشت ، ثخذ ، ضظغ

یکان	ا	ب	ج	د	ه	و	ز	ح	ط	
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	
دهگان	ی	ك	ل	م	ن	س	ع	ف	ص	
	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰	۷۰	۸۰	۹۰	
صدگان	ق	ر	ش	ت	ث	خ	ذ	ض	ظ	غ
	۱۰۰	۲۰۰	۳۰۰	۴۰۰	۵۰۰	۶۰۰	۷۰۰	۸۰۰	۹۰۰	۱۰۰۰

وحصت‌هریك‌ازاین حروفها ازشماربدین‌جدول دراست.(ت:۵۲)

نوشتن اعداد را با حروف فوق **حساب‌جمّل** می‌نامند[۱] . در حساب‌جمّل مطابق با جدول‌فوق نه حرف از **الف** تا **طا** را برای یکان واز **یا** تا **صاد** رابرای دهگان وازقاف تا **ظا** را برای صدگان و**غین** را به جای هزار می گیرند. اعداد دیگر را به وسیلهٔ ترکیب این حروف می‌نویسند ودرموقع نوشتن حروف مرکب

(۱)- ونیزرجوع‌کنید به مقالهٔ «ابجد» در «دایرةالمعارف فارسی» ومقالهٔ «حساب الجمل» در «دایرةالمعارف اسلام» چاپ دوم

عدد بزرگتر را برعـدد کوچکتر بـه ترتیبی که در فـارسی تلفظ مـی کنیم مقدم می‌دارند .

دراینجا چند عدد را هم به حساب جمّل و هم با ارقام‌هندی می‌نـویسم تـا مطلب واضح شود :

یا	کد	نط	قا	غقلد
۱۱	۲۴	۵۹	۱۰۱	۱۱۳۴

وعدهٔ هزارگان را مطابق با تلفظ فارسی برحرف **غین**مقدم می‌دارند.

مثال :

بغ	هغ	بغتکج
۲۰۰۰	۵۰۰۰	۲۴۲۳

برای نوشتن این حروف درزیجها قواعدی هست. ازقبیل اینکـه نقطهٔ **با** و **جیم** و **زا** و **یا** را نمی گذارند و**جیم** را به شکل **ح** می‌نـویسند تـا بـا **حا** اشتباه نشود وغیره .

۳/۱۰۱ـ **ارقام شمارشصتگانی** ـ دراینجا از فرصت استفاده کـرده روش نوشتن ارقام را در دستگاه شمارشصتگانی کـه آن را درشمارهٔ ۳/۱۲ کتاب حاضر شرح دادم می‌نویسم :

اگرچه‌در دستگاه شمارشصتگانی ازحروف جمّل‌برای نوشتن اعداداستفاده می کنند ولی باید متوجه بود که نوشتن اعـداد درحساب جمّل و در دستگاه‌شمار شصتگانی تفاوت دارد .

همانگونه که در دستگاه شمار دهگانی همهٔ اعداد را به وسیلهٔ صفرونه‌رقم

۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ می‌نویسیم، درشمار شصتگانی برای نوشتن همهٔ اعداد به صفر و پنجاه و نه رقم (ازیك تا پنجاه و نه) احتیاج هست که آنها را همانگونه که گفتم با ترکیب حروف جمّل می‌نویسند به شرح زیر:

ا	ب	ج	د	ه	و	ز	ح	ط	ی
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
یا	یب	یج	ید	یه	یو	یز	یح	یط	ك
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
کا	کب	کج	کد	که	کو	کز	کح	کط	ل
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰
لا	لب	لج	لد	له	لو	لز	لح	لط	م
۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	۳۷	۳۸	۳۹	۴۰
ما	مب	مج	مد	مه	مو	مز	مح	مط	ن
۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰
نا	نب	نج	ند	نه	نو	نز	نح	نط	
۵۱	۵۲	۵۳	۵۴	۵۵	۵۶	۵۷	۵۸	۵۹	

بنابراین درشمارشصتگانی ارقام ازیك تا پنجاه و نه به صورت مرکب نوشته می‌شود مانند **ید** (= ۱۴) و **کز** (= ۲۷) و **نط** (= ۵۹) وغیره

۳/۱۰۲ـ شمردن

بیرونی اصطلاح **شمردن** را به‌معنی «عدّ کردن» بارهادر کتاب «التفهیم»

به‌کار برده است. مثلادرصفحهٔ ۳۵ «التفهیم‌فارسی» می‌خوانیم: «عدد اول کدامست؟ـ این آنست که او را جز یکی نشمرد». و همچنین در صفحهٔ ۳۶ «التفهیم فارسی» آمده است:

«عددهای مشترك کدامست؟ـ مشترك آن باشد که عددی ایشان را بشمرد. چون ۱۵ و ۲۵ و ۳۰ که پنج ایشان را بشمرد...» (و نیز رجوع کنید به اصطلاح «عددمرکب» شمارهٔ ۳/۱۱۶)

ازاین اصطلاح زیبای فارسی که **بیرونی** آن را هزارسال پیش‌ازاین به‌کار برده می‌توان‌اصطلاح **شمارنده** را به جای «مقسوم علیه» به معنی «عدّ کننده» یا «عامل» (Divisor) اقتباس کرد.

مثلاً شمارنده‌های عدد۶ عبارتنداز ۱ و ۲ و ۳ و ۶. بـه‌خصوص که «مقسوم علیه» درمقام تقسیم به‌کار می‌رود وممکن است مقسوم برمقسوم‌علیه قابل قسمت نباشد. مثلا در تقسیم ۱۷ بر۵ عدد ۵ «مقسوم‌علیه» هست ولی «شمارندهٔ» عدد ۱۷ نیست.

۳/۱۰۳ـ **شیء** = Unnown

> شیء چیست؟ـ چون جذرپیدا نبودکه چند است‌اوراشیء نام‌کنند. پس‌شیء جذرمجهول باشد. وچون شیء بهشیء زنی **مال**آید.ولکن آن مال نیز مجهول بود (ت:۵۰ = ۳۹:۲)

قدما «مجهول» را **شیء** می‌نامیدند(x) ومربع آن‌را **مال** می‌خواندند(x^2). همچنین عدد a را درمقام مقایسه با a^2 **جذر** می‌گفتند. ومقصود از عبارت «شیء جذر مجهول باشد» این است که اگرعددی مجهول باشد جذرمجهول آن‌را **شیء** می‌گویند. وحاصل ضرب شیء درشیء یعنی x^2 را **مال** می‌نامند. درمسایل چند

مجهولی قدما مجهولها را مثلا درم ودینار وغیره می‌نامیدند[۱]. برای آگاهی یافتن از اصطلاحات «مال‌مال» و«کعب کعب» وغیره رجوع کنید به «قربانی: کاشانی نامه» صفحهٔ ۶۷.

۳/۱۰۴ـ ضرب = Multiplication

> ضرب چیست؟ـ عددرا چندبار عدد دیگر کردن است ...
> (ت: ۴۱ = T:۶۱)

ونیزرجوع کنید به اصطلاح «زدن» (شمارهٔ ۳/۷۶)

۳/۱۰۵ـ ضلع = Side

رجوع کنید به اصطلاح «مثلث» (شمارهٔ۳/۱۶۸) واصطلاح «عددهای‌مجسم» (شمارهٔ ۳/۱۳۰)

۳/۱۰۶ـ ضلع مهین = (الضلع‌الاعظم) = Longest side

یعنی ضلع مقابل به زاویهٔ قائمه یا منفرجه درمثلث. رجوع کنید به‌اصطلاح «اقصرالاقصرین» (شمارهٔ ۳/۹)

۳/۱۰۷ـ طول = Length

رجوع کنید به اصطلاح «بعدهای جایگاه» (شمارهٔ ۳/۱۷) واصطلاح «قوت وطول» (شمارهٔ ۳/۱۵۲)

۳/۱۰۸ـ عدد = Number

> عدد چیست؟ـ جمله‌ایست ازیکها کردآمده. وازین جهت یکی‌را ازعدد بیرون آوردند وگفتندکه عددنیست زیراکه‌جمله نیست (ت:۳۴ = T:۲۴)

(۱)ـ رجوع‌کنید به اصطلاح «حساب درم ودینار» (شمارهٔ ۳/۴۹)

این همان تعریفی است که در کتاب «اصول هندسهٔ اقلیدس» آمده‌است[۱]: «العدد هوالکمیةالمتألفدمن‌الواحدات». ورجوع کنید به «هیث E» ج ۲ ص ۲۸۰ تعریف شمارهٔ ۲

۳/۱۰۹- عدداول = Prime number

> عدد اول کدامست؟- این آنست که اورا جزیکی نشمرد، واورا هیچ‌پاره نبودمگرانکه‌همنام‌او بود (ت : ۳۵ = T:۲۵)

جملهٔ «واورا هیچ‌پاره نبود» یعنی: برهیچ عدد دیگر قابل‌قسمت نباشد.

یکی ازقضایای مهم حساب‌استدلالی این است که: هرعدد غیر اول عبارت است ازحاصل‌ضرب دویا چند عدد اول.

این موضوع را می‌توان چنین تعبیر کرد: عددهای اول به منزلهٔ مصالح اولیه‌ای هستندکه همهٔ عددهای طبیعی دیگررا می‌توان با آنها ساخت.

ریاضی‌دانان بزرگ درطی قرنهای متوالی خاصیتهای عددهای اول را مورد تحقیق وبررسی قرار داده وسعی وکوشش فراوان به عمل آورده‌اندتا شایدبتوانند وضع نسبی عددهای اول را نسبت به عددهای دیگر معین کرده جای آنها را در رشتهٔ عددهای طبیعی معلوم سازند.

مهمترین نتایجی که قدما به دست آورده‌اند یکی قضیهٔ مهمی است که **اقلیدس** ثابت کرده ونشان داده است که رشتهٔ عددهای اول نامتناهی است. به عبارت دیگر هرعدد اول هرقدرهم‌بزرگ باشد، می‌توان عدد اولی بزرگترازآن‌به دست آورد.

ویکی دیگر «غربال **اراتستن**» است که موضوع آن یافتن همهٔ عددهای‌اول

---

(۱)- «تحریراقلیدس» ص ۹۹

کوچکتر از عدد مفروضی می‌باشد. برای کسب اطلاع بیشتر دربارهٔ عددهای اول مثلا رجوع کنید به «ایوز H» صفحات ۱۳۶ به بعد .

۳/۱۱۰ـ **عدد تام** = Perfect number

> عددتام کدامست؟ـ آنست که اجزای او جمله کنی همچنداو باشند. چون شش کداو را سه، نیمه بود. ودو، سه‌یك. ویکی، شش‌یك. چون جمله کنی شش باشد (ت: ۳۷ = T:۲۷)

عدد تام عدد صحیحی است که مساوی با مجموع اجزای خود باشد. در شمارهٔ ۳/۶ دیدیم که اجزای هرعدد صحیح غیراول اعدادی هستند که آن عددرا می‌شمرند (یعنی آن عدد بر آنها قابل قسمت است) واز آن کوچکترند .

مثلا عدد ۶ «عددتام» است زیرا اجزای ۶ عبارتنداز ۱ و ۲ و ۳ وداریم

$$۶ = ۱ + ۲ + ۳$$

خاطرنشان می کنم که «اجزای عدد» همان شمارنده‌های آن هستند به استثنای خود عدد .

تا سال ۱۹۵۲ میلادی فقط دوازده **عدد تام** شناخته شده بود که نخستین سه عددآنها عبارتنداز۶ و ۲۸ و ۴۹۶.

درآخرین شکل (= قضیه) از مقالهٔ نهم «اصول اقلیدس» بـه‌ثبوت رسیده است که اگر $۲^n - ۱$ عدد اول باشدآنگاه $(۲^n - ۱)\,۲^{n-۱}$ عددتام‌خواهدبود[۱] .

این را «دستور اقلیدس» می‌نامند. عددهای تامی که به وسیلهٔ این دستور به دست می‌آیند همه زوج هستند. وجود یا عدم عددهای تامی که فرد باشند ازمسایل حل نشدهٔ تئوری اعداد است . فقط می‌دانیم که عدد تام فردی که کوچکتر از

---

(۱)ـ رجوع‌کنیدبه«هیثE» ج۲ ص ۴۲۱ قضیهٔ ۳۶ ـ و نیز به «اسمیتH» ج ۲ ص ۲۰

۲،۰۰۰،۰۰۰ باشد وجود ندارد .

درسال ۱۹۵۲ میلادی پنج عدد تام جدید به وسیلهٔ ماشین محاسبه کشف شد که نظیرمقادیر ۵۲۱ و ۶۰۷ و ۱۲۷۹ و ۲۲۰۳ و۲۲۸۱ برای n دردستور اقلیدس هستند. درسال ۱۹۵۷ یك عدد تام دیگر نظیرمقدار n = ۳۲۱۷ از دستور اقلیدس بد دست آمد ودرسال ۱۹۶۱ دوعدد تام دیگررا که نظیر مقادیر n = ۴۲۵۳ و n = ۴۴۲۳ ازدستور اقلیدس هستندحساب کردند. عدد تام نظیر n = ۴۴۲۳دارای ۲۶۶۳ رقم است. (برای کسب اطلاع بیشتر دربارهٔ عددهای تام رجوع کنید به «دیکسون H» ج۱ص۳ تا۳۳)

۳/۱۱۱ـ **عددزاید** = Abundant number

> عدد زاید کدامست؟ـ ... وعدد زائد آن‌بودکه جملهٔ اجزاء وی بیشتر باشند ازوی. چون دوازده‌که نیمهٔ او، شش‌است . وسه‌یك او، چهار. وچهاریك‌او، سه. و شش یك او، دو. و دوازده یك او ، یکی . و جملهٔ آن شانزده باشد بیشتر از دوازده (ت:۳۷ = T:۲۵)

مقصود از**عددزاید** عددی است که اگر اجزای آن را (یعنی همهٔ‌شمارنده‌های آن راکه ازآن کوچکتر هستند)[۱] با هم جمع کنیم حاصل ازخود آن‌عدد بزرگتر شود .

مثلا ۱۲عددی است زاید. زیرا اجزای دوازده عبارتند از ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۶ و مجموع این اجزا یعنی ۱۶ = ۶ + ۴ + ۳ + ۲ + ۱ از۱۲ بزرگتر است .

دربارهٔ استخراج عددهای زاید مثلا رجوع کنید به «درةالتاج» بخش دوم

(۱)ـ رجوع‌کنید به شمارهٔ ۳/۱۰۲

فن سوم، صفحهٔ ۱۴: «واما طریق استخراج اعداد زایده وناقصه آن است که ...»

برای کسب اطلاعات دقیق ومشروح دربارهٔ عددهای زاید رجوع کنید بـه «دیکسن H» ج۱ فصل اول

۳/۱۱۲ـ **عددغیری** = Heteromecic (=Oblong) number

این اصطلاح در کتاب «التفهیم» درضمن اصطلاح «عـدد مسطح» تعریف شده است. رجوع کنید به شمارهٔ ۳/۱۱۸ کتاب حاضر.

مقصود از «عددغیری» حاصلضرب دو عـدد صحیح متوالـی است و اصطلاح یـونـانـی معادل «غیری» Heteromecic و اصطـلاح انگلیسی آن Oblong است[۱] معلوم‌نشد چرا **رمزی ریت** درترجمهٔ انگلیسی«التفهیم» (T :۲۶) ایـن اصطلاح را به صورت Altered number ترجمه کرده است.

عـددهـای غیری متوالـی عبـارتند از ۳ × ۲ و ۴ × ۳ و ۵ × ۴ و . . . و $n(n+1)$

عددهای غیری متوالی ازمجموع اعداد زوج متوالی به دست می‌آیند:

$$۲+۴+۶+۸+\ldots+۲n=n(n+۱)$$

مثلاً

$$۲+۴=۶ \quad =۲\times۳$$

$$۲+۴+۶=۱۲=۳\times۴$$

$$۲+۴+۶+۸=۲۰=۴\times۵$$

واضح است که مستطیلهایی که بـا هریك ازاعـداد غیری می‌تـوان ساخت (مثلا مستطیل ۳ × ۲) هرگز با هم مشابه نمی‌توانند باشند زیرا نسبت $\frac{n}{n+۱}$ به ازای مقادیر مختلف n با هم متفاوت هستند. درصورتی که مستطیلهایی که با اعداد

(۱)- رجوع‌کنید به «هیثH» ج ۱ ص ۸۲

مستطیل (شمارهٔ ۳/۱۱۷) می‌توان ساخت گاهی با هم مشابه‌هستند. مثلامستطیلهای ۵ × ۲ و ۱۰ × ۴ با هم مشابه هستند. به همین دلیل است که «اعدادمسطح» را به دو دستهٔ «اعداد مستطیل» و«اعداد غیری» تقسیم کرده‌اند .

۳/۱۱۳- **عدد فرد** = Odd number

رجوع کنید به اصطلاح «فرد» (شمارهٔ ۳/۱۳۸)

۳/۱۱۴- **عددمتمم** = Suplementary number

> عدد متمم کدامست؟- چون جذر مربع چندبار جذر مربعی کنی آنچ گـردآیـد او را متمم خـوانند ای تمام کننده . ازیراك ازآن‌دومربع‌بادوتوی‌متمم‌مربعی نوشود، که‌جذراوجملهٔ دو جذرآن دومربع‌بود. ونمودهٔ اویك‌مربع راجذردو.و دیگر مربع را جذرسه. اگر دورا سه‌باره‌کنی شش بود وایـن متمم است. زیراکه جملهٔ چهار ونه با دوبار شش بیست‌وپنج بودو این مربعی‌است، جذر اوپنج (ت:۳۶ = T:۲۶)

مطابق با تعریف فوق اگر a وb دوعدد صحیح باشند متمم اعداد a^2وb^2 عدد ab است . دلیلی که **بیرونی** آورده این است که اگر a^2وb^2 را بـا دو برابر ab (یعنی دوبرابرمتمم) جمع کنیم عددی حاصل می‌شود که جذرآن (a + b) است.

$$a^2 + b^2 + 2ab = (a + b)^2$$

علت این نامگذاری این است که اگر دوعدد مربع‌کامل داشته باشیم مانند a^2وb^2 درحالت کلی مجموع آنها یك مربع‌کامل نیست. (مثلا مجموع۴ و۹ یعنی ۱۳ مربع‌کامل نیست) واگر بخواهیم کـه این مجموع مـربع‌کامل شود بایـد بـه b^2وa^2 عدد 2ab را بیفزاییم تا مـربع‌کامل شود (مثلا اگـر بخواهیم ۱۳ = ۹ + ۴ مربع‌کامل شود باید دوبرابر ۳ × ۲ یعنی ۱۲ را به آن بیفزاییم‌تا ۲۵ به‌دست‌آید.)

رمزی ریت اصطلاح «عدد متمم» را Complete number ترجمه کرده

است ولی گمان می کنم بهتر است چنانکه درفوق نوشته‌ام ترجمه شود.

۳/۱۱۵ـ **عددمربع** = Square number

مقصود عدد صحیحی است که مساوی با حاصل ضرب دوعدد صحیح متساوی باشد.رجوع کنید به اصطلاح «عدد مسطح» (شمارهٔ ۳/۱۱۸)

۳/۱۱۶ـ **عددمرکب** = Composite number

> عددمرکب چیست؟ـ این آنست که اورا دو عدد یا بیشتر بشمرند. واورا پاره‌ها بود جز بهمنام. چون شش که یکی او را بششبار بشمرد وشش یك او باشد. ودو اورا بسه‌باربشمرد وسه‌یك او باشد. و سه اورا بدوبار بشمرد ونیمهٔ او باشد (ت: **۳۵** = **۲۵**:T)

«عددمرکب» یعنی عددی که اول نباشد. مقصود ازعبارت «او را پاره‌ها بود جز بهمنام» این است که عدد مرکب شمارنده‌ای غیر ازخود دارد.

۳/۱۱۷ـ **عددمستطیل** = Rectangular number

مقصود از «عدد مستطیل» حاصلضرب دوعددصحیح غیر متوالی است. مانند ۲۱ = ۷ × ۳ که ۳ و۷ را اضلاع آن می‌نامند.

این اصطلاع در«التفهیم» درضمن اصطلاح «عدد مسطح» تعریف شده است.

۳/۱۱۸ـ **عددمسطح** = Plane number

> عدد مسطح کدامست؟ـ آنست که ازدوعدد بجای آید که یکی چندبار دیگرکنی. اگر این دوعدد یکدیگر را راست باشند این مسطح که ازآن گردآید **مربع** باشد. ویکی ازاین دوعدد اورا **جذر** باشد. همچون سه که سه‌بارکنی نه شود. این **۹** مربع باشد و**۳** جذراو باشد. واگرمیان آن دوعددیکی

فضله بودآنچ گردآید اورا **غیری** خوانند (رجوع کنید به شمارهٔ ۳/۱۱۲) چون دوازده‌که ازسه آید چهاربارکرده . و میان سه وچهار یکی فضله است. وگرمیان آن دوعدد فضله بیش‌ازیکی باشد اورا **مستطیل** خوانند. چون دوازده ، اگر ازدو ، شش‌بارکرده آید. که میان دووشش فضله بیشترازیکی است. واین دوازده ازیك‌سو **غیری** است‌وزدیگرسو**مستطیل** (ت:۳۵ = T:۲۶)

البته به‌کاربردن کلمات «مسطح» و «مربع» و «مستطیل» دربارهٔ اعداد از اسامی شکلهای هندسی اقتباس شده است. حاصل‌ضرب دوعدد صحیح را قدما «مسطح» یا «سطح» آن دوعدد می‌نامیدند وهریك ازآن اعداد را «**ضلع**»حاصل‌ضرب می گفتند[۱] . اما علت اینکه **بیرونی** حاصل‌ضرب دو عدد صحیح متوالی یعنی a(a + ۱) را **غیری** نامیده است همان است که در شمارهٔ ۳/۱۱۲ شرح دادم .

۳/۱۱۹ـ **عدد ناقص** = Deficient number

عددناقص کدام است؟ـ عدد ناقص آن است‌که جزوهاش جمله‌کنی ازوی‌کم باشد. چون هشت‌که نیمهٔ اوچهار باشدو چهاریك اودو . وهشت یك‌اویکی. وجملهٔ آن هفت باشد از هشت‌کمتر (ت:۳۷ = T:۲۷)

مقصود از «عددناقص» عددی است‌که اگر اجزای آن را (یعنی همهٔ شمارنده‌های آن راکه ازآن کوچکترند) با هم جمع کنیم حاصل ازخود آن عدد کوچکتر شود. مثلا ۸ عددی است ناقص. زیرا اجزای ۸ عبارتند از ۱ و۲ و۴ ومجموع این اجزا یعنی

(۱)ـ رجوع‌کنید به «هیث E» ، ج۲ ص ۲۸۷ تعریف ۱۶

$$۱+۲+۴=۷$$

ازخودهشت کمتر است .

دربارهٔ روش استخراج عددهای ناقص‌مثلارجوع کنید به«درةالتاج» ، بخش دوم فن سوم، ص ۱۴: «واما طریق استخراج اعداد زایده و ناقصه آن است که...»

برای کسب اطلاعات دقیق ومفصل دربارهٔ عددهای ناقص رجوع کنید به «دیکسن H» ج ۱ فصل اول .

۳/۱۲۰ـ عددهای اهرامی Pyramidal numbers

عددهای اهرامی کدامند؟ـ این آنست که مربعهای متوالی یك بر دیگر نهی تا همچون آن [سه] هرمی گردند که برابر مصراند.وبدیدار چنان بودکه سنگهای ترازو یك‌بردیگرنهی، خرد زبربزرگ، تا چون‌پایهای‌گردند یکدیگر رابیالاراست... ونمودهٔ او آنست که یکی نخستین مربع است. چون اورا بر **چهار** نهی‌که دوم مربع است وآنگه هردورا بر**نه**که سوم مربع است، آنکه بر**شانزده**که چهارم مربع است وهمچنین‌تا آنجاکه خواهی. واین را هندوان **برك‌سنکلت** (۱) خوانند. وبودکه این هرم ازمکعبهای متوالی‌کرده آید و انگاه بالای پایه‌ها راست نبود. ونمودهٔ اوآنست‌که **یکی** نخستین‌مکعب است. او را بر**هشت** نهی‌که دوم مکعب است، آنکه بر **بیست وهفت**. آنکه بر**شست وچهار** واین را هندوان **کهن سنکلت** (۲) خوانند. و خاصیت عددها ونامهای ایشان بینهایت‌اند چنانکه عدد بی‌نهایت است. پس چیزی‌از آن یادکنیم‌که عدد اندر او بکارآید (ت:۴۰ = T:۳۱)

(۱)ـ Varga - Varga sankalita یعنی مربع و Sankalita یعنی جمع‌کردن . رجوع‌کنید به شمارهٔ ۲/۳۸ (صفحهٔ ۶۸)کتاب حاضر .

(۲)ـ G ' hana - G ' hana sankalita یعنی مکعب (رجوع‌کنیدبه T:۳۱)

بیرونی «عددهای اهرامی» و«عددهای مخروط»[۱] را جدا ازهم تعریف کرده است. درزبانهای اروپایی همهٔ این عددها را «اعداداهرامی»[۲] می‌نامند.

این اعداد با درنظر گرفتن مجموع یك یا دو یا سه یا چهار... یا چند جمله از رشتهٔ «عددهای مثلث»[۳] یا رشتهٔ «عددهای مربع»[۴] یا رشتهٔ «عددهای‌مخمس» وغیره حاصل می‌شوند.

الف ـ عددهای اهرامی سه‌پهلو[۵] که **بیرونی** آنها را «عددهای مخروط» نامیده است عبارتنداز:

۱ و ۴ و ۱۰ و ۲۰ و ...

این اعداد ازروی هم نهادن «اعداد مثلث» یعنی جمع کردن جمله‌های رشتهٔ اعداد مثلث به دست می‌آیند:

۱

$۴ = ۱ + ۳$

$۱۰ = ۱ + ۳ + ۶$

$۲۰ = ۱ + ۳ + ۶ + ۱۰$

.....

ب ـ عددهای اهرامی چهارپهلو که **بیرونی** آنها را «عددهای‌اهرامی» نامیده است عبارتند از

۱ و ۵ و ۱۴ و ۳۰ و ...

---

(۱)ـ رجوع‌کنید به شمارهٔ ۳/۱۳۱

(۲)ـ به فرانسوی: Nambres pnyramidaux

(۳)ـ رجوع‌کنید به شمارهٔ ۳/۱۲۹

(۴)ـ رجوع‌کنید به شمارهٔ ۳/۱۳۲

(۵)ـ به فرانسوی : Nomlres pyramidaux triangulaires

این اعداد ازروی هم‌نهادن «اعدادمربع» یعنی جمع کردن جمله‌های رشتهٔ اعداد مربع‌کامل حاصل می‌شوند :

۱

۵ = ۱ + ۴

۱۴ = ۱ + ۴ + ۹

۳۰ = ۱ + ۴ + ۹ + ۱۶

. . . . . .

ج- عددهای اهرامی پنج پهلو که **بیرونی** از آنها سخن به میان نیاورده است عبارتنداز:

۱ و ۶ و ۱۸ و ۳۰ و ...

این اعداد از روی هم نهادن «اعداد مخمس» یعنی جمع کردن جمله‌های رشتهٔ اعداد مخمس حاصل می‌شوند .

«عددهای مخمس» اعدادی هستند که ازجمع کردن یك یا دو یا چند جمله ازتصاعد حسابی ۱ و ۴ و ۷ و ۱۰ و ... حاصل می‌شوند وعبارتنداز:

۱ و ۵ و ۱۲ و ۲۲ و ...

بنابراین «عددهای اهرامی پنج» پهلو عبارتنداز:

۱

۶ = ۱ + ۵

۱۸ = ۱ + ۵ + ۱۲

۴۰ = ۱ + ۵ + ۱۲ + ۲۲

۳/۱۲۱- عددهای تیری = Beam numbers [۱]

رجوع کنید به اصطلاح «عددهای مجسم» (شمارهٔ ۳/۱۳۰)

(۱)- رجوع‌کنید به «هیث E» ج۲ ص ۲۹۰ و۲۹۱

۳/۱۲۲ـ **عددهای طبیعی** = Natural numbers

> عددهای طبیعی کدامند؟ـ آنندکه ابتدا ازیکی کنند وزیادت یك‌یك همی‌کنند. چون ۱ و۲ و ۳ و ۴ و۵و... ونیز آن را **عددهای متوالی** خـوانند ای [= یعنی] یك ازپس دیگر (ت: ۳۴ = T:۲۴)

رشتهٔ عددهای‌صحیح متوالی‌را **عددهای طبیعی** نامیده‌اند زیرا این‌اعدادبه وجهی طبیعی برای شمردن اشیا پدیدآمده است وحال‌آنکه عددهای دیگر مانند $\frac{۲}{۳}$ و ۲/۱ و ۵٫۷۱ وغیره‌را ازروی اعداد طبیعی ساخته‌اند.

۳/۱۲۳ـ **عددهای لبنی**(۱) = Plinth numbers

رجوع کنید به اصطلاح «عددهای مجسم» (شمارهٔ ۳/۱۳۰)

۳/۱۲۴ـ **عددهای لوحی**(۱) = Scalene numbers

رجوع کنید به اصطلاح «عددهای مجسم» (شمارهٔ ۳/۱۳۰)

۳/۱۲۵ـ **عددهای متباین** = Separate uumbers

> عددهای متباین کدامند؟ـ آنندکه هیچ عدد ایشانرانشمرد، چون نه وده‌که هردورا جـزیکی نشمرد وبهیچ جـزوهنبازی نیوفتد چون نیمه یا سیك. پس‌نـه متباین است ده‌را ای جـدا [= یعنی جدا] ازوی (ت:۳۷ = T:۲۷)

عبارت «به هیچ جزوهنبازی نیوفتد» یعنی مثلا ۳ که یکی ازاجزای ۹ است عدد۱۰ را نمی‌شمرد وهمچنین ۵ که یکی ازاجزای ۱۰ است عدد۹ را نمی‌شمرد. بزرگترین شمارندهٔ مشترك دوعدد متباین عدد یك است.

(۱)ـ رجوع‌کنید به «هیث E» ج۲ ص ۲۹۰ و ۲۹۱

۳/۱۲۶ـ **عددهای متحاب** (۱) =

Amicable numbers = Friendly numbers

عددهای متحاب کدامند؟ـ هردو عددی که جملهٔ [= حاصل جمع] جزوهای (۲) یکی ازایشان چند [= مساوی با] عدد دیگرباشد وجملهٔ جزوهای دیگرچند عدد نخستین بود ایشانرا **متحاب** خوانند یعنی که یك مردیگررا دوست دارند. وهمیشه یکی ازاین دوعدد **زائد**(۳) بود ودیگری **ناقص**(۴). ونمودهٔ او دویست وبیست است واین عددی است **زائد**. نیمه‌او ۱۱۰ وچهاریك او ۵۵ وپنجیك او ۴۴ وده یك او ۲۲ و نیم دهیك [= یك‌بیستم] او ۱۱ وجزوی ازسدوده ۲، وجزوی ازپنجاه و پنج ۴، وجزوی ازچهل‌وچهار ۵ وجزوی ازبیست‌ودو ۱۰ و جزوی ازیازده ۲۰ وجزوی ازدویست‌وبیست ۱. وجملهٔ این جزوها دویست وهشتاد وچهارند.

وآن دوم عدد ناقص است که نیمهٔ او ۱۴۲ وچهار یك او ۷۱ وجزوی ازسدوچهل ودو ۲ وجزوی از هفتاد ویك ۴ و جزوی‌ازدویست وهشتاد وچهار ۱. وجملهٔ‌این جزوها دویست وبیست است و آن‌نخستین عدد زائد را راست است. پس این هردودوست‌یکدیگرند. (ت:۳۷ = T:۲۸)

مورخان ریاضی دراین‌امر اتفاق‌نظر دارند که **فیثاغورس** وپیروان او

(۱)ـ این جالب توجه است که **بیرونی** در «التفهیم عربی» این اصطلاح را به صورت «اعداد متحابه» و در «التفهیم فارسی» آن را به صورت «اعداد متحاب» (یعنی بدون‌های تأنیث) ثبت‌کرده است.

(۲)ـ رجوع‌کنید به شمارهٔ ۳/۶

(۳)ـ رجوع‌کنید به شمارهٔ ۳/۱۱۱

(۴)ـ رجوع‌کنید به شمارهٔ ۳/۱۱۹

نخستین قدمها را در بسط تئوری اعداد برداشتند. **ایامبلیخوس** [۱] که یکی از فلاسفهٔ نوافلاطونی بود ودرحدود ۳۲۰ میلادی می‌زیست کشف «عددهای متحاب» را به **فیثاغورس** نسبت داده و گفته است که ازاوپرسیدند: دوست چیست؟ جواب داد «کسی که‌من دیگری باشد (Alter ego) همانگونه که اعداد ۲۲۰ و۲۸۴ هستند».

دوعدد متحاب اعدادی هستند که هریك ازآنها مساوی با مجموع‌اجزای دیگری باشد. مثلا ۲۸۴ و۲۲۰ دوعددمتحاب‌هستند که کشف‌آنها رابه‌**فیثاغورس** نسبت داده‌اند .زیرا اجزای عدد ۲۲۰ عبارتنداز :

۱ و ۲ و ۴ و ۵ و ۱۰ و ۱۱ و ۲۰ و ۲۲ و ۴۴ و ۵۵ و ۱۱۰

ومجموع این اجزا مساوی‌است‌با **۲۸۴**

همچنین اجزای عدد ۲۸۴ عبارتنداز:

۱ و ۲ و ۴ و ۷۱ و ۱۴۲

ومجموع‌این اجزا مساوی است با **۲۲۰**

این زوج ازاعداد متحاب درقدیم صورت اسرارآمیز به خود گرفت و وارد خرافات شد ونقش مهمی درسحروجادویافت. ومی گفتند که اگر این‌دوعددراروی دوطلسم ثبت کنند ودو کس آنها را با خود دارند آن دو کس همیشه با هم دوست کامل خواهند بود .

---

(۱)ـ Iamblichus ـ فیلسوف نوافلاطونی‌که‌درنیمهٔ دوم قرن سوم‌میلادی‌می‌زیست. رجوع‌کنید به « سارتن I » ج ۱ ص ۳۵۱

نکتهٔ جالب توجه دراین‌باره این است که دانشمندی‌همچون **ابن‌خلدون**، با وجودآنکه احکام نجوم را به‌حق باطل شمرده[۱] و ممنوع شدن آن را توصیه کرده‌است[۲]، در موردعددهای متحاب می‌نویسد[۳]: «ونیز ما درعملیات‌طلسمات شگفتیهایی دراعدادمتحابه دیده‌ایم وآنها عبارتنداز ۲۲۰ و۲۸۴... واصحاب‌طلسمات نقل کرده‌اند که این اعداد درالفت میان دویار ووصال آنان تأثیری خاص دارد به شرط آنکه برای آنها دوتمثال ترتیب دهند... وبرهریك ازدوتمثال یکی ازدوعدد را بگذارند وازعدد بیشتر آن را اراده می‌کنند که دوستی ومهرصاحب آن مورد نظراست، یعنی محبوب وبدین‌سبب خاصیت آن به حدی از لحاظ الفت ودوستی استوار میان دویار فزونی می‌یابد که هیچگاه یکی ازدیگری جدا نمی‌شوند ومهر ناگسستنی پیدا می‌کنند واین گفتارصاحب کتاب«الغایة» ودیگرپیشوایان فن‌است، و **تجربه نیزگواه بردرستی آن می‌باشد**».

* * *

۳/۱۲۷ـ درکشورهای اسلامی نخستین‌بار **ثابت‌بن‌قره** *، که درقرن‌سوم هجری (نهم میلادی) می‌زیست، رسالهٔ مهمی دربارهٔ عددهای متحاب نوشت‌موسوم به «مقالة فی‌استخراج اعدادالمتحابه» و این نخستین تحقیق علمی دربارهٔ عددهای

(۱)ـ رجوع‌کنید به «ترجمهٔ فارسی مقدمهٔ ابن‌خلدون» ج۲ ص ۱۱۰۵ بـه بعد: «فصل ۲۵ درابطال صناعت نجوم وسستی مدارك وفساد وغایت آن».

(۲)ـ رجوع‌کنید به «ترجمهٔ فـارسی مقدمهٔ ابـن‌خلدون» ج۲ ص ۱۱۰۹: «پس سزاست‌که این صناعت (= احکام نجوم) برهمهٔ ساکنان اجتماع وشهرنشینان ممنوع وحرام شود.چه زیانهای بسیاری ازآن به دین ودولتها می‌رسد»

(۳)ـ «ترجمهٔ فارسی مقدمهٔ ابن‌خلدون» ج۲ ص ۱۰۵۲

متحاب بود (۱).

بعداز **ثابت بن قره** * ، **اخوان‌الصفا** * دررسایل خود و **مسلمة بن احمد مجریطی** * در کتاب «غایة‌الحکم» ازاین اعداد گفتگو کردند و بعداً **کمال‌الدین فارسی** * کتابی موسوم به«تذکرة‌الاحباب فی بیان‌التحاب» نوشت و**غیاث‌الدین جمشید کاشانی** * در کتاب«مفتاح‌الحساب»و**محمدباقر بن زین‌العابدین یزدی** * در کتاب «عیون‌الحساب» و**علی قلصادی** * در شرح کتاب «تلخیص اعمال‌الحساب» دربارهٔ عددهای متحاب بحث کردند. ونیز درقسمت ارثماطیقی از دایرة‌المعارفهای اسلامی وعربی ازاین اعداد گفتگو شده است. مثلا **قطب الدین شیرازی** * در کتاب «درة‌التاج» و**محمدبن محمود آملی** * در کتاب «نفایس‌الفنون» مطالبی دربارهٔ این اعداد نوشته‌اند.

ورجوع کنید به «قربانی: دوریاضیدان ایرانی» ص۴۷ به بعد.

۳/۱۲۸ـ قدما فقط زوج ۲۲۰ و۲۸۴ ازعددهای متحاب را می‌شناختند، تا زمانی که **پی‌یرفرما** (Pierre Fermat) ریاضی‌دان فرانسوی در سال ۱۶۳۶ میلادی یك زوج جدید یعنی ۱۷۲۹۶ و۱۸۴۱۶ را به دست آورد. دوسال بعدازآن **دکارت** (Descartes) ، ریاضی‌دان وفیلسوف فرانسوی، یك‌زوج دیگرپیدا کرد. **اولر** (Euler)ریاضی‌دان سویسی روشی‌علمی برای محاسبهٔ عددهای متحاب به‌کار برد ودرسال ۱۷۴۷ میلادی فهرست ۳۰ زوج عدد متحاب را فراهم آوردو بعداًآن را تا ۶۰ زوج توسعه داد.

یکی ازشگفتیهای‌تاریخ این اعداد این است که درسال ۱۸۸۶ میلادی‌جوانی

(۱)ـ رجوع‌کنید به «قربانی: دو ریاضیدان ایرانی» ص۴۹به بعد.

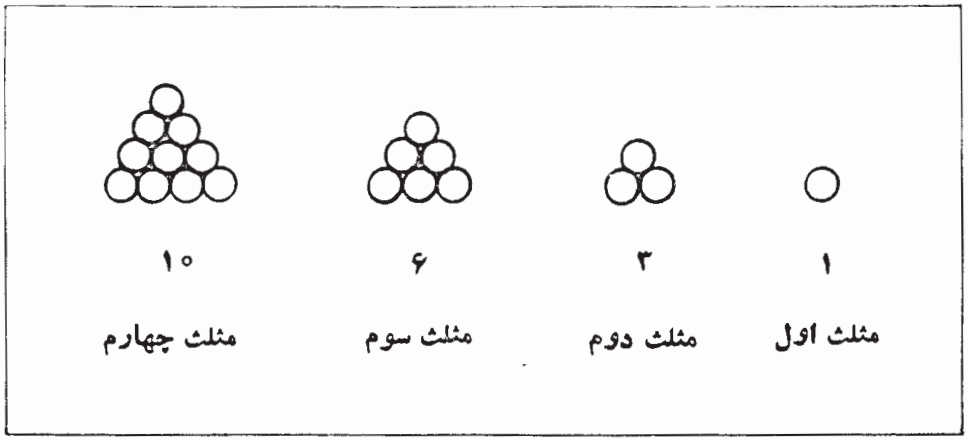
شانزده‌سالهٔ ایتالیایی موسوم بـه **نیکولوپاگانی‌نی**(Nicolo Paganini) یك‌زوج عدد متحاب را که به نسبت کوچك هستند وتا آن زمان کسی آنها را نمی‌شناخت یعنی زوج ۱۱۸۴ و۱۲۱۰ را به دست آورد.

امروزه بیش‌از۴۰۰ زوج عدد متحاب شناخته شده است.

برای کسب اطلاع بیشتر درمورد عددهای متحاب رجوع کنید به «قربانی: دوریاضیدان ایرانی» ص۴۶ به بعد و «ایوز H» صفحات ۵۶ و۷۲ـ اطلاعات عمیق ومفصلی دربارهٔ این اعداد درفصل اول جلد اول کتاب «دیکسون H» خواهیدیافت.

۳/۱۲۹ـ **عددهای مثلث** = Triangular numbers

عددهای مثلث کدامند؟ـ این آنست که عددهـای متوالـی [= طبیعی] ازیکی تا آنجاکه خواهی گردکنی و این آنست که هندوان اورا **سنکلت** (۱) (Sankalita)خوانند. و نمودهٔ اوآنست که یکی نخستین مثلث است. چنانکه گفتیم انـدر او همه چیزهاست بقوت. دوم مثلث جملهٔ [= حاصل‌جمع]۱و۲ وایـن سه است. وسوم مثلث جملهٔ ۱و۲و۳ وآن شش است. ومثلث چهارم جملهٔ ۱و۲و۳و۴ وآن ده است. وزین صـورت چشم اندریابد علت مثلثی عدد (ت:۳۸ = T:۲۹)



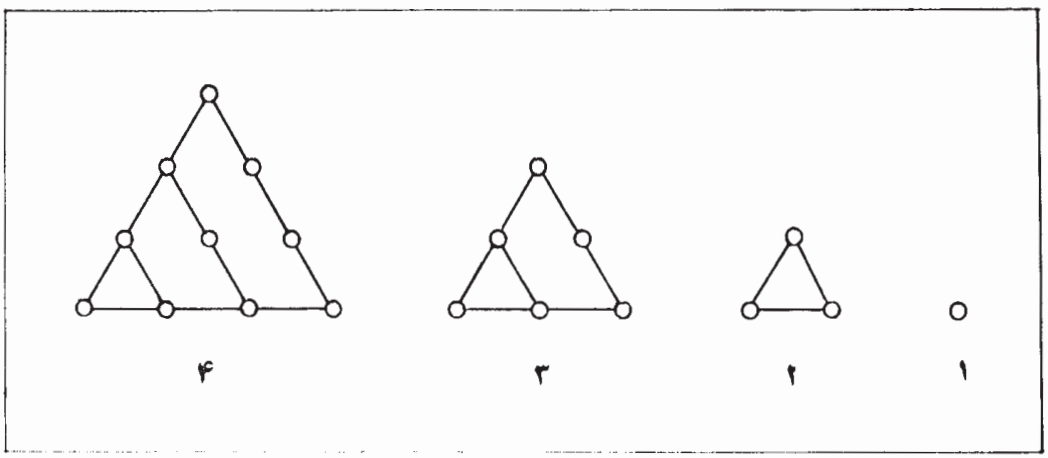
(شکل ۱۶)

(۱)ـ رجوع‌کنید به شمارهٔ ۲/۳۸(صفحهٔ ۶۸)کتاب حاضر . ونیزبه‌ذیل‌صفحهٔ ۱۴۲

عددهای مثلث ازجمع کردن عددهای طبیعی ابتدا از یك حاصل می‌شوندو صورت کلی آنها $\frac{n(n+1)}{2}$ است :

$$T_1 = 1 = 1$$
$$T_2 = 3 = 1 + 2$$
$$T_3 = 6 = 1 + 2 + 3$$
$$T_4 = 10 = 1 + 2 + 3 + 4$$
$$T_5 = 15 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$T_n = \frac{n(n+1)}{2} = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \ldots + n$$

شکلهای زیر وجه تسمیهٔ این اعداد را به عددهای مثلث نشان می‌دهند:



(شکل ۱۷)

۳/۱۳۰ـ عددهای مجسم = Solid numbers

عددهای مجسم کدامند؟ـ این آن عددهاست که بحاصل‌آیند ازعددی‌چندبارعدد کرده وآنچ گردآیدچندبارعدد سوم کرده. اگر این عددها راست [= متساوی] باشندآنچ گردآید **مکعب** نام

کنند ویکی ازاین عددها **کعب** اوباشد. وگروهی مکعب را **کعب** نام کنند ویکی ازاین عدد **ضلع** او. ونمودهٔاوآنست که سه را سه بارکنی نه‌آید. وچون نه‌را سه‌بارکنی بیست‌وهفت شود. واین مکعب است وکعب اوسه است. یا اوکعب است وضلع اوسه. اگرازاین عددها دوراست باشند وسیوم کهتر آنچه گردآید اورا **لبنی** خوانند زیراکه خشت را مانند. و نمودهٔ اوسه را سه بارکنی نه شود. ونه را دوبارکنی هژده باشد واین **لبنی** است. اگردو راست باشند وسوم بزرگتر آنچ گردآید اورا **تیری** خوانند. زیراکه مانندهٔ تیربودکه‌به بام خانه بکاربرند. ونموده او سه را سه بارکنی نه باشد ونه را چهاربارکنی سی وشش باشد واین **تیری** باشد. اگر هر سه عدد یکدیگر را راست نباشد آنرا **لوحی**(۱) خوانندزیرا کچون تخته بود. ونمودهٔ او سه، چهار بار دوازده بود، و دوازده پنج بار شست بود و این **لوحی** است (ت:۳۸ = T:۲۸)

قطب الدین شیرازی* در کتاب «درّةالتاج» **اعداد مجسم** را به **اعداد مخروطی** و **اعداد منشوری** وشش‌وجهی وغیره تقسیم کرده است.

دربارهٔمعادلهای انگلیسی ویونانی اصطلاحاتی که‌درتعریف فوق به‌کاررفته‌است رجوع کنید به«هیث E» ج۲ص۲۹۰ تعریف ۱۷. وبه‌صفحات۱۴۴و۱۴۵ کتاب‌حاضر.

۳/۱۳۱ـ **عددهای مخروط** = Conical numbers

عددهای مخروط چگونه‌اند؟ـ هرگاه‌که مثلث‌های متوالی گردهمی‌کنی، ازآن عددها آید همچون حسك [= خارخسك]

(۱)ـ وگاهی این اعداد را **اجنبی** خوانند (رجوع‌کنید به «درةالتاج» بخش‌دوم فن سوم ص۴۲) ودرزبانهای اروپایی Scalene می‌گویند (رجوع‌کنید به «هیثE» ج۲ص ۲۹۰).

و به هندوی **سنکلت سنکلت**(۱) خوانند. ونخستین‌مخروط یکی است. چون یکی را برمثلث دوم زبـرنهی جملهٔ ۱ و ۳ چهار بود واین مخروط دوم است. وچون اورا برمثلث سوم نهی جملهٔ ۱ و۳ و۶ ده بود واین مخروط سوم است(ت:۴۰ = T:۳۰)

بیرونی «عددهای اهرامی» (شمارهٔ ۳/۱۲۰) و«عددهای مخروطی»را جدا ازهم تعریف کرده است. درزبانهای اروپایی همهٔ این اعداد را «اعـداد اهـرامی» می‌نامند. (رجوع کنید به شمارهٔ ۳/۱۲۰)

قطب الدین شیرازی* در کتاب «درةالتاج» اعـداد مخـروطـی را بـه **مجسم ناری** ومخروط مخمس وغیره تقسیم‌بندی کـرده است (رجـوع کنید بـه «درةالتاج» بخش دوم فن سوم، ص ۴۱)

برطبق تعریف **بیرونی** عددهای مخروط عبارتنداز مجموع جمله‌های رشتهٔ عددهای مثلث .

یعنی

$$۱ = ۱$$
$$۴ = ۱ + ۳$$
$$۱۰ = ۱ + ۳ + ۶$$
$$۲۰ = ۱ + ۳ + ۶ + ۱۰$$
. . . . . .

رجوع کنید به بند «الف» ازشمارهٔ ۳/۱۲۰ کتاب حاضر.

۳/۱۳۲ـ **عددهای مربع متوالی** = Square numbers

(۱)ـ در «التفهیم عربی» این اصطلاح به صورت «شنکلت» ثبت شده و حـال آنکه در «التفهیم فارسی» به صورت «سنکلت سنکلت» آمده است.

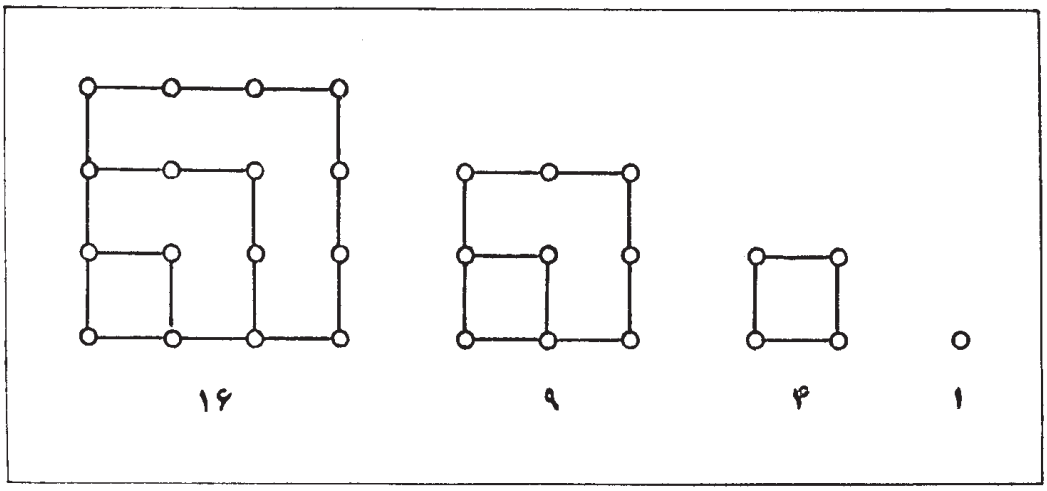
(* سنکلت = Sankalita .ورجوع‌کنید به ذیل صفحهٔ ۱۴۲ کتاب حاضر.)

عددهای مربع متوالی چگونه‌اند؟ـ همچنان که اعداد متوالی گردکردی واز وی مثلث آمد همچنان طاقهای او اگر گردکنی مربع‌های متوالی گردآید. ونمودهٔ او آنست که مربع نخستین یکی است. چون براوسه افزائی چهارشود. واین مربع دوم است. انك ازدو دوبارآمده است. وچون برچهارپنج بیفزائی نه شود وآن مربع سوم است. انك ازسه‌بارسه آمده است. (ت:۳۹ = ۳۰:T)

عددهای مربع ازجمع کردن عددهای فرد متوالی ابتدا ازیك حاصل می‌شوند وصورت کلی آنها n^2 است:

$$S_1 = 1$$
$$S_2 = 4 = 1 + 3 = 2^2$$
$$S_3 = 9 = 1 + 3 + 5 = 3^2$$
$$S_4 = 16 = 1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$$
$$\cdots\cdots\cdots$$
$$S_n = 1 + 3 + 5 + 7 + \ldots + (2n - 1) = \frac{n(2n)}{2} = n^2$$

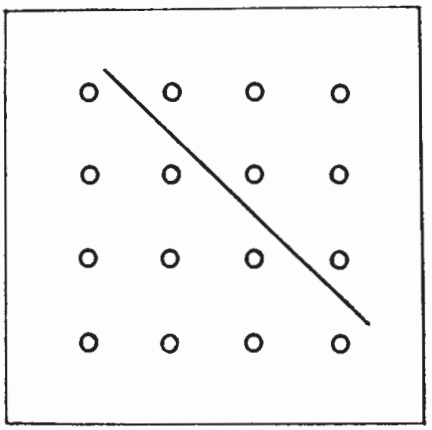
شکلهای زیر علت این نامگذاری (وجه تسمیه) را نشان می‌دهد:



(شکل ۱۸)

درمورد «عددهای مربع متوالی» دوقضیهٔ زیررا، هم بادرنظر گرفتن‌شکلهای هندسی وهم به وسیلهٔمحاسبه، می‌توان ثابت کرد :

قضیهٔ ۱ ـ هرعددصحیح‌مربع مساوی‌است بامجموع‌دوعددمثلث‌متوالی



(شکل ۱۹)

بـا درنظر گـرفتن شکل مقابل واضح می‌شود که(۱) :

$$S_۴ = T_۴ + T_۳$$

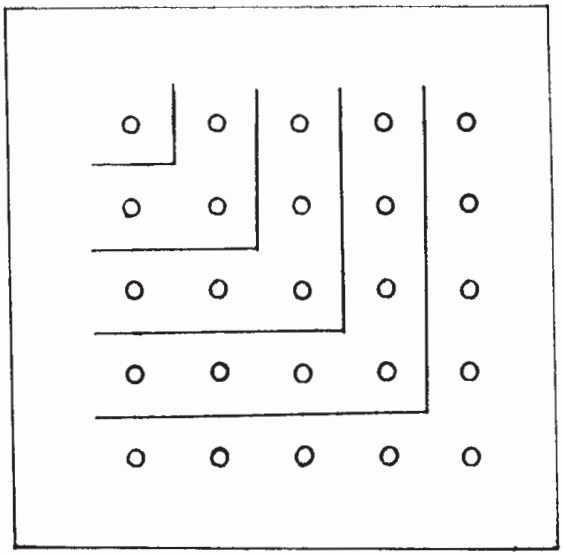
وبه طور کلی

$$S_n = T_n + T_{n-۱}$$

ازطرف دیگر به وسیلهٔ محاسبه معلوم می‌شود که(۲) :

$$S_n = n^۲ = \frac{n(n+۱)}{۲} + \frac{(n-۱)n}{۲} = T_n + T_{n-۱}$$

قضیهٔ ۲ـ مجموع هرعده از عددهای فرد متوالی‌که از یك شروع شود عددی است مربع



(شکل ۲۰)

صحت این قضیه با در نظر گرفتن شکل ۲۰ واضح می‌شود.

ازطرف دیگـر ازمحاسبهٔ مجموع n جمله ازتصاعد حسابی که جمله‌هـای آن اعـداد فـرد متوالی ابتدا ازیك بـاشند معلوم می‌شود که:

(۱)- T_n یعنی عدد مثلث شمارهٔ n و S_n یعنی عدد مربع شمارهٔ n

(۲)- رجوع‌کنید به شمارهٔ ۳/۱۲۹

$$۱+۳+۵+۷+\ldots+(۲n-۱)=\frac{n(۲n)}{۲}=n^{۲}$$

۳/۱۳۳ـ عددهای مشترك =

Numbers with common factors

عددهای مشترك کدامست؟ـ مشترك آن باشد که عددی ایشان را بشمرد چون ۱۵ و۲۵ و۳۰ که پنج ایشان رابشمرد. پس همبازی ایشان بدان جزو است که همنام پنج است ای پنجك. وهریکی پنجیك دارد [= برپنج قابل‌قسمت است] و پنجیك هریکی ازایشان بجای عدد تمام کار کند وآن نسبت به ما می‌دارد. نبینی که پنجیك پانزده نزدیك پنجیك بیست وپنج همچنان باشد چون پانزده نزدیك بیست وپنج، وآن سه‌پنجیك است. وهمچنان پنجیك بیست‌وپنج نزدیك پنجیك سی چون بیست وپنج نزدیك سی باشد. و این عددکه ایشان را بشمرد اورا **وفق** خوانند میان ایشان. وچون عددها بروفق‌خویش قسمت‌کنی آنچ بیرون‌آید ایشان را **مطوی** خوانند ای **نوردیده** وبنمودهٔ ما آن سه‌عددچون مطوی شوند سه‌وپنج وشش باشد (ت:۳۶ = ۲۷:۲)

امروزه به جای اصطلاح «عددهای مشترك» اصطلاح «عددهای متوافق» را به‌کار می‌بریم.

مقصود ازعبارت «پنجیك هر یکی ازایشان بجای عددتمام‌کار کند» این است که:

نسبت دو عدد متوافق مساوی با نسبت خارج قسمتهای آنها بروفقشان می‌باشد.

مثلا ۱۵ و۲۵ دوعدد متوافق‌اند و وفقشان ۵ است وداریم:

$$\frac{۱۵}{۲۵}=\frac{۳}{۵}$$

عددهای نوردیده یعنی خارج قسمت چند عدد متوافق بـروفقشان(۱). مثلا ۱۵ و ۲۵ و ۳۰ پس‌از **نوردیده شدن** بـه صورت ۳ و ۵ و ۶ در مـی‌آیند. «**عددهای نور دیده**» در واقع عددهایی‌هستند که‌دو به دو نسبت به‌هم‌اول هستند.

۳/۱۳۴ـ **عکس نسبت** = Inverted proportion

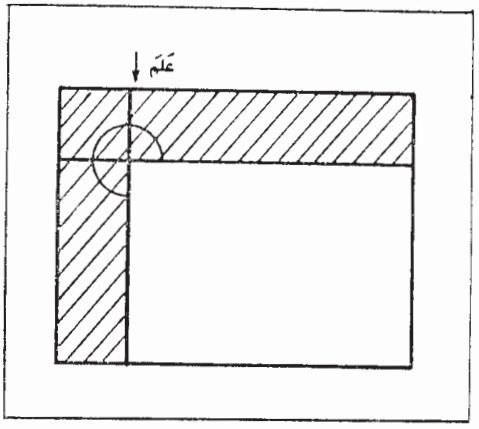
> عکس نسبت چیست؟ـ عکس باژگونه بود واین آنست‌که گوئی نسبت دوم بنخستین همچون نسبت چهارم بسوم ... و این عکس نسبت را **خلاف نسبت** نیز خـوانند (ت:۲۰ = T:۱۲)

بنا به‌تعریف فوق عکس نسبت یعنی نوشتن تناسب $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ بـه‌صورت $\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$.

خاطرنشان می کنم کـه در اینجا **بیرونی** اصطلاح «نسبت» را بـه جـای «تناسب» به‌کار برده است.

۳/۱۳۵ـ **علم** = Gnomon

> علم چیست؟ـ دو**متمم**(۱) را بایکی‌ازآن دومتوازی‌الاضلاع **علم** خوانند ونشان‌اوپاره‌ای از دایره بودکه بر هرسه‌بگذرد. (ت:۱۴ = T:۹)



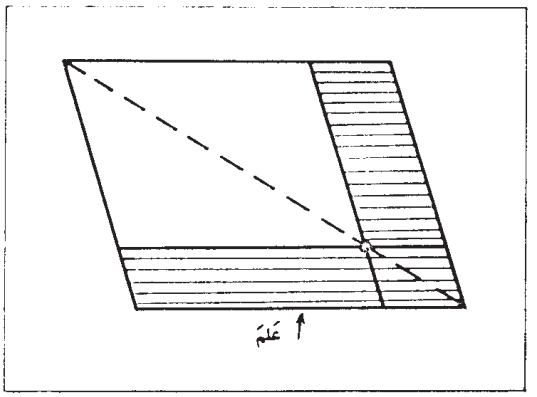
(شَکل ۲۱)

(۱)ـ رجوع‌کنید به اصطلاح «نوردیدن عدد» (شمارهٔ ۳/۲۱۳)

(۲)ـ رجوع‌کنید به اصطلاح «متمم» (شمارهٔ ۳/۱۶۳)

اصطلاح «عَلَم» ترجمهٔ عربی اصطلاحی است یونانی که در زبانهای انگلیسی و فرانسوی Gnomon می گویند و در حساب و هندسه بـه دو معنی بـه کار می‌رود. مفهوم هندسی این اصطلاح به طور کلی این است :

اگر از یك متوازی‌الاضلاع مفروض، متوازی‌الاضلاع مشابهی با آن را کـه دریك رأس بـا آن شریك بـاشد جدا کنیم آنچه را باقی می‌ماند **عَلَم** خـوانند. بـه عبارت دیگر «علم» شکلی است که اگر به یك شکل هندسی اضافه کنیم شکلی مشابه با آن به دست آید.



(شکل ۲۲)

این اصطلاح بـه مناسبت معنی فوق در علم عدد نیز به‌کار رفته است:

جمله‌های متوالی هر رشته عدد که از جمع کردن آنها یك «عدد مثلث» یا یك «عدد مربع» یا یك «عدد چند ضلعی» حاصل شود عَلَمهای آن اعداد خـوانده می‌شوند.

مثلا اگر عددهای طبیعی را ابتدا از یك متوالیا با هـم جمع کنیم «عددهای مثلث»[۱] متوالی پدید می‌آید. پس عددهای طبیعی علمهای عددهای مثلث هستند.

همچنین اگر عددهای فرد متوالی را ابتدا از یك با هم جمع کنیم «عددهای مربع»[۲] متوالی حاصل می‌شوند. پس عددهـای فـرد متوالـی علمهای عـددهای مربع هستند.

(۱)- رجوع کنید به اصطلاح «عددهای مثلث» (شمارهٔ ۳/۱۲۹)

(۲)- رجوع کنید به اصطلاح «عددهای مربع» (شمارهٔ ۳/۱۳۲)

همچنین اگر جمله‌های تصاعد حسابی

۱ و ۴ و ۷ و ۱۰ و ۱۳ و ...

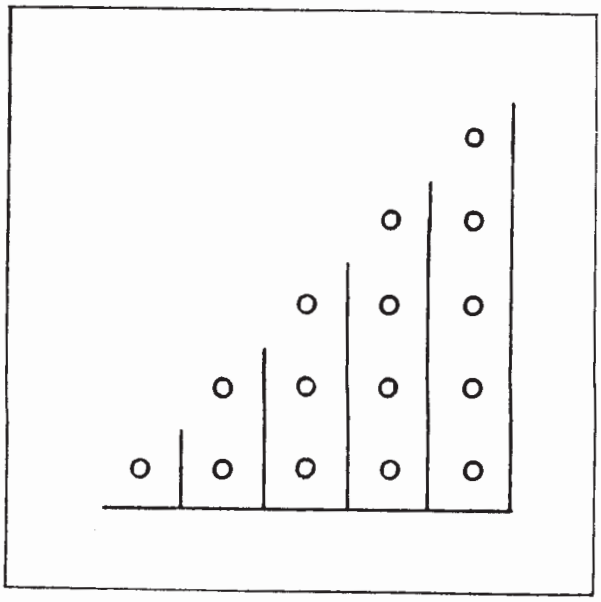
(از راست به چپ بخوانید)

را با هم جمع کنیم «عددهای مخمس» پیدا می‌شوند که عبارتنداز:

۱ و ۵ و ۱۲ و ۲۲ و ۳۵ و ...

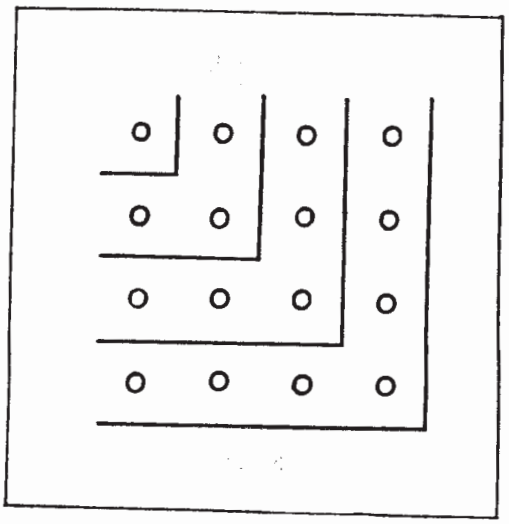
پس ۱ و ۴ و ۷ و ۱۰ و... علمهای «اعداد مخمس» هستند.

وجه تسمیهٔ این اعداد به«عَلَم» ازمشاهدهٔ شکلهای زیر واضع می‌شود:



عددهای طبیعی علمهای اعداد مثلث هستند

(شکل ۲۳)



عددهای فرد علمهای اعداد مربع هستند

(شکل ۲۴)

به‌طور کلی علمهای متوالی برای هر عدد« n ضلعی »دارای تفاضل ثابتی مساوی با $n-2$ هستند.

برای کسب اطلاعات بیشتر دراین‌باره رجوع کنید به «هیث E» ج ۱ ص

۳۷۰ به بعد ونیز به «کانتور V» ج ۱ ص ۱۶۱ به بعد ـ دربارهٔ استعمال اصطلاح Gnomon درنجوم رجوع کنید به «مونتوکلا H» ج۱ ص ۳۰۴ به بعد.

۳/۱۳۶ـ **عمود** = Perpendicular

رجوع کنید به اصطلاح «زاویهٔ قائمه» (ش۳/۷۰)

۳/۱۳۷ـ **عمودمثلث** = Altitude of triangle

> عمود مثلث وقاعدهٔ اوچیست؟ـ عمود آنست که از زاویهٔ مثلث بیرون آید برآن ضلع که برابر زاویه است براستقامت او برزوایای قائمه. واین ضلع راکه عمودبروی افتاد اوراقاعده خوانند (ت:۱۰ = T:۶)

اصطلاح «زاویه» در اینجا به معنی «رأس» بـه‌کار رفته است. **رمزی ریت** «عمود مثلث» راکـه بـه معنی «ارتفاع مثلث» است Perpendicular تـرجمـه کرده است. ولی درست آن Altitude یا Height است.

۳/۱۳۸ـ **فرد** [**عدد...**] = Odd [number]

> فردچیست؟ـ فردطاق بود. واین آنست که بـدونیم نتوان کردن تا شکسته باوی یادنکنی. واول طاقها سه است وفردهای متوالی ۳ و۵ و۷ و۹ و۱۱ و... (ت:۳۴ = T:۲۵)

یعنی عددفرد آن است که بر۲ قابل قسمت نباشد: حاصل تقسیم هرعدد فرد بر۲ مرکب است ازیك عدد صحیح به علاوهٔ کسر $\frac{1}{2}$. این است که‌استاد فـرموده است: «به دونیم نتوان کردن تا شکسته (= کسر) با وی یادنکنی»

دربارهٔ تعاریف مختلف عدد فـرد رجوع کنید بـه «هیث E»، ج۲ ص ۲۸۱ تعریفهای ۶ و۷

۳/۱۳۹ـ **فردالفرد** = Oddly - odd

> فردالفرد کدامست؟ـ این آنست که اورا عددی فردبشمارد فردبار. چون نه‌که اورا سه بسه‌باربشمرد. وچون پانزده‌که پنج اورا بسه‌بار بشمرد وسه اورا بپنج باربشمرد (ت:۳۵ = T:۲۵)

فردالفرد یعنی عددی که مساوی با حاصل‌ضرب دویا چند عدد فرد باشد. مثلا ۱۰۵ فردالفرد است زیرا مساوی است با ۱۵ × ۷ ویا ۳۵ × ۳ ویا ۵ × ۳ × ۷

۳/۱۴۰ـ **قاعدهٔ مثلث** = Base of triangle

رجوع کنید به اصطلاح «عمودمثلث» (شمارهٔ ۳/۱۳۷)

۳/۱۴۱ـ **قسمت** = Division

> قسمت چیست؟ـ قسمت بیرون‌آوردن **بهر** یکی است از چیزها که قسمت همی‌کنی. ونمودهٔ او آنست که سی وپنج را خواهی‌که برهفت ببخشی. آنرا درم نام‌کن واین را مردم. وحصت مردی ازآن پنج درم باشد. واین را **قسم** خوانند و نیز **جزو** خوانند. وآن راکه همی بخشی **مقسوم** خوانند و انك براو بخشی **مقسوم علیه** (ت:۴۱ = T:۳۱)

دراین تعریف کلمات «بهر» و «قسم» و «جزو» به معنی اصطلاح کنونی «خارج قسمت» بکار رفته است. اما جزو فقط وقتی می گویند که تقسیم باقیمانده نداشته باشد (رجوع کنید به شمارهٔ ۳/۶) .

۳/۱۴۲ـ **قطاع** = Secant figure

رجوع کنید به اصطلاح «شکل‌قطّاع» شمارهٔ ۳/۹۷

۳/۱۴۳ـ **قطب** = Pole

قطب و محور چیست؟- قطب دایره از بهر کشیدن گوییم(۱). و این آنست که پیش ازین یاد کردیم(۲) که او بر پشت کره همچونان باشد چون مرکز دایره‌ای را که بر بسیط [= صفحه] بود. و نیز قطب از بهر حرکت خوانیم. از بهر آنکه کره بر خویشتن گردد و ناچاره دو نقطه بر پشت او ایستاده باشند برابر یکدیگر همچنانکه بر چرخ حقه‌گران بود. و آن خط که اندرون کره از قطب تا قطب پیوندد اورا **محور** خوانند. و او نیز همچنان ایستاده بود همچون دو قطب که نهایت اویند هر چند که کره همی گردد (ت:۳۱ = T:۲۱)

تعریف کنونی اصطلاحات «قطب» و «محور» کره عیناً مانند تعریف فوق است.

۳/۱۴۴- **قطر (دایره)** = Diameter

قطر و وتر کدامند؟- هرخطی راست که اندر دایره بر مرکز گذرد و بهردوسر به محیط رسد اورا **قطر** خوانند. و این قطر مردایره را بدونیم کند راست [= متساوی] و اگر برمرکز نگذرد اورا **وتر** خوانند، ودایره را بدوپارهٔ مختلف کند. او **وتر** بود هردوپاره را انک یکی بیشتر است ازنیمدایره و یکی کم از اوست. (ت:۸ = T:۴)

دربارهٔ **قطرمتوازی‌الاضلاع** رجوع کنید به شمارهٔ (۳/۱۶۶)

۳/۱۴۵- **قطر (درمثلث قائم‌الزاویه)** = Hypotenuse

رجوع کنید به اصطلاح «اقصرالاقصرین» (شمارهٔ ۳/۹)

۳/۱۴۶- **قطع زاید** = Hyperbola

رجوع کنید به شمارهٔ ۳/۱۴۹

(۱)- یعنی برای رسم‌کردن دایره برسطح‌کره

(۲)- رجوع‌کنید به‌اصطلاح دایره‌های خرد وبزرگ (شمارهٔ ۳/۵۷)

۳/۱۴۷ـ **قطع مکانی** = Parabola

رجوع کنید به شمارهٔ ۳/۱۴۹

۳/۱۴۸ـ **قطع ناقص** = Ellipse

رجوع کنید به شمارهٔ ۳/۱۴۹

۳/۱۴۹ـ **قطوع مخروط** = Conic sections

> قطوع مخروط کدامند؟ـ اندر مخروط که اورا بسطحی ببری چون اره‌ای، پنج گونه بریدن افتد. نخستین آنک بر سر [= رأس مخروط] بگذرد و از آن مثلثی آید از خطهای راست کرده [= مثلث مستقیمة الاضلاع]. و دیگر انک موازی بود قاعدهٔ اورا. و آن دایره‌ای باشد خرد تر از قاعده. و اگر موازی باشد پهلوی [= مولد] مخروط را او را **قطع مکافی** نام کنند. و گر موازی نباشد پهلوی مخروط را ناچاره بدان پهلو رسد که برابر آغاز بریدن است. اگر رسیدن بدو [از] سوی قاعده بود اورا **قطع ناقص** خوانند. و گر رسیدن بدو از سوی سر مخروط باشد اورا **قطع زائد** خوانند. و بمخروط جز این بریدن نباشد مگر **مخروط کژ** بود. انگاه سطحی ببرد اورا نه برموازات قاعده ولکن بزاویه‌های راست بتبادل(۱). آن بریده هم دایره‌ای بوده (ت:۲۷ = T:۱۹)

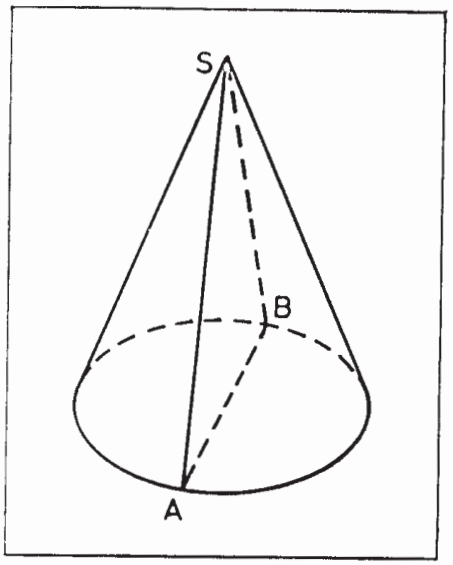
درقسمت اول این تعریف استاد برای معرفی قطوع مخروطی **مخروط دوار** (۲) را در نظر گرفته ولی در قسمت آخر به **مخروط مستدیر مایل**(۳) نیز اشاره کرده است.

استاد پنج حالت در نظر گرفته که از روی شکلهای زیر واضح می‌شود:

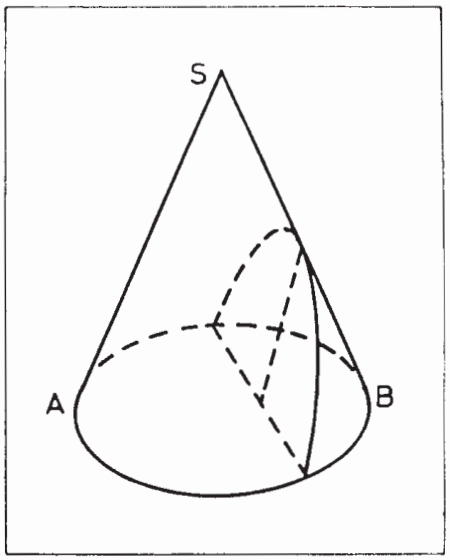
(۱)ـ رجوع کنید به شمارهٔ ۳/۱۵۰

(۲)ـ یعنی مخروطی که از دوران یك مثلث قائم‌الزاویه در حول یکی از اضلاع زاویهٔ قائمه‌اش پدید می‌آید.

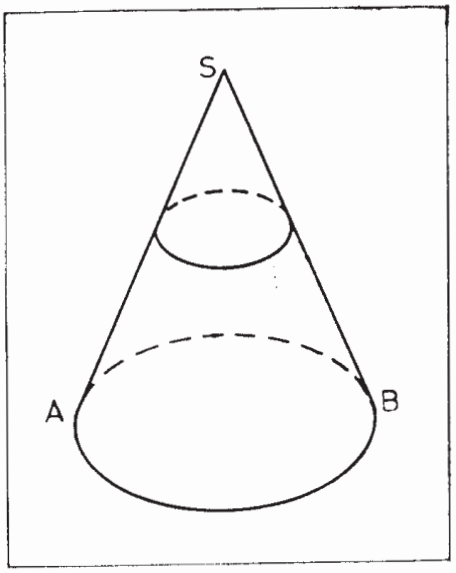
(۳)ـ یعنی مخروطی که قاعدهٔ آن یك دایره و رأس آن یك نقطهٔ غیرواقع برمحور دایرهٔ قاعده‌اش باشد.



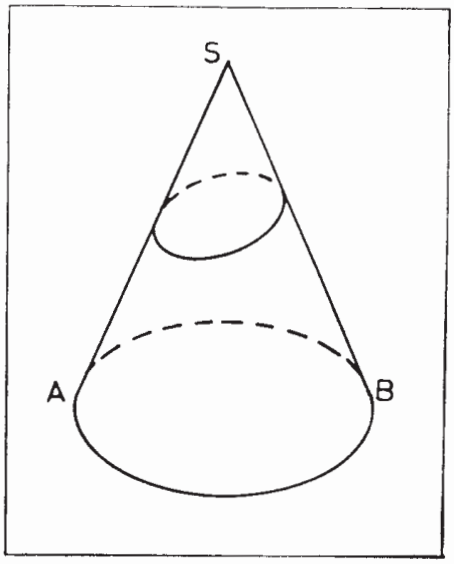
صفحهٔ قاطع ازرأس می گذردو مقطع **مثلث متساوی‌الساقین** است
(شکل ۲۵)



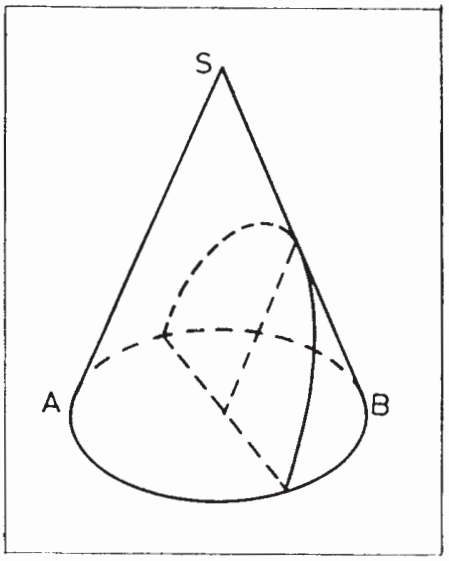
صفحهٔ قاطع موازی با مولد SAومقطع **قطع مکافی** است
(شکل ۲۶)



صفحهٔ قاطع موازی با صفحهٔ قاعده ومقطع **دایره** است
(شکل ۲۷)



صفحهٔ قاطع باصفحهٔدایرهٔ قاعدهموازی نیست ولی‌هردومولدSA،SB را قطع می کندومقطع **قطع‌ناقص** است
(شکل ۲۸)



صفحهٔ قاطع با صفحهٔ قاعده موازی نیست وپاره خط **SB** را قطع می‌کند
ولی نیم‌خط **SA** را قطع نمی‌کند و مقطع **قطع‌زائد** است
(شکل ۲۹)

اصطلاحات «قطع ناقص» و «قطع مکافی» و «قطع زاید» به ترتیب ترجمهٔ عربی‌اصطلاحات یونانی «الیپسیس» و «پارابله» و «هیپربله» هستند که امروزه به جای آنها به ترتیب اصطلاحات «بیضی» و «سهمی» و «هذلولی» را به‌کار می‌بریم.

اصطلاح عربی	اصطلاح کنونی	انگلیسی	یونانی
قطع ناقص	بیضی	Ellipse	الیپسیس = ellipsis
قطع مکافی	سهمی	Parabola	پارابله = parabole
قطع زاید	هذلولی	Hyperbola	هیپربله = hyperbole

پیش‌از زمان **آپولّونیوس** (Apollonius) که درحدود قرن سوم پیش از

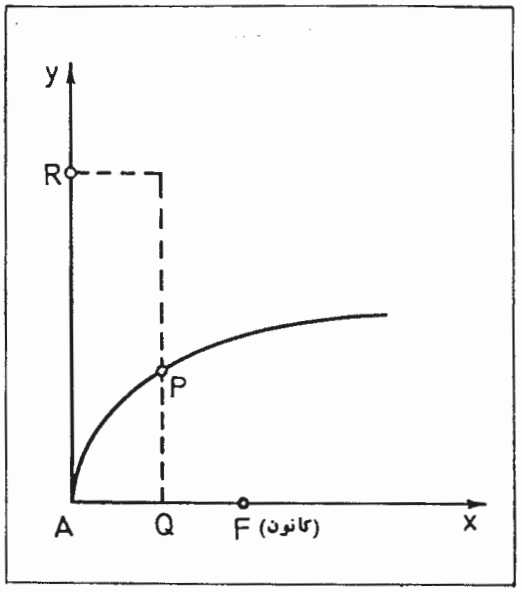
میلاد مسیح می‌زیست یونانیان قطوع مخروطی را به وسیلهٔ سه مخروط دوار که زاویهٔ رأس آنها حاده یا قائمه یا منفرجه باشد تعریف می کردند. وبا قطع کردن یکی ازاین سه نوع مخروط دوار با صفحه‌ای که عمود برمولد آن باشد بیضی و سهمی وهذلولی را به دست می‌آوردند.

اصطلاحات یونانی «الیپسیس» و «پارابله» و «هیپربله»، که بعداً در دورهٔ اسلامی به «قطع ناقص» و «قطع‌مکافی» و «قطع زاید» ترجمه شد،نخستین بارتوسط **آپولونیوس** وضع شد ووجه تسمیهٔ یونانی آنها به قرار زیر است:

فیثاغوریان در مسایل مربوط به مساحتها قاعدهٔ یك مستطیل را روی یك پاره خط طوری قرار می‌دادند که یکی ازرأسهای مستطیل بریك سر پاره خط منطبق شود(۱). دراین‌صورت اگر رأس دیگرقاعدهٔ مستطیل داخل پاره خط قرار می گرفت (یعنی قاعدهٔ مستطیل کوچکترازپاره خط بود) این حالت را «الیپسیس» (یعنی ناقص) می گفتند. واگرآن رأس مستطیل درست برسر دیگرپاره خط‌منطبق می‌شد این حالت را «پارابله» (یعنی مکافی) می‌نامیدند. واگررأس مستطیل بیرون ازپاره خط می‌افتاد این حالت را «هیپربله» (یعنی زاید) می‌خواندند.

حال درشکل ۳۰ فرض می کنیم AX محورقاطع یك قطع مخروطی ونقطهٔ P نقطه‌ای ازآن قطع باشد. واز نقطهٔ P عمود PQ را برمحور AX فرود می‌آوریم.وازنقطهٔ A یعنی رأس قطع مخروطی‌عمودی برAX اخراج کرده روی

(۱)- ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی ازاین مسأله به عنوان «اضافه‌کردن مستطیل یا متوازی‌الاضلاع برپاره خط» تعبیر می‌کردند. برای‌کسب اطلاع بیشتر دراین‌باره رجوع‌کنید به «هیثH» ج۱ ص۱۵۰- «هیثE» ج۱ ص ۳۴۳- «مصاحب: حکیم‌خیام» ص۵۸



(شکل ۳۰)

آن پاره خط AR را مساوی با **ضلع قائم**(۱) قطع مخروطی جدا می‌کنیم. سپس مستطیلی بنا می‌کنیم که یک ضلعش QA و مساحتش مساوی $\overline{PQ}^2$ باشد و ضلع دیگر آن را بر پاره خط AR قرار می‌دهیم. اگر این ضلع کوتاهتر از AR باشد قطع مخروطی را «ناقص» و اگر مساوی با AR باشد قطع مخروطی را «مکافی» و اگر بزرگتر از AR باشد قطع مخروطی را «زاید» می‌نامند.

به عبارت دیگر اگر محور قاطع قطع مخروطی را محور طولها و مماس در رأس A بر قطع مخروطی را محور عرضها بگیریم و مختصات نقطهٔ P واقع بر قطع را (xوy) و ضلع قائم قطع را p بنامیم سه حالت رخ می‌دهد :

$y^2 < px$ قطع مخروطی «قطع ناقص» است.

$y^2 = px$ قطع مخروطی «قطع مکافی» است.

$y^2 > px$ قطع مخروطی «قطع زاید» است

(۱)- **ضلع قائم قطع مخروطی**، که آن‌را در زبانهای اروپایی latus rectum می‌گویند، در مورد بیضی و هذلولی عبارت است از طول وتری که از یک کانون بگذرد و بر محور کانونی عمود باشد، و در مورد سهمی عبارت است از طول وتری که از کانون بگذرد و بر محور سهمی عمود باشد. امروزه در بعضی از کتابهای هندسه «ضلع قائم» را **پارامتر** و در بعضی از کتابهای دیگر «نصف ضلع قائم» را پارامتر می‌نامند.

تبصره- با قراردادهای فوق اگرطول قطری ازقطع (ناقص یا زاید) را که یك سرش نقطهٔ A است d بنامیم معادلهٔ قطع درحالت قطع ناقص (بیضی)

$$y^2 = px - \frac{px^2}{d}$$

ودرحالت قطع زاید (هذلولی)

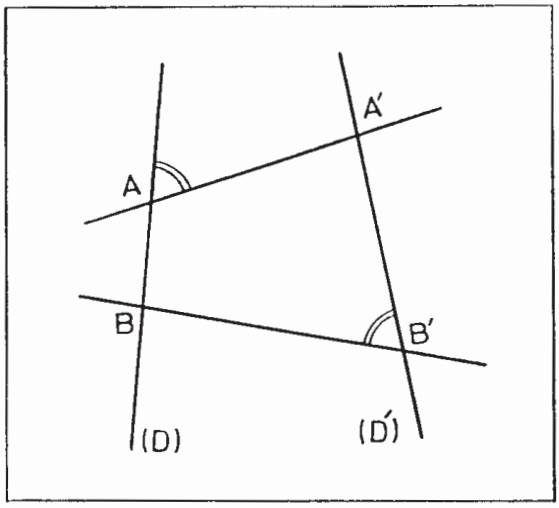
$$y^2 = px + \frac{px^2}{d}$$

خواهد بود (۱).

* * *

۳/۱۵۰- **بیرونی** درقسمت آخر تعریف قطوع مخروطی به **مخروط کژ** یعنی چنانکه گفتیم **مخروط مستدیرمایل** اشاره کرده ونوشته‌است: «مگر مخروط کژ بود. آنگاه سطحی ببرد اورا نه‌برموازات قاعده ولکن به **زاویه‌های راست به تبادل**، آن بریده‌هم دایره بود.»

مطلب فوق توضیحی لازم دارد:

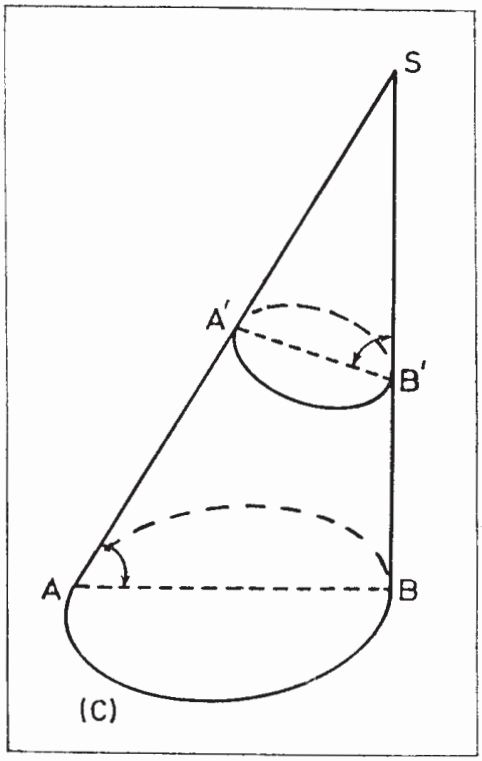


(شکل ۳۱)

قبلا متذکر می‌شوم که اگر دوخط راست (D) و (D′) متعلق به یك صفحه را دو خط راست A′A و B′B قطع کنند به طوری که چهارنقطهٔ A وA′ و B وB′ روی یك‌دایره واقع باشند، یعنی مطابق باشکل، زاویهٔ A مساوی بازاویهٔ B′باشدمی گویند

(۱)- برای‌کسب اطلاع بیشتردراین‌باره رجوع‌کنید به: «مصاحب: حکیم خیام»ص ۲۹۲ به بعد ویا به «هیثH» ج۲ ص۱۳۴ به بعد

که دو خط A′A و B′B نسبت به دوخط (D) و (D′) **ضد موازی**[۱] هستند و این مفهوم همان اصطلاحی است که بیرونی بـه صورت « **زاویه‌های راست به تبادل** » بیان کرده است .



(شکل ۳۲)

اکنون مخروط مستدیر ـ مایلی درنظر گرفته رأس آن را S ودایـرهٔ قـاعـدهٔ آن را (C) می‌نامیم . در این مقام صفحه‌ای که از رأس ومرکز دایـرهٔ(C) بگذرد وبرصفحهٔ قاعدهٔ مخروط مستدیرعمود باشد، **صفحهٔاصلی مخروط** نامیده می‌شود. درشکل ۳۲ صفحهٔ SAB صفحـهٔ اصلـی فرض شده است .

حال اگـر خط A′B′ را نسبت به دو مولد SAوSB ضـد موازی با AB رسم کرده ازآن خط صفحه‌ای عمود بـرصفحهٔ اصلـی رسم کنیم ، می‌گویند صفحهٔ اخیر با صفحهٔ دایرهٔ (C) **ضد موازی** است .

عبارتی که **بیرونـی** نوشته است بیان قضیهٔ زیر است که در کتابهای هندسهٔ عالی آن را به روشهای گوناگون به ثبوت می‌رسانند[۲] .

---

(۱)ـ به فرانسوی Antiparallèles = به انگلیسی Antiparallel

(۲)ـ مثلا رجـوع‌کنید بـه «هندسهٔکمیسر» صفحات ۴۷۴ (شمارهٔ ۵۷۰) و ۵۱۹ (شمارهٔ ۶۳۵) ویا به«هندسهٔگیشار د»، ج۲ ص۱۷۲

قضیه ـ درمخروط مستدیرمایل هرمقطعی که صفحهٔ آن با صفحهٔ دایـرهٔ قاعده ضدموازی باشد یك دایره است .

۳/۱۵۱ـ **قلب نسبت** = Conversion

> قلب نسبت چیست؟ـ این نسبت نخستین بزیادت او بردوم چون نسبت سوم بزیادت او برچهارم (ت:۲۰ = T:۱۳)

قلب نسبت یعنی تناسب $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ را بـه صورت $\frac{a}{a-b}=\frac{c}{c-d}$ نـوشتن .

دراین تعریف نیز **بیرونـی** اصطلاح «نسبت» را به جای تناسب به‌کار برده است .

۳/۱۵۲ـ **قوت‌وطول** = Power and root

> قوت وطول چه باشد؟ـ **مربع** را قوت خـوانند و **طول** پهلوی اوست. چون گویندکه قوت فلان خط چند فـلان خط وفلان خط، بدانکه مربع او همچند مربعهای آن هـر دوخط است (ت:۲۵ = T:۱۷)

اصطلاح «قوت» به معنی مربع طول یك پاره خط در کتابهای ریاضی عربی وفارسی دورهٔ اسلامی بسیار به‌کار رفته است . وقتی می گـویند «قـوت فلان خط مساوی با فلان خط وفلان خط است [۱]» مقصوداین است که مربع پاره‌خط اولی مساوی است با مجموع مربعات دوپاره خط دیگر. مثلا درمثلث قائم‌الزاویهٔ ABC که زاویهٔ A ازآن قائمه باشد وقتی می گویند: «قوت BC مساوی است بـا AB وAC» یعنی:

$$\overline{BC}^{۲}=\overline{AB}^{۲}+\overline{BC}^{۲}$$

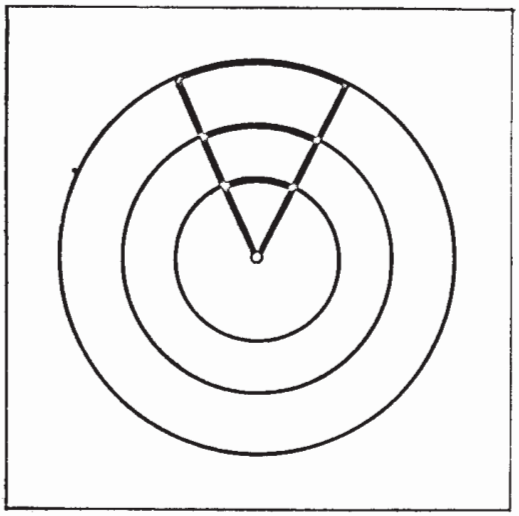
۳/۱۵۳ـ **قوس** = Arc

(۱)ـ به عربی: «خطکذایقوی‌علی‌خطی‌کذا وکذا»

اصطلاح «قوس» را بیرونی در «التفهیم» جداگانه تعریف نکرده است.

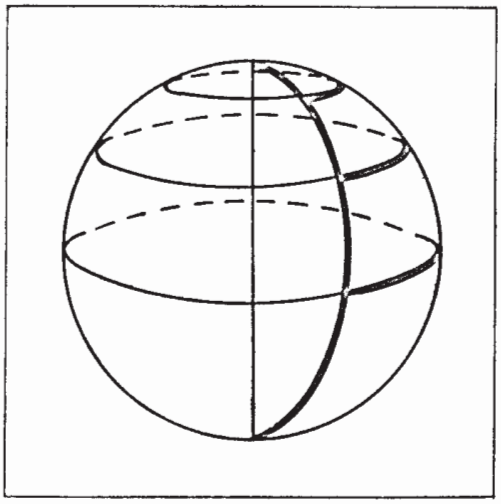
۳/۱۵۴ـ **قوسهای متشابه** = Similar arcs

قوسهای متشابه کدامند؟ـ اما برسطحهای راست آن‌باشند که میان دوخط راست اوفتندکه بیرون آمدن ایشان از مرکز دایره‌های متوازی باشد سوی بزرگترین آن دایره‌هاـ واما بر پشت‌کره قوسهای متشابه آن باشدکه میان دو دایرهٔ بزرك اوفتد ازدایره‌های متوازی، هرگاه‌که هردو دایرهٔ بزرك از قطب ایشان بیرون آمده باشد. و قوسهای متشابه همه خرد باشند یا یکی ازایشان بزرك باشد وبس. وایشان رامتشابه‌از آن خوانندکه نسبت همگان بدایره‌های خویش‌یکی باشد. اگر مثلا سه یك دایرهٔ خویش باشد همگنان نیزهمچنان سه‌یك‌باشند ازدایره‌های خویش (ت:۳۱ = T:۲۲)



قوسهای متشابه درصفحه

(شکل ۳۳)



قوسهای‌متشابه برسطح‌کره

(شکل ۳۴)

درهندسهٔ مسطحه چون همهٔ دایره‌ها با هم مشابه هستند می‌توان گفت که قوسهای متشابه ازدایره‌های مختلف قوسهایی هستند که زاویهٔ مرکزی روبه روی

آنها با هم مساوی باشند.

بیرونی درتعریف فوق فقط دایره‌های **متحدالمرکز** را درنظر گرفته است. هردوقوس از چنین قوسهایی علاوه برآنکه متشابه هستند «متجانس» نیز می‌باشند (درتجانسی که‌مرکز آن مرکز مشترك دو دایره ونسبت آن نسبت دو شعاع آنها باشد).

درهندسهٔ فضایی **بیرونی** دایره‌های صغیره‌ای را درنظر گرفته که صفحات آنها با هم موازی باشند وقوسهای متشابه آنهایی ازآن دایره‌ها را دانسته که‌بین دو دایرهٔ عظیمه واقع باشند که ازدوقطب دایره‌های صغیرهٔ مذکور می‌گذرند.

Sphere = **کره**ـ۳/۱۵۵

> کره چیست؟ـ جسمی است گرد ویك سطح گرد برگرداو همی‌گردد. و اندرون این جسم نقطه‌ایست که **مرکزکره** است وهمهٔ خطهای مستقیم که ازاین مرکز بیرون آیند وبدین سطح بیرونی رسند یکدیگر را مساوی باشند. وچون‌باندیشه گیری که دایره‌ای را بگردانی بر قطرخویش،وآن قطرنجنبد و برجای خویش باشد تا دایره بجای خویش بازآید، کره کرده دارد (ت:۲۸ = T:۱۹)

ملاحظه می‌شود که برعکس امروزه که کره را سطح تعریف می‌کنیم‌وآن را مکان هندسی نقاطی می‌دانیم که ازیك نقطهٔ موسوم به مرکز به یك فاصله‌اند **بیرونی** کره را جسم تعریف کرده است. واینکه درآخرتعریف اشاره کرده‌است که کره ازحرکت دایره درحول یکی ازقطرهایش به وجود می‌آید دراینجا هم دایره را قسمتی ازصفحه دانسته که ازدوران آن در حول یك قطرش حجم به وجود می‌آید.

دربارهٔ تعریفهای مختلفی که دربارهٔ کره کرده‌اند رجوع کنید به«هیث E» ج ۳ ص۲۶۹ تعریف ۱۴

۳/۱۵۶ـ**کسورشستگانی** = Sexagesimal fractions

رجوع کنید به اصطلاح «تجنیس» (شمارهٔ ۳/۲۳) و شمارهٔ ۳/۱۲

برای کسب اطلاع از محاسبه با کسرهای شصتگانی نزد قدما رجوع کنید به «قربانی: نسوی‌نامه» صفحات ۹۳ به بعد .

۳/۱۵۷ـ**کعب** = Cube root

رجوع کنید به اصطلاح «تضلیع» (شمارهٔ ۳/۲۶) و «عددهای مجسم» (شمارهٔ ۳/۱۳۰) ونیز به اصطلاح «مرتبه‌های طبیعی» (شمارهٔ ۳/۱۸۲)

۳/۱۵۸ـ **کوتاهترین هردوخرد**

رجوع کنید به اصطلاح «اقصرالاقصرین» (شمارهٔ ۳/۹)

۳/۱۵۹ـ**گوشه** = **(زاویه)** = Angle

رجوع کنید به اصطلاح «مثلث» (شمارهٔ ۳/۱۶۸)

۳/۱۶۰ـ **مال** = Square of a number

رجوع کنید به اصطلاح «تجذیر» (شمارهٔ ۳/۲۲) و به‌اصطلاح«مرتبه‌های طبیعی» (شمارهٔ ۳/۱۸۲) ونیز به شمارهٔ (۳/۱۰۳). «مال کردن» یعنی به‌قوهٔ دو رساندن .

۳/۱۶۱ـ **مانندهٔ معین** = **الشبیه‌بالمعین** = Rhomboid

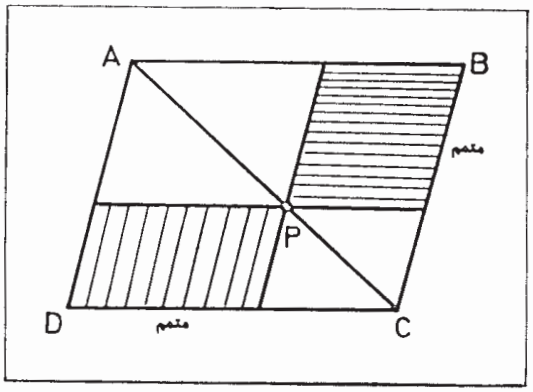
به اصطلاح امروزی «مانندهٔ معین» یعنی «متوازی‌الاضلاع».رجوع کنید به اصطلاح «چهارسوها» (شمارهٔ ۳/۴۷) و نیز به اصطلاح «متوازی‌الاضلاع» (شمارهٔ ۳/۱۶۶)

۳/۱۶۲ـ متماس = Tangents

متماس کدامست؟ـ این بسودن بود و این میان هـردودایره بود ازاندرون اگریکی خردتر باشدوازبیرون هرچگونه باشند. و نیزمیان دایره وخط راست باشد هرگاه که یك با دیگربهم آیند بی‌آنکه یکی مردیگر را ببرد (ت:۱۵ = T:۱۰)

۳/۱۶۳ـ متمم = Complements of parallelogram

متمم کدامست؟ـ هرگاه که برقطر سطحی متوازی‌الاضلاع دوسطح متوازی‌الاضلاع باشد، قطرهای ایشان از قطر او سر



(شکل ۳۵)

یکی بـا سر دیگرپیوسته باشند، آن دو باقی کـه از نخستین متوازی‌الاضلاع بماند بهردوسوی‌دومتمم خوانند.(ت:۱۴ = T:۹)

اگرازنقطه‌ای‌مانند P واقع برقطر AC ازمتوازی‌الاضلاع ABCD دوخط به موازات اضلاع AB و AC رسم کنیم چهارمتوازی‌الاضلاع جدید پدید می‌آید که دوتا ازآنهاقطرهاشانAP و PC روی قطرمتوازی‌الاضلاع نخستین قراردارد. آن دومتوازی‌الاضلاع دیگـررا متممهای متوازی‌الاضلاع ABCD مـی‌نـامند. مساحتهای این دومتمم با هم مساویند.

ونیزرجوع کنید به «هیث E» ج۱ ص۳۴۰ و۳۴۱.

۳/۱۶۴ـ **متمم قوس** = Complement of arc

رجوع کنید به اصطلاح «تمام جیب» (شمارهٔ ۳/۲۹)

۳/۱۶۵ـ **متوازی** = Parallel

رجوع کنید به اصطلاح «خطهای متوازی» (شمارهٔ ۳/۵۳)

۳/۱۶۶ـ **متوازی‌الاضلاع** = Parallelorgam

> متوازی‌الاضلاع کدامست؟ـ آن سطح چهارپهلوست که هر دوضلعی که برابر [= روبه‌روی] یکدیگر باشند متوازی باشند. وآن خط که به میان هردوزاویهٔ برابر [= روبه‌روی] یکدیگر کشیده آید **قطر** او بود (ت:۱۴ = T:۹)

دراین تعریف اصطلاح «زاویه» به جای «رأس» آمده است.

تعریفی که استاد درشمارهٔ ۳/۴۷ دربارهٔ «چهارسوها» برای «مانندهٔ معین» کرده معادل باهمین تعریف است.

۳/۱۶۷ـ **مثل** (مفرد **امثال**) = Multiple

رجوع کنید به اصطلاح «امثال» (شمارهٔ ۳/۱۰)

۳/۱۶۸ـ **مثلث (انواع)** = Triangle

> مثلثها چندگونه‌اند؟ـ هرمثلثه را سه **گوشه** است وبرابر هرگوشه خطی‌راست است واورا **ضلع** خوانند ای[= یعنی] **پهلو**واورا نیز سه پهلواست. وازجهت این پهلوها برمثلث سه نام‌افتد. یکی **متساوی‌الاضلاع** ای [= یعنی] **راست پهلو**. واین آنست که هرسه پهلوی اوسریکدیگر را راست

همچند باشند، و دوم **متساوی‌الساقین** ای **راست پای** و این آنست که دوپهلوی ازوی با یکدیگر راست باشند وسوم یا کمتر یا بیشتر. وسوم **مختلف‌الاضلاع** ای **نه‌راست‌پهلو** واین آنست که هیچ دوپهلو ازوی با یکدیگر راست نباشند...

وازجهت گوشها برمثلث سه نام افتد. یکی را از آن **قائم‌الزاویه** خوانند و این آنست که اندراوزاویهٔ قائمه باشد. ودوم **منفرج‌الزاویه** واین آنست که اندراو زاویهٔ منفرجه بود. وسوم **حادالزوایا** واین آنست که اندراو نه‌قائمه بودو نه منفرجه که هرسه حاده باشد... (ت:۹ – T:۵)

بیرونی اصطلاح «مثلثه» را به جای «مثلث» نیز به‌کار برده است.

اینك معادلهای انگلیسی اصطلاحاتی که دراین تعریف آمده است:

مثلث حادالزوایا =	Acute - angled triangle
مثلث راست پای =	Isocele triangle
مثلث راست پهلو =	Equilateral triangle
مثلث قائم‌الزاویه =	Right - angled triangle
مثلث متساوی‌الاضلاع =	Equilateral triangle
مثلث متساوی‌الساقین =	Isocele triangle
مثلث مختلف‌الاضلاع =	Scalene triangle
مثلث منفرج‌الزاویه =	Obtuse - angled triangle
مثلث نه راست پهلو =	Scalene triangle

۳/۱۶۹ـ **مثلثهای متشابه** = Similar triangles

مثلثهای متشابه کدامند؟ـ هرمثلثه که زاویه‌های او همچند زاویه‌های مثلثی دیگر باشد نظیر مرنظیرخویش‌را آنرا **متشابه** خوانند. وآن ضلعها که برابر هردوزاویهٔ متساوی باشند از هردومثلث بریك نسبت باشند (ت:۲۴ = T:۱۶)

جالب توجه است که **بیرونی** شرط تشابه دومثلث را فقط تساوی زوایای متناظر آنها دانسته است ومی‌دانیم که حتی شرط تساوی دوزاویه ازیك مثلث با دو زاویه ازمثلث دیگر برای تشابه آنها کافی است. **بیرونی** تناسب اضلاع دومثلث متشابه‌را، پس ازتعریف تشابه، به‌صورت‌قضیه بیان کرده است واین کمال دقت وی را می‌رساند. چه اگرزوایای دومثلث نظیر به نظیرمتساوی باشند اضلاع روبه روی زوایای متناظر بدون تردید متناسب خواهند بود (رجوع کنید به «نه‌مقالهٔهندسه» بخش اول ص۱۶۳ به‌بعد، شماره‌های ۲۸۷ و۲۹۲ و۲۹۳) .

۳/۱۷۰ـ مثلثةبالتکریر

رجوع کنید به اصطلاح «نسبت مثناةبالتکریر» (شمارهٔ ۳/۲۰۵)

۳/۱۷۱ـ مثمن = هشت‌ضلعی (منتظم) = Octogon

رجوع کنید به اصطلاح «چهارسوها» (شمارهٔ ۳/۴۷)

۳/۱۷۲ـ مثناةبالتکریر

رجوع کنید به اصطلاح «نسبت مثناةبالتکریر» (شمارهٔ ۳/۲۰۵)

۳/۱۷۳ـ محور = Axis

رجوع کنید به اصطلاح «قطب» (شمارهٔ ۳/۱۴۳)

۳/۱۷۴ـ محیط (دایره) = Circumference

رجوع کنید به اصطلاح «دایره» (شماره ۳/۵۵)

۳/۱۷۵ـ مخرج = Denominator

> مخرج چیست؟ـ مخرج پارهای یکی درست است‌ازپارهای کسر که‌تو بدومنسوب کنی و کسرهمیشه‌خردتر بودازمخرج... ومخرج همیشه کمترین عددی باشدکه آن کسرازاو بیرون‌آید.

نبینی که دومرده را هم پنجیك بود. وسه مر پانزده را پنجیك بود. ولکن بسیارترین را حدنیست . و کمترین‌را حد است . پس آنچه بحد است اولیتر است‌به داشتن (ت:۴۳ = T:۳۳)

باید متوجه بود که دراین تعریف کلمهٔ «کسر» به جای اصطلاح «صورت کسر» که امروزه معمول است به‌کار رفته. قدما کسر را اصولا کوچکتر از واحد می‌دانستند (به قول **بیرونی** : کسر همیشه خردتر بودازمخرج) و کسر را به دو نوع «کسرمفرد» و«کسرمرکب» تقسیم می کردند وبرای هریك ازاین دونوع‌نیز تقسیمات دیگری قایل بودند. مثلا«کسرمفرد» را به «کسرمجرد» و«کسرمکرر» تقسیم می کردند وهمچنین برای «کسرمرکب» انواع «کسرمعطوف» و«کسر مستثنی» و«کسرمضاف» و«کسرمنکسر» تمیز می‌دادند. (رجوع کنید به «قربانی : کاشانی‌نامه» ص۹۸ به بعد)

۳/۱۷۶ـ **تبصره** ـ اصولا پیش‌ازدورهٔ اسلامی محاسبهٔ باکسرها درنزدملل مختلف مطلب به نسبت پیچیده‌ای بوده و روش محاسبهٔ آنان با روش کنونی ما اختلاف داشته است. قدما ازاینکه درآن واحد صورت ومخرج کسر را به منظور ساده کردن آن تغییردهند احترازمی کردند. بابلیان غالباً کسرها را با مخرج شصت (یا یکی ازقوای ۶۰) می‌نوشتند. یعنی کسرهای شصتگانی[۱] را به‌کار می‌بردند ورومیان عدد ۱۲ را به عنوان مخرج اختیار می کردند .

ازطرف دیگرمصریان صورت کسررا واحد می گرفتند ومخرج را تغییر می‌دادند. آنان اصطلاع «کسر» را فقط درمورد «کسر مجرد» یعنی کسری که

(۱)ـ رجوع‌کنید به شمارهٔ ۳/۱۵۶

صورتش واحد باشد(۱) به‌کار می‌بردند وهر کسری را که ممکن نبود به‌شکل کسر مجرد نوشت به مجموع کسرهای مجرد تبدیل می‌کردند. مثلا کسر $\frac{۲}{۵}$ را به‌شکل $\frac{۱}{۱۵}\ \frac{۱}{۳}$ می‌نوشتند که معنی آن $\frac{۱}{۱۵} + \frac{۱}{۳}$ است. البته مسألهٔ مهم برای آنان این بود که همهٔ کسرها را به‌مجموع کسرهای مجرد تبدیل کنند. برای این کار جداولی ترتیب داده بودند که به وسیلهٔ آنها هر کسر به صورت $\frac{۲}{۲n+۱}$ را، که در آن n مقادیر صحیح ومثبت بین ۱ و۴۹ را می‌توانست اختیار کند، به‌مجموع کسرهای مجرد تبدیل کردند. مثلا کسر $\frac{۲}{۷}$ را به وسیلهٔ این جدول به شکل $\frac{۱}{۲۸}\ \frac{۱}{۴}$ یعنی $\frac{۱}{۲۸} + \frac{۱}{۴}$ تبدیل می‌کردند (ورجوع کنید به«کاژری H»ص۱۲)

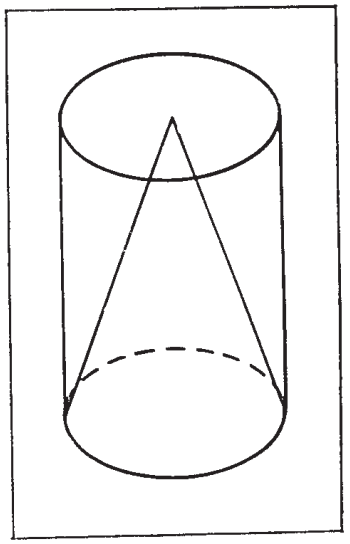
۳/۱۷۷ـ مخروط = Cane

مخروط چیست؟ـ جسمی است که قاعدهٔ او دایره باشد یا شکلی دیگر، وزآنجا کمتر همی شود تا نزدیک نقطه سپری شود. واورا ستونی [= استوانه‌ای] باشد، قاعدهٔ آن مخروط وآن [= قاعدهٔ] ستون یکی باشد، وسر مخروط مرکز آن دایره بود که بربالا بود. اگر ستون راست بود مخروط او نیز راست بود. وگر ستون کژ بود مخروطش نیز کژ بود. ومخروط همیشه سه یك ستونش باشد. و**تیر**(۲) او آن خط باشد که از سر او بمرکز قاعده آید. و**پهلوش** آن خط راست است کز سر او بمحیط قاعده آید(۳) (ت:۲۶ = T:۱۸)

(۱)ـ به‌انگلیسی: Unit - fraction

(۲)ـ به‌عربی «سهم»: وسهم المخروط هو الخط المستقیم الذی بین رأسه وبین مرکز قاعدته. «التفهیم عربی» ص ۱۹

(۳)ـ ترجمهٔ انگلیسی عبارت آخر این تعریف توسط **رمزی ریت** درست با متن عربی وفق نمی‌دهد.



(شکل ۳۶)

دراین تعریف، **بیرونی** نظیر هر مخروط استوانه‌ای درنظر گرفته که قاعدهٔ تحتانی آن قاعدهٔ همان مخروط ومرکز قاعدهٔ فوقانی آن رأس مخروط باشد. واین قضیه را خاطرنشان کرده است که: «حجم هرمخروط مساوی با یك سوم حجم‌استوانه‌ای است که ارتفاع وقاعدهٔ آن به ترتیب‌مساوی با ارتفاع وقاعدهٔ مخروط باشد».

دربارهٔ تعاریف دیگرمربوط به مخروط رجوع کنید به «مفتاح‌الحساب» ص ۱۱۹ و«کشّاف‌اصطلاحات‌الفنون» ج۱ ص ۴۳۳

۳/۱۷۸ـ **مخمس** = **پنج ضلعی (منتظم)** = Pentagon

رجوع کنید به اصطلاح «چهارسوها» (شمارهٔ ۳/۴۷)

۳/۱۷۹ـ **مدارات** = Parallels

> مدارات کدامند؟ـ آن دایره‌های خرد [= صغیره] که بر پشت کره یکدیگر را متوازی باشند (ت:۳۱ = T:۲۲)

مقصود ازدایره‌های متوازی دایره‌های صغیره‌ای است که صفحات آنها باهم موازی باشند.

۳/۱۸۰ـ **مربع** = square

رجوع کنید به اصطلاح «چهارسوها» (شمارهٔ ۳/۴۷) ونیز به اصطلاح «عدد مسطح» (شمارهٔ ۳/۱۱۸)

۳/۱۸۱ـ **مربعة بالتکریر**

رجوع کنید به اصطلاح «نسبت مثناة بالتکریر» (شمارهٔ ۳/۲۰۵)

۳/۱۸۲ـ**مرتبه‌های طبیعی** = Natural series powers

> مرتبه‌های طبیعی کدامند؟ـ هر گاه که یکی بنهی و او را به عددی در زنی[= ضرب کنی] وانچ گردآید هم‌برآن‌عدد بزنی و پیوسته چنین کنی عددها بجای آید متناسب. نخستین‌را ازآن ازپس یکی **جذر** خوانند ودوم **مال** وسوم **کعب** وچهارم **مال مال** وپنجم **مال کعب** وششم **کعب کعب**. و باقی براین قیاس رود. ونسبت یکی همیشه بجذر چون نسبت جذر باشد بمال، و چون نسبت مال بکعب و چون نسبت کعب بمال‌مال، وچون نسبت مال مال بمال‌کعب، وچون‌نسبت‌مال کعب بکعب‌کعب. ومثال آن بدو گونه است ازعدد، یکی از ضرب به دوآمده است‌ویکی ازضرب بسه (ت:۴۶ = T:۳۵)

مقصوداز«مرتبه‌های‌طبیعی» قوای‌صحیح متوالی‌یك‌عدد است و به‌عبارت‌دیگر جمله‌های یك تصاعد هندسی است که نخستین جملهٔ آن یك وقدر نسبت آن x باشد:

$$\ldots \text{و } x^5 \text{ و } x^4 \text{ و } x^3 \text{ و } x^2 \text{ و } x \text{ و } 1$$

وعلت آنکه استاد نخستین جملهٔ این تصاعد هندسی را یك اختیار کرده‌این است که خواسته است بعداً درشرح «مرتبه‌های وضعی» (شمارهٔ ۳/۱۸۳) یعنی عدد نویسی دردستگاه شمار دهگانی ازآن استفاده کند.

اصطلاحاتی که دراین تعریف به‌کار رفته ومعادلهای کنونی آنها به قرار زیر است:

اصطلاح قدیمی	مفهوم آن	معادل کنونی آن
جذر (۱)	پایهٔ یك قوه (توان)	عدد a درمقام مقایسه با a^n
مال (۱)	قوهٔ دوم عدد	a^2
کعب (۲)	قوهٔ سوم عدد	a^3
مال مال	قوهٔ چهارم عدد	a^4
مال کعب	قوهٔ پنجم عدد	a^5
کعب کعب	قوهٔ ششم عدد	a^6

برای نامیدن قوای مختلف اعداد فقط دو لفظ «مال» و «کعب» را به‌کار می‌برند. ودرصورت لزوم آنها را تکرار می کنند وقاعدهٔ این تکرار این است :

اولا همیشه لفظ «مال» برلفظ «کعب» مقدم است .

ثانیاً لفظ مال درهرقوه بیش‌ازدوبار به‌کار نمی‌رود .

ثالثاً برای نامیدن‌قوای متوالی همواره لفظ «مال» به کعب ولفظ «مال مال» به‌مال کعب تبدیل می‌شود واگر «مال» وجود نداشت نخستین لفظ «کعب» به «مال‌مال» تبدیل می گردد. ازاین قرار:

۱- در این مقام «جذر» را «ضلع اول» و «مال» را «مجذور» و «مربع» نیز می‌گویند .

(۲)- امروزه «کعب» را «مکعب» می‌گوییم. در«التفهیم فارسی» آمده است: «و گروهی ازبهرسبك‌کردن سخن «مکعب» را «کعب» خوانند وآنگه ناچارکعبش را «ضلع» باید خواند.»

کعب کعب = قوهٔ ششم

مال مال کعب = قوهٔ هفتم

مال کعب کعب = قوهٔ هشتم

کعب کعب کعب = قوهٔ نهم

مال مال کعب کعب = قوهٔ دهم

مال کعب کعب کعب = قوهٔ یازدهم وغیره .

مقصود ازقسمت اخیر تعریف «مرتبه‌های طبیعی» این است :

$$\frac{1}{a} = \frac{a}{a^2} = \frac{a^2}{a^3} = \frac{a^3}{a^4} = \frac{a^4}{a^5} = \dots$$

۳/۱۸۳ـ مرتبه‌های وضعی = Decimal notation

مرتبه‌های وضعی کدامند؟ـ وضعی نهاده بودآنچ شمارگران برآن اتفاق کردند ونهادند میان خویش وبشمار بکاربردند. و یك گونه از گونهای مرتبهای طبیعی، که اتفاق چنان کردند که یکی بده‌زده آید وآنچ گردآید بده. وهمیشه نسبت میان ایشان بده یك بود. ونخستین مرتبه ازاین مرتبه‌های وضعی **احاد** نام است. واندراویکی تا نه بود، وافزودن یك بیك. ودوم مرتبه **عشرات** نام است. واندراو ازده تا نود باشد، وفزودن دهگان(۱). وسوم مرتبهٔ **مئین** [= صدگان] نام است واندراو از صد تا نهصد باشد وفزودن صدگان. وچهارم مرتبهٔ **الوف** [= هزارگان] نام است واندراو ازهزارتا نه‌هزار بودوافزودن هزارگان(۲). واین چهارم بجای آحاد بایستد زیرا که آن مرتبه که پس ازاوست **عشرات الوف** [یعنی ده‌هزارگان] است، همچنانك ازپس آحاد عشرات بود. پس نام یکیست هردو را

(۱)ـ یعنی «ده به ده» رجوع کنید به «التفهیم فارسی» صفحه **قعد**. پسوند «گان» به معنی تکرار است .

(۲)ـ یعنی «هزار به هزار»

ولکن این الوف‌است. وهرعددی‌که بمرتبه‌ای باشد، یکی از آنك پیش اوست دهیك آن یکی باشد که اندرآن مرتبه است. وچون مرتبه خالی باشد ازعددی بجای آن نشانی‌کنند ازبهر نگاهداشتن اوراکه تهی است. **وما اورا دایرهٔ خرد کنیم** واورا **صفر** نام‌کنیم یعنی تهی وهندوان اورا نقطه‌کنند... (ت:۴۷ = T:۳۶)

ملاحظه می‌شود که این عبارات که درحدود هزارسال ازتاریخ انشای آن می‌گذرد شامل وصف جامعی ازمرتبه‌های وضعی یعنی دستگاه‌شمار دهگانی‌است.

استاد پس‌ازتوصیف «مرتبه‌های طبیعی» که شرح‌آن‌درشمارهٔ ۳/۱۸۲ گذشت، یعنی

$$x^n \text{ و } \ldots \text{ و } x^4 \text{ و } x^3 \text{ و } x^2 \text{ و } x \text{ و } 1$$

در شرح « مرتبه‌های وضعی » می‌گوید که به‌جای پایهٔ x پایهٔ۱۰ را می‌گذارند. و برای نوشتن اعداد در دستگاه شمار اعشاری ازقوای متوالی عدد ۱۰ استفاده می‌کنند. در واقع هرعدد را در دستگاه شماردهگانی می‌توان به صورت زیر نوشت :

$$a_n(10)^n + a_{n-1}(10)^{n-1} + \ldots + a_2(10)^2 + a_1(10) + a_0 \times 1$$

که درآن هریك ازضرایب a_n یکی ازارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و... و ۹ است.

در این صورت a_0 **رقم یکان** و a_1 **رقم دهگان** و a_2 **رقم صدگان** و a_3 **رقم هزارگان** و ... نامیده می‌شود.

مثلا عدد ۸ ۷۲۰ ۵۴۲ یعنی :

$$۸ \times ۱۰^6 + ۷ \times ۱۰^5 + ۲ \times ۱۰^4 + ۰ \times ۱۰^3 + ۵ \times ۱۰^2 + ۴ \times ۱۰^1 + ۲ \times ۱$$

قدما به جای لفظ «میلیون» که‌امروزه به‌کار می‌بریم می گفتند «هزارهزار»

و به جای لفظ «بیلیون» (= میلیارد) می گفتند «هزارهزارهزار» وغیره

ازعبارت «وضعی نهاده بود آنچ شمارگران بـرآن اتفاق کردنـد ونهادنـد میان خویش و بشمار بکار بردند» که درآغاز تعریف «مرتبه‌های‌وضعی»آمده می‌رساند که انتخاب عدد ۵۵ به منزلهٔ پایهٔ شمار دهگانی قراردادی است بین شمارگـران. ومی‌توان به جای عدد ۵۵ هرعدد دیگرمثلا ۶۰ را اختیار کرد. (رجوع کنید بـه اصطلاح «برداشتن عدد. شمارهٔ ۳/۱۱)

استاد نوشته است: «هرعددی که بمرتبه‌ای‌باشد، یکی از انـك پیش اوست دهیك آن یکی باشد که اندرآن مرتبه است». امروزه می گوییم :

واحد هرمرتبه یك دهم واحد مرتبه بعدی است. مثلا واحد مرتبهٔ صدگان (یعنی۱۰۰) یك دهم واحد مرتبهٔ هزارگان (یعنی۱۰۰۰) است .

این عبارت: «وچون مرتبه‌ای خالی باشد ازعددی، بجای اونشانـی کنند از بهرنگاهداشتن اورا که تهی است . ما اورا دایرهٔ خـرد کنیم واورا صفرنـام کنیم یعنی تهی وهندوان اورا نقطه کنند» جالب توجه است ومعلوم می‌دارد که قدمای‌ما صفر را به صورت دایرهٔ کوچکی می‌نوشته‌اند وروش ناپسند نوشتن نقطه بـه‌جای صفر دراین اواخر مرسوم شده است .

۳/۱۸۴ـ **مرکز** = Centre

رجوع کنید به اصطلاح «دایره» (شمارهٔ ۳/۵۵)

۳/۱۸۵ـ **مسبع = هفت‌ضلعی(منتظم)** = Heptagon

رجوع کنید به اصطلاح «چهارسوها» (شماره ۳/۴۷)

۳/۱۸۶ـ **مستطیل** = Rectangle

رجوع کنید به اصطلاح «چهارسوها» (شمارهٔ ۳/۴۷)

۳/۱۸۷ـ **مسدس** = **شش ضلعی (منتظم)** = exagon

رجوع کنید به اصطلاح «چهارسوها» (شمارهٔ ۳/۴۷)

۳/۱۸۸ـ **مسقط حجر** = Where the stone falls

> مسقط حجر کدام است؟ـ آن نقطه است ازقاعده که عمود بدو رسد. گروهی مردمان خردترین آن دوپاره راکه قاعده‌از عمود منقسم می‌شود مسقط الحجر خوانند واین نه‌بسخن‌اندر خور است ونه بمعنی (ت:۱۰ = T:۶)

مسقط حجر یعنی پای ارتفاع‌مثلث، به فرض‌ا نکه مثلث دروضعی باشد که ارتفاع آن خط قائم باشد.

۳/۱۸۹ـ **مضلعات** = (Regular) Polygon

یعنی چندضلعی (منتظم) رجوع کنیدبه اصطلاح«چهارسوها» (شمارهٔ۳/۴۷)

۳/۱۹۰ـ **مطوی**

یعنی «نوردیده» رجوع کنید به اصطلاح «عددهای مشترك» (شمارهٔ۳/۱۳۳)

۳/۱۹۱ـ **معین** = **لوزی** = Rhombus

رجوع کنید به اصطلاح «چهارسوها» (شمارهٔ ۳/۴۷)

۳/۱۹۲ـ **مفردات برابر یکدیگر** = **(المفردات‌المتعادله)** = Simple equations

> مفردات برابریکدیگرچگونه‌اند؟ـ جبرومقابله برسه چیز همی رود. نخستین عدد است، جریده بی‌نام دیگر. ودوم عددی است‌که جذرباشد مالی را. و سوم عددی است‌که مال باشد جذر را. وازمیان ایشان سه‌گونه جفت آید. **نخستین جذرها برابرعدد.** ومعنی اوآنست‌که‌کدام مال است‌که‌یك

جذراو یا چندجذراو برابرچندین عدد بود(۱). **دوم مالها برابر جذرها.** ومعنی اوآنست که کدام مال است یا چندین مال که برابرجذر یا چندین جذر یکی ازآن مالها باشد(۲). **و سوم مالها برابرعدد.** ومعنی اوآنست که کدام مال است یا چندین مال که برابرچندین عدد باشد(۳) . (ت۴۹ = T:۳۸)

مقصود از«مفردات» معادلاتی است که درهرطرف آن فقط یك جمله باشد. این معادلات با درنظر گرفتن اینکه اولا قدما عددهای منفی را به‌کار نمی‌بردندو ثانیاً، تازمان خیام فقط معادلات درجهٔ اول ودوم را درنظرمی گرفتند به سه نوع تقسیم می‌شد ازاین قرار :

(a وb وc اعداد مثبت هستند)

مفردات :

جذرها برابر عددها	$ax = c$
مالها برابر جذرها	$ax^2 = bx$
مالها برابر عدد	$ax^2 = c$

برای کسب اطلاع ازطبقه‌بندی معادلات درآثار دانشمندان اسلامی رجوع کنید به «مصاحب: حکیم خیام» ص ۱۱۴ به بعد .

۳/۱۹۳ مقابله

رجوع کنید به اصطلاح «جبر ومقابله». (شمارهٔ۳/۳۵)

۳/۱۹۴- **مقترنات برابریکدیگر** = Composite equations

(۱)- یعنی معادلهٔ $ax = c$ که درآن a و c اعداد مثبت هستند

(۲)- یعنی معادلهٔ $ax^2 = bx$ که درآن a و b اعداد مثبت هستند

(۳)- یعنی معادلهٔ $ax^2 = c$ که درآن a و c اعداد مثبت هستند

مقترنات برابریکدیگر چگونه‌اند؟- این آنست که دو مفرد را برابرسوم کنی اورا نیزسه جفت‌آید [به‌سه نوع است]... و**مقرن نخستین** ازآن آنچ برابر عدد بود چون **مالها و جذرها برابر عدد.** ومعنی اوآنست که‌کدام مال است که اگر بروی جذراو یا چندین جذر او فزاییم برابرچندین عدد بود(۱)... و**مقرن دوم** آنچ برابر جذرباشد، چون **مالها وعددها برابر جذرها.** ومعنی اوآنست که‌کدام مال است که اگربروی چندین عدد افزائی برابرجذر خویش یا چندین جذراو باشد(۲). واین مقرن دوم وقتها دورویه بود، وسؤال ازدوجواب احتمال کند... و**مقرن سوم** آنچ برابرمال بود چون **جذرها وعدد برابرمال.** ومعنی او آنست که‌کدام مال است که برابرچندین عدد وچندین‌جذری ازآن او باشد(۳) (ت:۴۹ = T:۳۹)

درمتن فارسی «التفهیم» این اصطلاح به صورت **مقرنات** ثبت شده و در حاشیه صفحهٔ ۴۹ «التفهیم فارسی» به صورت «مقترنات» اشاره شده و در«التفهیم» عربی به شکل «المقترنات‌المتعادله» آمده است. صورت درست این اصطلاح که در همهٔ کتابهای دیگرنیز به‌کار رفته است « **مقترنات** » است . مثلا **ابو عبدالله خوارزمی** * درکتاب‌جبر ومقابله خود نوشته‌است (۴) :

«ووجدت‌هذه‌الضروب‌الثلثة‌التی هی‌الجذوروالاموال‌والعددیقترن فیکون منها

---

(۱)- یعنی معادلهٔ $ax^2+bx=c$ (a و b و c اعداد مثبت هستند)
(مثال: $x^2+10x=39$)

(۲)- یعنی معادلهٔ $ax^2+c=bx$ (مثال: $x^2+30=13x$)

(۳)- عبارت «التفهیم فارسی)که به نظر صحیح نمی‌آمد به قرینه از روی عبارت عربی تصحیح شد: «ومعناه ای‌مال‌یساویه عدداً اذازیدعلی‌جذره اوعده من‌اجذار»
یعنی معادلهٔ $ax^2=bx+c$ (مثال: $x^2=5x+6$)

(۴)- رجوع‌کنید به « جبر ومقابلهٔ خوارزمی» متن‌عربی ص۵

ثلثةاجناس‌مقترنه». **نصیرالدین طوسی** *در«رسالهٔ جبرومقابله» خود(صفحهٔ ۱۵) نوشته‌است: «والمقترنات‌ثلثة،الاول‌مال وشیء یعدل عـدد...» **عبدالحمیدبن واسع جیلی*** در کتاب جبرو مقابلهٔ خود فصلی دارد به نام «الضروریات فی‌المقترنـات» که متن عربی وترجمهٔ انگلیسی آن به چاپ رسیده است(۱).

مقصود از **مقترنات برابریکدیگر** معادلات درجهٔ دوم است که چون قدمـا عددهای منفی را به‌کار نمی‌بردنـد آنها را بـه سه دسته تقسیم می کردنـد که بـا اصطلاحات کنونی به صورت زیر نوشته می‌شود:

(a وb وc عددهای مثبت هستند)

مالها وجذرها برابرعدد	$ax^2 + bx = c$
مالها وعدد برابرجذرها	$ax^2 + c = bx$
جذرها وعدد برابر مال	$ax^2 = bx + c$

برای کسب اطلاع از بحث دراین معادلات در ریاضیات دورهٔ اسلامی رجوع کنید به«گانتز O» ص ۵۱۱ به‌بعد. ونیزرجوع کنید بـه «مصاحـب: حکیم‌خیام» ص۱۱۴ به بعد.

۳/۱۹۵ـ مقدارهای متناسب (اقدارمتناسبه) = Proportional magnitudes

> مقدارهای‌متناسب کدامند؟ـ چهارچیزباشدکه‌نسبت نخستین بدوم همچون نسبت سوم بچهارم بـود. خواهـی دوم همچند سوم باشد وخواهی نباشد. وخاصیت ایـن آنست کـه نخستین بچهارم درزنی همچنان بـودکه دوم بسوم درزنـی. وضـرب همیشه میان آن دوبودکه یك با دیگربرابر باشند برقطر. اما قسمت نباید مگربدانك برابر باشند برضلع نـه برقطر. نبینی

(۱)ـ رجوع‌کنید به «صابیلی L»

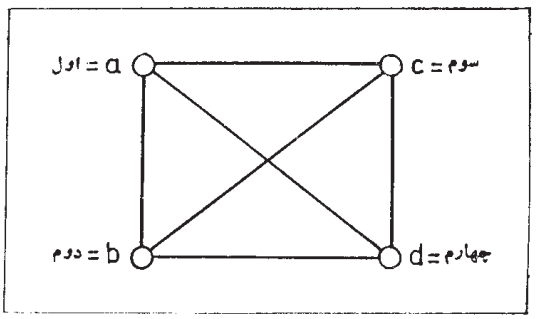
که اگردوم برنخستین قسمت‌کنی همچنان بود که چهارم برسوم قسمت‌کنی ویك چیز بیرون آید ازهردوقسمت. ونیزاگرسوم برنخستین قسمت‌کنی همچنان بودکه چهارم بردوم قسمت‌کنی (ت:۱۹ = T:۱۲)

درتعریف اصطلاح «تناسب» (شمارهٔ ۳/۳۲) دیدیم که «تناسب» به قول **بیرونی** یعنی مساوی بودن چند نسبت مثل

۱:۵:۲۵:۱۲۵:...

یعنی $\frac{۱}{۵} = \frac{۵}{۲۵} = \frac{۲۵}{۱۲۵} = \dots$

مقصود از«مقدارهای متناسب» که درتعریف فوق آمده است چیزی است که امروزه «تناسب» می‌نامیم. **بیرونی** درتعریف‌فوق تناسب $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ را به‌صورت‌زیر تجسم کرده و خاصیتهای زیر را ازتناسب متذکر شده است :



(شکل ۳۷)

$ad = bc$ (وضرب‌همیشه میان‌آن دو بود که‌یك‌بادیگر برابر باشند برقطر)

$$\begin{cases} \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \\ \frac{c}{a} = \frac{d}{b} \end{cases}$$ (اما قسمت نبایدمگربدانك برابر باشند برضلع‌نه برقطر)

۳/۱۹۶ـ مقدم = Antecdent

«مقدم، یعنی «صورت نسبت». رجوع کنید به اصطلاح «تالی» (شمارهٔ ۳/۲۱)

۳/۱۹۷ـ **مکعب** = Cube

> مکعب چیست؟ـ شکلی است مجسم همچون کعبتین نرد گردبر گرد او شش مربع تا درازا وپهنا وبالای اویکسان‌باشد (ت:۲۵ = T:۱۷)

این تعریف «مکعب» مربوط به شش وجهی منتظم است که قدما آن را «شکل‌زمینی» نیز می‌نامیدند(رجوع کنیدبه شمارهٔ ۳/۹۵). اما«مکعب‌عدد» راقدما «کعب» می گفتند (رجوع کنید به شمارهٔ ۳/۱۸۲)

۳/۱۹۸ـ **منحرف** = Trapezium = Quadrilateral

«منحرف» یعنی چهارضلعی غیرمشخص وبه معنی ذوزنقه نیز آمده است (رجوع کنیدبه شمارهٔ ۳/۴۷)

۳/۱۹۹ـ **منشور** = Prism

> منشورچیست؟ـ اوشکلی‌است‌که برپهلوهاء اوسه‌سطح‌مربع باشد یا مستطیل ودومثلث یکی زیر ویکی زبر. وگاه باشد که آن مربعها معین(۱) [= لوزی] باشند ومستطیل‌ها شبیه بالمعین(۲) [= متوازی‌الاضلاع] (ت:۲۵ = T:۱۸)

این تعریف منشور مثلث‌القاعده است که البته سطوح جانبی آن ممکن‌است مربع یا لوزی یا مستطیل ویا متوازی‌الاضلاع باشند.

در«تحریر اصول‌اقلیدس»توسط **نصیرالدین طوسی** *نیزمنشورهمین گونه

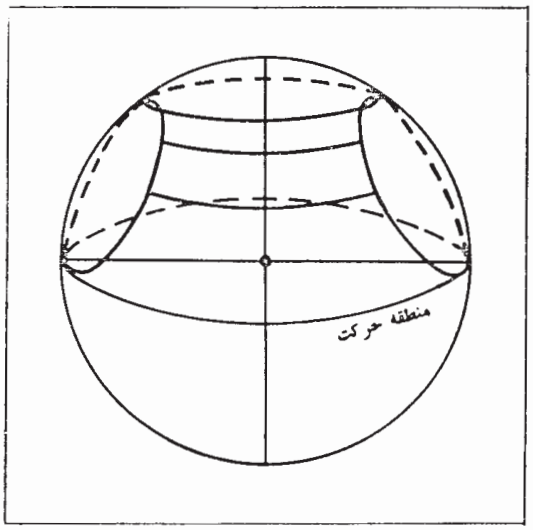
(۱)ـ رجوع‌کنید به شمارهٔ ۳/۱۹۱

(۲)ـ رجوع‌کنید به شمارهٔ ۳/۱۶۱

تعریف شده است[۱] . اما در ترجمهٔ انگلیسی «اصول اقلیدس» منشور به طور کلی تعریف شده است [۲] .

۳/۲۰۰ـ **منطقهٔ حرکت** = Equator of movement

منطقهٔ حرکت چیست؟ـ این آن دایرهٔ بزرگ بود که میان دو قطب باشد که حرکت کره با ایشان راست بود. و زبهر آن او را **منطقه** خوانند که جای کمر میانگاه بود. و آن منطقه بر خویشتن گردد و سطح او جزخویشتن رسم نکند. و اما دیگر دایره‌ها، چون کره گردد، یا کره را همی رسم کنند یا پاره‌ای را از او مانند چنبردف (ت: ۳۱ = ۲۲:T)



(شکل ۳۸)

اگر فرض کنیم که کره‌ای در حول یکی از قطرهای خود دوران کند، در این مقام، دایرهٔ عظیمه‌ای که صفحه‌اش بر آن قطر عمود باشد **منطقهٔ حرکت** نامیده می‌شود. وقتی کره در حول آن قطر دوران می کند این دایره و سطح آن روی خود حرکت می کند (او جزخویشتن رسم نکند). همچنین است دایره‌های صغیره‌ای که صفحات آنها عمود بر قطر مذکور باشد یعنی «مدارات».

(۱)ـ «تحریر اقلیدس» ص۱۵۵: «المنشور هو الذی یحیط به ثلثة سطوح متوازیة ـ الاضلاع ومثلثان»

(۲)ـ رجوع کنید به «هیث E» ج۳ ص ۲۶۱ و۲۶۸ تعریف ۱۳

اما دایره های عظمیه‌ای که ازدو قطب بگذرند محیطشان سطح کره را رسم می کند وسطحشان‌حجم کره را می‌پیماید.

اگردایرهٔ صغیره‌ای برسطح کره فرض شود کـه صفحه‌اش بـر قطر AB عمود نباشد وحول قطرAB از کره دوران کند ازدوران آن جسمی‌حاصل می‌شود که **بیرونی** آن را به چنبردف تشبیه کرده است . (شکل ۳۸)

۳/۲۰۱ـ **نسبت** = Ratio

> نسبت چه باشد؟ـ حالی است میان دوچیز همجنس‌که بدان حال اندازهٔ یکی ازدیگر دانسته شود چـون بـدوقیاس‌کنی . چنانك مرد را پدرنام‌کنی چون بپسرش قیاس‌کنی. و اورا نیز پسرنام‌کنی چـون قیاس‌کنی بپدرش. همچنان چیـزرا نیز نیمهٔ چیزی نام‌کنی واین را دوتـوی [= دوبرابر] او. پس ایـن حال راکه بمیان‌ایشان افتد **نسبت**نام‌است (ت:۱۹ = T:11)

رجوع کنید بـه بخش چهارم کتاب حاضر (شمارهٔ ۳/۴). در کتاب«هیث E» (ج ۲ صفحات ۱۱۶ تا ۱۱۹) بحث جامع وجالبی دربارهٔ اصطلاح «نسبت» خواهید یافت .

بیرونـی گاهی کلمهٔ «نسبت» را به جای «تناسب» نیز به‌کار برده است.

دربارهٔ اعمالی که درمورد «نسبت» و«تناسب» انجام می‌شود، رجوع کنید به اصطلاحات «ابدال نسبت» (شمارهٔ ۳/۵) و«ترکیب نسبت» (شمارهٔ۳/۲۵) و«تفصیل نسبت» (شمارهٔ ۳/۲۷) و«عکس نسبت» (شمـارهٔ ۳/۱۳۴) و«قلـب نسبت» (شمارهٔ ۳/۱۵۱) و«نسبت‌متکافی» (شمارهٔ ۳/۲۰۳) و «نسبت‌مثناة‌بالتکریر» (شمارهٔ۳/۲۰۵) و«نسبت مساوات» (شماره‌های ۳/۲۰۷ و۳/۲۰۸) و«نسبت مؤلف » (شمارهٔ ۲۱۱)

۳/۲۰۲ـ نسبت ذات وسط وطرفین =

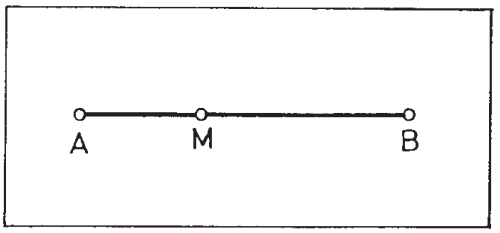
Mean and extreme ratio

> نسبت ذات وسط وطرفین چیست؟ـ هرگاه‌که خطی باشد بدوپاره‌کرده چنانك نسبت خردترین قسمتی ببزرگترین‌همچنان باشد چون نسبت بزرگترین‌بجملهٔ هردوان، یعنی‌همهٔ‌خط، این را نسبت ذات وسط وطرفین خوانند (ت:۲۴ = T:۱۷)

هرگاه روی پاره‌خط AB نقطهٔ M را طوری اختیار کنیم که رابطهٔ زیر برقرار باشد:

$$\frac{AM}{MB} = \frac{MB}{AB}$$

ویا $\overline{MB}^{2} = AM.AB$



(شکل ۳۹)

می‌گویند پاره خط AB در نقطهٔ M به نسبت ذات وسط و طرفین تقسیم شده است. (برای توضیح بیشتر رجوع کنید به «نه‌مقالهٔ هندسه» بخش اول ص ۱۹۷)

۳/۲۰۳ـ نسبت متکافی = (تکافی‌النسبة)(۱) =

Inverse proportion

> نسبت متکافی کدام است؟ـ این آنست‌که دوم وسوم بیکی جانب باشند واین به‌کپان [= قپان) پیداآیدکه نسبت دوری

(۱)ـ **رمزی‌ریت** «نسبت متکافی» را به انگلیسی Steelyard که به معنی قپان است ترجمه‌کرده است (!)

عقرب که جای آویختن زنجیرهاست از **علاقه** (۱) بدوری **ناره**(۲) ازعلاقه، همیشه چون نسبت گرانی ناره است‌بگرانی بار (ت:۲۵ = T:۱۷)

نسبت متکافی یعنی «تناسب معکوس». در«التفهیم فارسی» این اصطلاح به صورت «نسبت متکافی» ودر «التفهیم عربی» به شکل «تکافی‌النسبة» ثبت شده وهردو صورت درریاضیات ومخصوصاً درفیزیك قدیم به‌کار رفته است .

اگردومقدار P وQ از کمیتی به ترتیب با مقادیر pوq از کمیتی دیگر متناظر باشند،ولی نسبت $\frac{P}{Q}$ مساوی با $\frac{p}{q}$ نبوده بلکه مساوی با عکس آن یعنی $\frac{q}{p}$ باشد ، در این صورت اصطلاحی که امروزه به‌کار می‌بریم این است که می گوییم P وQ معکوساً با pوq متناسب‌اند .

درقدیم این اصطلاح را به صورتهای زیر به‌کار می‌بردند :

مقادیر P وQ با مقادیر pوq به **تکافوء** متناسب‌اند .

ویا: مقادیر P وQ با مقادیر pوq نسبت متکافی دارند .

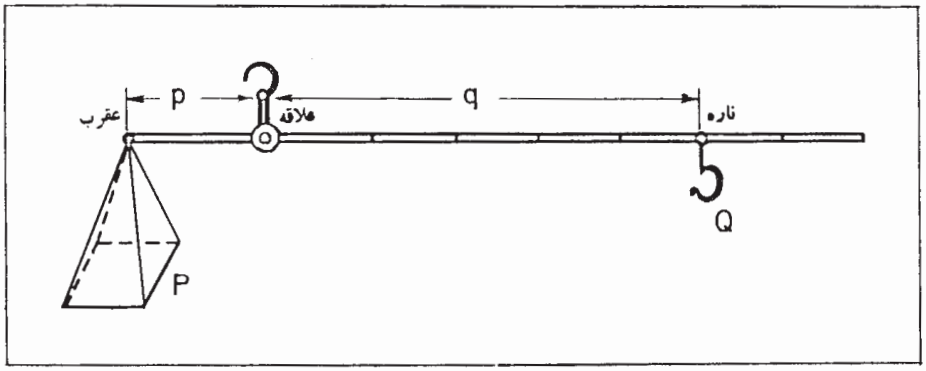
مثالی که استاد برای نسبت متکافی درموردقپان آورده بهترین مثال است.

اگردرشکل ۴۰ وزن بار را P و وزن «ناره» را Q و فاصلهٔ «عقرب» از

---

(۱)ـ **علاقه** به‌کسرعین یعنی هرچیزکه به آن چیزی را آویزند. ودر اینجا مقصود جای آویختن قپان است‌که آن را «معلاق» نیزگفته‌اند . رجوع‌کنید به «میزان‌الحکمه» ص ۵۰ و شکل صفحهٔ مقابل آن درهمان‌کتاب .

(۲)ـ **ناره** یعنی سنگی‌که از قپان می‌آویزند به جهت وزن کردن اجناس ـ سنگ قپان



(شکل ۴۰)

«علاقه» را P وفاصلهٔ «ناره» از «علاقه» را q نامیم، درفیزیك دیده‌ایم که وقتی قپان درحال تعادل باشد داریم :

$$P \times p = Q \times q$$

ویا

$$\frac{P}{Q} = \frac{q}{p}$$

یعنی P وQ معکوساً با pوq متناسب‌اند. یا به اصطلاح قدما « به تکافو متناسب‌اند» یا «نسبت متکافی دارند»

عبدالرحمان خازنی* در کتاب «میزان‌الحکمة» (ص۳۲) این مطلب را چنین بیان کرده است: «ان کل عمودتعلق بنقطة غیر الوسط ویجعل‌علی‌طرفیه‌ثقلان، نسبةاحدهماالی‌الاخر کنسبةاحدقسمی‌العمودالی‌الاخر **بالتکافوء**»

و نیز درصفحهٔ ۳۹ همان کتاب آمده است: «وتکون‌نسبةاحدالبعدین‌الی‌الاخر کنسبة احدالثقلین‌الی‌الاخر **بالتکافوء** وانماصار وجود هذه **النسبةالمتکافئة** علة لاستقرارالجرمین»

۳/۲۰۴ **نسبت مثلثةبالتکریر** = Triplicate ratio

رجوع کنید به شماره ۳/۲۰۵

۳/۲۰۵- **نسبت مثناة‌بالکتریر** = Duplicate ratio

نسبت مثناة‌بالتکریر کدام است؟ـ چون نسبت پیوسته شود میان اندازه‌ها تا نسبت نخستین بدوم‌چـون نسبت دوم بسوم باشد وچون نسبت سوم بچهارم وچون نسبت چهارم به پنجم و همچنین. نسبت نخستین‌بسوم چون نسبت نخستین بـه دوم باشد **مثناة‌بالتکریر** ای [= یعنی] «دوباره گفته» . ونسبت نخستین بچهارم چـون نسبت نخستین بـدوم **مثلثة‌بالتکریر** یعنی «سه‌باره گفته». و بپنجم **مربعة‌بالتکریر** ای «چهاربار گفته» وباقی‌براین قیاس. نبینی‌که اگر این نسبت میان مقدارها مثلا نیمه باشد، نخستین ازدوم نیمه باشد وازسوم نیمهٔ نیمه تااین نیمه دوباره‌گفته آید. ونسبت ازچهارم نیمهٔ نیمهٔ نیمه باشد، این نیمه را سه‌بار گفته‌آید. ونزدیك پنجم چهاربار. وهمچنان اگرنسبت این نیمه نباشد ولکن سه یك یا چهار یك یا دیگر چیز ازاجزا واضعاف (ت۲۲ = ۱۴:۱۲)

«مثناة‌بالتکریر» با اصطلاحات کنونی یعنی: «به قوهٔ دو» یا (بتوان‌دو)

اگرچندین عدد داشته باشیم مانند a و b و c و d و e به قسمی که نسبت اولی به دومی مساوی باشد با نسبت دومی به سومی و مساوی باشد با نسبت سومی به چهارمی‌وغیره. یعنی

$$\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\frac{c}{d}=\frac{d}{e}$$

دراین صورت واضح‌است که:

$$\frac{a}{c}=\frac{a}{b}\times\frac{b}{c}=\frac{a}{b}\times\frac{a}{b}=\left(\frac{a}{b}\right)^{2}$$

دراین صورت می گویند کـه نسبت a بـه c مساوی است بـانسبت a بـه b

مثناة‌بالتکریر. امـروزه می گوییم نسبت $\frac{a}{c}$ مساوی است با **نسبت** $\frac{a}{b}$ **به قوهٔ دو**

همچنین می‌توان نوشت :

$$\frac{a}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{b}{c}\times\frac{c}{d}=\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{a}{b}\right)=\left(\frac{a}{b}\right)^{۳}$$

بنابراین می گـویند نسبت $\frac{a}{d}$ مساوی است با نسبت $\frac{a}{b}$ **مثلثة‌بالتکریر** و امروزه می گوییم نسبت $\frac{a}{d}$ مساوی است با **نسبت** $\frac{a}{b}$ **به قوهٔ سه**

همچنین چون

$$\frac{a}{e}=\frac{a}{b}\times\frac{b}{c}\times\frac{c}{d}\times\frac{d}{e}=\left(\frac{a}{b}\right)^{۴}$$

می گویند نسبت $\frac{a}{e}$ مساوی است با نسبت $\frac{a}{b}$ **مربعة‌بالتکریر** و امـروزه می گوییم :

نسبت $\frac{a}{e}$ مساوی است با **نسبت** $\frac{a}{b}$ **به قوهٔ چهار** (ورجـوع کنید بـه‌شمارهٔ ۴۰۵ کتاب حاضر)

برای روشن شدن موضوع چند مثال ذکرمی کنم :

مثال۱ـ نسبت $\frac{a}{b}$ مساوی است با $\frac{۳}{۵}$ مثناة‌بالتکریر یعنی :

$$\frac{a}{b}=\left(\frac{۳}{۵}\right)^{۲}$$

مثال۲ـ نسبت $\frac{p}{q}$ مساوی است با $\frac{۱}{۴}$ مثلثة‌بالتکریر یعنی :

$$\frac{p}{q} = \left(\frac{۱}{۴}\right)^{۳}$$

مثال ۳ـ نسبت $\frac{m}{n}$ مساوی است با نسبت $\frac{۷}{۹}$ مربعة‌بالتکریر یعنی:

$$\frac{m}{n} = \left(\frac{۷}{۹}\right)^{۴}$$

(ورجوع کنید به «هیث E» ج۲ ص۱۳۲ تعریف ۹ و۱۰)

۳/۲۰۶ـ نسبت مربعة‌بالتکریر

رجوع کنید به شمارهٔ ۳/۲۰۵

۳/۲۰۷ـ نسبت مساوات مضطرب(۱) = Perturbed proportion

> نسبت مساوات مضطرب ای ناهموار کدام است؟ـ چون نسبت نخستین به دوم همچون نسبت چهارم به ششم باشد و نسبت دوم بپنجم همچون نسبت سوم بچهارم باشد و میانه‌ها فکنده شود و کرانه‌ها متناسب بماند، نسبت نخستین بپنجم همچنان باشد چون سوم به ششم. واین را نسبت مساوات مضطرب خوانند... (ت:۲۱ = T:۱۴)

ازاین اصطلاح درشکل (= قضیهٔ) بیست وسوم ازمقالهٔ پنجم از کتاب«اصول اقلیدس» استفاده شده(۲) وخلاصهٔ آن به زبان ساده این است :

(۱)ـ **رمزی ریت** اصطلاح «نسبت مساوات مضطرت» را به انگلیسی

Proportion by inordinate equality

ترجمه‌کرده ولی ترجمه‌ای‌که درمتن نوشته‌ام رساتراست. رجوع‌کنید به «هیث E» ج۲ ص ۱۱۵ تعریف ۱۸ وصفحهٔ ۱۳۶ همان‌کتاب

(۲)ـ رجوع‌کنید به «هیثE» ج۲ ص۱۸۱ـ و «تحریراقلیدس» ص۸۱: «اذاکان صنفان من‌المقادیرمتساویاالعدةکل‌اثنین‌من‌صنف علی نسبةاثنین‌من‌الصنف‌الاخر واضطربت النسب فانها فی‌المساواةمتناسبه .

اگـر سه مقدار a_1 و a_2 و a_3 و سه مقدار a_4 و a_5 و a_6 داشته باشیم .

به قسمی که

$$\begin{cases} \dfrac{a_1}{a_2} = \dfrac{a_4}{a_6} \\ \text{و} \\ \dfrac{a_2}{a_5} = \dfrac{a_3}{a_4} \end{cases}$$

وتساویهای فوق را عضو به عضو درهم ضرب کنیم حاصل می‌شود

$$\frac{a_1}{a_5} = \frac{a_3}{a_6}$$

واین را نسبت‌مساوات مضطرب یا **نسبت مساوات ناهموار** می‌نامند.

۳/۲۰۸ـ **نسبت مساوات منتظم**(۱) = Ratio ex aequali

> نسبت مساوات منتظم ای هموار چیست ؟ـ چـون نسبت نخستین بدوم همچون نسبت سوم بچهارم بـاشد و نسبت دوم بپنجم همچون نسبت چهارم بششم باشد، وهمچنین اگربسیار باشد،کرانها یك بـا دیگر متناسب باشند. وایـن را **نسبت مساوات** گویند چون میانها بیرون آری. ومعنی کـرانها آن است که نسبت نخستین بماند بپنجم همچون‌نسبت‌سوم بششم (ت:۲۱ = T:۱۳)

ایـن اصطلاح در شکـل بیست ودوم ازمقالـهٔ پنجم «اصول اقلیدس» به‌کار رفته(۲) و مورد استعمال آن فقط قسمی نامگذاری است بـرای ارجـاع و اشاره

---

(۱)- **رمزی‌ریت** این اصطلاح را به انگلیسی

Proportion by ordinate equality

ترجمه‌کرده ولی آنچه درمتن نوشته‌ام رساتراست (رجوع‌کنید به «هیثE» ج۲ ص۱۱۵ و ص۱۳۶ تعریف ۱۷)

(۲) رجوع‌کنید به «هیثE» ج۲ ص۱۷۹ - و«تحریراقلیدس» ص ۸۰

به قضیهٔ زیر :

قضیه ـ اگر a وb وc وd و... مجموعه‌ای از مقادیر باشند و همچنین A وB وC وD و... مجموعهٔ دیگری ازمقادیر نظیر مقادیر مجموعهٔ اول باشند به قسمی که داشته باشیم :

$$\frac{a}{b}=\frac{A}{B}$$

$$\frac{b}{c}=\frac{B}{C}$$

$$\frac{c}{d}=\frac{C}{D}$$

$$\cdots\cdots$$

و آخرین نسبت $\frac{k}{l}=\frac{K}{L}$ باشد (صورت هر نسبت مخرج قبلی است)

(اگر تساویهای فوق را عضو به عضو درهم‌ضرب کنیم) حاصل می‌شود:

$$\frac{a}{l}=\frac{A}{L}$$

یعنی نسبت نخستین مقدار ازمجموعهٔ اول به آخرین مقدار ازهمان‌مجموعه مساوی است با نسبت مقادیر نظیر آنها ازمجموعهٔ دوم. واین را **نسبت مساوات منتظم یا هموار** می‌خوانند .

۳/۲۰۹ـ نسبت مساوات ناهموار

رجوع کنید به شمارهٔ ۳/۲۰۷

۳/۲۱۰ـ نسبت مساوات هموار

رجوع کنید به شمارهٔ ۳/۲۰۸

۳/۲۱۱ـ **نسبت مؤلف** = Compond ratio

> نسبت مؤلف کدام است؟ـ این **مؤلف** ای [= یعنی] بهم کرده، همچون مثناه بالتکریر باشد. ولکن آن ازدو نسبت هاموار است چون نیمهٔ نیمه، واین ازدو نسبت مختلف است... واین چنانست که نسبت میان دو اندازه باشد وانگه میان ایشان اندازهٔ سوم نهی ازجنس ایشان. آن نسبت نخستین مؤلف شود ازنسبت یکی ازآن دو بمیانه وزنسبت میانه بدیکرُم . همچنانك راه میان دوشهر مؤلف باشد ازآن منزلها که اندراو باشد . و بجای **مؤلف** گاه گاه **مثنا** گویند، تا نسبت اولین بآخرین چون نسبت اولین بمیانکی باشد مثنا بنسبت میانگین باخرین. واینجا مؤلف خوبتراست ازمثنا و اندرخورتر. (ت:۲۳ = T:۱۵)

نسبت مؤلف یعنی نسبتی که از حاصلضرب دونسبت دیگر تألیف شده باشدمثل:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\times\frac{e}{f}$$

و می گویند که نسبت $\frac{a}{b}$ تألیف شده است ازنسبت $\frac{c}{d}$ و نسبت $\frac{e}{f}$.

مثلا نسبت $\frac{۱}{۶}$ مؤلف است ازدونسبت $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۳}$ زیرا

$$\frac{۱}{۶}=\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۲}$$

برای کسب اطلاع بیشتر دراین باره رجوع کنید به بخش چهارم کتاب حاضر (شمارهٔ ۴/۶)

۳/۲۱۲ـ **نقطه** = Point

نقطه چیست؟ـ چون خط را نهایت باشد نهایت اونقطه بود ونقطه‌کمترازخط باشد بیك بعد وخط را جزطول نیست. وبدانك نقطه را نه طول است ونه عرض ونه عمق. و او نهایت همهٔ نهایتها است. وزبهراین‌اورا جزونیست وصورتش بندداز‌محسوس به سرسوزن‌تیز. وهریك ازسطح وخط و نقطه موجود به‌جسم اما جدا ازجسم ایشان را وجودنیست مگر بوهم بس (ت:۶ = T:۳)

برای تعریفهای مختلفی که دربارهٔ نقطه کرده‌اند رجوع کنید به «هیث E» ج۱ ص۱۵۵ تا ۱۵۸، تعریف۱. درآنجا بحث مفصلی دراین‌باره خواهید یافت .

۳/۲۱۳ـ **نوردیدن عدد = (الطی) =**

Reduction to lowest terms

نوردیدن عدد چیست؟ـ هرگاه‌که دوعدد بود مشترك (۱) وهریکی را برآن وفق قسمت‌کنی‌که میان ایشانست ، آنچ بیرون آید بجای ایشان‌کار تواندکردن واین نوردیدن ایشان بود (ت:۴۵ = T:۳۵)

نوردیدن صورت ومخرج کسر یعنی تبدیل کسر به‌کسر تحویل ناپذیر . بنابراین اگر دوعدد متوافق باشندیعنی بزرگترین شمارندهٔ مشترك‌آنها بزرگتر ازیك باشد برای نوردیدن آنهاکافی است آن دورا بروفقشان یعنی بزرگترین شمارندهٔ مشترکشان تقسیم کنیم .

مثلا اگربخواهیم صورت و مخرج کسر $\frac{۱۵}{۳۳}$ را درنوردیم‌کافی است آنها را بروفقشان که ۳ است تقسیم کنیم تا حاصل شود $\frac{۵}{۱۱}$ که معادل با کسر $\frac{۱۵}{۳۳}$ است.

(۱)ـ رجوع کنید به‌شمارهٔ ۳/۱۳۳

۳/۲۱۴ـ **نیم قطر** = (شعاع) = Radius

قدما به جای شعاع دایره اصطلاح «نیم‌قطر» را به‌کارمی‌بردند.

رجوع کنید به اصطلاح جیب بزرگتر (شمارهٔ ۳/۴۳)

۳/۲۱۵ـ **وتر دایره** = Chord

رجوع کنید به شمارهٔ ۳/۱۴۴

۳/۲۱۶ـ **وتر مثلث قائم‌الزاویه** = Hypotenuse

رجوع کنید به شمارهٔ ۳/۹

۳/۲۱۷ـ **همچند** = Equal = Equivalent

اصطلاح «همچند» مکرراً در «التفهیم» به معنی «مساوی با» و «معادل با» به کار رفته است. مثلا درصفحهٔ ۱۰ «التفهیم‌فارسی» می‌خوانیم: «مثلث راست پهلو. واین آنست که هرسه پهلوی اومریکدیگر را راست همچند (= درست متساوی) باشند.

۳/۲۱۸ـ **همه جیب** = Radius

رجوع کنید به شمارهٔ ۳/۴۳

۳/۲۱۹ـ **هندسه** = Geometry

> هندسه چیست؟ـ دانستن اندازه‌ها وچندی یك ازدیگر و خاصیت صورتها وشکل‌هاکه‌اندرجسم‌موجود است. وعلم‌عدد بدو کلی گرددازپس‌انك جزوی بود. وعلم صورت عالم‌حقیقت گردد ازپس انك بتخمین بود (ت:۳ = ۱:T)

۳/۲۲۰ـ **یکی** = (واحد) = Unit

یکی چیست؟- آنست که یگانگی براو افتد وبدونام زده شود. وازتمامی وی‌آنست که کمی وبیشی نپذیرد وزحال خویش بضرب وقسمت نگردد. واندرقوت‌همهٔ عددهاست‌وهمهٔ خاصیتهای ایشان. وحال یکی اندر آن چیزها که شمرده شود بدو هرچند یگانگی او نه بحقیقت باشد ولکن نهادن مردمان یك با دیگر. واین یکی استاده است میان آن عددها که از مانندهٔ او گردآید بجمله‌شدن‌ومیان‌آن‌پاره‌ها که ازاو کمترند...
(T:۲۳ = ۳۳:ت)

دربارهٔ تعریفهای مختلف «واحد» رجوع کنید به «هیث E» ج۲ ص ۲۷۹ تعریف ۱

رمزی ریت اصطلاح «یکی» یعنی «واحد» را به انگلیسی «one» ترجمه کرده ولی « Unit » بهتر است.

بخش چهارم

خلاصهٔ کتاب «راشیکات‌الهند»

مشتمل بر: موضوع کتاب «راشیکات» ـ خلاصهٔ مطالب کتاب «راشیکات»

الف ـ موضوع کتاب «راشیکات»

۴/۱ـ کتاب «راشیکات‌الهند» کتاب‌مختصری است بدزبان عربی که موضوع آن بحث دربارهٔ نسبت، وتناسب است ودرسال ۱۹۴۸ میلادی درحیدرآباد دکن توسط «دایرةالمعارف عثمانیه» به چاپ رسیده [۱] (در۳۰ صفحه) و دونسخهٔ خطی ازآن موجود است[۲].

---

(۱)ـ رسالهٔ‌چهارم‌از«رسائل‌البیرونی»که‌عنوان آن«مقالة فی‌راشیکات‌الهند» است.

(۲)ـ رجوع‌کنید به «بوآلو» ص ۱۸۸ ش۳۸. درآنجا عنوانهای دو مقاله راکه به زبان آلمانی دربارهٔ «راشیکات‌الهند» نوشته‌اند خواهید یافت (من این دومقاله را در اختیار نداشته‌ام).

اهمیت این کتاب مختصر ازلحاظ تاریخ ریاضیات ازاین جهت است که **بیرونی** آنچه را دربارهٔ نسبت وتناسب درریاضیات هندی یافته با آنچه در این باره از ریاضیات یونانی به کشورهای اسلامی رسیده بوده درهم آمیخته وآنها را با هم تلفیق کرده وپیش از **بیرونی** کسی این‌کار را انجام نداده‌بوده است .

استاد کوشیده است تا مسایل تناسب را که هندیان با ذکر قاعده‌هایی عملا حل می کردند برمبنای ریاضیات یونانی مورد بحث قرار دهد. به‌همین‌جهت است که درآغازکار تعریف نسبت وتناسب را همانگونه که در بین ریاضیدانان مسلمان متداول بوده است بیان کرده وسپس به حل مسائل تناسب با روش هندیان وذکر اصطلاحات آنان دراین مورد پرداخته است. قسمت اعظم این مسایل همان‌مسایلی هستند که امروزه ما آنها را مسایل تناسب مستقیم ومعکوس ومرکب می‌نامیم. در بعضی ازمسایل تناسب مرکب که در کتاب « راشیکات » آمده عدهٔ معلومات حتی به هفده هم می‌رسد .

۴/۲- **چگونگی تدوین این بخش ازکتاب حاضر** - چون **بیرونی** در آغاز کتاب «راشیکات» به بحث درباره «نسبت مؤلف» پرداخته و وجه تسمیهٔ آن و حالات مختلف آن را مورد بررسی قرارداده است، وازطرف دیگر «نسبت مؤلف» درحل مسائل مثلثات کروی درنجوم قدیم اهمیت اساسی داشته است، درصفحات آینده، قسمت‌اول کتاب «راشیکات» را با تفصیل بیشتری مورد بررسی قرار می‌دهم ومحتویات قسمتهای بعدی‌آن را که درواقع مسایل ساده‌ای هستند با اختصارذکر می کنم. ویك‌بار دیگر متذکر می‌شوم که، مانند همهٔ آثاری که از **بیرونی** در حیدرآباد دکن به چاپ رسیده، نسخهٔ چاپی کتاب«راشیکات» نیزغلط فراوان‌دارد که تا آنجا که میسر بوده است کوشیده‌ام آنها را تصحیح کنم. ضمناً خاطرنشان

می کنم که ترجمهٔ عبارات ازعربی به فارسی ترجمهٔ آزاد است ونه تحت اللفظی. یعنی مفهوم عبارات را به فارسی نوشته‌ام. وجزدر موارد ضروری ومهم عبارات عربی را نقل نکرده‌ام. و برای مطالب مختلف عنوانهایی اختیار کرده‌ام تا مسایل ازیکدیگر تفکیك شود وفهم آنها آسانتر باشد.

ب- خلاصهٔ مطالب کتاب «راشیکات»

۳/۴- **تعریف نسبت-** کتاب «راشیکات‌الهند» با تعریف «نسبت» شروع می‌شود واین تعریف تقریباً همان تعریفی است که در کتاب «اصول اقلیدس» آمده است[۱]، جزاینکه بیرونی آن رامفصلتر بیان کرده ونوشته‌است:

«نسبت مابین مقادیرمتجانس صورتی است ازصورتهای اضافات که از جهت کمیت حاصل می‌شود. وهرگاه یکی ازآن مقادیرمجهول باشد می‌توان آن را از روی مقادیر دیگر به دست آورد[۲]»

(مقایسه کنید با تعریف نسبت در «التفهیم» شمارهٔ ۳/۲۰۱ کتاب حاضر)

سپس **بیرونی** به توضیح پرداخته ونوشته است[۳]: «وبین هرمقدار وهر

(۱)- رجوع‌کنید به «تحریراقلیدس» ص۷۱ و«هیثE» ج۲ ص ۱۱۴

(۲)- «راشیکات» ص۱: النسبةفیما بین المقادیرالمتجانسه‌هی صورةمن صورالاضافات تحصل لهامن جهةالکمیةفیعرف بهااحدهمامن الاخر ان‌کان‌غیرمعلوم»

(۳)-«راشیکات»ص۱: «وما من‌مقدارالاوله‌الی جمیع‌المقادیرالتی تشارکه‌فی‌الجنس نسبةما، سواء وقف‌علیهااولم‌یوصل الیهامن‌جهة صورتهکالتی بین‌القطروالدورمن‌اجل الاستقامة والاستداره واو (درنسخهٔ چاپی: والا) من‌جهةصممهکالتی بین‌القطروالضلع لاجل‌التباین. فالنسبةاذن حاصلهابدأ بین‌کل‌مقداریـن‌متجانسین‌حصولا بالاطلاق. ثم‌لاتنحصر بذاتها حتی تصیرمحدودةاومعلومه‌الااذا اذوجت باخری فوقفت‌عندها علی‌النسبتین

مقدار وهریك ازمقادیر دیگری که همجنس آن هستند نسبتی هست، خواه‌بتوانیم آن نسبت را پیدا کنیم وخـواه بیان آن ازحیث ظاهر میسر نشود. مثل نسبت بین قطر دایره ومحیط آن که بیان نسبت آنها به علت اینکه اولی خط مستقیم ودومی مستدیر (= منحنی) است به ظاهر میسر نیست[۱] . و همچنین مـانند نسبت بین قطرمربع وضلع آن به‌جهت اصم بودن آن[۲] . دومقدار متجانس همیشه علی‌الاطلاق نسبتی دارند. اما یك نسبت به تنهایی معلوم ومحدود نمی‌شود مگر اینکه آن را با نسبت دیگری روبه‌رو کنیم[۳] .»

دراینجا **بیرونی** از کتاب «اصول اقلیدس» سخن به میان آورده‌ونوشته‌است: «وکمترین عدهٔ مقادیری که بین‌آنها تناسب[۴] برقرار می‌شود سه مقدار است‌وبه ایـن دلیل است کـه **اقلیدس** گفته است کـه کمترین عدهٔ جمله‌هـای تناسب سه است[۵] »

سپس **بیرونـی** افزوده است: «اگر دونسبت‌بین مقادیرمتمایزداشته‌باشیم [۶] کوچکترین عدهٔ جمله‌های تناسب چهارخواهد بود...»

۱ـ یعنی با علایم‌کنونی نسبت $\frac{۱}{\pi}$. **بیرونی**خود مقدارتقریبی نسبت $\frac{۱}{\pi}$ رادر «قانون مسعودی» حساب‌کرده است. (رجوع‌کنید به شمارهٔ ۶/۷۲کتاب حاضر). اصم بودن عدد π درسال ۱۸۸۲ میلادی توسط **لیندمان** (F. Lindemann) به ثبوت رسید .

(۲)ـ می‌دانیم‌که نسبت قطرمربع به ضلع آن مساوی با $\sqrt{۲}$ وعددی است اصم.

(۳)ـ تا تناسب حاصل شود .

(۴)ـ برای تعریف تناسب رجوع‌کنید به شمارهٔ ۳/۳۲کتاب حاضر.

(۵)ـ رجوع‌کنید به «تحریراقلیدس»ص۷۲: «اقل‌مایقع‌فیه‌التناسب‌ثلثة حدود»ـ و «هیثE» ج۲ ص۱۱۴

(۶)ـ مثل نسبت دوزاویهٔ مرکزی در دایره ونسبت قوسهای مقابل آنها .

آنگاه بدون آنکه از تصاعد حسابی و تصاعد هندسی گفتگو به میان آورد، رشتهٔ عددهای طبیعی ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ... را که تفاضل هردوجملهٔ متوالی آن ثابت ومساوی با واحد است با رشتهٔ تصاعد هندسی ۱ و ۲ و ۴ و ۸ و ۱۶ و ... که نسبت هرجمله ازآن به جملهٔ ماقبل آن ثابت ومساوی با ۲ است مقایسه کرده و گفته است[۱] همانگونه که عدهٔ جمله‌های تصاعد حسابی نامتناهی است عدهٔ جمله‌های تصاعد هندسی نیز نامتناهی می‌باشد .

سپس می گوید که مسایل مربوط به سایرانواع نسبتها ازروی تناسب ساده حل می‌شود واساس همهٔ محاسبات متداول در معاملات ودرنجوم و مساحات تناسب ساده می‌باشد .

آنگاه به اینکه **اقلیدس** درقضیهٔ شانزدهم ازمقالهٔ ششم کتاب «اصول» ثابت کرده است[۲] که حاصلضرب طرفین تناسب مساوی با حاصلضرب وسطین آن است[۳] اشاره نموده ونتیجه گرفته است که اگر سه جمله از جمله‌های تناسب معلوم باشد جملهٔ چهارم آن را می‌توان حساب کرد. وپس‌ازبیان روش‌حل‌تناسب ساده گفته است که: در ترتیب تناسب به‌حالتهای مختلف از قبیل «عکس نسبت» و «ابدال نسبت» و «ترکیب نسبت» و «تفصیل نسبت» و«قلب نسبت» برمی‌خوریم[۴] .

۴/۴ـ **تری راشیك**ـ استادپس‌ازبیان این کلیات به تعریف اصطلاح تناسب

---

(۱)ـ «راشیکات» ص۲: «وکمااناالفردغیرواقف عن‌التزایدبالتفاضل‌المستوی...»

(۲)ـ «راشیکات» ص۲

(۳)ـ رجوع‌کنید به «تحریراقلیدس» ص۹۱ـ «هیثE» ج۲ص ۲۲۱

(۴)ـ برای تعریف این اصطلاحات رجوع‌کنید به شماره‌های زیر از کتاب حاضر: عکس نسبت: شمارهٔ ۳/۱۳۴ ـ ابدال نسبت: شمارهٔ ۳/۵ـ ترکیب نسبت: شمارهٔ ۳/۲۵ـ تفصیل نسبت: شمارهٔ ۳/۲۷ ـ قلب نسبت: شمارهٔ ۳/۱۵۱

ساده در بین هندیان پرداخته و گفته است[۱] که چون برای حل تناسب ساده معلوم بودن سه جمله از چهار جملهٔ آن لازم است هندیان تناسب ساده را **تری راشیك** Trairâsika می‌نامند، یعنی **سه خانه** . ودر بیان وجه تسمیهٔ تری‌ـ راشیك می گوید **راش** یعنی **برج** وراشیك یعنی موضعی‌ازصورت فلکی. ومی‌افزاید که منجمان هندی بیوت دوازده گانه را **راشیك** می‌نامند وتناسب ساده را ازآن جهت **تری راشیك** می گویند که معلومات لازم برای حل تناسب سه است و در موقع حل تناسب، آن سه معلوم را درسه خانه قرارمی‌دهند. وهندیان درحسابهای خود طریق عددی به‌کار می برند وصحت نتیجه را به‌وسیلهٔ آزمایش معین‌می کنند. اما برخلاف‌یونانیان، استدلال هندسی را به‌کار نمی‌برند . آنان دو خط متقاطع به شکل مقابل رسم می کنند تا چهار موضع پدید آید ومثلا می گویند: اگر پنج به پانزده باشد سه به چند است ؟ سپس ۱۵ را به مکان خالی انتقال می‌دهند به‌شکل‌مقابل وآن را درعدد فوق خود یعنی ۳ ضرب می کنند تا۴۵ حاصل‌شود. بعد۴۵ را به۵تقسیم‌می کنند ۹ حاصل می‌شود و این ۹ جواب مسأله

۳	۵
	۱۵
۳	۵
۱۵	

(۱)ـ «راشیکات» ص۳

است که باید آن رادرمکان‌خالی قرار داد(به‌شکل‌مقابل)واین‌همان‌است که‌قبلا ذکر کردیم زیرا چنانکه گفتیم درعمل ضرب دوقطر این‌شکل‌نظیر یکدیگر ند.

۳	۵
۹	۱۵

$$(۵ \times ۹ = ۳ \times ۱۵)$$

وهر گاه ۱۵ را به ۵ که درفوق آن است تقسیم کنیم ۳ حاصل می‌شود. و ۳ مساوی است با خارج قسمت تقسیم ۹ بر۳. واگر۳ را در۳ ضرب کنیم ۹ حاصل می‌شود. وعلت این امر این است که چنانکه گفتیم درعمل تقسیم اضلاع این‌شکل (یعنی ستونها) نظیر یکدیگر ند .

۴/۵ـ **تکریر نسبت**ـ سپس استاد به تعریف «تألیف نسبت» و «تکریر نسبت» می‌پردازد وبه قول خود این مطالب را برای مزید اطلاع خوانندهٔ کتاب «علی‌وجه الاخبار) بیان می کند ومی گوید(۱) :

ممکن است مقادیر متوالی نسبت ثابتی داشته باشند مانند اعداد :

۳ و ۹ و ۲۷ و ۸۱ و ۲۴۳ و ۷۲۹ و...

اول دوم سوم چهارم پنجم ششم و...

(که نسبت هرجمله به جملهٔ بعدی $\frac{۱}{۳}$ است). دراین‌صورت نسبت جملهٔ اول به جملهٔ سوم مساوی با مربع جملهٔ اول است به جملهٔ ثانی .

یعنی : $$\frac{۳}{۲۷} = \left(\frac{۳}{۹}\right)\left(\frac{۳}{۹}\right) = \left(\frac{۳}{۹}\right)^۲$$

واین را **نسبت مثناة بالتکریر** یعنی «دوباره گفته» می‌نامند. همچنین نسبت جملهٔ

(۱)ـ «راشیکات» ص۴.

اول به جملهٔ چهارم مساوی است با قوهٔ سوم نسبت جملهٔ اول به جملهٔ دوم.

یعنی : $\frac{۳}{۸۱} = \left(\frac{۳}{۹}\right)\left(\frac{۳}{۹}\right)\left(\frac{۳}{۹}\right) = \left(\frac{۳}{۹}\right)^{۳}$

واین را **نسبت مثلثة بالتکریر** یعنی «سه‌باره گفته» می‌نامند. وبه همین قیاس می‌توان **نسبت مربعة بالتکریر** وغیره را تعریف کرد (ونیزرجوع کنید به‌شماره‌های ۳/۲۰۴ و ۳/۲۰۵ و ۳/۲۰۶ کتاب حاضر)

واضح است که این مطلب مربوط به تصاعد هندسی زیر است:

$$a \text{ و } aq \text{ و } aq^{۲} \text{ و } aq^{۳} \text{ و } \ldots aq^{n-۱}$$

که اگرجمله‌های متوالی آن را (ازچپ به راست) $t_۱$ و $t_۲$ ... t_n وقدر نسبت تصاعد را q بنامیم دستور زیررا داریم :

$$t_n = t_۱ q^{n-۱}$$

که بیرونی آن را بادرنظر گرفتن اینکه $\frac{t_۱}{t_۲} = \frac{۱}{q}$ به صورت زیر بیان کرده است :

$$\frac{t_۱}{t_n} = \left(\frac{t_۱}{t_۲}\right)^{n-۱}$$

۴/۶ـ **تألیف نسبت** ـ سپس استاد می‌فرماید[۱] که اگرجمله‌های متوالی همه به یك نسبت نباشند، بلکه نسبتهای آنها مختلف باشد، نسبت جملهٔ اول به‌جملهٔ سوم تألیف می‌شود[۲] ازنسبت جملهٔ اول به جملهٔ دوم واز نسبت جملهٔ دوم به جملهٔ سوم.

یعنی اگرسه جمله مانند $a_۱$ و $a_۲$ و $a_۳$ داشته باشیم معلوم است که:

---

(۱)ـ «راشیکات» ص۴: «ثم‌ان‌لم‌تنخفظ‌التوالی علی نسبة‌واحدة...»

(۲)ـ ونیزرجوع‌کنید به شمارهٔ ۳/۲۱۱ کتاب‌حاضر. درآنجا تعریف «نسبت‌مؤلف» راکه درکتاب «التفهیم فارسی» آمده است خواهیدیافت.

$$\frac{a_1}{a_3} = \frac{a_1}{a_2} \times \frac{a_2}{a_3}$$

واگرچهارجمله مانند a_1 و a_2 و a_3 و a_4 داشته باشیم معلوم است که:

$$\frac{a_1}{a_4} = \frac{a_1}{a_2} \times \frac{a_2}{a_3} \times \frac{a_3}{a_4}$$

سپس استاد می گوید: تکریر نسبت **نوع** و تألیف نسبت **جنس** آن است. به عبارت دیگر «تکریر نسبت» حالت خاصی از «تألیف نسبت» است. و به این جهت است که **اقلیدس** گفته است [۱] که: می گویند یك نسبت از چند نسبت تألیف شده است هرگاه اگر بعضی ازآن نسبتها را به بعضی دیگر بزنیم نسبت مذکور حاصل شود.

بیرونی به عنوان مثال اعداد زیر را درنظر گرفته است:

۵ و ۱۰ و ۳۰ و ۱۲۰

و گفته است $\frac{۱}{۲} = \frac{۵}{۱۰}$ و $\frac{۱۰}{۳۰} = \frac{۱}{۳}$ و $\frac{۳۰}{۱۲۰} = \frac{۱}{۴}$

پس: $\frac{۵}{۳۰} = \frac{۵}{۱۰} \times \frac{۱۰}{۳۰} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۳}$

دراینجا نسبت $\frac{۵}{۳۰}$ تألیف شده است ازحاصلضرب $\frac{۵}{۱۰}$ و $\frac{۱۰}{۳۰}$ یعنی ازحاصلضرب $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۳}$ ومی توان گفت که $\frac{۵}{۳۰}$ مساوی است با نصف ثلث.

باید متوجه بود که همچنانکه در التفهیم فارسی» آمده است [۲] «مؤلف» یعنی «بهم کرده» ودراینجا مقصود ازتألیف جمع نیست بلکه ضرب است. ودرواقع

---

(۱)- «راشیکات» ص ۵: «ولهذا قال اقلیدس یقال ان النسبة مؤلفة من عدد نسب اذا ضوعفت بعضها ببعض فاحدثت تلك النسبة» ورجوع کنید به «تحریراقلیدس» ص ۸۲ و «هیث E» ج ۲ ص ۱۸۹ تعریف ۵

(۲)- رجوع کنید به شمارهٔ ۳/۲۱۱ کتاب حاضر.

تـألیف از جهت الفاظ است کـه مـی گوییم $\frac{5}{30}$ مساوی است بـا نصف ثلـث یعنی $\frac{1}{2}$ از $\frac{1}{3}$

همچنین : $\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{30}{120} \times \frac{10}{30} \times \frac{5}{10} = \frac{5}{120}$

دراینجانسبت $\frac{5}{120}$ تألیف شده است ازحاصل‌ضرب $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$. وهمچنین یك نسبت ممکن است ازچندین نسبت تألیف شود.

استاد سپس می گوید[1] :«گاهی به جای آنکه بگویند نسبت a به b تألیف شده است ازنسبت c به d وازنسبت e به f (یعنی $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \times \frac{e}{f}$) می گویند:

نسبت a بـه b مساوی است بـا نسبت c به d **مثناة** به نسبت e به f . امـا اصطلاح اول بهتر ومعنی آن رساتر است.»

۴/۷ـ **مورداستعمال نسبت مؤلف**ـ استاد پس‌از مقدمات فـوق نسبتی را که ازدونسبت دیگر تألیف شده باشد مورد بررسی قرار می‌دهد. علت این امر این است که این گونه نسبت پیش‌ازاختراع شکلهای «مغنی» و «ظلی»[2] درنجوم ودر محاسبهٔ جیبهادرشکل قطّاع[3] به‌کار می‌رفته وبعد از آن هم باز مـورد استعمال داشته است.

استاد مثال زیررا درنظرمی گیرد[4] :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \times \frac{e}{f}$$

---

(۱)ـ «راشیکات» ص۶: «وربما قیل بدل التألیف ان نسبة...»

(۲)ـ رجوع‌کنید به بخش هفتم‌کتاب حاضر شماره‌های ۷/۷۸ و۷/۸۹ و۷/۱۰۳

(۳)ـ رجوع‌کتاب به شمارهٔ ۳/۹۷کتاب حاضر.

(۴)ـ «راشیکات» ص ۶

و می گوید در این نسبت شش مقدار هست و هر گاه یکی از آنها مجهول و بقیه معلوم باشد می‌توان مقدار مجهول را حساب کرد. مثلا اگر b مجهول باشد داریم :

$$b = \frac{a \cdot d \cdot f}{e \cdot c}$$

ومی‌افزاید که در کتاب «راشیکات‌الهند» مقصودش فقط تعریف این نسبت بوده است و نه ذکر موضوع آن به تفصیل و با استدلال .

سپس می گوید[۱] که عده‌ای ازدانشمندان که معاصر وی یا ازحیث زمان مقدم بروی بوده‌اند نسبت مؤلف ازدونسبت را در کتابهای خود مورد بحث‌وتحقیق قرار داده‌اند مانند **ثابت‌بن قره*** و **ابوالعباس نیریزی*** و **ابن‌البغدادی*** و **ابوجعفرخازن*** و **ابوسعیدسجزی***

مقصود استادظاهراً کتابهای زیر است :

الف- «کتاب الی‌المتعلمین فی‌النسبةالمؤلفة» تألیف **ثابت‌بن‌قره***

ب- «شرح‌مجسطی»تألیف **ابوالعباس‌نیریزی*** که درآن نسبت‌مؤلف‌را موردبررسی قرارداده است .

ج- «شرح مجسطی» تألیف **ابوجعفر خازن*** که‌درآن در بارهٔنسبت‌مؤلف به تحقیق پرداخته است .

د- کتاب «النسبةالمؤلفة» تألیف **ابوسعید سجزی*** که منحصراً در بارهٔ نسبت مؤلف نوشته شده است .

۴/۸- **بررسی نسبت مؤلف - بیرونی** پس از ذکر اسامی دانشمندانی

(۱)- «راشیکات» ص ۱۷

که «نسبت مؤلف» را مورد بررسی وتحقیق قرارداده‌اند می گوید[۱] ازجملهٔ این تحقیقات این است که :

اگر بین شش مقدار همچنانکه قبلا گفتیم نسبت مؤلف برقرار باشد:

$$\frac{a_1}{a_2}=\frac{a_3}{a_4}\times\frac{a_5}{a_6} \qquad (1)$$

هریك ازدونسبت‌ساده [مقصود دونسبت $\frac{a_3}{a_4}$ و $\frac{a_5}{a_6}$ است] که درتألیف‌نسبت اول [یعنی $\frac{a_1}{a_2}$] به‌کار می‌روند خود ازنسبت اول و عکس نسبت دیگر تألیف می‌شوند. یعنی :

$$\frac{a_3}{a_4}=\frac{a_1}{a_2}\times\frac{a_6}{a_5}$$

و

$$\frac{a_5}{a_6}=\frac{a_1}{a_2}\times\frac{a_4}{a_3}$$

سپس استاد می گوید[۲] : اگرچه شش مقداری را که درتألیف نسبت به‌کار می‌روند می‌توان به پانزده طریق مختلف با هم‌ترکیب کرد[۳] ،اما هردومقدار دلخواه ازشش مقدار مذکور را نمی‌توان صورت ومخرج یك نسبت قرار داد.مثلا با دومقدار از سه مقدار a_1 و a_4 و a_6 نمی‌توان یك نسبت تشکیل داده آن را از

---

(۱)ـ «راشیکات» ص۷: ان النسبة اذا تألفت بین ستة مقادیر کما ذکرنا کانت کل واحدة من النسبتین البسیطتین اللتین منهما التألیف مؤلفة من النسبة المؤلفة الاولی و من خلاف النسبة البسیطة الباقیة»

(۲)ـ «راشیکات» ص۸ سطراول به بعد

(۳)ـ بیرونی دراینجا دستورترکیب شش شیء را دوبه دو به‌کاربرده است‌که امروزه چنین می‌نویسیم: $C_6^2=\frac{6\times5}{1\times2}=15$

باقی‌مقادیر تألیف کرد. وهمچنین بادومقدار ازسه مقدار $a_۲$ و $a_۳$ و $a_۵$ تشکیل یك نسبت مؤلف‌ممکن نیست .

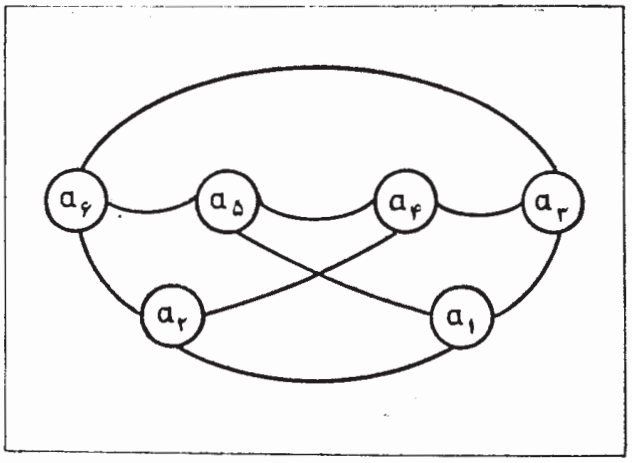
[زیراتساوی (۱) را می‌توان به‌صورت زیر نوشت :

$$a_۱ \cdot a_۴ \cdot a_۶ = a_۲ \cdot a_۳ \cdot a_۵$$

وواضح است که ازاین تساوی نمی‌تـوان مثلا نسبت $\frac{a_۱}{a_۴}$ را به دست آورد]

اما می‌توانیم ابتدا $a_۱$ را جداگانه با $a_۲$ یا $a_۳$ یا $a_۵$ بگیریم وهریك از سه نسبت $\frac{a_۱}{a_۲}$ و $\frac{a_۱}{a_۳}$ و $\frac{a_۱}{a_۵}$ را ازدونسبت تألیف کنیم. سپس $a_۲$و$a_۳$ را جداگانه با$a_۴$و$a_۶$ بگیریم وهریك از نسبتهای $\frac{a_۲}{a_٤}$ و $\frac{a_۲}{a_۴}$ و $\frac{a_۲}{a_۶}$ و $\frac{a_۳}{a_۴}$ و $\frac{a_۳}{a_۶}$ را ازدونسبت تـألیف کنیم وبعد $a_٤$ را با $a_۵$ بگیریم و$a_۵$ را با $a_۶$ اختیار کرده هریك ازنسبتهای $\frac{a_۴}{a_۵}$ و $\frac{a_۵}{a_۶}$ را ازدو نسبت تألیف کنیم. به این ترتیب نه نسبت مختلف به دست می‌آید که هـر یك از آنها را می‌توان ازدونسبت تألیف کرد .

استاد دراینجا نموداری رسم کرده و گفته است[۱] که درشکل زیر هـر دو



(شکل ۴۱)

(۱)- «راشیکات» ص۹

مقدار را که به وسیلهٔ یك خط منحنی به هم وصل شده می‌توان صورت و مخرج یك نسبت قرار داد وآن را ازدونسبت دیگر تألیف کرد :

بیرونی سپس گفته است که هریك ازنسبتهای نهگانهٔ مذکوررا به‌دوطریق می‌توان از دونسبت تألیف کرد. مثلا نسبت $\frac{a_1}{a_2}$ را به دو صورت زیر می‌توان تألیف نمود :

$$\frac{a_1}{a_2}=\frac{a_3}{a_4}\times\frac{a_5}{a_6}$$

$$\frac{a_1}{a_2}=\frac{a_3}{a_6}\times\frac{a_5}{a_4}$$

وبنابراین **هجده** گونه نسبت مؤلف حاصل می‌شود .

وهرگاه عکس هریك ازاین نسبتهارا درنظر بگیریم روی هم‌رفته**سی‌وشش** حالت به دست می‌آید. اما **بیرونی** عکس نسبتها را به علت واضح بودن مطلب در نظر نگرفته و جدول صفحهٔ بعد را برای به‌خاطرسپردن هجده نسبت مذکورتشکیل داده است (۱)

(۱)ـ درکتاب «راشیکات‌الهند» چاپ حیدرآباد ص ۹ این جدول با حروف جمل نوشته شده ودارای چندین غلط است‌که دراینجا تصحیح‌کرده‌ام .

شماره	نسبتی که از دو نسبت تألیف می‌شود	نسبت اول	نسبت دوم
۱	$a_1:a_2$	$a_3:a_4$	$a_5:a_6$
۲	$a_1:a_2$	$a_3:a_6$	$a_5:a_4$
۳	$a_1:a_3$	$a_2:a_4$	$a_5:a_6$
۴	$a_1:a_3$	$a_2:a_6$	$a_5:a_4$
۵	$a_1:a_5$	$a_2:a_4$	$a_3:a_6$
۶	$a_1:a_5$	$a_2:a_6$	$a_3:a_4$
۷	$a_2:a_4$	$a_1:a_3$	$a_6:a_5$
۸	$a_2:a_4$	$a_1:a_5$	$a_6:a_3$
۹	$a_2:a_6$	$a_1:a_5$	$a_4:a_3$
۱۰	$a_2:a_6$	$a_1:a_3$	$a_4:a_5$
۱۱	$a_3:a_4$	$a_1:a_2$	$a_6:a_5$
۱۲	$a_3:a_4$	$a_1:a_5$	$a_6:a_2$
۱۳	$a_3:a_6$	$a_4:a_2$	$a_1:a_5$
۱۴	$a_3:a_6$	$a_1:a_2$	$a_4:a_5$
۱۵	$a_4:a_5$	$a_3:a_1$	$a_2:a_6$
۱۶	$a_4:a_5$	$a_2:a_1$	$a_3:a_6$
۱۷	$a_5:a_6$	$a_1.a_2$	$a_4:a_3$
۱۸	$a_5:a_6$	$a_1:a_3$	$a_4:a_2$

این بود شرحی که **بیرونی** دراین‌بار نوشته است.

به زبان ساده‌تر می‌توان رابطهٔ

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\times\frac{e}{f} \qquad (1)$$

را به صورت زیر نوشت :

$$a \cdot d \cdot f = b \cdot c \cdot e \qquad (۲)$$

وهر گاه این تساوی برقرار باشد می‌توان ازروی آن هجده نسبت مؤلف به دست آورد. زیرا اگـرمثلا a را ازسمت چپ رابطـهٔ (۲) صورت و b را ازسمت راست آن مخرج قرار دهیم نسبت $\frac{a}{b}$ را به‌دو وجه زیرمی‌توان تألیف کرد :

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\times\frac{e}{f} \qquad \text{و} \qquad \frac{a}{b}=\frac{c}{f}\times\frac{e}{d}$$

همچنین می‌توان a را ازسمت چپ رابطهٔ (۲) و c یـا e را ازسمت راست آن گرفت وهریك از نسبتهای $\frac{a}{c}$ و $\frac{a}{e}$ را به دووجه مانند فوق‌تألیف کرد:

$$\frac{a}{c}=\frac{b}{d}\times\frac{e}{f} \qquad \text{یا} \qquad \frac{a}{c}=\frac{e}{d}\times\frac{b}{f}$$

$$\frac{a}{e}=\frac{c}{d}\times\frac{b}{f} \qquad \text{یا} \qquad \frac{a}{e}=\frac{c}{f}\times\frac{b}{d} \qquad \text{و}$$

به‌این ترتیب دیده می‌شود که‌اگر a را صورت ویکی ازحروف سمت راست رابطهٔ (۲) را مخرج قرار دهیم شش نسبت می‌توان با شش مقدار مفروض تـألیف کرد. بنابراین اگرهریك ازحروف سمت چپ رابطهٔ (۲) را جداگانه به‌سه‌حرف سمت راست آن رابطه نسبت دهیم نه نسبت می‌دست می‌آید که هـریك ازآنها را به دووجه می‌توان تألیف کرد. پس روی هم‌رفته هجده نسبت مؤلف حاصل‌می‌شود. واین درحالتی است که حروف سمت چپ رابطهٔ (۲) را صورت نسبت‌قرار دهیم. واگر عکس ایـن نسبتها را هـم در نظر بگیریـم سی وشش نسبت مـؤلف حاصل خواهد شد .

سپس **بیرونی** به ذکرحالت خاصی پـرداخته کـه درآن دومقدار از شش

مقداری که درنسبت مؤلف موجودند با هم مساوی باشند، که البته دراین حالت تناسب ساده به دست می‌آید، وحاصل را درجدولی ثبت کرده است.

۴/۹ـ **نسبتهای معطوف**ـ استاد پس ازشرح تألیف نسبت به عطف نسبتها (النسبةالمعطوفه‌بالواو) نیز اشاره کرده وگفته است (۱) که مقصود از نسبتهای معطوف حاصل جمع آنها است. وبه عنوان مثال معادلهٔ زیر را با همان نسبتهایی که درمثال تألیف نسبت به‌کاربرده بود تشکیل داده

$$\frac{۳۹}{x}=\frac{۵}{۱۰}+\frac{۱۰}{۳۰}+\frac{۳۰}{۱۲۰}$$

وآن را به ترتیب زیرحل کرده است:

$$\frac{۳۹}{x}=\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۴}$$

و یا

$$۳۹=\frac{۲۶}{۲۴}x$$

وازآنجا

$$x=۳۶$$

۴/۱۰ـ **مسألهٔ تناسب مرکب نزد هندیان**ـ **بیرونی** پس‌ازذکر مقدمات فوق که در واقع اشاره به مطالبی است که در بین ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی تا زمان وی دربارهٔ نسبت مؤلف معمول بوده به شرح مسألهٔ «تألیف نسبت» در بین هندیان پرداخته ونوشته است (۲):

---

(۱)ـ «راشیکات» ص۱۱: «فاما اذا اجتمعت النسبةالمعطوفة بالواوولم‌تکن‌النسبة التی‌بازائها‌مؤلفةمنها‌بل‌مشابهةلها.»

(۲)ـ «راشیکات»ص۱۳ و«اما‌الهندفانهم‌یسمون المقادیرالتی‌تتألف منهاالنسبة **پنج‌راشیك** لان‌مفروضاته‌خمسه‌توضع‌فی‌خمسة‌مواضع ویطلب‌منهاالسادس‌ویسلکون فی استخراج‌المجهول طریقاًیعمه مع‌ماقبله وبعده وهوالذی‌قدم‌فی‌توی‌راشیك»

و اما هندیان مقادیری که از آنها نسبت تألیف می‌شود **پنج راشیك** (panca râsika) می‌نامند. زیراعدهٔ مفروضات آن پنج است که آنها را درپنج موضع قرار می‌دهند ومقدار ششم را جستجو می کنند. و برای پیدا کردن این مجهول روشی به‌کار می‌برند که شبیه همان روشی است که در **تری راشیك** مورد استفاده است (رجوع کنید به شمارهٔ ۴/۳) وبرای پنج‌راشیك و حل آن مثال زیر را آورده است :

مسألهٔ ۱ـ اگر ۱۰ درهم در۲ماه ۵ درهم سود بدهد ۸ درهم در۳ ماه چه اندازه سود خواهد داد[۱] ؟

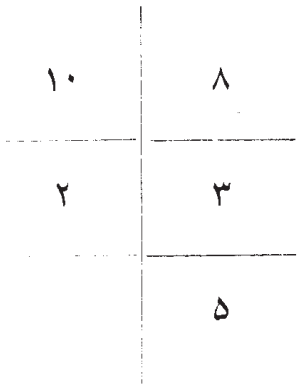
استاد می گوید که این مقادیررا هندیان به صورت زیر می‌نویسند :

۸	۱۰
۳	۲
	۵

درشکل فوق جای خالی محل مجهول (یعنی سود ۸ درهم در۳ ماه) است و همیشه جای مجهول را درپایین شکل قرار می‌دهند.

برای حل این تناسب مرکب عدد ۵ را به طرف راست انتقال می‌دهند به این شکل:

(۱)ـ «راشیکات» ص۱۳: «وللمثال فیقال ان عشرة دراهم ربحت فی الشهرین خمسة دراهم فالثمانیة فی ثلاثة اشهر کم تربح» ـ مثالی نظیراین را درکتاب «تاریخ ریاضیات هند،» ج۱ ص۲۱۳ خواهید یافت که آن را ازکتاب «لیلاواتی» نقل کرده‌اند.



وآن را دراعدادی که درستون سمت راست شکل اخیردرفوق ۵ قرار گرفته‌ضرب می کنند. می‌شود ۱۲۰ = ۸ × ۳ × ۵ سپس اعدادی را که درستون سمت چپ قرار گرفته نیزدرهم‌ضرب می کنند می‌شود ۲۰ = ۱۰ × ۲ آن‌گاه ۱۲۰ را بر ۲۰ تقسیم می کنند عدد۶ که جواب مسأله است حاصل می‌شود .

این مطلب شایسته توجه است که امروزه ما نیز برای حل تناسب مرکب اعداد معلوم را تقریباً مانند فوق ولی دردوسطر (به جای دوستون) می‌نویسیم

آنگاه **بیرونی** این روش هندی را با «نسبت مؤلف» مقایسه می کند. ودر واقع برای راه‌حل هندیان دلیل می‌آورد(که چون مطلب بسیار ساده است‌ازشرح آن صرف‌نظرمی کنم)

و این مثال جالب توجهی است ازکوششی که ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی به عمل آورده‌اند تا ریاضیات عملی هندیان را مطابق با اسلوب ریاضیات یونانی با استدلال بیان‌کنند .

سپس استاد یك مسألهٔ تناسب مرکب را که درآن‌سه نسبت یعنی شش‌مقدار دخالت دارد در نظر می گیرد و هر بار صورت یا مخرج یکی از سه نسبت را مجهول وبقیه را معلوم اختیار می کندتا نشان دهد که این روش کلی است‌ومسایل زیر را عنوان وآنهارا حل می کند. مطلب جالب توجه دراینجا این است که حتی

درمواقعی که تناسبها معکوس هستند نیز، باتغییرمکان‌دادن‌معلومات، مسأله را بـا همین روش حل می کند. اینك مسایل مذکور :

مسألهٔ۲ـ اگر۱۰ نفرکارگر در۲ روز۵ ذراع اززمینی را حفر کنند، ۸نفر در۳ روز چند ذراع حفر خواهند کرد (۱) ؟

(جواب: ذراع ۶ $= \frac{۸ \times ۵ \times ۳}{۱۰ \times ۲}$ $x =$)

مسألهٔ۳ـ اگـر۱۰ نفرکارگـر در۲ روز ۵ ذراع اززمینی را حفر کنند ۸ نفر درچندروز ۶ ذراع حفر خواهند کرد (۲) ؟

(جواب: روز ۳ $= \frac{۱۰ \times ۲ \times ۶}{۸ \times ۵}$ $x =$)

مسألهٔ۴ـ اگر۸ نفر در۳روز۶ ذراع مکعب اززمینی را حفر کنند۵ ذراع ازهمان زمین را چندنفر در۲ روزحفرخواهند کرد (۳) ؟

(جواب: نفر ۱۰ $= \frac{۵ \times ۸ \times ۳}{۶ \times ۲}$ $x =$)

سپس استاد می گوید که برای اجناس‌بها دارنیز روش هندی شبیه‌بـه‌همین است ومثال زیر رامی‌آورد:

مسألهٔ۵ـ اگربهای ۱۰۰ دانه به (سفرجل) ۱۰ درهم وبهای ۱۰۰دانه انار (رمانه) ۸ درهم باشد بهای چندانار مساوی با بهای ۲۰ به خواهد بود(۴) ؟

(جواب: بهای ۲۵ انار)

---

(۱)ـ «راشیکات» ص۱۴: «عشرةرجال‌حفروا فی‌یومین‌خمسة اذرع ...»

(۲)ـ «راشیکات» ص۱۴: «عشرةنفرحفروا فی‌یومین...»

(۳)ـ «راشیکات» ص۱۷: «وان‌قیل‌ان‌الثمانیةنفرحفروا...»

(۴)ـ «راشیکات» ص۱۹: «کان سائلاسأل‌وقال مائةسفرجل‌بعشرةدراهم...»

۴/۱۱- **نسبت متکافی**ـ استاد سپس به **تناسب معکوس** که ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی آن را **نسبت متکافی** یا «تکافی‌النسبة» می‌نامیدند[۱] می‌پردازد و می‌گوید که هندیان تناسب معکوس را نیز به‌کار می‌برند[۲] وآن را «**ویست‌تری راشیك**» (Vyasta trairâsika) می‌نامند و به عنوان مثال مسألهٔ زیر را حل می‌کند :

مسألهٔ۶ـ اگر بهای یك کنیز ۲۰ساله ۸درهم باشد بهای کنیز ۴۰ ساله چند خواهد بود[۳] ؟

(جواب: ۴ درهم)

۴/۱۲ـ **سپت راشیك** ـآن‌گاه استاد به‌مسایلی که درآنها چهارنسبت‌یعنی ۷مقدار معلوم ویك مجهول به‌کارمی‌آید پرداخته ومی‌گوید که این را به هندی **سپت راشیك** (septa râsika) می‌گویند وبه عنوان مثال مسألهٔ زیر را حل می‌کند[۴] :

مسألهٔ۷ـ اگربهای قطعه‌ای ازچوب صندل به طول ۵ انگشت وبه عرض۳

---

(۱)ـ رجوع‌کنید به شمارهٔ ۳/۲۰۳کتاب حاضر

(۲)ـ «راشیکات» ص۱۹: «ویستعلمون ایضا الاربعة الاعداد المتناسبه بالتکافی، و هی النسبة التی تعطیها الابعاد مع الاثقال عن مراکزها»

(۳)ـ صورت این مسأله درکتاب «راشیکات» ص۱۹ چنین آمده‌است: «اذا کان جذر بنت العشرین ثمانیة دراهم فجذر بنت الاربعین کم یکون» ـ نظیراین مسأله را بیرونی درکتاب «ماللهند» (چاپ حیدرآباد، ص۲۶۶-۲۶۷) نیزآورده واز قول هندیان نوشته است : «اذا کان اجرة (جذر؟) الزانیه وهی ابنة خمس عشرة مثلا : شرة دراهم فکم یکون اذا صارت ابنة اربعین»ـ ونیزرجوع‌کنید به‌ترجمهٔ انگلیسی ماللهند توسط زاخاو ج۱ ص ۳۱۳

(۴)ـ «راشیکات» ص۲۰: «قطعة صندل طولها خمسة اصابع...»

انگشت و به ضخامت ۴ انگشت ۳۰ درهم باشد، قطعه‌ای ازهمان چوب که طولش۸ انگشت وعرضش۶ انگشت وضخامتش۲ انگشت باشد چنددرهم خواهد بود؟

(جواب: درهم ۴۸ $= \frac{۸ \times ۶ \times ۲ \times ۳۰}{۵ \times ۳ \times ۴}$ $= x$)

۴/۱۳ـ **مسایل دیگر ـ** بعدازحل مسألهٔ فوق **بیرونی** از **نوراشیك** (nava râsika) سخن به میان می‌آورد[۱] وآن تناسب مرکبی است که در آن عدهٔ معلومات ۹ است ویك مجهول دارد، وپس‌ازآن از **اکدش‌راشیك** یعنی‌تناسب مرکبی که درآن عدهٔ معلومات یازده است ویك مجهول دارد گفتگومی کند[۲] و پس‌ازآن حتی مسایل‌تناسبی‌را که درآنهاعدهٔ معلومات به۱۷ نیزمی‌رسد موردبحث قرار می‌دهد وبرای هریك‌ازآنها مثالی می‌آورد، که برای احتراز ازطولانی‌شدن کلام وبه علت مقدماتی بودن آن مسایل ازذکرآنها صرف‌نظرمی کنم.

(۱)ـ «راشیکات» ص۲۲

(۲)ـ «راشیکات» ص۲۳

بخش پنجم

منتخباتی از کتاب «آثارالباقیه»

مشتمل بر: مختصری دربارهٔ کتاب «آثارالباقیه»ـ طلسمان مضاعفـ مسألهٔ شطرنج و محاسبهٔ $\sum_{1}^{64} 2^{n-1}$ ـ چندنوع تصویر جسم‌نما ازمخترعات بیرونی

الفـ مختصری دربارهٔ کتاب «آثارالباقیه»

۱/۵ـ عنوان کامل این کتاب «آثارالباقیه عن‌القرون الخالیه» است که **بیرونی** آن را درحدود سال ۳۹۰ هجری قمری که دردربار شمس‌المعالی قابوس وشمگیر می‌زیسته آن را به‌نام آن پادشاه تألیف کرده است.

متن عربی «آثارالباقیه» با مقدمهٔ مشروحی به زبان آلمانی درسال ۱۸۷۸ میلادی درلایپزیك وترجمهٔ انگلیسی آن درسال ۱۸۷۹میلادی درلندن هردوتوسط

مستشرق معروف آلمانی **ادوارد زاخاو** (Carl Edvard Sachau) به چاپ رسیده‌است [۱] ونسخه‌های خطی متعدد ازمتن عربی آن‌موجود است [۲] وبه زبان فارسی ترجمه شده است [۳].

«آثارالباقیه» ازآثار معروف ومعتبر **بیرونی** وکتابی است محققانه که مؤلف در آن گاهشماری وتقویم اقوام مختلف (ایرانیان، یونانیان، مسیحیان، صابئه، یهود، عرب جاهلی، مسلمان) را بررسی کرده وآنها را با هم مقایسه‌نموده ومنشأ هریك را توضیح داده است. **بیرونی** درباب هریك ازاعیاد تفصیلات‌فراوان تاریخی یا روایتی می‌آورد وبدین‌جهت کتاب «آثارالباقیه»، علاوه برفواید دیگر، اطلاعات فراوان درباب مذاهب دارد [۴].

عده‌ای ازدانشمندان دربارهٔ موضوعهای مختلف کتاب «آثارالباقیه»به‌تحقیق پرداخته ومقالاتی دراین زمینه نوشته وبه چاپ رسانیده‌اند [۵].

از جملهٔ این‌تحقیقات یکی مقاله‌ای ایست به قلم **ادوارد زاخاو** دربارهٔ مسألهٔ شطرنج [۶] که درهمین بخش آن را مورد بررسی قرار داده‌ام.

---

(۱)- رجوع‌کنید به مقالهٔ مجتبی‌مینوی درکتاب «بررسیهایی دربارهٔ بیرونی» ص۲۷ و۳۷ و ۳۸

(۲)- رجوع‌کنید به «بوآلو» ص۲۱۲ ش۱۰۵

(۳)- رجوع‌کنید به «ترجمهٔ فارسی آثارالباقیه» در فهرست منابع کتاب حاضر

(۴)- «مصاحب: ابوریحان» ص ۱۹

(۵)- رجوع‌کنید به «بوآلو» ص ۲۱۳

(۶)- «زاخاو A»

ب- طیلسان مضاعف

۲/۵- **بیرونی** در فصل پنجم از کتاب «آثارالباقیه» که عنوان آن «گفتار دربارهٔ استخراج بعضی‌از تواریخ از بعضی دیگر...» است[۱] برای آنکه بتوان تاریخهایی را که درزیجها ورصدها مستعمل است به یکدیگر تبدیل کرد جدولی ترتیب داده است[۲] مشتمل برعدهٔ روزهایی که بین مبدأهای تاریخهای مختلف فاصله است و آن را «طیلسان مضعّف» نامیده است[۳]، ودرضمن تشریح جدول مذکور به مسألهٔ تضعیف خانه‌های شطرنج اشاره کرده و مجموع جمله‌های یك تصاعدهندسی را که جملهٔ اول آن یك وقدرنسبت آن دو و عدهٔ جمله‌های آن۶۴ باشد حساب کرده است.

البته جدول مذکور (یعنی طیلسان‌مضعّف) رابطه‌ای با مسألهٔ شطرنج ندارد و**بیرونی** فقط برای‌آنکه روش‌نوشتن اعداد را، دردستگاههای مختلف،شمارنشان دهد به عنوان‌مثال ازمسألهٔ شطرنج استفاده کرده است.

درآغاز این بخش از کتاب حاضر، طیلسان مضاعف را به‌جهت فایدهٔ آن و مسألهٔ شطرنج را به جهت روشی که **بیرونی** برای حل آن به‌کار برده است مورد بررسی قرار می‌دهم.

---

(۱)- «آثارالباقیه» ص ۷۲ به بعد: «القول علی استخراج‌التواریخ بعضها من بعض...»

(۲)- «آثارالباقیه» ص۱۳۷

(۳)- عین این جدول‌را اززوی‌کتاب «آثارالباقیه» چاپ زاخاو درصفحهٔ۲۳۲ کتاب‌حاضر به چاپ رسانده‌ام.

۵/۳- **طیلسان مضعف** - این طیلسان (صفحهٔ ۲۳۲) جدولی است به شکل مربع مستطیل که ابعاد آن هریك به ده قسمت متساوی تقسیم شده ودارای صدخانه است. درامتداد قطری که ازبالا وسمت راست به طرف پایین وسمت چپ جدول کشیده شود ده خانه قرار دارد که در آنها اسامی تاریخهای مختلف نوشته شده است (۱). جدول به وسیلهٔ این قطر به دومثلث تقسیم می‌شود. در مثلث زیرین، در خانهٔ رو به روی هردوتاریخ، عدهٔ روزهایی که بین مبدأهای آن دوتاریخ فاصله است با ارقام هندی ثبت شده است(۲). درمثلث فوقانی، درخانهٔ رو به روی هردوتاریخ دونوع عدد نوشته شده است. یکی در بالا ودیگری درزیر آن. عددی که در بالاقرار دارد در دستگاه شمارشصتگانی نوشته شده وعدهٔ روزهایی را که بین مبدأ دوتاریخ مذکورفاصله است نشان می‌دهد. عددی که درزیر ثبت شده همان عدد بالایی است اما دردستگاه شمار دهگانی (معمولی) و با حروف جمّل (به جای ارقام هندی) نوشته شده است.

مثلا درخانهٔ مقابل دوتاریخ یزدگردی وهجری در مثلث زیرین عدد ۳۶۲۳ خوانده می‌شود واین عدهٔ روزهایی است که بین مبدأ تاریخ یزدگردی ومبدأ تاریخ

(۱)- خانه‌هایی راکه روی این قطرواقع است در روی جدول کمی سایه زده‌ام تا مشخص باشد.

(۲)- نظیر این جدول درکتاب «التفهیم» نیز هست با این تفاوت که درآنجا جدول به صورت مثلثی است قائم‌الزاویه که هرضلع زاویهٔ قائمه آن هفت‌خانه و وتر آن نیزهفت خانه دارد وتنها اعداد دردستگاه شماردهگانی ثبت شده است (التفهیم فارسی، ص ۲۳۹). استاد دربارهٔ این جدول نوشته است: «وندراین جدول که بکردار منبراست نهادیم روزها را، انچ ازهرتاریخ است تابدیگرتاریخ، بدان خانه که میانگی باشد هردو تاریخ را چون از یکی بدرازاگیری وازدیگربپهنا تا هردوانگشت بیکجا آیند.

وسه کریع جنوب شنبذ ا	وبیع موضع حنبشجوجا	وبیز موضع غرشنبهجا	ه مد ب نو[a] واعجبجبا[b]	ه کیع لد لیع جرجبجا ا	ه یب بلد کیع حومیا ا	دمیع زند دزیدی	د ما نه میع جرجشد ابی	لیع نو بیع جزا سیع	السلیمان علی رای ای معشر وسنبو وشنبوره قبطیة
ب موبلا کی فد نشنه	ب بیث ن که عبد جین	ب بیع ن ب ف یف خشد	امه ه میع جد الجرج	ا نط لج کی ذبیع	ا یع یع یه خشبججیب	کند و نل دشرذی	الاسکندر وسنبو وشنبوره مشرانیة	مد یا ما ابیض	خشنشر وسنبو وشنبوره قبطیة
ب ج نب . کگردد	ا نیز ه عبو وجد ج	ا ه ن مب بد نات ج	ا ب و کیع خشبججیب	موسط . مشرزا	ل یع نه خجبنی	الغسطس وسنبو وشنبوره قبطیة	ایلیس وسنبو وشنبوره قبطیة	سب نشب کی سرد حا	۱۵۴۷۶.
ب ب بط نط فر جبل	ا له ج مد د بجلد ج	ا ه لا مر زصبهجب	ا لد ج کا اعیج	ا ن د ب بد بنا ب	ا ط ج یه حددد ا	ا ه کو نط خشبججیا	یو ک ه هفحه	ا نط ج کی ذبیع	۱۱۲۴.۶۸
ا یع یع ه خجشبجیج	ا و لب ی لهشاجب	ن یب ه هیزفا	مط یا مب بیزز ا	یه کر کیع جاد و ه	لا مر کیع حددد ا	دغلشیانوس وسنبو وشنبوره رومیة	انطنیس وسنبو وشنبوره قبطیة	موسط . مشرزا	۱۱۸۷۸۷۳
ا کد نر زجد ا یب	لد مد مب بجنبا	لیع مد بط خشبذ ابا	الهاجیرة وسنبوه قریة وشنبوره عربیة						
کر مه بیع حنبر و نشد	ا . کیع جنبوج	الهاجیرة وسنبوه قریة وشنبوره عربیة	۳۴۱۴۳	۱۲۵۰۸۳	۱۰۰۰۳۵	۳۴۶۵۳۰	۳۴۴۳۳۴	۳۴۶۸۶۵	۵۰۳۴۴۵
کد ه نه خشبط	بنز دجب د وسنبوه وشنبوره قرسیة								
نعمتسان وسنبوه وشنبوره قرسیة		۹۹۰۰۸	۱۲۱۱۳۷	۵۵۹۴۰	۳۴۶۷۸۰	۳۴۶۵۸۵	۳۴۶۰۳۷۹	۴۴۴۴۷۳۰	۵۹۹۴۸۰

a *R* ۱۰۰۰۰۰ b *Mss.* ۱۳۳۰۰۰ c *Mss.* دمیع زند d *Mss.* د مد ب مع e *Mss.* جبهججبا f *Mss.* ب بع ذ مب ن ب .

طیلسان مضعف ـ عکس صفحهٔ ۱۳۷ کتاب «آثار الباقیه» چاپ زاخاو .

هجری فاصله است. اما درمثلث فوقانی درخانهٔ روبه روی دوتاریخ مذکوردوسطر دیده می‌شود. یکی دربالا است که درآن نوشته شد **ا ه کج** ودیگری درزیر آن است ودرآن نوشته شده **جبوج**

مقصود از **ا ه کج** همان عدد ۳۶۲۳ است که در دستگاه شمار شصتگانی نوشته شده ومعادل است با [۱]

$$۱ \times (۶۰)^۲ + ۰ \times (۶۰) + ۲۳ = ۳۶۲۳$$

ومقصود از **جبوج** نیزهمان عدد ۳۶۲۳ است که ارقام آن با حروف‌جمّل نوشته شده است :

ج	و	ب	ج
⇓	⇓	⇓	⇓
۳	۶	۲	۳

بیرونی خود علت‌اینکه هرعدد را درجدول مذکور به سه صورت مختلف ثبت کرده است چنین بیان می کند: «این اعداد را ازآن جهت به سه نوع‌مختلف ثبت کردیم تا اگرشکی دربارهٔ حروف اعداد وارقام روی دهد هریك از انواع سه گانه شاهدی برای نظیرخود باشد»[۲] . یعنی اگراشتباهی دریکی از سه صورت (به وسیلهٔ‌کاتبان) روی دهد بتوان ازروی دوصورت دیگرآن را تصحیح کرد .

۵/۴ ـ **روش استفاده ازطیلسان مضعّف‌ـ بیرونی** راه استفاده از جدول مذکور را به شرح زیربیان کرده است [۳] :

---

(۱)ـ رجوع‌کنید به شمارهٔ ۳/۱۲کتاب حاضر

(۲)ـ «آثارالباقیه» ص ۱۳۵ سطر ۲۲ بـه بعد ـ «ترجمهٔ فـارسی‌آثارالباقیه» ص ۱۶۸

(۳)ـ «آثارالباقیه» ص ۱۳۶ ـ «ترجمهٔ فارسی آثارالباقیه» ص ۱۶۸

«اگر کسی یکی از تاریخها را بداند و بخواهد تاریخ دیگری را از روی آن استخراج کند باید تاریخ معلوم را به روزها تبدیل کند [یعنی عدهٔ روزهایی که از مبدأ آن تاریخ تا زمان معلوم می گذرد حساب کند] و نام آن را **اصل** بگذارد. وسپس عدهٔ روزهایی را که بین مبدأهای دو تاریخ معلوم ومطلوب فاصله است بیابد وآن را **تعدیل** بنامد. واگر مبدأ تاریخ معلوم مقدم برمبدأ تاریخ مطلوب باشد «تعدیل» را از «اصل» کم کند. وهر گاه مبدأ تاریخ معلوم بعدازمبدأ تاریخ مطلوب باشد «تعدیل» را به «اصل» بیفزاید. آنچه به دست آید عدهٔ روزهای تاریخ مطلوب است. سپس باید عدهٔ روزهای تاریخ مطلوب را به مقدار [= عدهٔ روزهای] سال منسوب به این تاریخ تقسیم کرد. خارج قسمت مساوی با عدهٔ سالهای کامل این تاریخ خواهد بود. باقیماندهٔ تقسیم مذکور را باید به ماهها تبدیل کرد، مطابق با عدهٔ روزهایی که برای هرماه ذکر کردیم.

ج- مسألهٔ شطرنج و محاسبهٔ $\sum_{i=1}^{i=64} ۲^{i-۱}$

۵/۵- **مسألهٔ شطرنج** - یکی ازمسایل حساب که از دیرباز مورد توجه معلمان ومحصلان ریاضی بوده مسألهٔ تضاعیف خانه‌های شطرنج است. این مسأله داستانی دارد که به شکلهای مختلف نقل شده ویك روایتش این است [۱] که شاه

(۱)- رجوع کنید به «ترجمهٔ فارسی میزان الحکمه» ص ۷۷ - «میزان الحکمه» (عربی) ص ۷۴

ازمخترع شطرنج می‌پرسد که چه پاداشی را برای اختراع خـود شایسته می‌داند. مخترع شطرنج ازشاه تقاضا می کند که برای خانـهٔ اول شطرنج یك دانـهٔ گندم و برای خانهٔ دوم آن دودانه گندم وبرای خانهٔ سوم آن چهاردانه ($= ۲^۲$) وهمچنین برای هریك ازشصت وچهارخانهٔ شطرنج به تعداد دوبرابر خانـهٔ قبل ازآن دانـهٔ گندم به اوبدهند. شاه ابتدا به این درخواست می‌خندد. ولی بعد متوجـه می‌شود که نمی‌تواند تقاضای اورا عملی کند. زیرا چنانکه بعداً خـواهیم دیـد مجموع دانه‌های گندمی که مخترع شطرنج درخواست کرده‌بود مساوی است با

۱۸ ۴۴۶ ۷۴۴ ۰۷۳ ۷۰۹ ۵۵۱ ۶۱۵

واگرفرض کنیم که یك مترمکعب گندم شامل ۲۰ میلیون دانه باشد مقدار مطلوب تقریباً مساوی خواهد بود با

۹۲۲ ۳۳۷ ۲۰۳ ۶۸۵

یعنی بیش‌از ۹۰۰میلیاردمترمکعب گندم. واین چندین برابرمقدار گندمـی است که اگردرهمهٔ خشکیهای کرهٔ زمین بکارند حاصل‌خواهد شد.

۵/۶ـ **مقصوداز محاسبهٔ** $\sum_{i=۱}^{i=۶۴} ۲^{i-۱}$ ـ مسألهٔ تضاعیف بیوت‌شطرنج ویا به طورخلاصه مسألهٔ شطرنج، با اصطلاحات کنونـی، عبارت است ازمحـاسبهٔ مجموع جملدهای یك تصاعد هندسی که جملهٔ اول آن ۱ وقدرنسبت آن۲ و عدهٔجمله‌های آن ۶۴ باشد ومی‌دانیم که چنین تصاعدی بـه صورت زیـر نوشته می‌شود (ازچپ به راست) :

$۲^{۶۳}$; $۲^{۶۲}$; $۲^{۶۱}$; ... ; $۲^{i+۱}$; ۲^i ;...; $۲^۴$; $۲^۳$; $۲^۲$; ۲ ; ۱

که جملهٔ شصت وچهارم آن $۲^{۶۳}$ است. ونیزمی‌دانیم که دستور کلی محاسبهٔمجموع

جمله‌های تصاعد هندسی عبارت است از:

$$S_n = \frac{a(q^n - ۱)}{q - ۱}$$

که در آن a جملهٔ اول و q قدرنسبت و n عدهٔ جمله‌ها است. ومتذکر می‌شوم که جملهٔ شمارهٔ n این تصاعد به صورت $t_n = aq^{n-۱}$ نوشته می‌شود.

درمسألهٔ شطرنج که $a = ۱$ و $q = ۲$ و $n = ۶۴$ مجموع جمله‌ها مساوی است.

$$\sum_{i=۱}^{i=۶۴} ۲^{i-۱} = S_{۶۴} = ۲^{۶۴} - ۱$$ با

پس درواقع مطلوب مسألهٔ شطرنج محاسبهٔ $(۱ - ۲^{۶۴})$ است.

۵/۷ـ **حل مسألهٔ شطرنج توسط بیرونی** ـ قبلاً گفتیم که مسألهٔ شطرنج در کتاب «آثارالباقیه» فقط به عنوان مثال برای تشریح چگونگی نوشتن اعداد «طیلسان‌مضعّف» دردستگاههای مختلف شمار به‌کار رفته است.

استاد دراین‌باره نوشته است(۱)

«مثال ذلك بشیء غیرمجهول. وهوانامتی‌ضربنا مال‌مال‌مال الستة‌عشر فی نفسه‌و اسقطنا من‌المبلغ‌واحداً کان‌ذلك هومایجتمع‌فی‌جمیع بیوت‌رقعة الشطرنج من التضاعیف اذا ابتدی‌فی‌الاول‌منها بواحدویکون کل ذلك بارقام‌الهند

۱۸ ۴۴۶ ۷۴۴ ۰۷۳ **۷۰۹** ۵۵۱ ۶۱۵

(۱)ـ «آثارالباقیه» ص ۱۳۵ ـ «زاخائو A» ص ۱۴۸

ویکون مرفوعا بستین الی ما ارتفع (۱)

ل ل کز ط ه ج ن م لا ه یه

ویکون منقولا الی حروف الجمل

ه ا و ا ه ه ط ع ج ز م د ز و د د ح ا

فاذا نقلت هذه الحروف علی ولائها الی ارقام الهند حصل العدد المذکور»

یعنی (۲): برای مثال ازچیزمعلومی استفاده می کنیم و آن این است که هر گاه مال‌مال‌مال (۳) شانزده [یعنی: $۱۶^{۸} = ((۱۶)^{۲})^{۲}$] را در نفس خودضرب کنیم [یعنی $۱۶^{۱۶}$ را حساب کنیم] واز مبلغ حاصل یك واحد بکاهیم [یعنی $۱۶^{۱۶} - ۱$ را حساب کنیم] آنچه به دست می‌آید مساوی خواهد بود با مجموع اعداد خانه‌های رقعهٔ شطرنج به شرط آنکه درخانهٔ اول آن یك و درخانهٔ دوم آن دو ودرخانهٔ سوم آن دوبرابر آن یعنی چهارودرهرخانه دوبرابر عددخانهٔ پیش‌ازآن را بنویسیم. واین مجموع با ارقام هندی چنین نوشته می‌شود:

۱۸ ۴۴۶ ۷۴۴ ۰۷۳ ۷۰۹ ۵۵۱ ۶۱۵

ومرفوع (۴) آن در دستگاه شمارشستگانی چنین است (۵) (ازچپ به راست):

---

(۱)- این عدد در «ترجمهٔ فارسی میزان الحکمه» (ص۷۸) غلط ثبت‌شده (رقم دوم ازسمت چپ یعنی صفر حذف شده است)

(۲)- برای آنکه درك مطلب آسان باشد عبارات عربی را به طورآزاد ترجمه‌کرده‌ام یعنی درواقع مفهوم آنها را نوشته‌ام.

(۳)- یکی ازمعانی اصطلاح «مال» (رجوع‌کنید به شمارهٔ ۳/۱۶۰) قوهٔ دوم عدد است. بنابراین مال‌مال‌مال یعنی قوهٔ هشتم: $((a^{۲})^{۲})^{۲} = a^{۸}$

(۴)- رجوع‌کنیدبه شمارهٔ ۳/۱۱ - «برداشتن عدد» «یعنی «رفع آن» و«مرفوع» یعنی «عدد برداشته»

(۵)- رجوع‌کنید به شمارهٔ ۳/۱۲ - عدد مذکوریعنی

$$+ \ldots + ۹ \times (۶۰^{۲}) + ۲۷ \times (۶۰)^{۸} + (۳۰) \times (۶۰)^{۹} + ۳۰ \times (۶۰)^{۱۰}$$
$$+ ۳۱ \times (۶۰)^{۲} + ۱۵$$

۱۵ و ۰ و ۳۱ و ۴۰ و ۵۰ و ۳ و ۵ و ۹ و ۲۷ و ۳۰ و ۳۰

واگربه جای ارقام هندی ازحروف جمّل‌استفاده کنیم عدد مذکور چنین نوشته می‌شود (ازچپ به راست)

ا ح د د و ز د م ج ع ط ه ه ا ا ه

یعنی: ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓

۱ ۸ ۴ ۴ ۶ ۷ ۴ (۴۰) ۷ ۳ (۷۰) ۹ ۵ ۵ ۱ ۱ ۵

به نحوی که اگر این حروف را به ترتیب به ارقام هندی تبدیل کنیم عدد مذکور، در دستگاه اعشاری، حاصل خواهد شد .

۵/۸ـ روش بیرونی در محاسبهٔ $\sum_{i=1}^{i=64} ۲^{i-1}$ **ـبیرونی** برای‌حل‌مسأله شطرنج یعنی درواقع محاسبهٔ (۱ - ۲۶۴) می گوید[۱] دو اصل زیر را باید به‌کار برد[۲] :

اصل اول[۳]ـ هرگاه عدد یکی ازشصت‌وچهار خانهٔ شطرنج را به قوهٔ دوبرسانیم عدد خانه‌ای حاصل می‌شودکه دوری آن ازخانهٔمذکور مساوی است با دوری آن خانه ازخانهٔ اول[۴].

مثال ـ اگرعدد خانهٔ پنجم را که ۱۶ است‌به قوهٔ دوبرسانیم ۲۵۶ حاصل

---

(۱)ـ «آثارالباقیه» ص۱۳۸ـ «زاخا و A»ص ۱۴۹: «ان‌لتضعیف‌الشطرنج و حسابه‌اصلین...»

(۲)ـ برای آنکه فهم مطالب آسان باشد عبارات عربی را به طورآزاد ترجمه کرده‌گاهی مطالبی براصل افزوده‌ام .

(۳)ـ (احدهماانه)متی ضرب مافی‌بیت‌ماءمن‌البیوت الاربعةوالستین فی‌نفسه و قمع‌المرتفع فی‌البیت‌الذی بعده منه کبعد البیت المضروب من الواحد.

(۴)ـ مقایسه‌کنید با مقدمهٔ اول شمارهٔ ۵/۱۱

می‌شود. واین عدد خانهٔ نهم است. و دوری خانهٔ نهم ازخانهٔ پنجم مثل دوری خانه پنجم است ازخانهٔ اول .

تبصره ـ اصل اول درواقع حالت‌خاصی ازقضیهٔ‌زیراست:

قضیه. درهر تصاعدهندسی که جملهٔ‌اول آن‌واحد باشد، جمله‌ای که‌فاصله‌اش ازجملهٔ مفروضی‌مساوی با فاصلهٔ این جمله ازجملهٔ اول‌باشد مساوی بامربع جملهٔ مفروض است .

برهان ـ تصاعد هندسی زیرراکه جملهٔ اولش یك وقدرنسبتش q است درنظر می‌گیریم

$$۱ \; ; \; q \; ; \; q^۲ \; ; \; q^۳ \; ; \ldots ; \; q^n ; \ldots$$

جملهٔ شمارهٔ $n+۱$ این تصاعد q^n است و این جمله n جمله بعدازجملهٔ اول قرار دارد. اکنون ملاحظه می‌کنیم که جمله‌ای‌که n جمله‌بعدازq^n قراردارد عبارت‌است ازجمله‌ای که شماره‌اش $۲n+۱$ است. این جمله مساوی است با$q^{۲n}$ و واضح است‌که $q^{۲n} = (q^n)^۲$

اصل دوم(۱)ـ هرگاه عدد یکی ازشصت و چهارخانهٔ شطرنج را بگیریم ویك‌واحدازآن بکاهیم آنچه به‌دست‌می‌آیدمساوی‌است بامجموع اعداد همهٔ خانه‌هایی که پیش‌ازخانهٔ مذکور قراردارد(۲).

مثال ـ اگرعدد خانهٔ ششم راکه ۳۲ است بگیریم ویك واحد ازآن کم کنیم ۳۱ حاصل می‌شود واین ۳۱ مساوی است با مجموع همهٔ اعداد خانه‌های اول تا پنجم یعنی :

$$۱ + ۲ + ۴ + ۸ + ۱۶ = ۳۲$$

(۱)ـ واماالاصل‌الثانی‌فهوانامتی اخذنامافی‌بیت‌من‌البیوت واسقطنامنه واحداً کان الباقی‌مساویا‌لجمیع‌مافی‌البیوت‌التی‌قبله.

(۲)ـ مقایسه‌کنید با مقدمهٔ دوم شمارهٔ ۵/۱۱

تبصره ـ اصل دوم درواقع همان دستورمجموع n جمله ازتصاعد هندسی است که به صورت‌زیرنوشته‌میشود:

$$S_n = \frac{a(q^n - ۱)}{q - ۱}$$

و چون درمسألهٔ شطرنج $a = ۱$ و $S = ۲$ است به‌صورت زیردرمی‌آید :

$$S_n = ۲^n - ۱$$

باید متوجه بـودکه ۲^n جملهٔ شمارهٔ $n + ۱$ تصاعـد و S_n مجموع همهٔ جمله‌هـایی است‌کـه بیش‌ازجملهٔ شمارهٔ $n + ۱$ قرار دارند .

استاد پس ازبیان این دواصل می گوید(۱)

«ومعنی ضرب مال‌مال‌مال‌الستة عشرفی‌نفسه هوضرب‌مافی‌البیت‌الثالث‌والثلثین فی‌نفسه‌ليحصل مافی‌البیت‌الخامس والستین. واذا اسقط‌منه واحدیحصل جمیع‌مـافی الرقعه. ومال**لج** الذی‌یرتفع من‌ضرب مافی‌بیت **یز** ومال **یز** مایرتفع من‌ضرب مافی بیت **ط** ومال **ط** مایرتفع من‌ضرب مافی بیت **ه** وهوالستةعشرالمذکورة»

به طورخلاصه مفهوم وحاصل عبارات فوق این است که:

عددخانهٔ پنجم رقعهٔ شطرنج ۱۶ است(۲) . پس بنابراصل اول مربع۱۶ یعنی $۱۶^۲$ عددخانهٔ نهم است. ومربع $۱۶^۲$ یعنی $۱۶^۴$ عددخانهٔ هفدهم است. وبنابرهمان اصل مربع $۱۶^۴$ یعنی $۱۶^۸$ عدد خانهٔ سی‌وسوم است(۳) .

حال اگر $۱۶^۸$ راکه عددخانهٔ سی‌سوم است درخودش ضرب کنیم عدد $۱۶^{۱۶}$

(۱)ـ «آثارالباقیه» ص۱۳۸ ـ «زاخاو A» ص ۱۵۰

(۲)ـ اعداد پنج خانهٔ اول عبارتنداز ۱ و ۲ و ۴ و ۸ و ۱۶

(۳)ـ عدد خانهٔ سی وسوم $۱۶^۸$ است‌که بـه اصطلاح قدما می‌شود:«مال‌مال‌مال الستة عشر»

حاصل می‌شود که بنا بر اصل اول عدد خانهٔ شصت‌پنجم است[۱]. و اگر یکی از $۱۶^{۱۶}$ بکاهیم عدد $(۱ - ۱۶^{۱۶})$ حاصل می‌شود[۲] که بنا بر اصل دوم مجموع اعداد همهٔ شصت وچهارخانهٔ شطرنج است.

بیان دیگری از روش فوق

۵/۹ـ در کتاب «آثارالباقیه»[۲] بعداز ذکر قاعدهٔ فوق عباراتی از «کتاب الارقام»[۳] تألیف **بیرونی** نقل‌شده که آن نیز با مختصر تفاوتی تکرار همان مطالب فوق است با این تفاوت که روشنتر بیان شده است.

ظاهراً چنین به نظر می‌آید که این عبارات ابتدا درمتن «آثارالباقیه» نبوده وبعداً کسی برای روشن شدن موضوع آنها را از «کتاب‌الارقام» **بیرونی** گرفته و مثلا به عنوان حاشیه بر آن کتاب افزوده است. با این حال در آخر آن عبارات به مثالی که درمتن «آثارالباقیه» آمده ازقول خود **بیرونی** اشاره‌شده است[۴].

درهرصورت برای تکمیل موضوع به نقل عین عبارات عربی «آثارالباقیه» و شرح آن به زبان فارسی می‌پردازم (عبارات زیر تنها قسمتی است که از «کتاب الارقام» **بیرونی** باقی مانده است)

۵/۱۰ـ عباراتی که از «کتاب‌الارقام» **بیرونی** در «آثارالباقیه» ذکر

---

(۱)ـ البته اگربرای سهولت بیان فرض‌کنیم‌که رقعهٔ شطرنج یك خانهٔ شصت‌وپنجم نیز داشته باشد.

(۲)ـ «آثارالباقیه»ص ۱۳۸ سطر ۱۱ به بعد ـ «زاخاو **A**» ص ۱۵۱

(۳)ـ عنوان‌کامل این‌کتاب «تذکره فی‌الحساب والعدد بارقام‌السندوالهند» است‌که ازتألیفات بیرونی درعلم حساب بوده ومتأسفانه ازبین‌رفته است (رجوع‌کنیدبه‌شمارهٔ ۲/۳۴)

(۴)ـ «آثارالباقیه» ص۱۳۹ سطر۹ و۱۰: «... بقی جمیع مافی بیوت‌العرصة اعنی‌العددالذی مثلنا به‌اولا.»

شده است :

«قال ابوریحان فی کتاب الارقام اریدا بین الطریق الی حساب الشطرنج لیتدرّب فی مزاولته ومما یجب ان یقدم له هو ان تعرف ان تضاعیف زوج الزوج مهما اخذ متباعدة متوالیه فان کانت فرداکان لها واسطة واحدة وضربنا احد الحاشیتین فی الاخری مساو لضرب احدی الواسطتین فی الاخری. فهذا احد مایجب ان یعرف قبله. والآخر انا اذا اردنا جمع تلك العده المفروضه من تضاعیف زوج الزوج اضعفنا اعظمها و هو الاخیر و القینا منه اصغرها و هو الاول فیبقی مجموع تلك التضاعیف. واذا تقرر ذلك زدنا فی بیوت رقعة الشطرنج بیتاً یکون خامساً وستین. ومعلوم ان عدده الذی فیه من تضاعیف زوج الزوج المبتدئة من الواحد مساو لمجموع ما فی جمیع بیوت العرصة وزیادة اولها الذی هو الواحد الاول. فاذا نقص منه واحد بقی ما فی جمیع البیوت. فاذا جعلنا هذا البیت والاول حاشیتین کان البیت الذی فیه **لج** واسطة لهما وهی الواسطة الاولی. واذا جعلنا بیت **لج** والبیت الاول حاشیتین کان بیت **یز** واسطة لهما وهی الثانیه. واذا جعلنا بیت **یز** و البیت الاول حاشیتین کان بیت **ط** واسطة لهما وهی الثالثة واذا جعلنا بیت **ط** والبیت الاول حاشتیین کان بیت **ه** واسطة وهی الرابعه واذا جعلنا بیت **ه** والبیت الاول حاشیتین کان بیت **ج** واسطة وهی الخامسة واذا جعلنا بیت **ج** والبیت الاول حاشیتین کان بیت **ب** واسطة و هی السادسه وفیه اثنان. واذا ضربنا الاثنین فی نفسها اجتمع مضروب البیت الاول فی بیت **ج** لکن فی الاول واحد. فما اجتمع اذن هو الواسطة الخامسة فی بیت ج وهی اربعة نضربها فی مثلها فیکون ستة عشر وهی الواسطة الرابعه فی بیت **ه** فنضربها فی مثلها فیکون ۲۵۶ وهی الواسطة الثالثة فی بیت **ط** واذا ضربناها فی مثلها اجتمع ۶۵۵۳۶ وهی الواسطة الثانیة فی بیت **یز** واذا ضربنا فی مثلها اجتمع ۴۲۹۴۹۶۷۲۹۶ وهی الواسطة الاولی فی بیت **لج** فاذا ضربناها فی مثلها اجتمع

۶۱۶ ۵۵۱ ۷۰۹ ۰۷۳ ۷۴۴ ۴۴۶ ۱۸

فاذا اسقطنامنه واحداً وهوالذی‌فی‌البیت‌الاول بقی جمیع ما فی بیوت‌العرصة اعنی‌العددالذی‌مثلنا به‌اولا»

* * *

شرح عبارات فوق به‌زبان ساده و با اصطلاحات متداول کنونی‌چنین است:

۵/۱۱ـ **ذکر دو مقدمه ـ بیرونی** برای محاسبهٔ تضاعیف خانه‌های‌شطرنج ابتدا دومقدمه ذکر کرده است .

مقدمهٔ اول (۱) ـ تضاعیف زوج‌الزوج(۲) (یعنی رشتهٔ قوای‌نامنفی عدد۲) را که به صورت زیر نشان داده می‌شود درنظرمی گیریم:

$۲^{n-۱}$ و ... و $۲^{۳}$ و $۲^{۲}$ و ۲ و ۱

اگر عده‌ای از جمله‌های سمت چپ این رشته را در نظر بگیریم دو حالت رخ می‌دهد :

اولا اگرعدهٔ جمله‌ها فرد باشد مانندرشتهٔ محدودزیر:

۱۶ و ۸ و ۴ و ۲ و ۱

یك عدد دروسط قراردارد که آن را واسطه می‌نامیم وآن۴ است. حالا اگر دوحاشیه (یعنی جمله‌های اول وآخررشته) را که اعداد ۱ و۱۶ هستند درهم ضرب کنیم مربع واسطه یعنی $۴^{۲}$ به دست می‌آید .

$$۱ \times ۱۶ = ۴^{۲}$$

ثانیاً اگرعدهٔ جمله‌ها زوج باشد مانند رشتهٔ محدودزیر:

---

(۱)ـ مقایسه‌کنید با اصل اول شمارهٔ ۵/۸

(۲)ـ رجوع‌کنید به شمارهٔ ۳/۷۸

۳۲ و ۱۶ و ۸ و ۴ و ۲ و ۱

واسطتین

دو عدد در وسط قرار دارد که عبارتند از ۴ و ۸ که آنها را **واسطتین** می‌نامیم. حال اگردوحاشیه (یعنی جمله‌های اول وآخررشته) راکه اعداد ۱ و ۳۲ هستند درهم‌ضرب کنیم حاصل مساوی با حاصل ضرب دو واسطه خواهد بود:

یعنی : $۱ \times ۳۲ = ۴ \times ۸$

تبصره ـ این مقدمه در واقع حالت خاصی از قضیهٔ کلی زیر است :

قضیه ـ درهرتصاعدهندسی محدودحاصل‌ضرب دوجمله‌ای که‌ازدوطرف به یك فاصله باشند مساوی است با حاصل‌ضرب جمله‌های اول وآخرتصاعد.

برهان ـ تصاعدهندسی محدود زیرراکـه دارای n جمله است درنظرمی‌گیریم وقدرنسبت آن را q می‌نامیم :

a و b و c و ... h و k و l

حاصل‌ضربهای al و bk و ch و ... باهم مساویند زیرا مثلا برای آنکه al را به bk تبدیل‌کنیم باید یك عامل را درq ضرب و عامل دیگررا برq تقسیم‌کنیم .

درحالت خاصی‌که عدهٔ جمله‌ها یعنی n فردباشد جملهٔ‌وسط واسطهٔ هندسی بین جمله‌های اول وآخرخواهد بود.

مقدمهٔ دوم [۱] ـ هرگاه بخواهیم مجموع جمله‌های رشتهٔ تضاعیف زوج‌ـ الزوج ابتدا ازواحد را حساب کنیم، بزرگترین جمله یعنی‌جملهٔ آخررا دوبرابر می‌کنیم وکوچکترین جمله یعنی جملهٔ اول را ازآن مـی‌کاهیم. مجموع مطلوب به دست می‌آید .

(۱)ـ مقایسه‌کنیدبا اصل دوم شمارهٔ ۵/۸

یعنی درواقع برای محاسبهٔ مجموع n جمله از تصاعد هندسی

$$۱ - ۲^n \text{ و } \ldots \text{ و } ۳^۲ \text{ و } ۲^۲ \text{ و } ۲ \text{ و } ۱$$

دستور زیر را به‌کار می‌بریم :

$$S_n = ۲^n - ۱$$

واین حالت خاصی از دستور کلی $S = \frac{a(q^n - ۱)}{q - ۱}$ است که در شمارهٔ ۵/۶ بیان کردیم .

۵/۱۲ـ **حل مسألهٔ شطرنج با استفاده ازدومقدمهٔ فوق‌ـ بیرونی** پس ازبیان دومقدمهٔ فوق می‌گوید :

یك خانه به خانه‌های رقعهٔ شطرنج می‌افزاییم وفرض می‌کنیم رقعهٔ شطرنج شصت وپنج‌خانه داشته باشد. بنابرمقدمهٔ دوم اگرازعددی که ازتضاعیف‌زوج‌الزوج ابتدا ازواحد دراین خانهٔ شصت و پنجم قرار می‌گیرد یك واحد بکاهیم حاصل مساوی خواهد بود با مجموع همهٔ اعداد ۶۴ خانهٔ شطرنج .

حال اگرخانهٔ شصت وپنجم وخانهٔ اول را دوحاشیه (= دوطرف) بگیریم بنابرمقدمهٔ اول خانهٔ سی‌وسوم بین آنها واسطه است. واگرخانهٔ سی‌وسوم وخانهٔ اول را دوحاشیه بگیریم خانهٔ هفدهم بین آنها واسطه است. واگرخانهٔ هفدهم و خانهٔ اول را دوحاشیه بگیریم خانهٔ نهم بین آنها واسطه است. واگر خانهٔ نهم و خانهٔ اول را دوحاشیه بگیریم خانهٔ پنجم بین آنها واسطه است. واگرخانه پنجم‌و خانهٔ اول را دوحاشیه بگیریم خانهٔ سوم بین آنها واسطه است. بالاخره اگر خانهٔ سوم وخانهٔ اول را دوحاشیه بگیریم خانهٔ دوم بین آنها واسطه است و عدد این خانه ۲ است .

اکنون ۲ را مربع می‌کنیم حاصل مساوی با حاصل‌ضرب عددخانهٔ اول و

خانهٔ سوم می‌شود وچون عدد خانهٔ اول ۱ است پس حاصل ضرب یعنی ۴ مساوی با عدد خانهٔ سوم است. وچون۴ را مربع کنیم حاصل یعنی ۱۶ عدد خانهٔ پنجم است واگر۱۶ را مربع کنیم حاصل یعنی ۲۵۶ عددخانهٔ نهم است واگر ۲۵۶ را را مربع کنیم حاصل یعنی ۵۳۶ ۶۵ عدد خانهٔ هفدهم است. و اگر ۶۵۵۳۶ را مربع کنیم حاصل یعنی ۲۹۶ ۹۶۷ ۲۹۴ ۴ عدد خانهٔ سی‌وسوم است. واگرعدد اخیر را مربع کنیم عدد زیرحاصل می‌شود :

۱۸ ۴۴۶ ۷۴۴ ۰۷۳ ۷۰۹ ۵۵۱ ۶۱۶

واین عدد خانهٔ شصت وپنجم است. واگر یك واحد ازاین عدد بکاهیم بنابر مقدمهٔ دوم مجموع‌همهٔ اعداد شصت وچهارخانهٔ عرصهٔ شطرنج به دست می‌آید .

۵/۱۳ـ **نتیجه ـ بیرونی** دردو کتاب ازتألیفات‌خود مجموع $\sum_{۱}^{۶۴} ۲^{k-۱}$ را به دوطریق که اندکی با هم تفاوت دارند حساب کرده وحاصل‌را به صورت زیر درآورده است :

$$\sum_{k=۱}^{k=۶۴} ۲^{k-۱} = \sum_{k=۰}^{k=۶۳} ۲^{k} = ۱۸\ ۴۴۶\ ۷۴۴\ ۰۷۳\ ۷۰۹\ ۵۵۱\ ۶۱۵$$

ورجوع کنید به شمارهٔ ۵/۱۵

۵/۱۴ـ **محسوس‌کردن عدد فوق ـ بیرونی** پس ازمحاسبهٔ عدد بیست رقمی فوق برای‌آنکه بزرگی آن نمایان ومحسوس شود آن را متوالیاً براعداد ۱۰۰۰۰ و ۸ و ۱۰۰۰۰ و ۱۰۰۰ و ۱۰۰۰ تقسیم کرده و آخرین خارج قسمت را

مساوی با ۲۳۰۵ یافته وعباراتی نوشته [۱] که مفهوم آنها را می‌توان به‌زبان ساده چنین بیان کرد :

اگر برسطح کرهٔ زمین ۲۳۰۵ کوه وجود داشته باشد که ازهر کوه ۱۰۰۰۰ رودخانه جاری شود ودرطول هر رودخانه ۱۰۰۰۰ قطاراستر (= قاطر) باشد که‌هر قطارمرکب از۱۰۰۰ استر باشد وهراستر۸ کیسه حمل کند و در هـر کیسه مثلا ۱۰۰۰۰ دانه گندم باشد بازعدهٔ همهٔ این گندمها کوچکتر از عددبیست رقمی فوق خواهد بود .

تبصره ـ عبدالرحمان خازنی * منجم ودانشمندی که درقرن ششم هجری می‌زیست درقسم سوم از مقالهٔ سوم کتاب «میزان‌الحکمه» [۲] شرح مفصلی دربارهٔ مسألهٔ شطرنج نوشته وبرای قابل درك کردن عدد تضاعیف خانه‌های شطرنج مثالی آورده است . این مثال را **محمدباقر یزدی** * ریاضی‌دان ایرانـی که در قـرن یازدهم هجری می‌زیست نیز درفصلی از کتاب «عیون‌الحساب» [۳] ذکر کرده‌است‌و خلاصهٔ آن این است :

اگر۲۵۶ کشورفرض کنیم که درهر کشور۲۵۶ شهر ودرهرشهر ۲۵۶ دیه و درهر دیه ۲۵۶ سراودرهرسرا ۲۵۶ خزانه ودرهرخزانـه ۲۵۶ صندوق و درهـر

(۱)ـ «آثـارالباقیه» ص ۱۳۹ـ «زاخاو A» ص ۱۵۵ و۱۵۶: « ولایضبطکثرته الابان‌یقسم علی‌عشرةآلاف حتی‌یصیربدداً...» (درسطرششم صفحهٔ ۱۵۶ «زاخاو A»دوبار ۱۰۰۰ نوشته شده ویکی ازآنها زاید است)

(۲)ـ «میزان‌الحکمة» ص۷۴ به بعدـ این شرح بـه اختصار در «تـرجمهٔ فارسی میزان‌الحکمه» صفحات ۷۶ تا ۸۲ آمده است .

(۳)ـفصل‌فی‌ذکربعض‌المسائل‌الحسابیه‌التی‌تعین‌المحاسب‌علی‌استخراج‌المجهولات (مسأله یازدهم)

صندوق ۲۵۶ کیسه ودرهـر کیسه ۲۵۶ مثقال طلا بـاشد مجموع وزن آن طلاهـا منهای یك‌مثقال مساوی‌است با عددتضاعیف خانه‌های شطرنج یعنی $(۱ - ۲^{۶۴})$

۵/۱۵ـ **تعمیم دستور محاسبه تضاعیف واحد**ـ اگرچه **بیرونـی** قاعـدهٔ محاسبهٔ مجموع تصاعد هندسی

$$...و\ ۲^{۶۲}\ و\ ...\ و\ ۲^{۳}\ و\ ۲^{۲}\ و\ ۲\ و\ ۱$$

را فقط درموردی که عدهٔ جمله‌ها ۶۴ است بیان کرده ولی نحوهٔ بیان وی طوری است که می‌توان این قاعده را تعمیم داد. واین‌کاری است که **غیاث‌الدین جمشید کاشانـی** * درباب سوم ازمقالهٔپنجم کتاب «مفتاح‌الحساب» انجام داده‌ومجموعهای

$$\sum_{k=۱}^{k=n} ۲^{k-۱} = ۱ + ۲^{۱} + ۲^{۲} + ... + ۲^{n-۱} = ۲^{n} - ۱$$

و

$$\sum_{k=۱}^{k=n} a \times ۲^{k-۱} = a(۲^{n} - ۱)$$

راحساب کرده‌وبازهم مسأله راتعمیم داده ومجموع قوای متوالی هرعـدد دلخواه را به صورت زیر به دست آورده است(۱) :

$$\sum_{k=۱}^{k=n} a^{k} = a^{۱} + a^{۲} + a^{۳} + ...a^{n} = \frac{a(a^{n} - ۱)}{a - ۱}$$

(۱)ـ رجوع‌کنید به «قربانی:کاشانی‌نامه» ص ۱۵۰ به بعد

د ـ چند نوع تصویر جسم‌نما از مخترعات بیرونی

۵/۱۶ـ استاد در پایان کتاب «آثارالباقیه»[۱] چند روش برای تصویر جسم‌نما بیان کرده وکارهای دیگران را دراین باره شرح داده ونقایص آنها را خاطرنشان کرده وراه اصلاح آن نقایص را با ذکر روشهایی که خود اختراع کرده نشان داده است که دراینجا به شرح آنها می‌پردازم.

بیرونی دراین مورد اصطلاح «تسطیح»را بکاربرده است. اما چون این اصطلاح امروزه به معنای دیگری درهندسهٔ ترسیمی ورقومی بکار می‌رود برای آنکه اشتباهی رخ ندهداصطلاح «تصویر» را به جای آن بکارمی‌برم. ضمناً خاطر نشان می‌کنم که تنها به ترجمهٔ عبارات عربی «آثارالباقیه»اکتفا نکرده ومطالب‌را به وجهی که قابل درك باشد بیان کرده‌ام وبرای آنکه مطالب ازهم تفکیك شوند برای هرمطلب عنوانی انتخاب کرده‌ام.

ونیز خاطرنشان می‌کنم که **بیرونی** این روشهای تصویر را هم در نجوم برای تصویر صورتهای سماوی برصفحهٔ استوای فلکی وهم درجغرافیا برای تصویر موضع شهرها برصفحهٔ استوای زمین بکار برده وپس‌ازبیان فایدهٔ تصاویر درنجوم وجغرافیا نوشته است:

«وازهیچکس دراین باره مطلبی نیافتم تا آن را نقل کنم، ولی آنچه را به

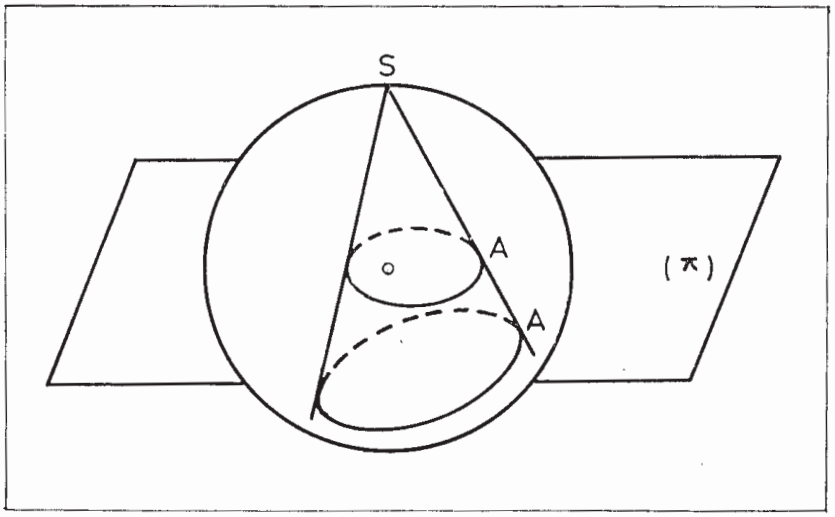
---

(۱)ـ آثارالباقیه»صفحات ۳۵۷ تا ۳۱۱ ـ «ترجمهٔ فارسی آثارالباقیه» صفحات ۴۱۵ تا ۴۲۲

خاطرم می‌رسد بیان می کنم»[۱] وبه این ترتیب با صراحت کامل بیان کرده است که این روشها از اختراعات خود او است.

۵/۱۷ـ **تصویرمخروطی** ـ استاد درتعریف تصویرشکلهای کروی بریك صفحه می گوید[۲]:

تصویردایره‌های عظمیه وصغیره ونقاطی که برسطح کره واقع هستندبرصفحه به این طریق امکان‌پذیراست که صفحهٔ یکی ازدایره‌های عظیمهٔ کره راصفحهٔ‌تصویر ویکی ازدوقطب[۳] آن دایره مثلا S را مرکزتصویر قراردهیم. دراین صورت تصویرهرنقطه مانند A از کره (واقع درنیمکره‌ای که مرکز تصویردرآن واقع نیست) عبارت خواهد بود ازفصل‌مشترك خط راست SA با صفحهٔ تصویر π وتصویر



(شکل ۴۲)

(۱)ـ «آثارالباقیه» ص ۳۵۷سطرهشتم: «ولم‌اجد لاحدقولافی ذلك فاحکیه ولکنی اذکرفیه‌مایخطربالی‌فیلعذرالناظر»

(۲)ـ «آثارالباقیه» ص۳۵۷: «واقول‌ان‌تسطیح...»

(۳)ـ رجوع‌کنید به شمارهٔ ۳/۱۴۳

هردایره مانند (C) از کره (واقع درنیمکره‌ای که مرکز تصویردرآن واقع‌نیست) عبارت خواهد بود ازفصل مشترك صفحهٔ تصویر با سطح مخروطی که رأس آن نقطهٔ S و دایرهٔ هادی آن دایرهٔ (C) باشد. (واضح است که باید فقط یك نیمکره را تصویر کرد.)

این نوع تصویرمخروطی در اسطرلاب به‌کار می‌رود. دراسطرلاب شمالی‌قطب جنوب را مرکزتصویرقرارمی‌دهند ودراسطرلاب جنوبی قطب شمال را. (صفحهٔ تصویر درهردومورد‌صفحهٔ معدل‌النهاراست).

واضح است که دراین نوع تصویر تصویرمدارها که به موازات صفحهٔ تصویر هستند دایره، وتصویر نصف‌النهارها که ازمرکز تصویر می‌گذرند پاره خطهای راست خواهند بود.

سپس استاد می‌گوید[۱]: **ابوحامد صغانی*** به جای‌آنکه مرکز تصویر را یکی ازدرقطب صفحهٔ تصویرانتخاب کند نقطه‌ای ازمحور صفحهٔ تصویر راکه در داخل یا درخارج کره واقع باشد مرکزتصویراختیار کرده است وواضح است که در این صورت تصویر (دایره)ها مرکب خواهند بود ازخط راست یا دایره یا بیضی ویا سهمی ویا هذلولی[۲] (فصل مشترکهای مخروط مصور با صفحهٔ تصویر برحسب اوضاع مختلف آنها) وپیش‌از **صاغانی** این نوع تصویر عجیب سابقه نداشته است.

۵/۱۸ـ **تصویراستوانی**ـآن‌گاه **بیرونی** ازیك‌نوع تصویر که‌خودمخترع

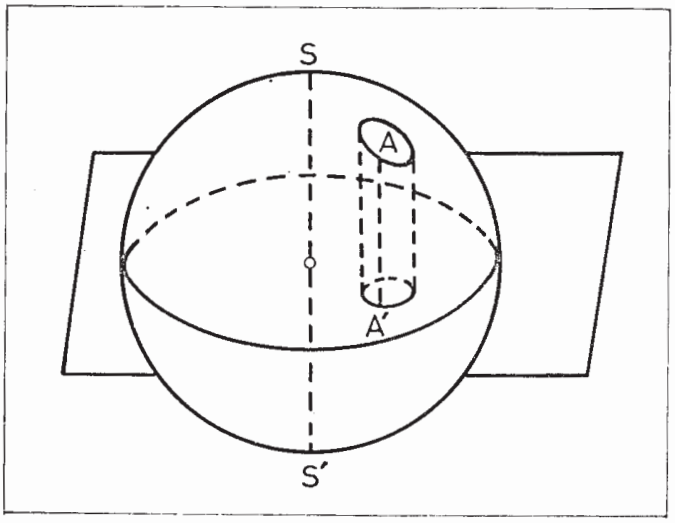
---

(۱)ـ «آثارالباقیه» ص۳۵۷: وقدنقل‌ابوحامدالصغانی رأس‌المخروطات عن القطبین...»

(۲)ـ اصطلاحات بیضی وسهمی وهذلولی را به ترتیب به جای «قطع‌ناقص»و «قطع مکافی» و«قطع زاید» به‌کار برده‌ام. رجوع‌کنید به شمارهٔ ۳/۱۴۹

آن است سخن به میان می‌آورد ومی گوید: نوع دیگری ازتصویرهست که من آن را **تصویر استوانی** نامیده‌ام وهیچك ازاصحاب این‌صناعت پیش‌ازمن آن‌را ذکر نکرده است[۱] . شرح این گونه تصویرازاین قراراست :

محور صفحهٔ‌تصویر را، یعنی‌محور دایـرهٔ عظمیه‌ای کـه صفحهٔ آن را صفحهٔ تصویر اختیار کرده‌ایم ، S′S می‌نامیم‌وبرای تصویر کردن نقطه‌ای مانندA ازسطح



(شکل ۴۳)

کره خطی ازآن نقطه به موازات S′S رسم می کنیم تا صفحهٔ تصویـر را در نقطهٔ A′ که تصویرنقطهٔ A خواهد بود قطع کند .

تصویر هر دایره متعلق به سطح کره عبارت خواهـد بـود از فصل مشترك استوانه‌ای که قاعده‌اش همان دایره ومولدش موازی با محورتصویرباشد. (ایـن‌در واقع همان تصویرقائم است که امروزه به‌کار می‌بریم.)

واضح است که دراین نوع تصویر (دایره‌ها) فقط یا خط ویا دایره ویا بیضی

(۱)- «آثارالباقیه» ص ۳۵۷: «ومنه نوع‌سمیته‌الاسطوانی ولم‌یتصل بی‌ان‌احـدا من‌اصحاب هذه‌الصناعة ذکره قبلی»

خواهند بود (زیرا می‌دانیم که تصویرقائم دایره بیضی است ـ مقصود این است که دراین تصویر دیگرسهمی وهذلولی به دست نخواهد آمد)

استاد می گوید : کتابی که با عنوان «فی‌استیعاب‌الوجوه‌الممکنه فی‌صنعة الاسطرلاب» تألیف کرده‌ام مشتمل برهمهٔ این تصویرها است. اما شکلهایی که در این نوع تصویر به دست می‌آیند با شکل اصلی که روی سطح کره است یکسان نیستند. زیرا طولهای متساوی که روی کره هستند درتصویر بسیار تغییرمی کنند، مخصوصاً اگر بعضی ازآنها نزدیك قطبها وبعضی دیگردورازآنها باشند .

بیرونی دراینجا علت اختراع این گونه تصویررا با وجودمعایبش توجیه می کند ومی گوید: غرض ازتشکیل اسطرلاب[۱] این نیست که‌شکلها ازحیث‌ظاهر یکسان باشند. بلکه مقصود آن است که بعضی ازآنها را ثابت نگاهداشته و بعضی را به حرکت درآورند. ونتیجه‌ای که ازاین حرکات دراسطرلاب به دست می‌آید با اختلاف اوقات درفلك موافق است (بنابراین به‌کاربردن این گونه تصویر در اسطرلاب اشکالی ایجاد نمی کند) .

سپس می گوید: غرض ازتصویر ستارگان ویا مواضع شهرها بر یك صفحه این است که به اوضاع نسبی آنها ازروی تصویر پی ببریم . اما خطهای راست با خطهای مستدیر(= منحنی) متناسب نیستند وهمچنین شکلهایی که برسطح کره هستند پس‌از تصویرتغییر می کنند. وناچار شکل تقریبی به دست می‌آید .

---

(۱)ـ دربارهٔ تاریخچه‌اسطرلاب وشرح انواع آن‌رجوع‌کنید به‌مقالهٔ پروفسور **هارتنر** (W. Hartner) در دایرةالمعارف اسلام چاپ جدید ردیف Asturlab ـ ویا به «دایرة ـ المعارف فارسی» ج۱ ص ۱۳۶ (اسطرلاب)

۵/۱۹ـ **تصویر دراسطرلاب مبطخ ـ استاد** می گوید[۱] : یکی ازراههایی که برای رسیدن به این مقصود اختیار کرده‌ام عمل اسطرلاب مبطخ[۲] است که وصف آن ازاین قرار است :

دایره‌ای دلخواه مانند (C) به مرکز O رسم می کنیم، وهرچه این دایره بزرگتر باشد بهتراست، وآن دایره را به وسیلهٔ دوقطرعمود برهم به چهارقسمت متساوی تقسیم می کنیم[۳] .

ویکی ازشعاعهای دایرهٔ (C) متعلق به این دوقطررا به نودقسمت متساوی تقسیم کرده نود دایرهٔ متحدالمرکز رسم می کنیم که مرکز مشترك آنها مرکز دایرهٔ (C) باشد و هریك ازآنها ازیکی ازنقاط تقسیم شعاع‌مذکور بگذرد. این دایره‌ها با هم موازی‌خواهند بود وفاصلهٔ آنها ازیکدیگرمتساوی‌است ($\frac{۱}{۹۰}$ شعاع دایره). سپس‌دایرهٔ (C) را به۳۶۰ قسمت متساوی(درجه)تقسیم کرده‌هریك ازنقاط تقسیم را به مرکز دایرهٔ (C) وصل می کنیم (به‌این ترتیب نود دایرهٔ (C) متحدالمرکز و۳۶۰ شعاع ازدایرهٔ (C) رسم می‌شود .)

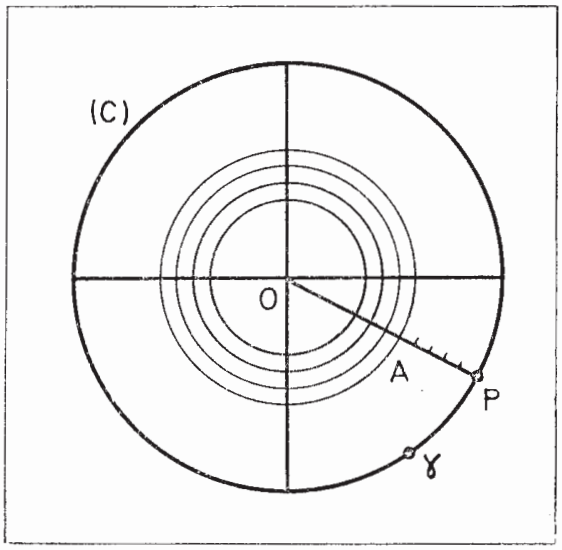
پس‌ازانجام دادن این عمل‌دایرهٔ (C) را **فلك‌البروج** (= دایرةالبروج) و مرکز آن O را یکی از دو قطب فلك‌البروج می انگاریم. وروی فلك‌البروج

---

(۱)ـ «آثارالباقیه» ص۳۵۸: «فاحدالطرق‌التی‌تؤدینا‌الی‌ذلك‌هوعمل‌الاصطرلاب المبطخ...»

(۲)ـ درالتفهیم فارسی(ص۲۹۷) آمده است: وزاسطرلاب لونی است او رامبطخ خوانند ومقنطراتش ومنطقةالبروج اندروگردنبوند ولکن فشردهٔ پهن چون **خربزه** وزین‌جهت مبطخ خوانند (بطیخ = خربزه)

(۳)ـ ازتقسیم این دایره‌به چهارقسمت متساوی، دراعمال بعداستفاده‌نشده است(!)



(شکل ۴۴) (۱)

(یعنی دایرهٔ C) نقطه‌ای مانند γ اختیار کرده آن را **اول برج حمل** فرض می کنیم، و مواضع (= مختصات) ستارگان را از روی کتاب «مجسطی» ویا ازروی زیج **محمدبن جابر بتانی*** یا «کتاب‌الکواکب‌الثابته» تألیف **ابوالحسین صوفی** * در زمان مفروضی به‌دست‌می‌آوریم. آن گاه یکی‌ازستارگان‌را که در نیمکره‌ای که‌می‌خواهیم تصویر کنیم‌واقع‌است می گیریم واندازهٔ‌بعدآن ستاره را ابتدا ازنقطهٔ γ درجهت از راست به چپ روی دایرهٔ (C) جدا می کنیم. نقطهٔ P که به این ترتیب به‌دست می‌آید فاصله‌اش روی دایرهٔ (C) ازنقطهٔ γ (یعنی اندازهٔ قوس Pγ) مساوی با طول ستارهٔ مفروض خواهد بود.سپس نقطهٔ P را به‌مرکزدایرهٔ (C) یعنی نقطهٔ O وصل می کنیم. وابتدا ازنقطهٔ P روی شعاع‌مذکور به‌اندازهٔ عددی که‌عرض ستارهٔ مفروض‌است ازدایره‌های‌متحدالمرکز مذکورمی‌شماریم تا به نقطهٔ A برسیم. این نقطه موضع‌ستارهٔ مفروض خواهدبود. نقطهٔ A را به اندازه «قدر» ستارهٔ مفروض (ازقدرهای ششگانه) رنگ زرد یاآبی می‌زنیم. سپس همین عمل را برای همهٔ ستارگانی که‌عرض‌آنها دریك‌جهت‌هستند (یعنی همهٔ ستارگانی که درنیمکرهٔ شمالی واقع‌اند و یا درنیمکرهٔ جنوبی) انجام

(۱)ـ شکل۴۵ نه‌کامل است ونه به اندازهٔ حقیقی وفقط برای توضیح مطلب رسم شده است .

می‌دهیم. به‌این‌ترتیب تصویر همهٔ ستارگانی که دریك‌نیمکره هستند به‌دست‌می‌آید. سپس این عمل را برای ستارگانی که درنیمکرهٔ دیگرهستند نیزانجام می‌دهیم تا مواضع آنها به دست آیند. واین مواضع را به رنگ لاجوردی درمی‌آوریم تا از ستارگان واقع درنیمکرهٔ اول ممتاز باشند.

پس ازآنکه مواضع ستارگان یك نیمکره به دست آمد ستارگانی راکه متعلق به هریك از صورتهای سماوی (مانند دب اکبرو فرس‌اعظم وغیره) هستند درنظر می‌گیریم وشکل‌صورت سماوی مذکور را رسم می‌کنیم.

بیرونی پس‌ازشرح دادن این نوع تصویر که آن را برای اسطرلاب مبطخ اختیار کرده می‌گوید[۱]: «اما این نوع تصویررا نمی‌پسندم‌زیراصورتهای‌سماوی که درفلك‌البروج هستند تصاویرشان را نمی‌توان به‌طورکامل رسم کرد. چه‌تصویر بعضی‌ازآنهادرتصویر یك‌نیمکره واقع می‌شود وتصویر بعضی دیگر درنیمکرهٔ دیگر. اگرهم (برای‌آنکه تصویر همهٔ صورتهای فلکی به‌طورکامل رسم شوند) در خارج دایرهٔ (C) نود دایرهٔ متحدالمرکز رسم کنیم که مرکزهمهٔ آنها نقطهٔ O یعنی مرکز دایرهٔ (C) باشد (و۳۶۰ شعاع مذکور را امتداد دهیم) واضح است که‌کار ازنظام خارج خواهد شد. زیرا ستارگانی که تصاویرشان‌درخارج دایرهٔ (C)واقع می‌شوند وضع نسبیشان با وضع نسبی ستارگان در کرهٔ سماوی بسیار اختلاف پیدا خواهد کرد، چه اگر مرکز دایرهٔ (C) را قطب شمال بگیریم ستارگانی که در حوالی قطب جنوب هستند تصاویرشان بسیار پراکنده می‌گردد. به قسمی که‌از اندازهٔ معمولی خارج می‌شود، وشبیه تصویر کسی می‌شود که بخواهد ستارگان را

(۱)- «آثارالباقیه» ص۳۵۸: «ولکنا نکرهه‌من اجل‌ان‌الصورالتی علی‌فلك‌البروج لایمکن فیه‌اتمام تصویرها بل‌یقع‌بعض‌اعضائها فی‌هذا النصف والباقی فی‌ذلك...»

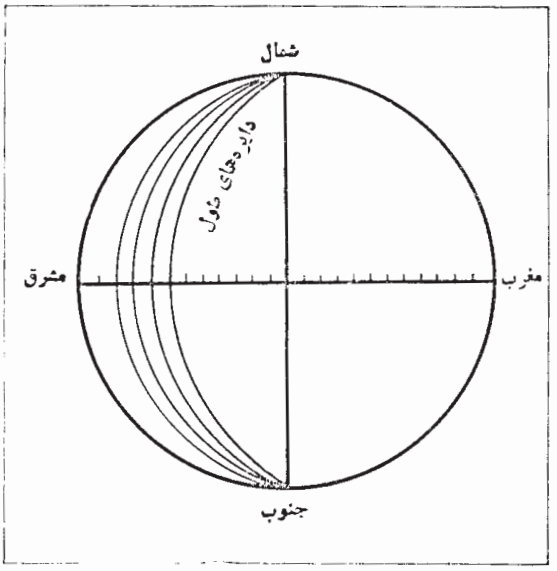
برصفحهٔ دایره‌ای که ازدوقطب فلك‌البروج می گذرد مانند تصویر اسطرلابی تصویر کند، ودر این تصویر ستارگانی که نزدیك محیط هستند تصاویرشان به هم بسیار نزدیك می‌شود و آنهایی که در حوالی مرکز تصویر واقع می‌شوند از هم دور می‌افتند .

استاد پس ازذکر نقایص این نوع تصویرمی گوید[۱] : «برای رفع این‌عیب تدبیر دیگری اندیشیده‌ام که به وسیلهٔ آن بعضی ازمعایب طریقهٔ قبل مرتفع می گردد وآن این است :

۵/۲۰ـ **نوعی دیگرازتصویر**ـ دایره‌ای رسم کرده آن را به چهار قسمت متساوی تقسیم می کنیم و در نقاط تقسیم اسامی جهات چهار گانه (مشرق و مغرب وشمال وجنوب) را می‌نویسیم. وشعاعهایی را که ازچهارنقطهٔ تقسیم‌می گذرد به طور نامحدود امتداد می‌دهیم. وهریك از چهار شعاع مذکور را به نود قسمت متساوی تقسیم می کنیم. وهمچنین محیط دایره را به ۳۶۰ جزء متساوی قسمت می کنیم. سپس روی خط مشرق ومغرب مراکز دایره‌هایی را جستجومی کنیم که هریك ازآنها ازیکی از نقاط تقسیم قطر وازنقطهٔ شمال وجنوب بگذرد[۲] . سپس قسمتهایی ازاین دوایر راکه در داخل دایرهٔ اول واقع می‌شود رسم می کنیم. به‌این ترتیب ۱۸۰ قوس حاصل‌می‌شود که قطر (مشرق ومغرب) به وسیلهٔ آنها به قسمتهای‌متساوی‌تقسیم می گردد و همهٔ آنها از نقاط شمال وجنوب می گذرند .

(۱)ـ«آثارالباقیه» ص۳۵۹: فنحتال‌له‌حیلة اخری نزیل‌عنها بعض‌ماکرهناه‌فی‌العمل المقدم...»

(۲)ـ روش‌یافتن این مراکز را بعداً شرح می‌دهد. رجوع‌کنید به شمارهٔ ۵/۲۲

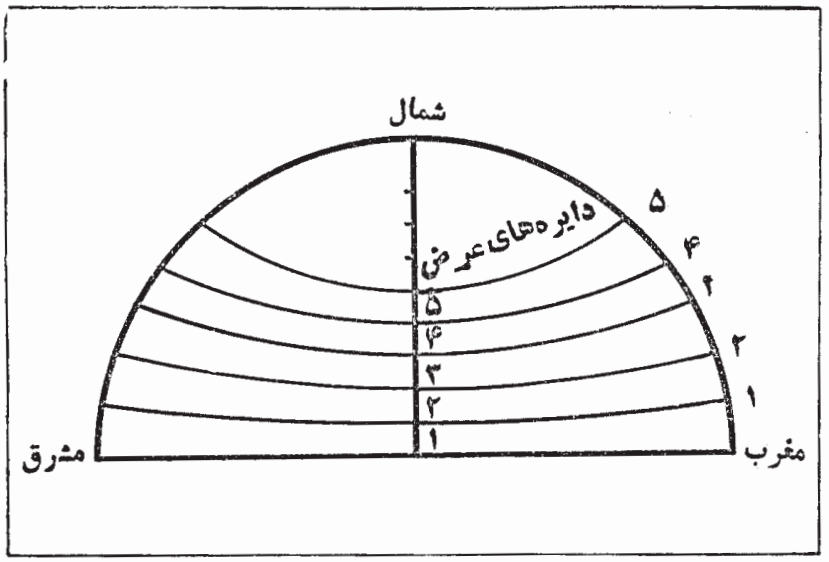


(شکل ۴۵) (شکل به‌اندازهٔ واقعی نیست)

اینها را **دایره‌های طول** می‌نامیم.(۱)

سپس در امتداد شعاعی که از نقطهٔ شمال می‌گذرد مراکز دایره‌هایی راجستجو می‌کنیم که دارای شرایط زیر باشند:

اگر ربع دایره‌ای که نقطهٔ مغرب را به نقطهٔ شمال وصل می‌کند به نود



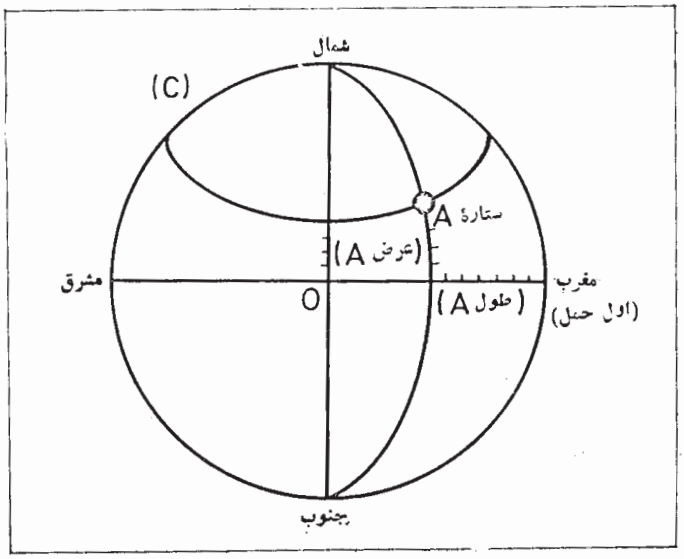
(شکل ۴۶) (شکل به‌اندازهٔ واقعی نیست)

قسمت متساوی (درجه) تقسیم کنیم و نقاط تقسیم را ازطرف نقطهٔ مغرب به طرف نقطهٔ شمال از ۱ تا ۹۰ شماره بگذاریم وهمچنین شعاعی که مرکزرا به نقطهٔ شمال

(۱)- شکلهای ۴۵ و۴۶ نه‌کامل است ونه به اندازهٔ حقیقی و فقط برای توضیح مطلب رسم شده است.

وصل می کند به نود قسمت متساوی تقسیم کرده آنها را ازمرکز به طرف نقطهٔ شمال از ۱ تا ۹۰ شماره بگذاریم هردایره باید از نقاط تقسیمی که روی ربع دایره وروی شعاع دارای یك شماره هستند بگذرد. قوسهایی ازهمهٔ این دایره‌ها راکه در داخل دایرهٔ اول واقع می‌شوند رسم می کنیم. نود قوس به دست می‌آید. سپس عین این عمل‌رادرطرف جنوب‌انجام می‌دهیم نود قوس دیگرحاصل می‌شود. این ۱۸۰ قوس دایره راکه هریك از دوایرطول به وسیلهٔ آنها به ۱۸۰ قسمت می‌شود **دایره‌های عرض** می‌نامیم.

سپس نقطهٔ مغرب را اول حمل وخط مشرق ـ مغرب را منطقه البروج می‌انگاریم وابتدا ازنقطهٔ اول حمل روی خط مغرب ـ مشرق (که آن را دایرة البروج انگاشته‌ایم) درجات طول ستاره را می‌شماریم تا به دایرهٔ طول آن ستاره برسیم: بعد روی دایرهٔ طول به عدهٔ درجات عرض ستارهٔ مفروض جدا می کنیم تا به دایرهٔ عرض ستاره برسیم وموضع ستارهٔ مفروض به دست آید.



(شکل ۴۷)

به این ترتیب تصویر یك نیمکره حاصل می‌شود. سپس شکل دیگری رسم می کنیم که در آن نقطهٔ مغرب را اول «میزان» می‌انگاریم وعمل را ادامه می‌دهیم تا تصویر نیمکرهٔ دیگر به دست آید. بعداً همانگونه که در روش قبل ذکر کردیم ستارگانی را که صورت سماوی تشکیل می‌دهند در نظر گرفته شکل صورت‌سماوی را رسم می کنیم.

۵/۲۱ـ **مورداستعمال روش فوق درجغرافیا.** **استاد** گفته است: اگر بخواهیم نقشهٔ شهرها را رسم کنیم شکلی مانند شکل فوق رسم می کنیم، با این تفاوت که ازنقطهٔ مغرب تقسیماتی مساوی با طول شهر مفروض وروی دایرهٔ طول مقدار عرض آن را جدا می کنیم تا موضع شهر به دست آید. وهمچنین برای نیمکرهٔ دیگر نقشه‌ای دیگر تشکیل می‌دهیم و این **طریق صناعی**(۱) برای این عمل است.

۵/۲۲ـ **روش تعیین مراکزدایره‌های طول**ـ پس ازبیان دستورالعمل فوق **استاد** به استدلال صحت آن می‌پردازد ومی گوید (۲):

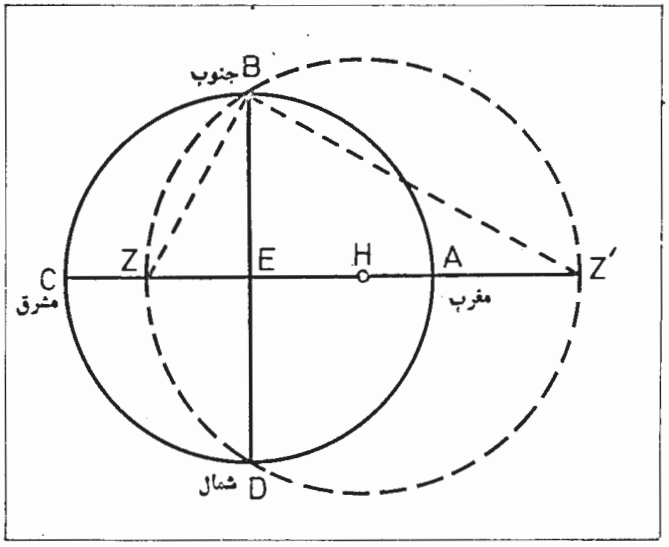
اما کسانی هستند که می‌خواهند طول وعرض ستارگان را حساب کرده‌آنها را درجداولی قرار دهند واستفاده ازاین جداول را براعمال صناعی‌ترجیح‌می‌دهند. وبنابراین برما واجب است که طریقهٔ یافتن قطرهای دایره‌های‌طول وعرض ومقدار دوری مراکز آنها را ازمرکز دایرهٔ تصویر بیان کنیم تا مقصودمان به طورکامل حاصل شود:

---

(۱)ـ مقصود ازطریق صناعی روش عملی‌یعنی‌درواقع دستورالعمل تهیهٔ تصویراست. بیرونی پس‌ازبیان این دستورالعمل چنانکه خواهیم دید برهان صحت آن را می‌آورد.

(۲)ـ «آثارالباقیه» ص۳۶۰: «ومن‌الناس‌من یمیل الی‌الحسبانات ویحصلها فی جداول ویوثرها علی‌الاعمال‌الصناعیه...»

دایرهٔ ABCD را به مرکز E رسم کرده آن را به وسیلهٔ دوقطرعمود برهم AEC وBED به چهار قسمت متساوی تقسیم می کنیم. ونقطهٔ A را مغرب و نقطهٔ B را جنوب ونقطهٔ C را مشرق ونقطهٔ D را شمال می‌نامیم. وهـریك ازچهار شعاع OA وOB وOC وOD را به ۹۰ قسمت متساوی ودایره را به ۳۶۰قسمت متساوی (درجه) تقسیم می کنیم.



(شکل ۴۸)

اکنون به عنوان مثال نقطهٔ Z را روی شعاع OC می گیریـم. می‌خـواهیم مرکز دایرهٔ BZD راکه یکی ازدوایر طول است معین کنیم. ایـن مـرکز روی شعاع EA ویا روی امتدادآن واقع‌است. فرض می کنیم که این دایره به طورکامل رسم شده باشد ومرکز آن را H وانتهای دیگـرقطر آن را Z′ می‌نـامیم. مثلث ZBZ′ قائم‌الزاویه است وداریم :

$$EZ.\ EZ' = EB^{2} \qquad (1)$$

اما $EZ' = EH + HZ'$ و $HZ' = HZ$ پس رابطهٔ (۱) به‌صورت زیردرمی‌آید:

$$EZ(EH + HZ) = \overline{EB}^{۲}$$

بنابراین $$EH + HZ = \frac{\overline{EB}^{۲}}{EZ} \qquad (۲)$$

اگر $\frac{۱}{۹۰}$ شعاع EC را واحد بگیریم فاصلهٔ EZ برحسب این واحد معلوم است. این طول‌را a می‌نامیم. EB نیز برحسب همان واحد معلوم ومساوی با ۹۰است. پس نظر به‌رابطهٔ (۲) داریم:

$$EH + HZ = \frac{(۹۰)^{۲}}{a} = \frac{۸۱۰۰}{a}$$

اکنون به دوطرف این تساوی مقدار $EZ = a$ را می‌افزاییم:

$$EH + HZ + EZ = \frac{۸۱۰۰}{a} + a$$

از روی شکل ۴۸ واضح است که طرف چپ این تساوی مساوی با $EH + HZ' + EZ$یعنی مساوی‌با ZZ' ویا $۲HZ$ است. پس:

$$HZ = \frac{۱}{۲}\left(\frac{۸۱۰۰}{a} + a\right)$$

به این ترتیب طول شعاع دایرهٔ مذکوریعنی فاصلهٔ مرکزآن ازنقطهٔ معلوم Z به دست آمد ومی‌توان مرکزآن H را روی امتداد قطرCA به وسیلهٔ پرگار یافت. این عمل ما را از محاسبهٔ فاصلهٔ دومرکزیعنی طول EH بی‌نیاز می‌دارد. اگر بخواهیم EH را حساب کنیم چون $ZE = a$وHZ معلوم است داریم:

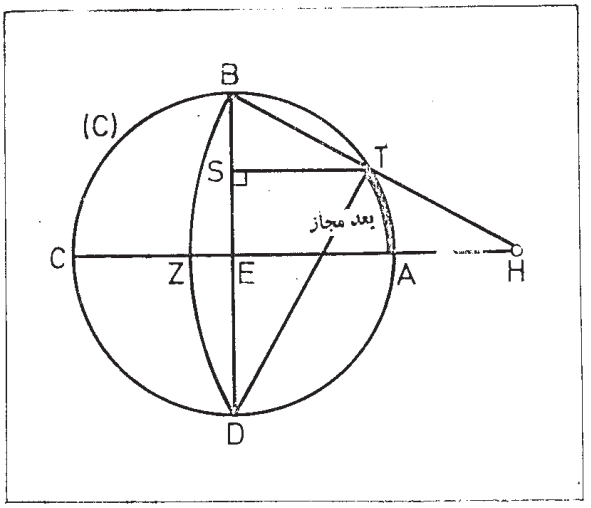
$$EH = ZH - ZE$$

واین بودحل مسأله ازراه محاسبه.

۵/۲۳ـ **بعدمجازومحاسبهٔ آن**ـ در اینجا **بیرونی** پس‌ازشرح چگونگی

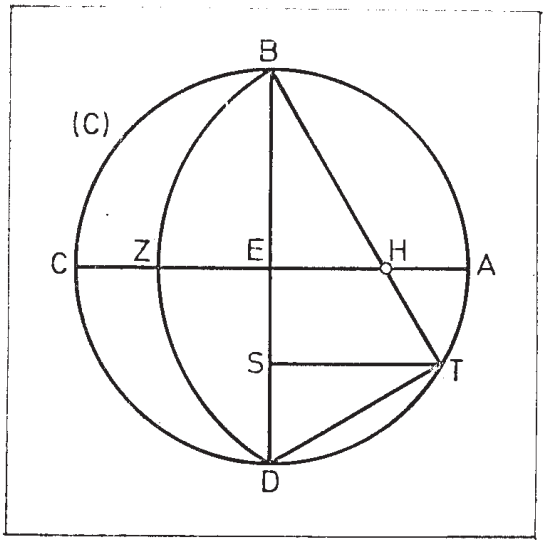
یافتن مرکزدایرهٔ طول اصطلاح تازهٔ **بعدمجاز** را تعریف کرده چگونگی یافتن آن را بیان می کند:

اگر نقطهٔ B یعنی نقطهٔ جنوب را به نقطهٔ H یعنی مرکز دایرهٔ طول BZD وصل کنیم تا دایره را در نقطهٔ T قطع کند، قوس AT را **بعدمجاز** می‌نامیم. برای یافتن اندازهٔ بعدمجازعمود TS را برBD فرودآورده نقطهٔ T را به D وصل می کنیم.



(شکل ۴۹) صورت اول: مرکز H خارج ازدایرهٔC است

چون اضلاع‌مثلث قائم‌ـ الزاویهٔ BEH برحسب واحد $\frac{1}{90}$ شعاع دایرهٔ (C) معلوم است (EB = ۹۰ وEH را قبلا حساب کردیم‌پس‌وترBH رانیزمی‌توان حساب کرد.) می‌توانیم اندازهٔهر ضلع آن مثلث را با واحدی که $\frac{1}{60}$ شعاع‌دایره باشدحساب کنیم. به این طریق که اندازهٔ هر ضلع



(شکل ۵۰) صورت دوم: مرکزH درداخل دایرهٔ(C) است

را در۶۰ ضرب کرده حاصل را به ۹۰ تقسیم می کنیم. به این‌ترتیب اندازه‌های اضلاع مثلث BEH برحسب کسرهای شصتگانی به دست می‌آید (به فرض‌آنکه

شعاع دایره ۶۰ باشد)

اما سه مثلث قائم‌الزاویهٔ BEH و BTD و TSD متشابه می‌باشند و داریم :

$$\text{(الف)} \quad \frac{HE}{HB} = \frac{DT}{DB}$$

و

$$\text{(ب)} \quad \frac{ST}{DT} = \frac{EB}{BH}$$

بنابراین DT ازروی رابطهٔ (الف)معلوم می‌شود :

$$DT = \frac{HE.DB}{HB}$$

وسپس ST ازروی رابطهٔ (ب) به دست می‌آید :

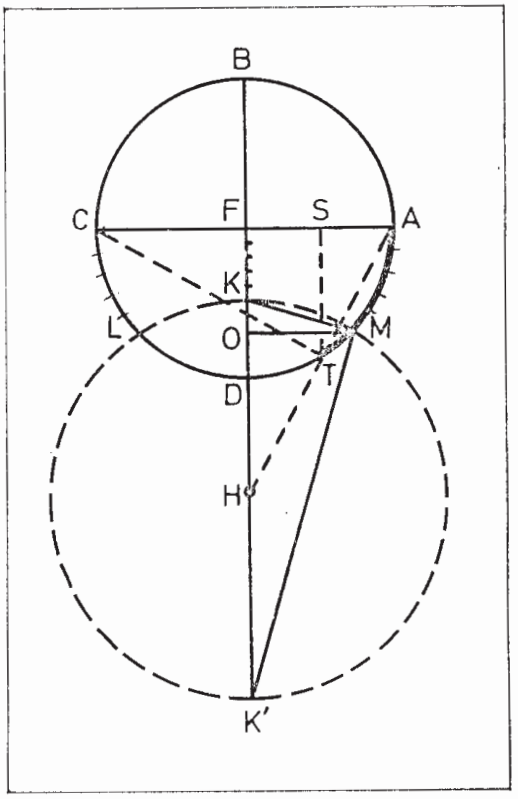
$$ST = \frac{DT.EB}{BH}$$

اما برحسب آنکه مرکز H درخارج دایرهٔ (C) ویا درداخل آن باشد دو صورت رخ می‌دهد .

درشکل ۴۹ پیداست که TS جیب قوس BT ودر شکل ۵۰ پیداست که TS جیب قوس DT است. پس درهردوحالت اگرقوس نظیرجیب TS را درجدول جیبها به دست آورده و آن را از ۹۰ درجه کم کنیم قوس AT یعنی **بعدمجاز** حاصل‌می‌شود[۱] . (دراینجا **بیرونی** راه‌دیگری‌نیز برای به‌دست آوردن‌بعدمجاز بیان کرده است که ازآن صرف‌نظرمی کنم) .

(۱)- خاطر نشان می‌کنم‌که در «آثارالباقیه» چاپ زاخاو، صفحهٔ ۳۹۱ سطر دوم درحروف اشتباه شده وباید چنین باشد: «ونقسم‌المجتمع علی **ح ب** فیخرج **د ط** ثم نضرب **د ط** فی **ب ح** ونقسم‌المجتمع علی **ح ب** فیخرج **ط س**»

۵/۲۴ـ **روش تعیین مراکز دایره‌های عرض**ـ یکی از دایره‌های عرض مثلا دایرهٔ LKM را درنظر می گیریم ومرکز آن را H می‌نامیم. ابتدا ملاحظه می کنیم که بنابرآنچه درشمارهٔ ۵/۲۰ گفتیم اندازه‌های دوقوس AM وCL و پاره خط FK هرسه ازحیث عدد یکی هستند و فقطآحادی که برای اندازه گرفتن آنها به‌کار می‌رود با هم فرقدارند (مثلا اگر قوس AM مساوی با $\frac{5}{360}$ دایره باشد پاره خط FK هم $\frac{5}{90}$ شعاع است واندازهٔ هردو با عدد ۵ نشان داده می‌شود)



(شکل ۵۱)

اکنون ازنقطهٔ M عمود MO را برقطر BD فرود می‌آوریم. OM جیب‌قوس DM است که اندازهٔ آن معلوم‌می باشد. و FO جیب قوس AM است که‌آنهم معلوم‌است. اکنون مقدار FKرا که‌برحسب $\frac{1}{90}$ شعاع دایره معلوم است برحسب واحد $\frac{1}{60}$ شعاع دایره حساب می کنیم وسپس تفاصل $KO = FO - KF$ را به دست می‌آوریم.

اگردایرهٔ LKM راکامل کرده انتهای دیگر قطری را که ازK می گذرد K′ بنامیم، واضح‌است که مثلث KMK′ قائم‌الزاویه‌وMO ارتفاع‌آن‌است‌وداریم

$$OM^{2} = OK.OK'$$

واز آنجا $$OK' = \frac{OM^2}{OK}$$

و $$KH = \frac{KK'}{2} = \frac{1}{2}(K'O + KO) = \frac{1}{2}\left(\frac{OM^2}{OK} + OK\right)$$

پس فاصلهٔ مرکز H ازنقطهٔ K برحسب $\frac{1}{10}$ شعاع دایرهٔ ABC معلوم‌است ومی‌توان آن را به‌وسیلهٔ پرگار معین کرد.

۵/۲۵ـ **تعیین قوس مجاز** ـ درشکل ۵۶ نقطهٔ A را بـه نقطهٔ H وصـل می‌کنیم تا دایره را درنقطه T قطع کند. دراینجا **قوس مجاز** قـوس AT است. برای تعیین آن نقطهٔ T را به C وصل‌کرده ازنقطهٔ T عمود TS را بـرقطرAC فرودمی‌آوریم وملاحظه می‌کنیم که‌دومثلث قائم‌الزاویه ACT وAHF متشابه‌اند

داریم $$\frac{AC}{TC} = \frac{AH}{FH}$$

وازآنجا $$TC = \frac{AC \times FH}{AH}$$

بنابرایـن TC معلوم است. ازطـرف دیگر دومثلث CST و HFA متشابـه‌انـد و داریم:

$$\frac{TC}{SC} = \frac{AH}{FH}$$

و از آنجا

$$SC = \frac{TC.FH}{AH}$$

پس SC نیز معلوم است. وچون SC معلوم شد SA هم که تفاضل قطر AC با SC است معلوم می‌شود. اکنون واضح است که درمثلث قائم‌الزاویه ATC کـه TS ارتفاع آن است داریم $$TS^2 = SC.SA$$

واز آنجا $TS = I/SC.SA$

TS **جیب بعد مجاز است** وچون قوس نظیر آن را بیابیم بعدمجاز به‌دست‌می‌آید.

(دراینجا نیز **بیرونی** راه دیگری برای به‌دست‌آوردن قوس مجاز بیان کرده است که ازآن صرف‌نظر می کنم)

بخش ششم

تحقیق دربارهٔ مقالهٔ سوم کتاب «قانون مسعودی»

مشتمل بر: مختصری دربارهٔ کتاب «قانون‌مسعودی» ـ موضوع مقالهٔ‌سوم آن کتاب وچگونگی این بخش‌ازکتاب حاضر ـ مقدمهٔ مقالهٔ سوم«قانون‌مسعودی» باب اول ـ باب دوم ـ باب سوم ـ باب چهارم ـ تحقیقات دیگر استاددر بارهٔ تثلیث‌زاویه ـ دنبالهٔ باب چهارم ـ باب پنجم ـ باب ششم ـ باب‌هفتم ـ سه باب آخر

الف ـ مختصری دربارهٔ کتاب «قانون مسعودی»

۱/۶ـ کتاب«القانون‌المسعودی» یکی ازمهمترین ومفصلترین آثار **بیرونی** است[۱]. این اثر نفیس و بی‌مانند درحقیقت دایرةالمعارفی است که زبدهٔ معلومات

(۱)ـ مفصلترین‌کتابی‌که استاد در فهرست آثارخود پیش ازپایان یافتن «قانون مسعودی» ذکرکرده است‌کتاب «تحقیق‌ماللهند» است‌که عدهٔ اوراق آن را ۷۰۰ ورقه تعیین کرده است. متن‌کتاب «قانون مسعودی» چاپ حیدرآبادمشتمل‌بر ۱۴۸۷ صفحه است.

مربوط به هیئت ونجوم ومثلثات کروی وجغرافیای ریاضی عصر **بیرونی** را در بر دارد وازامهات کتابهایی است که درعلوم مذکور در طی قرون متوالی مورد اعتماد ومراجعه واستفادهٔ ریاضی‌دانان‌ومنجمان بزرگ‌دورهٔ اسلامی بوده وهمواره‌دانشمندان نکات دقیق ومطالب عمیق آن را موردبحث وتحقیق قرار داده‌اند.

مثلا ریاضی‌دان بزرگ ایرانی **غیاث‌الدین جمشید کاشانی** رئیس‌رصدخانه سمرقند درنامه‌ای که، درحدود چهارصدسال بعداز تألیف «قانون مسعودی»، از سمرقند برای پدرش که مقیم‌کاشان بوده فرستاده است[۱] به اینکه نکته‌ای ازآن کتاب موردبحث ریاضی‌دانان بوده اشاره کرده ونوشته است[۲]:

«روزی بندگی حضرت سلطنت[۳]، خلدالله‌ملکه وسلطانه به مطالعه‌مشغول بود و**قاضی‌زادهٔ رومی** در آن مجلس بوده، حوالت برهانی به «قانون مسعودی» کرده بودند. درآن مجلس قانون را حاضر فرمودند، آن برهان‌را طلبیده درآن، چون درمجلس محقق نمی‌شد، قاضی‌زاده قانون را به وثاق برده که تحقیق کند، بعدازدو روز بازبرده وگفته‌همانا دراین‌محل تَرکی (= افتادگی) هست که‌مسئله به تمام ازآن بیرون نمی‌آید، نسخهٔ دیگر باید طلبید وبه آن مقابله کرد. این‌بنده درآن دوروز به حَمّی‌یومیه ازخانه بیرون نرفته، درآن حال پیش‌رفته بود. هنوز قاضی‌زاده‌درمجلس بود، همین که نظر بندگی‌حضرت سلطنت پناهی براین بنده‌افتاد، فرمود که‌مولانا این‌مسأله‌را بیرون آوردو«قانون مسعودی» به‌دست این‌بنده‌دادهمین که پنج شش سطر ازآن مسأله فروخواند، تمامی مسأله را بیان کرد، وهیچ ترک

(۱)ـ دربارهٔ این‌نامه رجوع‌کنید به «قربانی:کاشانی‌نامه» ص۳ به بعد

(۲)ـ رجوع‌کنید به «مجلهٔ آموزش وپرورش» سال دهم شمارهٔ سوم صفحهٔ ۱۲

(۳)ـ مقصود **الغ‌بیك** است.

درآن مسأله نبود...»

باری، استاد این اثر بزرك را درطی چندسال [۱] فراهم آورده وآن را بـه **سلطان مسعود غزنوی** تقدیم کرده است.

۲/۶ـ **نسخهٔ چاپی «قانون مسعودی»**ـ دانشمند آلمانی **ماکس کراوزه** (Max Krause)، که متأسفانه‌درسنین‌جوانی‌درجنك بین‌الملل دوم کشته‌شد[۲]، متن «قانون مسعودی» را با صرف‌چندسال وقت تصحیح کرده بود. ولی پیش‌ازآنکه آن متن تصحیح شده را بـه طبع برسانـد درسال ۱۹۴۳ میلادی در بمباران شهر هامبورك درگذشت. متن تصحیح‌شدهٔ اورا مادرش در اختیار جمعیت دایرةالمعارف عثمانیه گذاشت ودرحیدرآباد دکن در سه جلد درسالهای ۱۹۵۴ و۱۹۵۶ به چـاپ رسید. ولی متأسفانه، درنتیجه عدم دقت چاپ کنندگان، غلطهای زیادی دراین‌چاپ راه یافته است.

درپایان جلدسوم این چاپ دومقاله به زبان انگلیسی یکی به قلم پروفسور **وینتر** (H. J. J. Winter) بـا عنوان «مقام قانون مسعودی درتـاریخ علم» و دیگری به قلم **سیدحسن برنی** (S. H. Barani) با عنوان «بیرونی و قـانون مسعودی وی» به چاپ رسیده که بسیارقابل استفاده است.

از «قانون مسعودی» نسخه‌های خطی متعدد موجود است و دربارهٔ قسمتهایی

---

(۱)ـ دربین سالهای ۴۲۱ و۴۲۷ هـ ق.

(۲)ـ ازاین دانشمند یك مقاله دربارهٔ **بیرونی** و یك مقالهٔ پراززش دربارهٔ معرفـی نسخه‌های خطی ریاضی‌کتابخانـه‌هـای استانبول باقـی مانـده است. (رجوع‌کنید بـه «ایندکس اسلامیکوس» جلداول شماره‌های ۴۶۶۲ و۵۴۶۷

ازمطالب آن چندین مقاله به زبانهای اروپایی نوشته شده است[۱].

۳/۶ـ **فهرست مختصری ازمندرجات «قانون مسعودی»**ـ کتاب«قانون مسعودی» مشتمل بریازده «مقاله» است وهرمقالهٔ آن به چندین «باب» تقسیم شده است. **بیرونی** خود برای مقالات یازدهگانهٔ این کتاب‌عناوین جداگانه‌ای اختیار نکرده وفقط فهرست عنوانهای بابهای هرمقاله را آورده است.

نالینو (Carlo Alfonso Nallino) دانشمندخاورشناس‌ایتالیایی‌در کتاب نفیس «علم‌الفلك» مباحث مقالات یازدهگانهٔ «قانون مسعودی» را به صورت زیر خلاصه کرده است[۲] (شمارهٔ صفحاتی که دردنبال شمارهٔ هرمقاله ذکر کرده‌ام برای ارجاع به «قانون‌مسعودی» چاپ حیدرآباد است).

مقالهٔ اول (صفحات۲۱تا۹۳)[۳] : اصول‌ومبادی علم هیئت‌به اجمال‌واختصار.

مقالهٔ دوم (صفحات ۹۴تا ۲۷۰): گاهشماری اقوام‌وملل مختلف وتطبیق آنها با یکدیگر.

---

(۱)ـ رجوع‌کنید به «بوآلو» ص۲۱۰ و۲۱۱ـ درآنجا **بوآلو** فهرست‌مقالاتی‌را که تا سال۱۹۵۵ میلادی‌دربارهٔ «قانون مسعودی» نوشته شده آورده است. بایدآن‌فهرست را با مراجعه به متممهای اول ودوم‌کتاب «ایندکس اسلامیکوس»کامل‌کرد. ونیز رجوع‌کنیدبه قسمت زبانهای اروپایی‌درکتاب« نصر:کتابشناسی بیرونی»

(۲)ـ رجوع‌کنید به «تاریخ‌نجوم اسلامی» صفحات ۴۸ و۴۹

(۳)ـ این مقاله دارای یازده باب است وباب سوم آن (صفحات ۵۴تا۶۳) در تعریف دایره‌ها وقوسهای سماوی‌است ومطالعهٔآن برای‌کسانی‌که بخواهندبا تعاریف‌مقدماتی علم هیأت قدیم آشنا شوند یکی‌ازمنابع بسیارمفید است. عنوان‌این باب این است: «فی اقتصاص‌الدوائرالسماویه وصفة القابهاللتعریف‌فی‌الاستعمال»

مقالهٔ سوم (ص۲۷۱ تا ۳۶۰): علم مثلثات ومخصوصاً مثلثات کروی[۱]

مقالهٔ چهارم (ص۳۶۱تا۵۰۵): دایره‌های کرهٔ آسمانی ومختصاتی که ازآنها حاصل می‌شود، وآنچه به‌سبب حرکت روزانهٔ ظاهری کرهٔ آسمان برگرد زمین پدیدمی‌آید، همچون مطالع بروج درفلك مستقیم ووسعت مشارق ومغارب و ارتفاعهای خورشید در اقلیمهای مختلف وسپس شناسایی عرضهای بلاد به وسیلهٔ سایه‌های مقیاسها (المقاییس) وآنچه بدان ماند .

مقالهٔ پنجم (ص۵۰۶ تا ۶۰۵): صورت‌زمین وابعاد آن وچگونگی اندازه گرفتن طولهای بلاد ومحاسبهٔ مسافت میان دوشهر که طول وعرض آنها معلوم است وجهت قبله ومسایل گوناگون مربوط به طول و عرض جغرافیایی وتقسیم زمین به اقالیم وتعیین طول وعرض شهرهای معروف .

مقالهٔ ششم (ص۶۰۶ تا۷۲۴): حرکات خورشید وکیفیت بیان کردن آنها به وسیلهٔ اشکال هندسی .

مقالهٔ هفتم (ص۷۲۵تا۸۷۴): حرکات ماه‌وتوضیح آنها به وسیلهٔ اشکال‌هندسی وبیان اختلاف منظرهای ماه درارتفاع وطول عرض .

مقالهٔ هشتم (ص۸۷۵تا۹۸۵): اتصالات‌نیرین [= خورشیدوماه] وکسوفهای آنها ومحاسبهٔ رؤیت هلال .

مقالهٔ نهم (ص۹۸۶تا۱۱۵۸): ستارگان ثابت ومنازل قمردرآنها.

مقالهٔ دهم (ص۱۱۵۹تا۱۳۵۳): حرکات پنج ستارهٔ سرگردان [= سیارات] ازحیث طول وعرض وبیان آن به‌شکل هندسی وایستادن ورجوع این ستارگان

(۱)- این مقاله را دربند «ج» ازهمین‌بخش ازکتاب حاضر مورد بحث و تحقیق قراردادهام(شمارهٔ ۶/۱۰ به بعد)

وفواصل آنها اززمین و بزرگی و پیدایی وناپیدایی آنها وپوشیده‌شدن بعضی ازآنها به بعضی دیگر .

مقالهٔ یازدهم (ص۱۳۵۴تا۱۴۸۲) مسایلی ازحساب مثلثات کروی و علم هیئت کروی که اصحاب احکام نجوم برای‌کارهایی که می کنند به آنها نیاز دارند، همچون: تسویه بیوت دوازدهگانه ومحاسبهٔ اتصالات کواکب ومطارح شعاع و تیسیروتبدیل سالهای عالم وموالید وانتهاءات وممرّات وجزاینها.

ب ـ موضوع مقالهٔ سوم «قانون مسعودی» و چگونگی تدوین این بخش ازکتاب حاضر

۶/۴ـ موضوع مقالهٔ سوم [۱] کتاب «قانون‌مسعودی» بحث در مثلثات و مخصوصاً مثلثات کروی است که اساس ریاضی همهٔ استدلالهای علم هیأت ونجوم است،ومی‌توان‌این‌مقالدرا خلاصه‌ای‌ازعلم مثلثات دانست که درهیأت ونجوم مورد نیاز است .

البته چون درتألیف کتاب «قانون مسعودی» بنای‌کار **استاد** برمراعات‌جانب اختصار بوده است [۲] ، تا بتواند آن همه مطالب مهم و متنوع را در یك کتاب

(۱)ـ درچاپ حیدرآباد این مقاله درنود صفحه است (ازصفحهٔ ۲۷۱ تا ۳۶۰)که هجده صفحهٔ آن (از۳۰۸تا۳۲۵) جدول جیبها وشش صفحهٔ آن (از۳۴۱تا۳۴۵) جدول ظلها است .

(۲)ـ چنانکه خود فرموده است: «وقدکان من شرطنا الاقتصارفی‌کل مطلب‌علی طریق واحدمهماکان ممهداً علی‌القوانین‌الهندسیه» («قانون‌مسعودی»، ص ۲۸۷)

بگنجاند، درمقالهٔ سوم آن نیز بیشتر به مطالب موردنیاز پرداخته است. ودرمورد قضایای مهمی که درتألیفات دیگرخود به تفصیل آنها را مورد بحث قرار داده، و برای هریك ازآنها چندین استدلال ذکر کرده است، دراین مقاله به مناسبت‌مقام برای هر قضیه ساده‌ترین استدلال را ذکر کرده تا مطلب به درازا نکشد. واین خودنشانهٔ بارزی ازهنر استاد درفن تصنیف وتألیف است.

۵/۶ـ متن عربی این مقاله درسال ۱۹۶۵ میلادی جداگانه باعنوان «المقالة الثالثة من‌القانون‌المسعودی» درقاهره به چاپ رسیده است[۱] ولی متأسفانه من به آن دسترسی پیدا نکردم وهمان متن «قانون مسعودی» چاپ حیدرآباد را مورد استفاده قرار دادم وغلطهای چاپی آن را تصحیح کردم.

۶/۶ـ این مقاله را دانشمندآلمانی **کارل‌شوی** (C. Schoy) درسال ۱۹۲۴ میلادی به زبان آلمانی ترجمه کرد وترجمهٔ او، متأسفانه پس ازدرگذشت وی، توسط **روسکا** (J. Ruska) و **ویلایتنر** (H. Wieleitner) درسال ۱۹۲۷ درهانور با عنوان «تعالیم منجم ایرانی ابوریحان بیرونی در مثلثات» به چاپ رسید[۲].

کارل شوی با ترجمهٔ آلمانی این مقاله از«قانون مسعودی» خدمت‌بزرگی درشناساندن شخصیت ریاضی **بیرونی** به دانشمندان مغرب زمین انجام داد. مثلا دانشمند فقید **جرج سارتن** که جلد اول اثر ارجمند ونفیس خود «مقدمهٔ تاریخ علم» را درسال ۱۹۲۷ میلادی منتشرساخت، با وجودآنکه به مناسبت اهمیت مقام علمی **بیرونی** نیمهٔ اول قرن یازدهم میلادی را درآن کتاب «عصر بیرونی» نامیده

(۱)ـ رجوع‌کنید به «شوی T» درفهرست منابع‌کتاب حاضر

(۲)ـ رجوع‌کنید به: نصر:کتابشناسی بیرونی» ص۱۲

ودربارهٔ زندگی وآثار وی بحث کرده بود[۱]، پس‌ازانتشار ترجمهٔ مذکور نوشت که ای‌کاش این ترجمهٔ را قبلا دیده بودتا بهتر بتواند مقام **بیرونی** را درریاضیات معرفی کند[۲]

اگرچه ترجمهٔ آلمانی **کارل‌شوی** دربعضی ازمواضع (ظاهراً به علت نقص نسخه‌های خطی «قانون‌مسعودی» که وی در اختیار داشته) احتیاج به تصحیح دارد ولی زحمتی راکه برای این ترجمه متحمل شده شایان تحسین است ومن‌ازترجمهٔ وی درنوشتن این بخش ازکتاب حاضر استفادهٔ فراوان کرده‌ام (اگرچه درتفسیرو شرح مطالب دربسیاری ازمواضع ازوی تبعیت نکرده‌ام.)

۶/۷ـ ونیز آقای M.A. Kazim (محمد علی‌کاظم؟) در طی مقالهٔ مختصری که درسال ۱۹۵۱ میلادی با عنوان «بیرونی ومثلثات» نوشت[۳] اهمیت مقالهٔ سوم کتاب «قانون مسعودی» را از جهت تاریخ علم مثلثات مورد بحث قرار داد و به حق اظهارنظر کردکه بیرونی قبل از **نصیرالدین طوسی** مثلثات را به صورت علمی مستقل درآورد.

۶/۸ـ **فهرست مطالب مقالهٔ سوم‌ازکتاب «قانون مسعودی»** ـ مقالهٔ سوم «قانون مسعودی» مشتمل بر نه باب است به شرح زیر (شمارهٔ صفحاتی که در پایان عنوان هر باب آورده‌ام شمارهٔ صفحه‌ای از«قانون مسعودی» چاپ حیدرآباد است که آن باب درآن آغاز می‌شود):

---

(۱)ـ رجوع‌کنید به «سارتن۱» ج۱ ص۷۰۷

(۲)ـ مجلهٔ «ایسیس» ج۱۰ سال ۱۳۲۸ ص ۴۹۵

(۳)ـ رجوع‌کنید به:

Al - Biruni Commemoration volume, 1951, pp. 161-170

باب اول ـ در محاسبهٔ وترهای اصلی (فی امهات الاوتار و استخراجها : ص ۲۷۱)

باب دوم ـ درمحاسبهٔ توابع وترهای اصلی (فی توابع امهات الاوتار: ص ۲۸۰)

باب سوم ـ چاره‌جویی برای محاسبهٔ ضلع نه ضلعی منتظم محاطی (فی التمحل لاستخراج وتر التسع. ص ۲۸۶)

باب چهارم ـ چاره‌جویی برای محاسبهٔ وتر یك درجه (فی التمحل لاستخراج وتر الجزء الواحد من ثلثمائة وستین: ص ۲۹۲)

باب پنجم ـ درنسبت بین قطر ومحیط دایره (فی النسبة التی بین القطر و بین الدور ص ۳۰۳)

باب ششم ـ دراختیار عدد قطر به منظور محاسبهٔ وترهای دایره برحسب آن (فی اختیار عدد القطر یکون تقطیع الاوتار بحسبه: ص ۳۰۵)

باب هفتم ـ دریافتن جیب قوسی که اندازهٔ وتر آن معلوم باشد ویافتن اندازهٔ قوسی که جیب آن معلوم باشد (فی التجیب والتقویس: ص ۳۲۶)

باب هشتم ـ درتعیین سایه‌های مقیاسها درنور وتعریف انواع ظل و استعمال آنها (فی اظلال الاشخاص[1] فی الضیاء وتعریف انواع الظل واستعماله: ص ۳۳۲)

باب نهم ـ درشکل قطّاع کروی ونسبتهایی که بین جیبهای آن موجود است (فی الشکل القطّاع الکری ونسب الواقعه بین جیوبه: ص ۳۵۴ تا ۳۶۰)

تبصره ـ درصفحهٔ ۳۵۹ «قانون مسعودی» چاپ حیدرآباد آمده است: «الباب العاشر فی النسب الواقعه فی القطاع بین الجیوب والاظلال» ولی این در واقع

(۱)ـ در اینجا « اشخاص » جمع « شاخص » و به معنی « مقاییس » جمع « مقیاس » است .

فصلی ازهمان باب نهم است وعنوان «الباب‌العاشر» را ظاهراً نسخه‌نویسان به متن کتاب افزوده‌اند واین مطلب‌کاملا ازفهرستی که درمقدمهٔ کتاب آمده پیداست.

۹/۶ـ **چگونگی تدوین این بخش ازکتاب حاضر**ـ در صفحات آیندهٔ این بخش کوشیده‌ام تا مطالب هفت باب اول مقالهٔ سوم «قانون مسعودی» راکه از جهت تاریخ ریاضیات اهمیت فراوان دارد به زبان ریاضی امروزی برگردانم، به وجهی که فهم آنها برای دانش‌آموزان ودانشجویان فارسی‌زبان میسروآسان‌باشد. خاطرنشان می کنم که آنچه درصفحات آینده آمده است ترجمهٔ تحت‌اللفظی‌متن «قانون‌مسعودی» نیست. بلکه، به جای آنکه عبارات عربی‌را به فارسی برگردانم، مفهوم آنها را با علائم واصطلاحات ریاضی کنونی بیان کرده‌ام. ودراغلب‌موارد عین عبارات عربی را درذیل صفحات آورده‌ام تا اگر کسی خواست بتواند به آنها رجوع کند. ضمناً هرجا لازم بوده است، بدون‌آنکه ازخود چیزی به‌آنچه **استاد** گفته است بیفزایم، به اندازهٔ‌کافی برای روشن شدن مطلب توضیح داده‌ام. و چون برخی ازمطالب مقالهٔ سوم «قانون مسعودی» ازنظر تاریخ ریاضیات حائز اهمیت است درمواقع مناسب و مقتضی ازذکر نکات تاریخی به عنوان تبصره کوتاهی نکرده‌ام.

دنبالهٔ این بخش ازکتاب حاضر راکه درحقیقت شرح هفت باب اول ازمقالهٔ سوم «قانون‌مسعودی» است‌به هفت باب تقسیم کرده‌ام. اما چون مطالب‌بابهای‌هشتم ونهم آن مقاله درکتاب «مقالید علم‌الهیئة»**بیرونی** با تفصیل بیشتری موردبحث قرارگرفته و در بخش هفتم کتاب حاضر آنها را بررسی کرده و در آنجا به‌مطالب‌این دو باب نیزاشاره کرده‌ام در این بخش از تکرارآنها خودداری

نموده‌ام .

شاید بتوان گفت که مطالبی که از اینجا به بعد تا آخر بخش هفتم کتاب حاضر می‌آید شامل همه موضوعهای مهمی است که **بیرونی** در آثار خود راجع به علم مثلثات آورده است .

ج- بررسی مقدمهٔ مقالهٔ سوم «قانون مسعودی»

۱۰/۶- **مقدمه استاد** در آغاز این مقاله نوشته است[۱] که در صناعت نجوم عملی برای اندازه گیری قوسهای دایره عملا به اعداد نیازمندیم. واهل فن کتابهایی را که دراین باره تألیف می‌شود **زیجات** [۲] نامیده‌اند، از **زیق**(= زیك) که به فارسی **زه** می گویند یعنی وتر . واسم وتر به هندی **جیبا**[۳] و نصف آن **جیبارد** است. اما هندیان چون فقط نصف وترها را استعمال می کنند، ازجهت تخفیف درلفظ، اسم وتر را به جای نصف آن به کار می برند .

عده‌ای ازوترهای دایره به منزلهٔ اصولی هستند که بقیهٔ وترها برآنها بنا می‌شوند واینها قائم‌مقام کسرهایی هستند که‌مخرجهاشان‌از۲ تا ۱۰ است.وهمانگونه که کسرهای $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ و ... و $\frac{1}{10}$ را **رؤوس** می‌نامند این وترها را **وترهای اصلی** (= امهات اوتار) می گویند .

---

(۱)- «قانون مسعودی» ۲۷۱: «ان‌هذه‌الصناعة اذا اریداخراجها الی‌الفعل...»

(۲)- رجوع‌کنید به‌لغت«زیج» در «ایرةالمعارف فارسی» ونیز در «لغت نامه»

(۳)- رجوع‌کنید به‌لغت «جیب» در «دایرةالمعارف فارسی»

۱۱/۶ـ **تبصره**ـ چنانکه ملاحظه می‌شود قدما کسرهای $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۳}$ و $\frac{۱}{۴}$ و... $\frac{۱}{۱۰}$ را، که به زبان‌عربی به‌ترتیب نصف و ثلث وربع و... عشرخوانده می‌شوند، **رؤوس** می‌نامیدند.

درزمان **کاشانی** هر کسری که صورتش عددیك بود **کسر مجرد** خوانده می‌شد[۱]. مانند $\frac{۱}{۱۰}$ و $\frac{۱}{۲۰}$ و غیره. «کسرهای‌مجرد» را که به‌انگلیسی unit fractions ترجمه کرده‌اند مصریان قدیم به‌کار می‌بردند. آنان هر کسر را به استثنای کسر $\frac{۲}{۳}$ به مجموع چند کسرمجرد تبدیل می کردند. مثلا کسر $\frac{۲}{۷}$ را به شکل $\frac{۱}{۲۸} + \frac{۱}{۴}$ می‌نوشتند[۲]. این عمل به وسیلهٔ جدولهای مخصوصی انجام می گرفت.

د ـ باب اول از مقالهٔ سوم «قانون مسعودی»

دراستخراج وترهای اصلی [۳]

۱۲/۶ـ **استاد** درآغاز این باب نوشته است[۴]: ناچاریم که دراین موضع قطر دایره را برحسب عدد [یعنی اندازهٔقطر دایره‌را] معلوم فرض کنیم تا بتوانیم اندازهٔ وترهای دیگررا برحسب آن‌به دست آوریم. دربارهٔ کمیت قطر دایره بعداً

(۱)ـ رجوع‌کنید به «قربانی:کاشانی‌نامه» ص ۹۸

(۲)ـ رجوع‌کنید به «ایوH» ص ۴۰

(۳)ـ الباب‌الاول فی‌امهات‌الاوتار واستخراجها

(۴)ـ «قانون‌مسعودی» ص۲۷۱: «لابدلنا فی‌هذا الموضع من‌فرض قطرالدائره معلوما بعدد...»

تحقیق خواهیم کرد. اگرچه قطر دایره را درمحاسبه معلوم فرض می کنیم ولی واضح است که قطر نظیر کسر $\frac{۱}{۲}$ می باشد زیرا قطر،وتر روبه‌روی نصف‌دایره‌است. دربارهٔ وترهای نظیر کسرهای اصلی دیگریعنی $\frac{۱}{۳}$ و $\frac{۱}{۴}$ و ... و $\frac{۱}{۱۰}$ ذیلا گفتگو خواهیم کرد.

* * *

پس‌ازپایان مقدمهٔ فوق استادابتدا دستور عملی محاسبهٔ وترهای اصلی (امهات اوتار) را برحسب قطر (یا شعاع) بیان می‌نماید ویا عدم امکان محاسبهٔ آنها راگوشزد می کندو سپس به برهان صحت این دستورها می‌پردازد.

۶/۱۳ـ وتر یك سوم دایره[۱] ـ «برای‌یافتن وتریك سوم دایره قطر را درنصف مجموع‌آن‌با نصف خودش ضرب کرده جذرمبلغ حاصل را می گیریم. ویا اینکه‌قطررادر $\frac{۳}{۴}$ خودش‌ضرب کرده جذرمبلغ حاصل را استخراج می کنیم.»

اگرقطر دایره را d و وتریك سوم دایره یعنی ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع محاطی را $C_۳$ بنامیم دستورفوق چنین نوشته می‌شود:

$$C_۳ = \sqrt{d\left(d+\frac{d}{۲}\right)} = \sqrt{d \times \frac{۳}{۴}d}$$

(برای اثبات صحت این دستور رجوع کنید به شمارهٔ ۶/۲۵)

اگرشعاع دایره را r بنامیم واضح‌است که دستور فوق معادل است با:

$$C_۳ = r\sqrt{۳}$$

---

(۱)ـ «قانون مسعودی» ص ۲۷۱: «فاذا اردنا وترثلث الدور،ضربنا القطرفی نصف مجموعه الی نصفه واخذنا جذرالمبلغ، وسواء فعلناذلك اوضربنا القطرفی ثلاثة ارباعه واخذنا جذرالمبلغ فان هذا الجذریکون فی کلیهما وترالثلث»

۶/۱۴ـ **وتر یك چهارم دایره**[۱] ـ «برای یافتن وتریك‌چهارم‌دایره(یعنی ضلع مربع محاطی) جذرنصف حاصل ضرب قطر را درخودش‌می گیریم.»

اگرقطر دایره را d ووتریك‌چهارم دایره یعنی ضلع مربع محاطی را C_4 بنامیم دستورفوق چنین نوشته می‌شود:

$$C_4 = \sqrt{\frac{d \times d}{2}} = \sqrt{\frac{d^2}{2}}$$

(برای اثبات صحت این دستور رجوع کنید به شمارهٔ ۶/۲۶)

و می‌دانیم که دستور فوق راامروزه برحسب شعاع r به صورت $C_4 = r\sqrt{2}$ می‌نویسند.

۶/۱۵ـ **وتر یك پنجم دایره**[۲] ـ «برای یافتن وتر یك‌پنجم دایره قطر را درخودش وسپس در عدد ۵ ضرب کرده حاصل را بر۱۶ تقسیم می کنیم و جذر این مقدار راگرفته یك‌چهارم قطر را ازآن‌می‌کاهیم وحاصل را به قوهٔ۲می‌رسانیم واین حاصل را با مربع شعاع جمع می کنیم وجذرمبلغ حاصل‌را می گیریم»

به فرض‌آنکه قطر دایره d باشد وتریك پنجم دایره یعنی ضلع پنج ضلعی منتظم محاطی که آن را C_5 می‌نامیم، مطابق با دستورفوق، چنین نوشته‌می‌شود:

$$C_5 = \left(\sqrt{\frac{d^2 \times 5}{16}} - \frac{d}{4}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

(برای اثبات صحت این دستور رجوع کنید به شمارهٔ ۶/۳۱)

---

(۱)ـ «قانون‌مسعودی» ص۲۷۲: «واذااردنا وترالربع‌اخذنا جذرنصف مضروب ـ القطر فی‌مثله فیکون وترالربع»

(۲)ـ «قانون‌مسعودی» ص ۲۷۲: «واذا اردنا وترالخمس ضربنا القطرفی‌مثله ثم فی خمسه ابداً [یعنی: همیشه] وقسمنا المجتمع‌علی‌ستة عشر...»

ومی‌دانیم که این دستوررا امروزه برحسب شعاع r چنین می‌نویسند :

$$C_{۵} = \frac{r}{۲} \sqrt{۱۰ - ۲\sqrt{۵}}$$

۶/۱۶ـ **وتر یك ششم دایره** [۱] ـ «اما ویریك ششم دایره مساوی است با نصف قطر (یعنی شعاع) وآن مساوی با فاصلهٔ دوسر پرگاری است که با آن دایره را رسم کرده‌ایم»

یعنی اگرشعاع دایره را r وضلع شش‌ضلعی منتظم محاطی راکه وتریك ششم دایره است $C_{۶}$ بنامیم داریم :

$$C_{۶} = r$$

۶/۱۷ـ **وتریك هفتم دایره** [۲] ـ **استاد** نوشته است: «تاکنون درزمان ما راهی برای یافتن اندازهٔ وتریك هفتم دایره پیدا نشده است. ودرنجوم هم احتیاجی به دانستن اندازهٔ آن برحسب اعدادی که برای اندازه گیری دایره و اجزای آن به‌کارمی‌رود نیست.»

تبصره ـ می‌دانیم که درمقالهٔ چهارم «اصول اقلیدس» روش محاط کردن مثلث ومربع وپنج‌ضلعی منتظم وشش ضلعی منتظم وپانزده‌ضلعی منتظم در دایره به وسیلهٔ خط کش وپرگار بیان شده است. پس به وسیلهٔ نصف کردن پی‌درپی زاویه یا قوس می‌توانیم چند ضلعیهای منتظمی که عدهٔ اضلاع آنها ۲^{n} یا ۳×۲^{n} یا ۵×۲^{n} یا ۱۵×۲^{n} باشد نیز در دایره محاط کنیم . تقریباً تا قرن نوزدهم میلادی

---

(۱)ـ قانوی‌مسعودی» ص۲۷۲. «واما وترالسدس فهومساولنصف‌القطر، وهوفتحة البرکارالتی بها ادیرت‌الدائره»

(۲)ـ «قانون‌مسعودی» ص۲۷۲: «معرفة وترالسبع ـ هذا ممالم یوجدالی‌الان‌من زمانا طریق‌الی‌استخراجه وهومستغنی‌عنه فی‌صناعةالتنجیم بحسب‌الاعداد المستعمله فیها للدور واجزاءالاجزاء»

روش محاط کردن هیچیك ازچندضلعیهای دیگر به وسیلهٔ خط کش وپرگار در دایره شناخته نشده بود. درسال ۱۷۹۶ میلادی ریاضی‌دان بزرگ آلمانی **کارل فردریك گاوس** (Carl Friedrich Gaus) نشان داد که چند ضلعی منتظمی را که عدهٔ اضلاعش **عدداول** باشد فقط درصورتی به وسیلهٔ خط کش‌وپرگارمی‌توان در دایره محاط کرد که عدهٔ اضلاع آن به صورت

$$f(n) = ۲^{(۲n)} + ۱$$

باشد. به ازای ۴ و ۳ و ۲ و ۱ و ۰ = n به ترتیب حاصل می‌شود.

$$f(n) = ۶۵۵۳۷ \text{ و } ۲۵۷ \text{ و } ۱۷ \text{ و } ۵ \text{ و } ۳$$

که همه عدد اول هستند. بنابراین چند ضلعی‌های منتظمی را که عدهٔ اضلاعشان اعداد ۱۷ یا ۲۵۷ یا ۶۵۵۳۷ باشد نیز می‌توان به وسیلهٔ خط کش وپرگاردردایره محاط کرد واین را یونانیان نمی‌دانستند. تاکنون جزمقادیرفوق برای f(n) هیچ مقدار اولی شناخته نشده است.

استاد گفته است که تا عصروی راهی برای یافتن وتریك هفتم دایره یعنی ضلع هفت ضلعی منتظم محاطی شناخته نشده بوده است وبنابرآنچه گذشت‌می‌دانیم که درزمان ما هم چنین روشی با استفاده ازخط کش وپرگار دردست نیست، همانگونه که مثلا برای محاط کردن نه ضلعی منتظم به وسیلهٔ خط کش و پرگار در دایره راهی نمی‌شناسیم.

مقصود **بیرونی** ازاینکه می‌گوید، درنجوم احتیاجی به یافتن اندازهٔ وتر یك هفتم دایره برحسب اعدادی که برای اندازه گرفتن دایره به‌کار می‌رود نیست، این است که چون درنجوم کسرهای شصتگانی به‌کار می‌رود احتیاجی به اندازهٔ ضلع هفت ضلعی منتظم محاطی یعنی وتریك هفتم دایره نیست. زیرا عدد۷ مخرج

هیچیك از کسرهای شصتگانی، یعنی عدد ۶۰ را نمی‌شمرد واحتیاجی پیدا نمی کنیم که برای محاسبهٔ وترهای دیگر اندازهٔ $C_۷$ را بدانیم .

(بعداً درشمارهٔ ۶/۱۹ خواهیم دید که برای $C_۹$ این طور نیست)

۶/۱۸ـ **وتر یك‌هشتم دایره**[۱] ـ «برای‌یافتن‌وتریك‌هشتم‌دایره‌نصف‌قطر را درتفاضل نصف قطرو وتریك چهارم‌دایره ضرب می کنیم وایـن حـاصل رااز مربع نصف قطر کم کرده جذر حاصل را می گیریم»

اگرشعاع دایره را r بنامیم برای محاسبهٔ وتریك هشتم دایـره یعنی ضلع هشت ضلعی منتظم محاطی که آن را $C_۸$می‌نامیم مطابق با دستور فوق داریم :

$$C_۸ = \sqrt{r^۲ - r(r\sqrt{۲} - r)}$$

(برای اثبات صحت این دستور رجوع کنید به شمارهٔ ۶/۳۲)

می‌دانیم که امروز این دستور را به صورت $C_۸ = r\sqrt{۲ - \sqrt{۲}}$ می‌نویسند .

۶/۱۹ـ **وتریك‌نهم دایره**[۲] ـ «وتریك نهم دایره نیزازجهت اینکه‌راهی برای یافتن آن در دست نیست مانند وتریك‌هفتم دایره است. اما درصورتی که در نجوم احتیاجی به وتریك‌هفتم دایره نیست نیازبه وتریك نهم دایـره زیـاد است . بعداً تدابیری راکه برای محاسبهٔ آن به‌کار می‌رود خواهیم دید.»

تبصرهـ در تبصرهٔ ذیل شمارهٔ ۶/۱۷ دیدیم که نـه ضلعی منتظم محاطی را

---

(۱)ـ «قانون‌مسعودی» ص۲۷۲: «اذا اردنا وترالثمن ضربنا نصف‌القطرفی‌فضل ما بینه وبین (*) وترالربع‌والقینا المجتمع من مضروب نصف‌القطرفی‌مثله.»ـ درنسخهٔ‌چاپی دراین عبارت آنجاکه علامت (*)گذاشته‌ام‌کلمهٔ «ضعف» نوشته شده وزیادی است .

(۲)ـ «قانون مسعودی» ص۲۷۳: «حال‌وترالتسع‌کحال وترالسبع فی‌خفاالطریق معرفته، فامافی‌الاستغناءعنه‌فلا، لان‌الحاجةاليه‌امس‌مـاتكون، وسيأتـی‌للتأتـی‌لـه‌بالحيل ذكرفيما بعد»

نمی‌توان به وسیلهٔ خط‌کش و پرگار در دایره محاط کرد. **استاد** می‌گوید که در صورتی که در نجوم احتیاجی به C_7 نداریم (زیرا عدد ۷ مخرج کسرهای شصتگانی را نمی‌شمرد) اما احتیاج به محاسبهٔ (تقریبی) C_9 زیاد است. برای این محاسبهٔ تقریبی رجوع کنید به شمارهٔ ۶/۴۱

۶/۲۰ـ **وتر یك دهم دایره**[۱] ـ «اما محاسبهٔ وتر یك‌دهم دایره درضمن محاسبهٔ وتر یك‌پنجم دایره معلوم خواهدشد.»

تبصرهـ اگرچه دراینجا **استاد** دستورجداگانه‌ای برای محاسبهٔ ضلع ده ضلعی منتظم، که آن را C_{10} می‌نامیم، بیان نکرده اما چنانکه خواهیم‌دید (شمارهٔ ۶/۲۹) این دستور را درضمن مطالب دیگر آورده است. ضمناً صحت رابطهٔ $(C_5)^2 = (C_{10})^2 + r^2$ را ثابت کرده (شمارهٔ ۶/۳۰) و گفته است که هرگاه یکی ازدومقدار C_5 یا C_{10} معلوم باشد دیگری را می‌توان با استفادهٔ از رابطهٔ فوق حساب کرد[۲].

با این حال **استاد** در کتاب «استخراج‌الاوتار» دستور زیر را برای محاسبهٔ وتریك‌دهم دایره یعنی C_{10} (ضلع ده‌ضلعی منتظم محاطی) آورده است[۳]:

«برای محاسبهٔ وتریك دهم دایره مربع نصف قطر را با یك چهارم آن جمع کرده ازجذر این مقدار یك چهارم قطر دایره را کم می‌کنیم.»

---

(۱)ـ «قانون مسعودی» ص۲۷۳: «اما وترالعشرفهوالمحفوظ‌فی‌عمل‌وترالخمس.»

(۲)ـ ونیزرجوع‌کنید به شمارهٔ ۶/۲۸

(۳)ـ «استخراج‌الاوتار» چاپ حیدرآباد، ص۸۵ و۸۶: «معرفةوترالعشرفی‌الدائره... وحسابه ان‌یزادعلی‌مضروب نصف‌القطرفی‌نفسه ربعه ونیقص‌ربع‌القطر من جذر المبلغ‌فیبقی وترالشعر»

اگر قطر دایره را d بنامیم مطابق با دستور فوق داریم .

$$C_{10} = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{d}{2}\right)^2} - \frac{d}{4}$$

(برای اثبات صحت این دستور رجوع کنید به شمارهٔ ۶/۲۹)

* * *

پس از بیان دستورهای فوق **استاد**(۱) به اثبات صحت آنها می‌پردازد. برای این کار ابتدا سه قضیهٔ مقدماتی ذکر می‌کند وسپس ازآنها برای ثابت کردن صحت دستورها استفاده می‌کند. این سه قضیهٔ مقدماتی در واقع ازجملهٔ همان قضایایی هستند که درکتاب «استخراج الاوتار» آنها را بیان و ثابت کرده است(۲) با این تفاوت که در «استخراج الاوتار» برای هریك از آنها استدلالهای مختلف ومتعددبیان کرده ودراینجا به اختصار پرداخته وبرای هرقضیه یك استدلال بیشتر نیاورده است .

۶/۲۱- قضیهٔ مقدماتی اول از ارشمیدس(۳)- اگرخط شکستهٔ ACD درقوس دایرهٔ ACD محاط باشد وازوسط قوس ACD که آن را نقطهٔ B می‌نامیم عمود BH را برضلع بزرگترخط شکسته فرودآوریم، نقطهٔ H پای این عمود وسط خط شکسته خواهد بود(۴) .

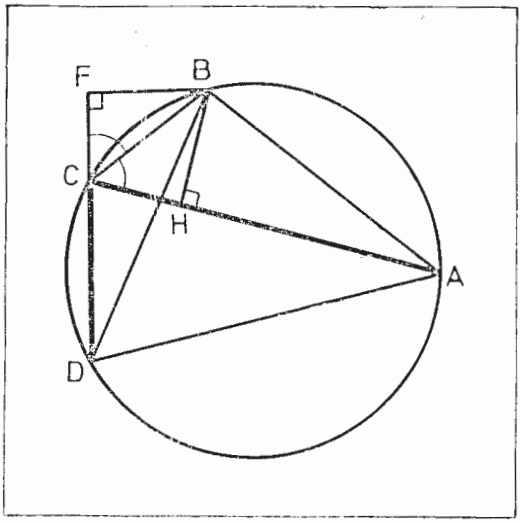
---

(۱)- بیرونی خود دراین باره نوشته است: «فهذه طریق استخراج امهات الاوتار، والبرهان علیها نقدم امامها» («قانون مسعودی» ص ۲۷۳)

(۲)- رجوع کنید به شمارهٔ ۲/۱۳ کتاب حاضر.

(۳)- این قضیه در «قانون مسعودی» (ص ۲۷۳) چنین بیان شده است : «مقدمة لارشمیدس مبرهنة بغیربرهانه- فلیکن قوس **اجد** معطاة وقد انحنی تحتها خط **اجد**، المستقیم، ونزل من **ب**، منتصف القوس عمود **بهـ** علی اعظم قسمی الخط المنحنی. فاقول انه قسمه بنصفین علی **هـ** اعنی ان **اهـ** مساولمجموع **هـج** ، **جد**» - باید متوجه بودکه درعبارات فوق مقصود ازخط منحنی خط شکسته است .

(۴)- **استاد** درکتابهای «استخراج الاوتار» و«جمع الطرق السائره...» برای این قضیه بیست ویك استدلال مختلف ذکرکرده است .



(شکل ۵۲)

برهان قضیهٔ اول(۱)ـ نقطهٔ B وسط قـوس ACD است و از نقطهٔ B عمودBH را بـرAC که ضلع بزرگترخط شکستهٔ ACD است فرودآورده‌ایم. می‌خواهیم ثابت کنیم که:

$$AH = HC + CD$$

ازنقطهٔ B عمود BF را بر ـ خط راست CD فرود می‌آوریم وپاره‌خطهای AB وBC وBD را رسم‌می کنیم. چون اندازهٔ زاویهٔ محاطی BCD مساوی با نصف اندازهٔ قـوس BAD است پس اندازهٔ زاویه BCF که مکمل زاویهٔ BCD است مساوی است بـا انـدازهٔ نصف قوس BCD. اما اندازهٔ زاویهٔ محاطی BCA مساوی است با نصف انـدازهٔ قـوس BA وازطرف دیگر $\widehat{BA} = \widehat{BCD}$

پس $B\hat{C}A = B\hat{C}F$

بنابراین دومثلث قائم‌الزاویهٔ BCH و BCF درحالت وتر ویك زاویهٔ حاده باهم‌مساویندوبنابراین $FB = BH$ و$CH = CF$

حال گوییم دومثلث قائم‌الزاویهٔ ABH و DBF متساویند (زیرا $AB = BD$

(۱)ـ **بیرونی** این برهان را با اندك اختلافی درکتاب «استخراج‌الاوتار»(چاپ حیدرآباد صفحهٔ ٦) ازقول **آذرخورا بن‌استادجشنس*** آورده‌است. ازمیان بیست‌ویك استدلال مختلف‌که **استاد** برای این قضیه‌درکتاب «استخراج‌الاوتار»آورده این‌استدلال‌را برای ذکر در«قانون‌مسعودی» انتخاب‌کرده است.

و $\hat{H} = \hat{F} = ۹۰^\circ$ و $BH = BF$) بنابراین $AH = DF$. اما $CH = CF$ بنابراین

$$AH = FC + CD = CH + CD$$

یعنی نقطهٔ H وسط خط شکستهٔ ACD وقضیه ثابت است .

۲۲/۶ـ قضیهٔ مقدماتی دوم (۱)

استاد با درنظر گرفتن همان مفروضات قضیهٔ اول می گوید :

دووترAC وCDکه روبه‌روبه دوقسمت قوس ACD هستند همان خاصیتی را دارندکه پاره خطی‌که به دوپارهٔ نامتساوی تقسیم شود دارد(۲)، واین خاصیت این است :

$$AC.CD + \overline{BC}^{۲} = AB^{۲}$$

برهان قضیهٔ دوم (۳)

(فرض این قضیه این است: خط شکستهٔ ACD درقوس دایرهٔ ACD محاط

---

(۱)ـ «قانون‌مسعودی» ص۲۷۴: «واقول ان‌هذه‌القوس فی‌اوتار اقسامها انطبعت بطباع‌الخط‌المقسوم بنصفین وبقسمین‌مختلفین، وذلك‌ان‌ضرب وتر**اج** فی‌وتر **جد**، مع‌مربع وتر **بج** مساولمربع‌وتر **اب**»

(۲)ـ مقصود **استاد** قضیهٔ پنجم ازمقالهٔ دوم‌کتاب اصول اقلیدس است و آن قضیه این است :

اگرپاره‌خط AD را درنقطهٔ C به دوپاره‌خط نامتساوی تقسیم‌کنیم ووسط AD را نقطهٔB بنامیم رابطهٔزیربرقراراست:

$$AC \times CD + \overline{BC}^{۲} = \overline{AB}^{۲}$$

رجوع‌کنید به «هیث E» ج ۱ ص ۳۸۲ درآنجا بحث جالب‌توجهی‌در (شکل ۵۳)

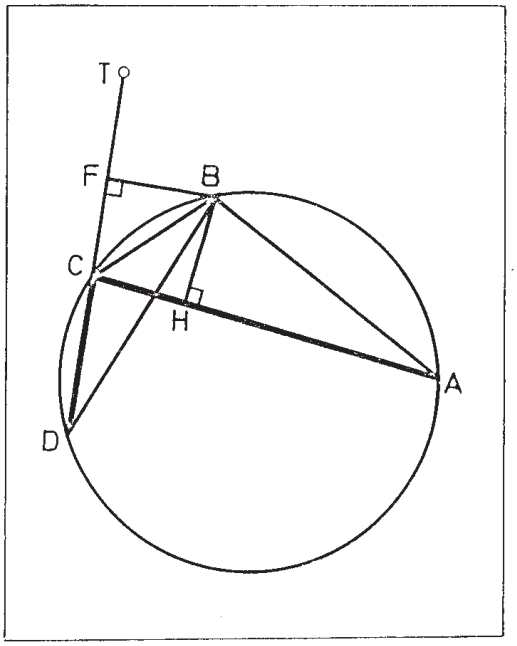
بارهٔ این قضیه خواهید یافت .

(۳)ـ استاد درکتاب «استخراج‌الاوتار» ده برهان مختلف برای ایـن قضیه ذکـر کرده است .

شده و $AC > CD$ و نقطهٔ B وسط قوس ACD است.)

از نقطهٔ B عمود BF را بر خط راست CD فرود می‌آوریم.

درمثلث BCD زاویـهٔ C منفرجه و پاره خط CF تصویـر ضلع BC روی خـط راست CD است وداریم[۱] :



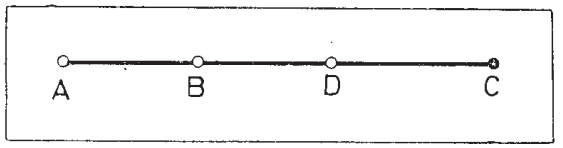
(شکل ۵۴)

$$BD^2 = BC^2 + DC^2 + 2DC \times CF \qquad (1)$$

اکنون اگر پاره خط CF را ازطرف F به اندازهٔ خودش امتداد دهیم تـا نقطهٔ T به دست‌آید ($CF = FT$) نقطهٔ F وسط پاره خط CT خواهدبودو پاره‌خط CT در نقطهٔ D به‌دو پاره خط ناقصانی تقسیم‌می‌شودو(بنا به قضیهٔ‌ششم ازمقالهٔ دوم کتاب «اصول اقلیدس[۲]) داریم :

(۱)- بنابراین قضیهٔ معروف‌که: درهرمثلث‌مربع ضلع مقابل به زاویهٔ منفرجه‌مساوی است با مجموع مربعات دوضلع دیگر به علاوهٔ دوبرابر حاصل ضرب یکی از این دوضلع در تصویر ضلع دیگربرهمین ضلع (رجوع‌کنید به «نه مقالهٔ هندسه» بخش اول صفحهٔ ۱۷۵

(۲)- قضیهٔ ششم‌مقالهٔ‌دوم‌کتاب «اصول اقلیدس» این‌است: اگرنقطهٔ B وسط پاره خط AD ونقطهٔ C روی خط AD ودرخارج‌ازپاره‌خط AD باشدرابطهٔ زیربرقرار است :



(شکل ۵۵)

$$AC \times CD + AB^2 = BC^2$$

رجوع‌کنید به «هیث E» ج۱ ص۳۸۵ درآنجا بحث‌جالب‌توجهی دربارهٔ این قضیه خواهید یافت .

$$TD \times DC + \overline{CF}^{۲} = \overline{FD}^{۲} \quad (۲)$$

اما $FD = FC + CD$

پس $\overline{FD}^{۲} = \overline{FC}^{۲} + \overline{CD}^{۲} + ۲CD \times FC$

بنابراین رابطهٔ (۲) به صورت زیر درمی‌آید :

$$TD \times DC + \overline{CF}^{۲} = \overline{CF}^{۲} + \overline{CD}^{۲} + ۲CD \times FC$$

و یا $TD \times DC = \overline{CD}^{۲} + ۲CD \times FC$

اما $TD = AC$ پس داریم

$$AC \times DC = \overline{CD}^{۲} + ۲CD \times FC \quad (۳)$$

اکنون اگر در رابطهٔ (۱) به جای BD مقدارمساوی‌آن AB را قراردهیم وبه جای $\overline{DC}^{۲} + ۲CD \times CF$ ازروی رابطهٔ (۳) مقدار مساوی آن $AC \times DC$ را بگذاریم حاصل می‌شود :

$$\overline{AB}^{۲} = \overline{BC}^{۲} + AC \times CD$$

واین همان چیزی است که می‌خواستیم ثابت کنیم.

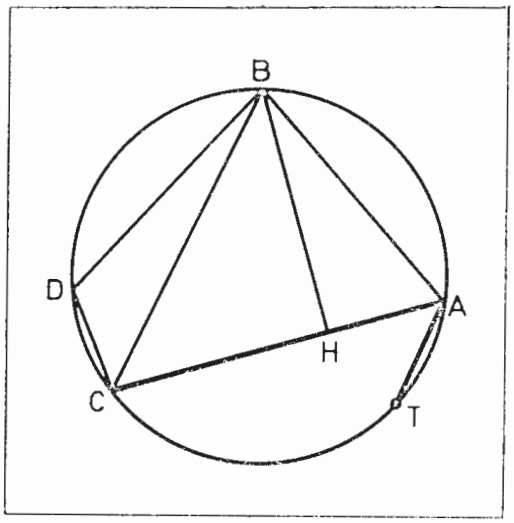
۶/۲۳- قضیهٔ مقدماتی سوم(۱)- اگرنقطهٔB وسط قوس AD ازدایره باشد وقوس DC را به قوس AD بیفزاییم رابطهٔ زیربرقرار خواهدبود:

$$AC \times CD + \overline{BD}^{۲} = \overline{BC}^{۲}$$

ویا $AC \times CD + \overline{AB}^{۲} = \overline{BC}^{۲}$

درحقیقت این قضیه وقضیهٔ دوم یکی هستند با این تفاوت که در قضیهٔ دوم

(۱)- «قانون‌مسعودی» ص۲۷۴: «وفی‌قوةهذا الشکل ان‌قوس **اد** اذا قسمت بنصفین علی **ب** وزیدفیها زیادة **دج**کان ضرب وتر**اج** فی‌وتر **جد** مع‌مربع وتر**بد** مساویا لمربع **بج**»



(شکل ۵۶)

نقطهٔ C روی قوس ABD جا دارد و دراین قضیه نقطهٔ C روی دایره خارج از قوس ABD واقع است.

این قضیه نظیر قضیهٔ ششم ازمقالهٔ دوم کتاب «اصول‌اقلیدس» درمورد خط راست می‌باشد(۱)

برهان قضیهٔ سوم(۲) ـ مطابق با شکل فوق قوس AT را مساوی با قوس DC اختیار کرده وترهارا رسم می‌کنیم. در این صورت می‌بینیم که خط شکستهٔ CAT درقوس CBT محاط شده ونقطهٔ B وسط این قوس است. پس بنا برقضیهٔ دوم داریم:

$$AC \times AT + AB^2 = BC^2$$

اما $AT = CD$ و $AB = BD$ پس تساوی فوق را می‌توان‌چنین نوشت:

$$AC \times CD + BD^2 = BC^2$$

واین همان چیزی است که می‌خواستیم ثابت کنیم.

۲۳/۶ـ **تبصره ـ استاد** درپایان برهان قضیهٔ فوق مطالبی افزوده که هم بسیار جالب توجه است وهم احتیاج به شرح وتوضیح دارد:

---

(۱)ـ رجوع‌کنید به یادداشت شمارهٔ ۲ ذیل صفحه ۲۸۹

(۲)ـ **استاد** دوبرهان دیگربرای این قضیه درکتاب «استخراج‌الاوتار» آورده‌است که یکی ازآنها از**ابوالحسن بامشاد*** ودیگری از **ابوجعفرخازن*** است.

«اگر عمود BH را بروتر AC فرود آوریم خط شکستهٔ CAT در نقطهٔ H نصف خواهد شد. یعنی $CH = HA + AT$ (ویا $CH = HA + CD$)»[۱]

این گفتهٔ **استاد** بنا بر قضیهٔ اول واضح است زیرا در شکل ۵۶ قوس CAT در نقطهٔ B نصف‌شده[۲] و از وسط آن یعنی نقطهٔ B عمود BH را بر ضلع بزرگتر خط شکستهٔ CAT که AC است فرود آورده‌ایم.

مقصود **استاد** از اینکه در دنبال عبارت فوق افزوده است که «وان کان تنصیفه ایاه علی صورة اخری» این است که در شکل ۵۴ نقطهٔ وسط خط شکستهٔ ACD است ولی در شکل ۵۶ دیگر نقطهٔ H وسط خط شکستهٔ ACD نیست بلکه وسط خط شکسته TAC است.

سپس **استاد** گفته است: «واکثر اشکال المقالة الثانیه من کتاب اوقلیدس تطّرد علی اوتار القوس المقسومه بمثل اقسامها[۳]»

مقصود این است که همانگونه که قضایای دوم و سوم که در شماره‌های ۶/۲۲ و ۶/۲۳ بیان کردیم به‌ترتیب نظیر قضایای پنجم و ششم از مقالهٔ دوم کتاب «اصول اقلیدس» دربارهٔ تقسیم پاره‌خطها هستند، برای بیشتر قضایای مقالهٔ دوم کتاب اقلیدس نیز می‌توان نظایری برای اوتار قوسهای دایره که مانند پاره خطها تقسیم

---

(۱)- «قانون مسعودی» ص ۲۷۵: «فاذا انزلنا عمود **بـه** علی **اج** قسم **جاط** المنحنی (= خط شکسته) بنصفین فکان **جه** مساویا لمجموع **اه** و **اط** اعنی **جد**، و ان کان تنصیفه ایاه علی صورة اخری»

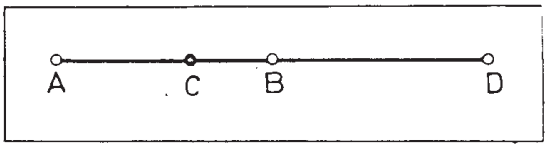
(۲)- در شکل ۵۶ نقطهٔ B هم وسط قوس DBA است و هم وسط قوس CAT (زیرا قوس CD با قوس AT مساوی است)

(۳)- **کارل شوی** این عبارت را تحت‌الفظی ترجمه کرده و در مقابل آن علامت ؟ قرارداده است («شوی T» ص ۴)

شوند پیدا کرد.

برای آنکه‌مطلب واضحترشود دراینجا قضایای دوم وسوم مذکور رابانظایر آنها ازمقالهٔ دوم کتاب «اصول اقلیدس» روبه‌روی یکدیگر قرار می‌دهم:

قضیهٔ پنجم از مقالهٔ دوم کتاب «اصول اقلیدس»[۱]:

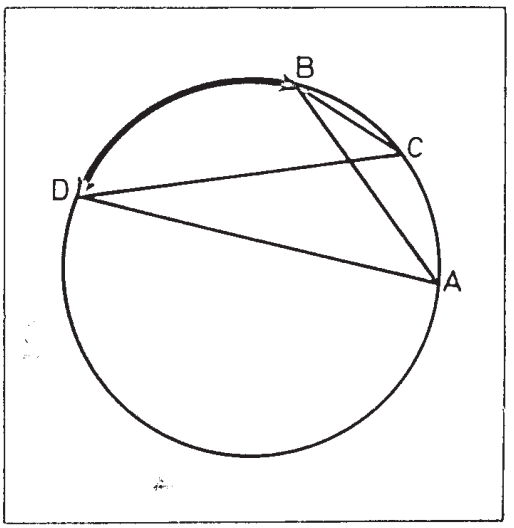


(شکل ۵۷)

نقطهٔ B وسط پاره خط AD و نقطهٔ C نقطه‌ای اختیاری از آن پاره‌خط‌است وداریم:

$$AC \times CD + \overline{BC}^{۲} = \overline{AB}^{۲}$$

قضیهٔ دوم (شمارهٔ ۲۲/۶ کتاب‌حاضر)



(شکل ۵۸)

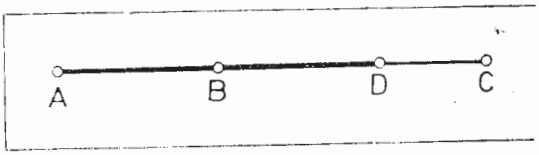
نقطهٔ B وسط قوس ABD و نقطهٔ C نقطه‌ای اختیاری ازهمان قوس‌است وداریم:

$$AC.CD + \overline{BC}^{۲} = AB^{۲}$$

(روی شکل پاره خط AC رسم نشده است)

(۱)- رجوع‌کنید به یادداشت شمارهٔ (۲) ذیل صفحهٔ ۲۸۸

قضیهٔ ششم ازمقالـهٔ دوم کتاب «اصـول اقلیدس»(۱)

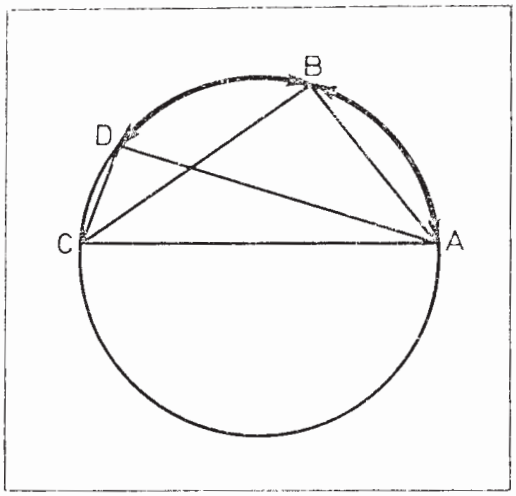


(شکل ۵۹)

نقطهٔ B وسط پاره‌خط AD ونقطـهٔ C نقطه‌ای اختیاری درامتداد پاره خط AD است وداریم :

$$AC \times CD + AB^2 = \overline{BC}^2$$

قضیهٔ سوم (شمارهٔ ۲۳/۶ کتاب‌حاضر)



(شکل ۶۰)

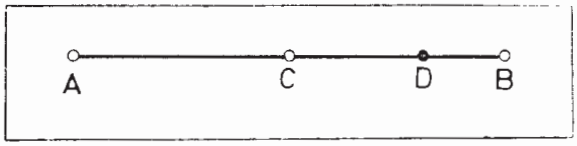
نقطهٔ B وسط قـوس ABD و نقطهٔ C نقطه‌ای اختیاری ازدایره بیرون از قوس ABD است وداریم :

$$AC \times CD + AB^2 = BC^2$$

بنا به گفتهٔ **استاد** می‌توان نظیر بعضی ازقضایای‌مقالهٔدوم کتاب «اصول‌اقلیدس» که مربوط به تقسیم پاره خطهای راست وروابط بین‌آنهاست قضایایی دربارهٔاوتار قوسهای دایره ذکر کرد. برای آنکه نشان دهم کـه این گفتهٔ **استاد** درست است به عنوان‌مثال خلاصهٔ قضیهٔ نهم مقالهٔ دوم «اصول اقلیدس» را با نظیر آن بـرای اوتارقوسهای دایره دراینجا می‌آورم :

(۱)ـ رجوع‌کنید به یادداشت شمارهٔ ۲ ذیل صفحهٔ ۲۹۸کتاب حاضر

قضیهٔ نهم مقالهٔ دوم «اصول اقلیدس»(۱)

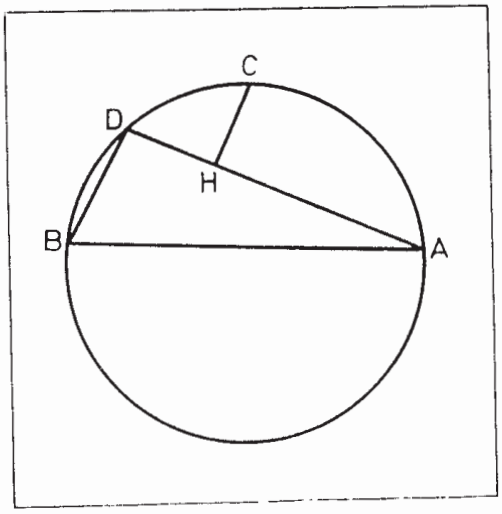


(شکل ۶۱)

نقطهٔ C وسط پاره خط AB و نقطهٔ D نقطه‌ای اختیاری ازهمان پاره‌خط است وداریم :

$$AD^2 + DB^2 = 2(AC^2 + \overline{CD}^2)$$

قضیهٔ نظیر آن :



(شکل ۶۲)

نقطهٔ C وسط قوس AB ونقطهٔ D نقطهٔ دلخواهی ازهمان‌قوس است. اگر ازنقطهٔ C عمود CH را بر AD فرود آوریم به‌سهولت‌می‌توان ثابت کرد که:

$$AD^2 + DB^2 = 2(AH^2 + HD^2)$$

همچنین مثلا می‌توان نظیرقضیهٔ دهم از مقالهٔ دوم «اصول اقلیدس» قضیه‌ای درمورد اوتار دایره بیان کرده وغیره .

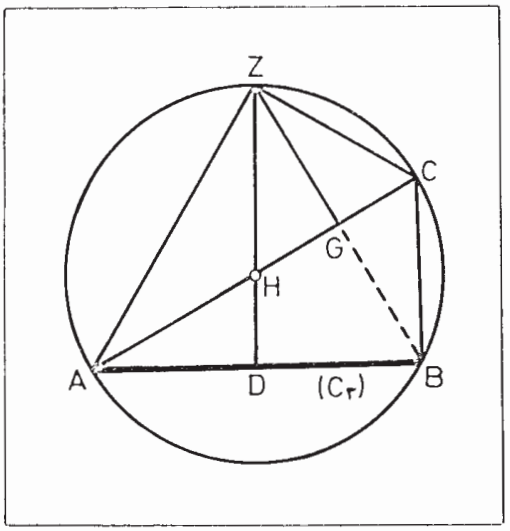
* * *

(۱)- رجوع‌کنید به «هیث E» ج۱ ص۳۹۲

پس از بیان این سه قضیه **استاد** به اثبات دستورهایی که در شماره‌های ۶/۱۳ تا ۶/۲۰ بیان کردیم می‌پردازد ، به شرح زیر :

۶/۲۵ـ **اثبات صحت دستورمحاسبهٔ** C_2 [۱] ـ (رجوع کنید به شمارهٔ ۶/۱۳)

فرض می کنیم AHC قطردایره وقوس $\overset{\frown}{AB}$ یك سوم‌دایره (یعنی۱۲۰درجه) باشد.می‌خواهیم $AB = C_2$ را برحسب قطر دایره حساب کنیم .



(شکل ۶۳)

واضح است که قوس BC یك ششم دایره (یعنی۶۰درجه) است. ازنقطهٔ D وسط وتر AB عمودی برآن اخـراج می کنیم. واضـح است که ایـن عمود از نقطهٔ H مرکزدایره‌می گذرد وقوسACB را درنقطهٔ Z نصف می کند .

سپس ازنقطهٔ Z عمود ZG را برقسمت بزرگتر خط شکستهٔ ACB (یعنی برAC)فرود می‌آوریم. بنابرقضیهٔاول (شمارهٔ ۶/۲۱) پای این عمود یعنی نقطهٔ G وسط خـط‌شکستهٔ ACB است. یعنـی $AG = GC + CB$ وچون $AH = BC$ پس معلوم می‌شود که نقطهٔ G وسط پـاره خط HC است واگرقطر دایره را d بنامیم داریم :

$$CG = \frac{HC}{2} = \frac{d}{4} \qquad (1)$$

(۱)ـ «قانون مسعودی» ص ۲۷۵ سطر چهاردهم به بعد : «ثم لیکن قـوس **اب** ثلث دائره...»

$$AG=\frac{۳}{۴}AC=\frac{۳}{۴}d \qquad (۲) \qquad \text{و}$$

ازطرف دیگر درمثلث قائم‌الزاویهٔ AZC نقطهٔ G پای ارتفاع ZG است و می‌دانیم که :

$$AG\times CG=ZG^{۲}$$

اکنون ملاحظه می کنیم که امتداد ZG ازنقطهٔ B می گذرد و ZG نصف ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع محاطی یعنی مساوی با نصف AB است ورابطهٔ فوق را به این صورت می‌توان نوشت :

$$AG\times CG=\frac{AB^{۲}}{۴} \qquad (۳)$$

ازتساویهای (۱) و(۲) و(۳) حاصل می‌شود :

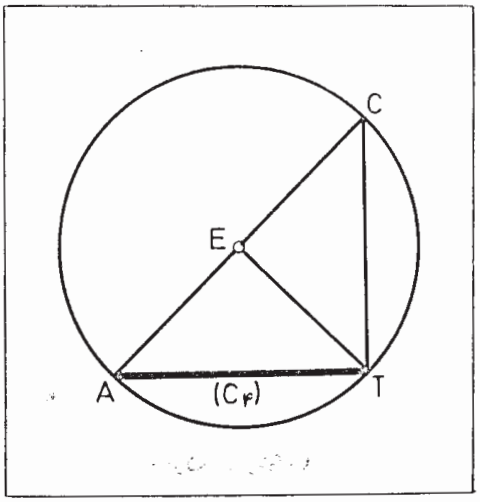
$$\frac{d}{۴}\times\frac{۳}{۴}d=\frac{\overline{AB}^{۲}}{۴}$$

یعنی : $C_{۳}=AB=\sqrt{d\times\frac{۳}{۴}d}$

و این همان چیزی است که می‌خواستیم ثابت کنیم .

۲۶/۶ـ اثبات دستورمحاسبهٔ $C_{۴}$ (رجوع کنید به شمارهٔ ۶/۱۴)

فرض می کنیم AC قطردایره ونقطهٔ T وسط قوس AC یعنی وتر AT وتر ربع دایره باشد :



(شکل ۶۴)

$$AT = C_{\epsilon}$$

چـون $TA = TC$ در مثلث قائم‌الزاویهٔ AET داریم :

$$\overline{AT}^{۲} = \overline{AE}^{۲} + \overline{ET}^{۲} = ۲\overline{AE}^{۲}$$

واگر قطردایره را d بنامیم معلوم می‌شود که:

$$AT^{۲} = ۲\left(\frac{d}{۲}\right)^{۲} = \frac{d^{۲}}{۲}$$

و از آنجا :

$$C_{۴} = AT = \sqrt{\frac{d^{۲}}{۲}}$$

واین همان چیزی است که می‌خواستیم ثابت کنیم .

اثبات دستورهای محاسبهٔ $C_{۵}$ و $C_{۱۰}$ـ (رجـوع کنید بـه شماره‌هـای ۶/۱۵ و ۶/۲۰)

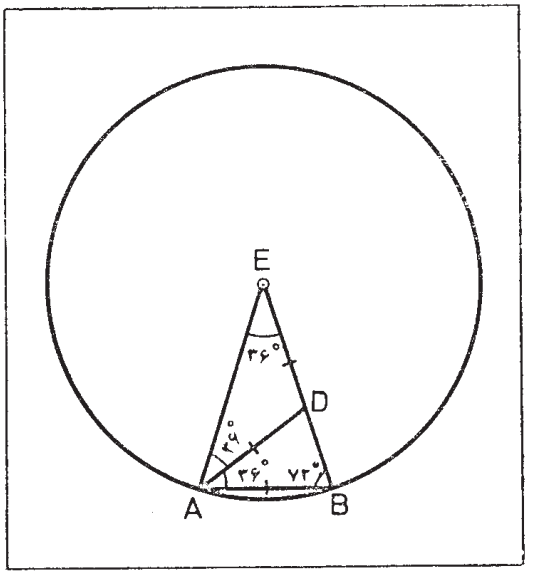
چون این قسمت از کتاب «قانون‌مسعودی» مفصل ومطالب آن به هم‌آمیخته است برای روشن شدن موضوع آن را درچند قسمت جداگانه بیان می کنم :

۶/۲۷ـ **الفـ اثبات اینکه اگرشعاع دایره را به نسبت ذات وسط و طرفین تقسیم کنیم قسمت بزرگترآن ضلع ده ضلعی منتظم محاطی‌یعنی** $C_{۱۰}$ **خواهد بود**(۱) .

فرض می کنیم که درمثلث AEB هریك از زوایـای A وB دوبرابرزاویـهٔ E بـاشد. (بنابـرایـن مثلـث AEB متساوی‌الساقین است و $\hat{A} = \hat{B} = ۷۲^{\circ}$ و $\hat{E} = ۳۶^{\circ}$) وبه مرکزE و شعاع EA = EB دایره‌ای رسم می کنیم ، (چون زاویهٔ مرکزی E مساوی با ۳۶ درجه‌است پس قوس AB یك‌دهم‌دایره ووتر AB ضلع‌ده

(۱)ـ «قانون‌مسعودی» ص۲۷۶: سطرهجدهم به بعد: «ولوترالخمس‌والعشرفليكن كل‌واحدة من‌زاويتي...»

ضلعی منتظم محاطی یعنی C_{10} است) و نیمساز زاویهٔ EAB را رسم کرده پای آن را روی EB نقطهٔ D می‌نامیم.



(شکل ۶۵)

چون زاویهٔ DAB مساوی با ۳۶ درجه می‌شود و زاویهٔ B مساوی با ۷۲ درجه است پس زاویهٔ ADB نیز مساوی با ۷۲ درجه ومثلث ABD متساوی ـ الساقین است یعنی $AD = AB$

ازتساوی دوزاویهٔ EAD وAED که هر کدام ۳۶ درجه است معلوم‌می‌شود که $AD = DE$ بنابراین دو مثلث متساوی‌الساقین AEB و DAB متشابه هستند وداریم:

$$(۱) \qquad \frac{EB}{AB} = \frac{AB}{BD}$$

و یا $$EB \times BD = AB^2$$

و یا $$(۲) \qquad EB \times BD = \overline{ED}^2$$

ازاین رابطه معلوم می‌شود که شعاع EB درنقطهٔ D به نسبت ذات وسط و طرفین تقسیم شده است و پاره خط ED قسمت بزرگتر آن است. و چون $ED = AB$ پس :

اگرشعاع دایره را به نسبت ذات وسط وطرفین تقسیم کنیم قسمت بزرگتر آن مساوی با C_{10} خواهد بود وهمین را می‌خواستیم ثابت کنیم.

۶/۲۸ـ **تبصره-** ازروی رابطهٔ(۲) شمارهٔ قبل می‌توان $C_{10} = AB = ED$ را حساب کرد. زیرا اگرشعاع دایـره را r بنامیم C_{10} $DB = EB - ED = r$ ورابطهٔ (۲) چنین نوشته می‌شود :

$$r(r - C_{10}) = (C_{10})^2$$

و یا $$(C_{10})^2 + r(C_{10}) - r^2 = 0$$

فقط ریشهٔ مثبت این معادله قابل‌قبول‌است وداریم:

$$C_{10} = \frac{r}{2}(\sqrt{5} - 1)$$

اما استاد این مطلب را طور دیگر بیان کرده است :

۶/۲۹ـ **ب- اثبات دستور** $^{(1)}$ $C_{10} = \sqrt{\frac{5d^2}{16}} - \frac{d}{4}$

ازرابطهٔ (۱) قسمت (الف) با ترکیب نسبت حاصل می‌شود :

$$\frac{EB + AB}{EB} = \frac{AB + BD}{AB}$$

و یا $$(EB + AB) \times AB = (AB + BD) \times EB \qquad (۳)$$

اگر شعاع دایره را r بنامیم $EB = r$ ومی‌دانیم که $AB = ED$

پس $$AB + BD = ED + BD = EB = r$$

ورابطهٔ (۳) به صورت زیر درمی‌آید[۲] :

$$(r + C_{10})C_{10} = r^2 \qquad (۴)$$

اولا ازروی این رابطه معلوم می‌شود که اگرمجموع $r + C_{10}$ را بـه نسبت

---

(۱)- «قانون‌مسعودی» ص۲۷۷ سطر نهم بـه بعد: «وایضافـانـااذا رکبناکانـت نسبة...»

(۲)- استاد رابطهٔ (۴) را به وجه دیگری نیزثابت‌کرده است رجوع‌کنیدبه«قانون مسعودی» ص۲۷۹ سطردهم به بعد

ذات وسط وطرفین تقسیم کنیم قسمت بـزرگتر آن r وقسمت کـوچکتر آن C_{10} خواهد بود.

ثانیاً اگر به دو طرف رابطهٔ (۴) مقدار $\left(\frac{r}{2}\right)^2$ را اضافـه کنیم(یعنـی کاری کنیم که طرف چپ تساوت ۴ مربع کامل شود) خواهیم داشت[۱]:

$$r \times (C_{10}) + (C_{10})^2 + \left(\frac{r}{2}\right)^2 = r^2 + \frac{r^2}{4}$$

و یا

$$\left(C_{10} + \frac{r}{2}\right)^2 = \frac{5r^2}{4}$$

واز آنجا:

$$C_{10} = \sqrt{\frac{5r^2}{4}} - \frac{r}{2}$$

که اگرقطر دایر را d بنامیم یعنی به جای r مقدار $\frac{d}{2}$ را قـرار دهیم حـاصـل می‌شود:

$$C_{10} = \sqrt{\frac{5d^2}{16}} - \frac{d}{4} \qquad (5)$$

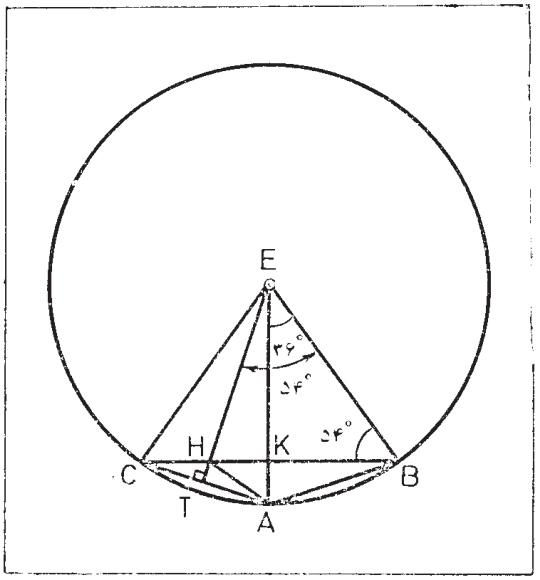
۶/۳۰- ج- اثبات اینکه بین شعاع دایره C_5 وC_{10} رابطهٔ زیربرقرار است[۲]:

$$(C_5)^2 = (C_{10})^2 + r^2$$

دردایرهٔ به مرکز E وبه شعاع r قوس AB را مساوی با یك‌دهم‌دایره‌وقوس BC را مساوی‌بایك پنجم دایره‌می گیریم وپاره‌خطهای AB و BC و AE را رسم می کنیم وفصل مشترك EA را باBC نقطهٔK می‌نامیم.پس $AB = C_{10}$ و $BC = C_5$

(۱)- «قانون‌مسعودی» ص۲۷۷ سطر۱۷ به بعد: «وعلی‌ماتبین فی‌المقالةالثانیه عشرمن‌کتاب‌الاصول...»

(۲)- «قانون‌مسعودی»ص۲۷۷ سطرآخربه‌بعد: «ثم‌لتقرقوس **اج**مساویه‌ل**اب**..» این دستوربه عربی چنین بیان می‌شود: «وترالخمس‌یقوی‌علی‌وتری‌السدس والعشر»



(شکل ٦٦)

و واضح است که زاویهٔ K قائمه وزاویهٔ EBK مساوی با ۵۴ درجه است. اکنون از نقطهٔ E پاره خط EH را مطابق باشکل طوری رسم می کنیم که زاویهٔ HEB مساوی با زاویهٔ EBK یعنی۵۴ درجه شود. دراین‌صورت مثلث متساوی‌الساقین HEB با مثلث‌متساوی‌الساقین ECBمشابه است وداریم :

$$\frac{EB}{BC} = \frac{HB}{EB}$$

ویا

$$HB \times BC = \overline{EB}^{2} \qquad (۶)$$

اکنون خط EH را امتداد می‌دهیم تا AC را درنقطهٔ T قطع کند. داریم

$$\overset{\wedge}{CHT} = \overset{\wedge}{EHB} = ۷۲^{\circ}$$

زیرا مثلث HEB متساوی الساقین و هر یك از زوایای قاعدهٔ آن ۵۴ درجه هستند. واز طرف دیگر

$$\overset{\wedge}{ACB} = ۱۸^{\circ}$$

زیرا زاویهٔ ACB محاطی و رو به روی قوس AB است که ۳۶ درجه می باشد.

پس درمثلثCHT زاویهٔ T مساوی با ۹۰ درجه‌است (زیرامجموع‌دو زاویهٔ دیگرآن ۹۰ = ۱۸ + ۷۲ درجه است) پس نقطهٔ T پای عمود HT بر CA استو CT = TA واگر A را به H وصل کنیم مثلث متساوی الساقین HCA با مثلث متساوی‌الساقین ACB مشابه می‌شود وداریم :

$$\frac{CH}{AC} = \frac{AC}{BC}$$

ویا $$CH \times BC = AC^2 \qquad (۷)$$

اکنون دو تساوی (۶) و (۷) را عضو به عضو با هم جمع می کنیم حاصل می‌شود :

$$(CH + HB) \times BC = \overline{EB}^2 + \overline{AC}^2$$

وچون $CH + HB$ مساوی با CB است داریم :

$$\overline{BC}^2 = \overline{EB}^2 + \overline{AC}^2$$

یعنی $$\boxed{(C_5)^2 = r^2 + (C_{10})^2} \qquad (۸)$$

واین همان چیزی است که می‌خواستیم ثابت کنیم .

۶/۳۱ـ د ـ اثبات دستور $$C_5 = \sqrt{\left(\sqrt{\frac{5d^2}{16}} - \frac{d}{4}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

صحت این رابطه،چنانکه **استاد** اشاره کرده است، ازروی‌رابطهٔ (۸) شمارهٔ قبل به فرض معلوم‌بودن C_{10} به دست می‌آید. به این ترتیب که مقدار C_{10} را از روی رابطهٔ (۵) شمارهٔ ۶/۲۹ در رابطهٔ (۸) شمارهٔ قبل قرار می‌دهیم و به جای r مقدار $\frac{d}{2}$ را می گذاریم حاصل می‌شود:

$$(C_5)^2 = \left(\sqrt{\frac{5d^2}{16}} - \frac{d}{4}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

یعنی $$C_5 = \sqrt{\left(\sqrt{\frac{5d^2}{16}} - \frac{d}{4}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

چنانکه درشمارهٔ ۶/۱۵ گفتیم دستورفوق را می‌توان به صورت سادهٔ زیر نوشت :

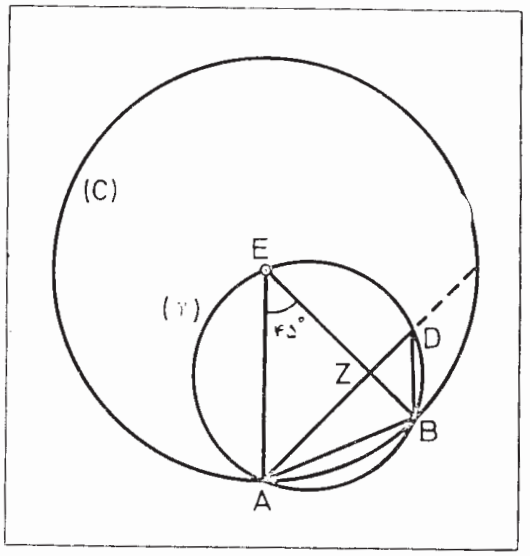
$$C_5 = \frac{r}{2}\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}$$

۶/۳۲ـ **اثبات دستور** $C_{\lambda} = \sqrt{r^{۲} - r(r\sqrt{۲} - r)}$ ـ (رجوع کنید به شمارهٔ ۶/۱۸)

استاد دراثبات این‌دستور ازطرفی‌به اختصار پرداخته وبه ذکر رؤوس‌مطالب اکتفا کرده وازطرف دیگرچون می‌خواسته است از قضایای مقدماتی اول و دوم (شماره‌های ۶/۲۱ و۶/۲۲) استفاده کند راهی طولانی رفته است که اینك به‌شرح آن می‌پردازم(۱)

فرض کنیم که دردایرهٔ (C) به مرکز E وبه شعاع r قوس AB یك هشتم دایره یعنی وتر AB ضلع هشت ضلعی منتظم محاطی باشد که آن را C_{λ} می‌نامیم ومی‌خواهیم طول آن را برحسب r حساب کنیم .

دایرهٔ محیطی مثلث AEB را رسم کرده آن را (γ) می‌نامیم واز نقطهٔ A عمود AZ رابر EB فرود آورده آن را امتداد می‌دهیم تا دایرهٔ (γ) را درنقطه‌ای مانند D قطع کند. واضح است که زاویهٔ E مساوی با ۴۵ درجه است وپاره خط EZ نصف ضلع مربع محاط در دایرهٔ (C) است یعنی



(شکل ۶۷)

$$(۱) \quad EZ = \frac{r\sqrt{۲}}{۲}$$

استاد گفته است، وبه سهولت می‌توان ثابت کرد، که در دایرهٔ (γ) نقطهٔ A

(۱)ـ راه ساده‌تری برای محاسبهٔ C_{λ} درشمارهٔ ۶/۳۳ ذکرکرده‌ام .

وسط قوس EABD است وخط شکستهٔ EBD دراین قوس محاط‌شده است. پس عمود AZ که ازوسط این قوس برضلع بزرگتر خط شکستهٔ مذکور فرود آمده‌ـ بنا برقضیهٔ اول (شمارهٔ ۶/۲۱) آن را نصف می کند یعنی :

$$EZ = ZB + BD \qquad (۲)$$

ونظر به قضیهٔ دوم (شمارهٔ ۶/۲۲) داریم :

$$EA^{۲} = EB \times BD + AB^{۲}$$

اما $EA = EB = r$ و $AB = C_{۸}$ پس رابطهٔ فوق چنین نوشته می‌شود :

$$r^{۲} = r \times BD + (C_{۸})^{۲}$$

و ازآنجا

$$(C_{۸})^{۲} = r^{۲} - r \times BD \qquad (۳)$$

از طرف دیگر گفتیم که نقطهٔ Z وسط خط شکستهٔ EBD است (تساوی ۲)پس:

$$BD = ۲EZ - EB$$

ونظر به رابطهٔ (۱) معلوم‌می‌شود:

$$BD = ۲\left(\frac{r\sqrt{۲}}{۲}\right) - r = r\sqrt{۲} - r$$

واگر این مقدار را در رابطهٔ (۳) قرار دهیم حاصل می‌شود :

$$(C_{۸})^{۲} = r^{۲} - r(r\sqrt{۲} - r)$$

واین همان چیزی است که می‌خواستیم ثابت کنیم .

۶/۳۳ـ **تبصره**ـ بدون بکاربردن قضایای اول‌ودوم می‌توان $C_{۸}$ رامستقیماً حساب کرد: درمثلث قائم‌الزاویهٔ AZB (شکل ۶۷)داریم :

$$(C_{۸})^{۲} = AB^{۲} = AZ^{۲} + ZB^{۲}$$

$$= \left(\frac{r\sqrt{۲}}{۲}\right)^{۲} + \left(r - \frac{r}{۲}\right)^{۲}$$

$$= 2r^2 - r^2\sqrt{2}$$

واز آنجا $$C_8 = r\sqrt{2 - \sqrt{2}}$$

هـ ـ باب دوم ازمقالهٔ سوم «قانون مسعودی»

درتوابع وترهای اصلی (۱)

دراین باب **استاد** پنج مسألهٔ مهم مربوط بـه محاسبهٔ اوتار دایره را برحسب قطرآن حل کرده وبرای هریك ازآنها دستوری داده است. به این ترتیب که ابتدا دستورحل مسایل را یك‌جا بیان کرده وسپس به اثبات صحت آنها پرداخته‌است.

به منظورآنکه خوانندهٔ کتاب حاضرمجبور نشود بـرای بررسی حل یك مسأله بـه صفحات مختلف کتاب رجـوع کند برهان حل هرمسأله‌را دردنبال دستورحل‌همان مسأله‌نوشته‌ام وبرای هرمسأله شماره‌ای اختیارکرده‌ام تـا ارجاع بـه آنها آسان باشد. خاطرنشان می‌کنم کـه آنچـه دراینجا می‌نـویسم ماحصل گفته‌هـای **بیرونـی** است ونـه تـرجمهٔ تحت‌اللفظی عبارات آن.

۶/۳۴ـ مسألهٔ اول(۲)ـ محاسبهٔ وترمکمل قوسی که وترآن معلوم باشد.

دستور ـ هرگاه بخواهیم وترمکمل قوسی راکه وترآن معلوم است بـه دست آوریم،وترمعلوم را با قطر جمع کرده نصف آن را دردوموضع ثبت می کنیم

(۱)ـ «قانون‌مسعودی» ص ۲۸۰: «الباب الثانی فی توابع امهات الاوتار»

(۲)ـ «قانون مسعودی» ص ۲۸۰: «معرفة وترتتمة کل قوس معلومة الـوتر الـی نصف الدائره ـ اذا اردنا ذلك جمعنا الوتر المعلوم الی القطر ووضعنا نصف الجملة فی مکانین وضربنا فضل القطر علی احدهما فیما کان فی المکان الثانی، وما اجتمع فی اربعة ابـداً، فیکون جـذر المبلغ وترتتمة قوس ذلك الوتر المعلوم الی نصف الدور»

وتفاضل قطر را با یکی از آنها حساب کرده حاصل را در آنچه در موضع دیگر نوشته‌ایم ضرب می‌کنیم و نتیجه را همیشه چهار برابر کرده جذر این حاصل را می‌گیریم.

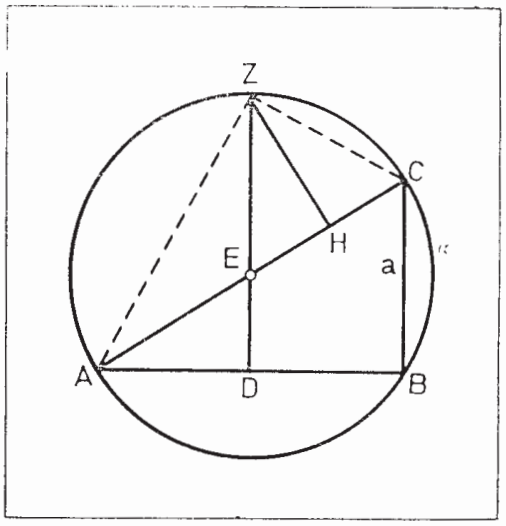
توضیحـ اگر قطر دایره را d و وترقوس معلوم α را a بنامیم دستورفوق را می‌توان چنین نوشت:

$$\text{وترقوس } (180^\circ - \alpha) = \sqrt{4\left(\frac{d+a}{2}\right)\left(\frac{d-a}{2}\right)}$$

که البته می‌توان آن را به صورت ساده‌تر زیر درآورد:

$$\text{وترقوس } (180^\circ - \alpha) = \sqrt{d^2 - a^2}$$

برهان [1] ـ در دایرهٔ به مرکز E و به قطر $AC = d$ قوس $\overset{\frown}{BC} = \alpha$ و وتر آن $BC = a$ را معلوم فرض می‌کنیم. می‌خواهیم وتر قوس $\overset{\frown}{AB}$ را که مکمل قوس α است برحسب a و d حساب کنیم.



(شکل ۶۸)

عمود منصف وتر AB را رسم می‌کنیم. این عمود منصف از مرکز دایره یعنی نقطهٔ E می‌گذرد و دایره را در نقطهٔ Z قطع می‌کند

(۱)ـ «قانون‌مسعودی» ص۲۸۳ سطرششم به بعد: ولیکن فی الشکل الذی کنا فرضناه لوتر الثلث...» ـ ونیز رجوع کنید به «استخراج الاوتار» چاپ حیدرآباد، صفحهٔ ۸۷

که وسط قوس ACB است. ازنقطهٔ Z عمود ZH را برقطر AC فرودمی‌آوریم.

چون خط شکستهٔ ACB درقوس ACB محاط شده وازوسط این‌قوس‌عمود ZH را بروتر بزرگتر AC (قطر) فرود آورده‌ایم بنا بـه قضیهٔ مقدمـاتـی اول (شمارهٔ ۶/۲۱) پای این عمود یعنی نقطهٔ H وسط خط شکستهٔ ACB است یعنی :

$$AH = HC + CB$$

(۱) $$AH = \frac{AC + CB}{۲} = \frac{d + a}{۲}$$ وواضح است که

(۲) $$HC = \frac{AC - CB}{۲} = \frac{d - a}{۲}$$ و

ازطرف دیگر درمثلث قائم‌الزاویهٔ ZAC داریم :

(۳) $$ZH^۲ = AH \times HC = \left(\frac{d + a}{۲}\right)\left(\frac{d - a}{۲}\right)$$

وچون دومثلث قائم‌الزاویهٔ EZH و EAD متساویند (درحالت وتـر ویك زاویهٔ حاده) پس $ZH = AD = \frac{AB}{۲}$

ورابطهٔ (۳) به صورت زیر درمی‌آید :

$$\frac{AB^۲}{۴} = \left(\frac{d + a}{۲}\right)\left(\frac{d - a}{۲}\right)$$

و از آنجا

$$AB = \sqrt{۴\left(\frac{d + a}{۲}\right)\left(\frac{d - a}{۲}\right)}$$

واین همان چیزی است که می‌خواستیم ثابت کنیم.

۶/۳۵- مسألهٔ‌دوم(۱)- محاسبهٔ‌وتردوبرابرقوسی که‌وترآن معلوم‌باشد.

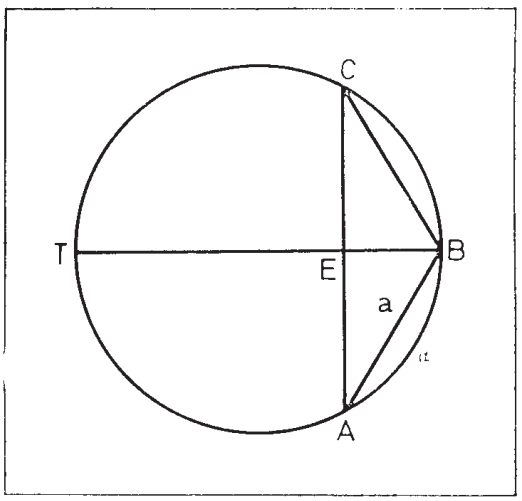
(۱)- «قانون مسعودی» ص۲۸۱: معرفة وترضعف‌کل قـوس معلـومةالـوتر - نقسم مضروب‌الوترالمعلوم فی‌مثله علی‌القطر، ونضرب‌الخارج من‌القسمة فـی‌مثله و ننقص‌المبلـغ من‌مضروب‌الوترالمعلوم فی‌مثله ونضعف جذرالباقی»

دستور ـ برای به دست‌آوردن وتر دوبرابر قوسی که وتر آن معلوم باشد، مربع وتر معلوم را برقطر تقسیم کرده‌خارج قسمت را مربع می کنیم واین‌حاصل را ازمربع وترمعلوم کم کرده جذر باقیمانده را دوبرابر می کنیم .

توضیح ـ اگرقطردایره را d و وترقوس معلوم α را a بنامیم دستورفوق را می‌توان چنین نوشت :

$$\text{وترقوس}2\alpha = 2\sqrt{a^2 - \left(\frac{a^2}{d}\right)^2}$$

برهان(۱) ـ دردایرهٔ به قطر $BT = d$ قوس $\overset{\frown}{AB} = \alpha$ و وترآن $AB = a$ را معلوم فرض می کنیم. می‌خواهیم وترقوس $\overset{\frown}{AC}$ را کـه دوبرابـرقـوس $\overset{\frown}{AB}$ است برحسب d وa حساب کنیم .



(شکل ۶۹)

قطری از دایره را که ازنقطهٔ B می گذرد BT می‌نامیم و A را به C وصل می کنیم تا BT را در نقطهٔ E قطع کند .

درمثلث قائم الزاویـهٔ ABT دارم

$$AB^2 = BT \times BE$$

واز آنجا

$$BE = \frac{AB^2}{BT} \qquad (1)$$

درمثلث قائم‌الزاویهٔABE داریم:

$$EA^2 = AB^2 - BE^2$$

---

(۱)ـ «قانون‌مسعودی» ص۲۸۴سطریازدهم به‌بعد: «فاما لمعرفةوترالضعف فانا..»
ـ ونیزرجوع‌کنید به «استخراج‌الاوتار» چاپ حیدرآباد صفحهٔ ۸۸

یعنی با در نظر گرفتن رابطهٔ (۱) :

$$EA^{۲} = AB^{۲} - \left(\frac{AB^{۲}}{BT}\right)^{۲}$$

واز آنجا :

$$EA = \sqrt{AB^{۲} - \left(\frac{AB^{۲}}{BT}\right)^{۲}}$$

وچون $AB = a$ و $BT = d$ و $AC = ۲AE$ پس:

$$AC = ۲AE = ۲\sqrt{a^{۲} - \left(\frac{a^{۲}}{d}\right)^{۲}}$$

واین همان چیزی است که می‌خواستیم ثابت کنیم .

۶/۳۶- مسألهٔ سوم(۱)- محاسبهٔ وتر نصف قوسی که وتر آن معلوم باشد.

دستور - برای محاسبهٔ وتر نصف قوسی که وتر آن معلوم باشد، مربع نصف وتر معلوم را با مربع نصف تفاضل قطر ووترمکمل قوس معلوم جمع کرده جذر آن را می گیریم .

ویا : قطر را در نصف تفاضل قطر ووتر قوس مکمل قوس مفروض ضرب کرده جذر حاصل را می گیریم .

توضیح- اگر قطر دایره را d و وتر قوس معلوم α را a بنامیم دستور فوق به صورت زیر نوشته می‌شود :

---

(۱)- «قانون مسعودی» ص ۲۸۱ : «معرفة وترنصف قوس معلومة الوتر - نجمع مضروب نصف الوتر المعلوم فی مثله الی مضروب نصف فضل ما بین وترتتمة قوس الوتر المعلوم الی نصف الدائره وبین القطر فی مثله، ونأخذ جذر المبلغ فیکون نصف القوس المعلومة الوتر. وان شئنا ضربنا نصف فضل القطر علی وترتتمة القوس المعلومة الوتر الی نصف الدائرة فی القطر کملا ً واخذنا جذر المجتمع فکان وترنصف قوسه.

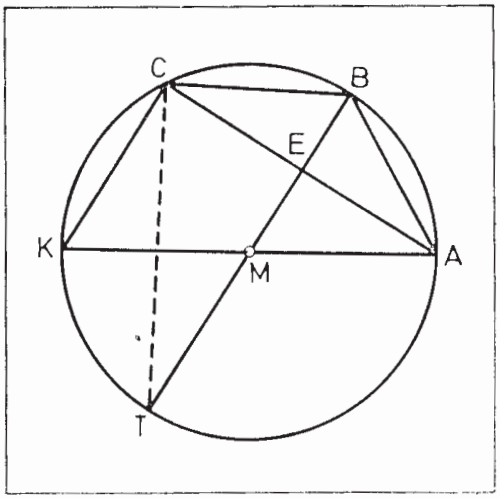
$$\text{وتر}\frac{\alpha}{۲} = \sqrt{\left[\frac{d}{۲} - \frac{\text{وتر}(۱۸۰^\circ - \alpha)}{۲}\right]^۲ + \left(\frac{a}{۲}\right)^۲} \qquad (۱)$$

ویا

$$\text{وتر}\frac{\alpha}{۲} = \sqrt{\frac{d}{۲}\left[\frac{d}{۲} - \frac{\text{وتر}(۱۸۰^\circ - \alpha)}{۲}\right]} \qquad (۲)$$

برهان [۱] ـ دردایرهٔ بـه قطر d قوس $\widehat{AC} = \alpha$ ووتـر آن $AC = a$ را معلوم فرض می کنیم. می‌خواهیم‌وترقوس $\widehat{AB}$ را، که نصف‌قوس $\widehat{AC}$ است، برحسب dوa حساب کنیم. مرکز دایـره را M نامیده دو قطـر AMK و BMT رارسم می کنیم و فصـل مشترك BT را بـا AC نقطهٔ E می‌نامیم. واضح است که نقطهٔ E وسطAC استو $ME = \frac{KC}{۲}$

و $BE = BM - ME$



(شکل ۷۰)

یعنی:

$$BE = \frac{d - KC}{۲} \qquad (۳)$$

ازطرف دیگر درمثلث‌قائم‌الزاویهٔ BEC داریم :

$$BC^۲ = BE^۲ + EC^۲ = \left(\frac{d - KC}{۲}\right)^۲ + EC^۲$$

وچون $EC = \frac{a}{۲}$ و $KC = \text{وتر}(۱۸۰^\circ - \alpha)$ پس :

(۱)ـ «قانون مسعودی» ص ۲۸۵ سطر دوم به بعد: «واما لمعرفة وتر النصف ...»
ونیز رجوع‌کنید به «استخراج‌الاوتار» چاپ حیدرآباد، صفحهٔ ۸۸ و۸۹

$$BC = \frac{\alpha}{۲} \text{ وتر} = \sqrt{\left[\frac{d - (۱۸۰^\circ - \alpha) \text{وتر}}{۲}\right]^۲ + \left(\frac{a}{۲}\right)^۲}$$

واین همان دستور(۱) است.

اکنون گوییم درمثلث قائم‌الزاویهٔ TCB نقطهٔ E پای ارتفاع واردبر وتر TB است‌وداریم :

$$BC^۲ = BE \times TB$$

ونظر به‌رابطهٔ(۳)حاصل میشود:

$$BC^۲ = \frac{d - (۱۸۰^\circ - \alpha) \text{وتر}}{۲} \times d$$

وچون ازطرفین تساوی فوق جذر بگیریم دستور (۲) حاصل می‌شود.

۳۷/ع- مسألهٔ چهارم[۱] - محاسبهٔ وتر یك چهارم قوسی که وترآن

---

(۱)- «قانون مسعودی» ص ۲۸۱ و ۲۸۲ - چون این مسأله وحل آن از جهت تاریخ‌ریاضیات اهمیت دارد عیناً دستور **استاد**را دراینجا نقل می‌کنم (اگرچه‌مفصل‌است): معرفة وتر‌ربع‌القوس‌الملومة‌الوتر واوتار ما بعده من‌تتمتها ومایؤدی الیه‌التنصیف - هذا وان اغنی عنه ماتقدم ففیه شیء مامن‌تسهیل‌ماسنستعمل. فلنسم نصف فضل ما بین‌القطر و بین‌وتر تتمة‌القوس‌المفروضة محفوظا اولا ، و نصف‌وترالقوس‌المعطاة محفوظاً ثانیا ، و نصف وتر نصفهاالذی استخرجناه‌آنفا محفوظا ثالثا ، ثم‌نضرب وترنصفها فی‌المحفوظ الاول‌ونقسم ما اجتمع علی‌مجموع وترالنصف والمحفوظ‌الثانی ،فماخرج نضرب نصفه وهوالمحفوظ‌الرابع فی‌القطر.ونأخذجذرالمبلغ فیکون وتر ربع‌القوس المعطاة ، ونصف هذاالوتر هوالمحفوظ الخامس، وعلی قیاس ذلك نضرب لمعرفة وتر ثمن هذه‌القوس وتر‌ربعها فی‌المحفوظ‌الرابع، ونقسم ما بلغ علی مجموع وتر‌ربعها والمحفوظ‌الثالث، و نضرب نصف‌مایخرج وهوالمحفوظ السادس فی‌القطرفیجتمع مربع‌وترثمنها وما بعدذلك منه علی هذه بمنزلة عمله من‌وتر‌ربعها »

معلوم باشد وهمچنین محاسبهٔ وترهای قوسهایی که از نصف کردنهای متوالی قوس مفروض به‌دست می‌آیند.

تبصره ـ این مسأله یکی از مهمترین مسایل این باب و نمونهٔ بارز زبردستی **استاد** درتعمیم مسایل ریاضی است. **استاد** دراینجا به‌فرض معلوم‌بودن وتر قوس α دستورمحاسبهٔ وترهای هریك ازقوسهای $\frac{\alpha}{4}$ و $\frac{\alpha}{8}$ و $\frac{\alpha}{16}$ و . . . و $\frac{\alpha}{2^{n+1}}$ را بیان‌می‌کند. ودرحقیقت یك‌رابطهٔ ترا جعی(۱) به‌دست میدهد که چنانکه بعداً خواهیم دید در ریاضیات قدیم سابقه نداشته وتاقرن‌شانزدهم میلادی نظیری برای آن نمی‌شناسیم. **استاد** خود کاملاً به‌اهمیت این دستور وقوف داشته و درآغاز آن نوشته است : «هذا وان اغنی عنه ماتقدم ففیه شیء ما تسهیل سنستعمل». یعنی اگرچه قبلاً دستور محاسبهٔ وترنصف‌قوسی‌را که وتر آن معلوم باشد بیان کرده‌ایم ودیگر به‌حل این مسأله احتیاج نداریم، اما دراین مسأله چیزی هست که موجب سهولت عملهای بعدی است.

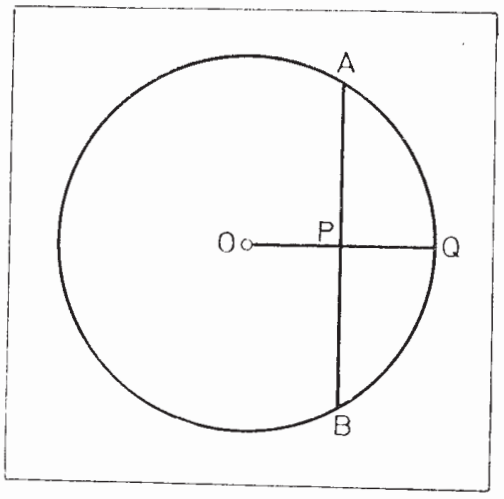
دستور ـ برای یافتن وتریك‌چهارم قوس مفروض α (که وتر آن را معلوم فرض می کنیم) نصف تفاضل قطر را باوترقوس $(\alpha - 180^\circ)$ **محفوظ اول**(G_1) می‌نامیم. ونصف وترقوس مفروض را **محفوظ دوم**(G_2) می‌خوانیم. ونصف وتر نصف‌قوس مفروض‌را، که قبلاروش محاسبهٔ آن‌را بیان کردیم، **محفوظ سوم**(G_3) می‌نامیم. سپس وترنصف قوس مفروض را در G_1 ضرب کرده حاصل را بر مجموع وترنصف‌قوس مفروض وG_4 تقسیم می کنیم،ونصف خارج قسمت‌این تقسیم که‌آن را

(۱)ـ به‌فرانسوی: Relation de récurrence ـ به‌آلمانی: Rekursionformeln

محفوظ چهارم(G_4) می‌نامیم درقطرضرب می کنیم وجذرآن را می گیریم تا وتر یك چهارم قوس مفروض حاصل شود.

سپس نصف این وترا را **محفوظ پنجم**(G_5) می‌نامیم و به‌قیاس آنچه گفتیم برای یافتن وتریك‌هشتم قوس مفروض وتریك‌چهارم آن‌را در G_4 ضرب کرده حاصل‌را برمجموع وتریك‌چهارم و G_2 تقسیم می کنیم، ونصف خارج قسمت این تقسیم را **محفوظ ششم** (G_6) نامیده آن را درقطر ضرب می کنیم وجذرآن را می گیریم تا وتر یك هشتم قوس مفروض به‌دست آید. و عمل را به همین ترتیب ادامه می‌دهیم.

توضیح ـ برای سهولت بیان ابتدا قوس $\overset{\frown}{AB}$ ازدایرهٔ‌به‌مرکز O و به‌شعاع r را درنظر گرفته اندازهٔ آن‌را برحسب رادیان α می‌نامیم وعمودی از مرکز O بروتر AB فرودمی‌آوریم تا وتر AB را درنقطهٔ P وقوس AB را در نقطهٔ Q قطع کند و برحسب قرارداد:



(شکل ۷۱)

اولا بجای آنکه بگوییم «وتر رو به روی قوس α » برای رعایت اختصارمی گوییم «وترα »

ثانیاً پاره‌خط PQ یعنی‌فاصلهٔ‌وسط وترازوسط‌قوس‌را «سهم α »می‌نامیم.(۱)

(۱)ـ رجوع‌کنید به‌شمارهٔ ۳/۸۵

باقراردادهای فوق دستورهای **استاد** را می‌توان چنین نوشت:

$$\frac{\alpha}{۴}\text{وتر} = \sqrt{r \times \frac{\left(\frac{\alpha}{۲}\text{وتر}\right) \times (\alpha\text{سهم})}{\left(\frac{\alpha}{۲}\text{وتر}\right) + (\alpha\text{نصف‌وتر})}} \qquad (۱)$$

$$\frac{\alpha}{۲^{n+۱}}\ \text{وتر} = \sqrt{r \times \frac{\left(\frac{\alpha}{۲^{n}}\text{وتر}\right) \times \left(\frac{\alpha}{۲^{n-۱}}\ \text{سهم}\right)}{\left(\frac{\alpha}{۲^{n}}\text{وتر}\right) + \left(\frac{\alpha}{۲^{n-۱}}\ \text{نصف‌وتر}\right)}} \qquad (۲)$$

برهان[۱] ـ قوس $\overset{\frown}{AC} = \alpha$ ازدایرهٔ به‌مرکز O و به‌شعاع r رادرنظر گرفته آن‌را در نقاط D وB وZ به‌چهارقسمت‌متساوی‌تقسیم می کنیم‌ووسط قوس BDرا S می‌نامیم. دراین‌صورت:

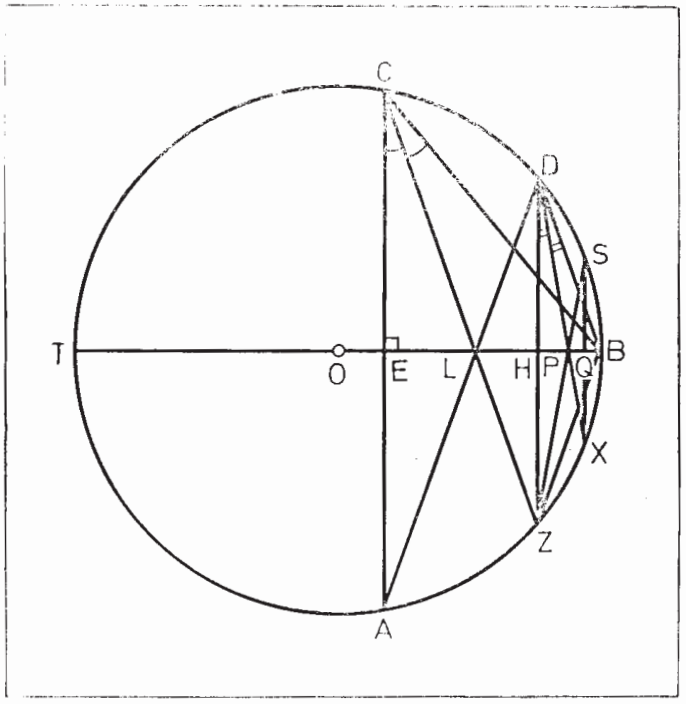
$$\overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{DB} = \overset{\frown}{BZ} = \overset{\frown}{ZA} = \frac{\alpha}{۴}$$

و

$$\overset{\frown}{SB} = \frac{\alpha}{۸}$$

(۱) «قانون مسعودی» ص ۲۸۵ سطریازدهم به‌بعد: «فاماوتر ربع‌القوس ومادونه بالتنصیف....»

ـ خاطرنشان می‌کنم‌که آنچه به‌عنوان برهان نوشته‌ام شرح گفته‌های **بیرونی** دراین باب است و نه‌ترجمهٔ تحت‌اللفظی عبارات او، ضمناً برای مطالبی‌که ازروی‌شکل واضح هستند دلیل نمی‌آورم تااستدلال خلاصه وروشن باشد.



(شکل۷۲)

اکنون قطر TOB را رسم کرده نقطهٔ C را به‌نقاط Z و B و نقطهٔ D را به نقاط A و Z و B و نقطهٔ S را به‌نقاط Z و B وصل می کنیم (SB روی شکل رسم نشده‌است) وفصل‌مشترک خطوط حاصل را باقطر TB مطابق باشکل نام می گذاریم.

واضح است که قطر TB محور تقارن شکل است و نقاط A و Z به‌ترتیب قرینه‌های نقاط C و D نسبت به TB هستند. بنابراین CZ و AD یکدیگر را روی قطر TB درنقطه‌ای مانند L قطع می کنند و باقراردادهای قبلی داریم:

$$\overset{\frown}{AC} = \alpha \quad \text{و} \quad \text{وتر} AC = \alpha \text{و} \quad \text{وتر} \frac{\alpha}{۲} = DZ = BC \quad \text{و} \quad \text{وتر} \frac{\alpha}{۴} = DB$$

$$\text{و} \quad \text{نصف‌وتر} \frac{\alpha}{۴} = \frac{SX}{۲} = SQ \quad \text{و} \quad \text{وتر} \frac{\alpha}{۸} = BS$$

آنچه را **بیرونی** محفوظ اول‌ودوم وسوم نامیده عبارتنداز:

$$\text{محفوظ اول} = G_1 = EB = (\alpha_{\text{سهم}})$$

$$\text{محفوظ دوم} = G_2 = \frac{AC}{2} = CE = (\alpha_{\text{نصف وتر}})$$

$$\text{محفوظ سوم} = G_3 \qquad \frac{DZ}{2} = DH\ (\frac{\alpha}{2}_{\text{نصف‌وتر}})$$

(بقیهٔ محفوظها یعنی G_4وG_5وG_6 را بعداً معین خواهم کرد)

اینك می‌پردازیم به‌محاسبهٔ (وتر $\frac{\alpha}{4}$)

محاسبهٔ وتر $\frac{\alpha}{4}$

ـ چون CZ نیمساززاویهٔ ECB است داریم:

$$\frac{CE}{CB} = \frac{EL}{LB}$$

وپس‌ازترکیب‌نسبت:

$$\frac{CE+CB}{CB} = \frac{EL+LB}{LB} = \frac{EB}{LB}$$

وازآنجا

$$LB = \frac{CB \times EB}{CB+CE}$$

بنابراین مقدار LB معلوم است وباقراردادهای قبلی داریم:

$$(۳) \qquad LB = \frac{(\frac{\alpha}{2}_{\text{وتر}}) \times (\alpha_{\text{سهم}})}{(\frac{\alpha}{2}_{\text{وتر}}) + (\alpha_{\text{نصف‌وتر}})} = \frac{(\frac{\alpha}{2}_{\text{وتر}}) \times G_1}{(\frac{\alpha}{2}_{\text{وتر}}) + G_2}$$

ازروی شکل می‌توان به‌آسانی دریافت که چهارضلعی LDBZ لوزی است ونقطهٔ H وسط LB است یعنی HB مساوی‌است‌با‌نصف LB . اما HB مساوی‌است‌با

($\frac{\alpha}{۲}$سهم) واین همان چیزی‌است که **بیرونی** آن‌را **محفوظ چهارم** نامیده است.

$$HB = \frac{LB}{۲} = G_۴ = (\frac{\alpha}{۲}\text{سهم})$$

حال گوییم که چون نقطهٔ H تصویر نقطهٔ D روی‌قطر است داریم:

$$BD^۲ = TB \times HB = ۲r \times HB$$

وچون $HB = \frac{LB}{۲}$ پس:

$$BD = \sqrt{۲r \times \frac{LB}{۲}} = \sqrt{r \times LB}$$

اما BD مساوی‌با($\frac{\text{وتر}}{۴}$) است بنابراین بادرنظر گرفتن‌رابطهٔ(۳)داریم:

$$\frac{\alpha}{۴}\text{وتر} = \sqrt{r \times \frac{(\frac{\alpha}{۲}\text{وتر}) \times (\alpha\text{سهم})}{(\frac{\alpha}{۲}\text{وتر}) + (\alpha\text{نصف‌وتر})}} \qquad \text{(الف)}$$

واین همان دستور(۱) است که می‌خواستیم صحت‌آن‌را ثابت کنیم.

* * *

بیرونی این دستوررا تعمیم داده وآن‌را برای‌محاسبهٔ ($\frac{\alpha}{۸}$وتر) و سپس برای محاسبهٔ($\frac{\alpha}{۱۶}$وتر) وغیره به‌کار برده‌است. به‌این‌ترتیب:

محاسبهٔ وتر $\frac{\alpha}{۸}$

ـ چون خط DP نیمساز زاویهٔ HDB است‌داریم:

$$\frac{DH}{DB} = \frac{HP}{PB}$$

وپس از ترکیب نسبت:

$$\frac{DH+DB}{DB}=\frac{HP+PB}{PB}=\frac{HB}{PB}$$

$$PB=\frac{DB\times HB}{DB+DH}$$ واز آنجا

امامی‌دانیم که $DB=(\frac{\alpha}{۴}$ وتر$)$ و $HB=(\frac{\alpha}{۲}$ سهم$)=G_۴$ و

$DH=(\frac{\alpha}{۲}$ نصف‌وتر$)=G_۲$ پس PB معلوم است:

$$(۴)\qquad PB=\frac{(\frac{\alpha}{۴}\text{ وتر})\times(\frac{\alpha}{۲}\text{ سهم})}{(\frac{\alpha}{۴}\text{ وتر})+(\frac{\alpha}{۲}\text{ نصف وتر})}$$

[بیرونی نصف PB یعنی QB را که $(\frac{\alpha}{۴}$ سهم$)$ است $G_۵$ نامیده‌است]

اما چون نقطهٔ Q تصویر نقطهٔ S روی قطر TB است داریم:

$$\overline{BS}^۲=TB\times QB=۲r\times QB$$

وچون $QB=\frac{PB}{۲}$ (زیرا چهارضلعی PSBX لوزی‌است)پس:

$$BS=\sqrt{۲r\times\frac{PB}{۲}}=\sqrt{r\times PB}$$

اما BS مساوی با$(\frac{\alpha}{۸}$ وتر$)$ است. پس بادرنظر گرفتن تساوی (۴) داریم:

$$(ب)\qquad \frac{\alpha}{۸}\text{ وتر}=\sqrt{r\times\frac{(\frac{\alpha}{۴}\text{ وتر})\times(\frac{\alpha}{۲}\text{ سهم})}{(\frac{\alpha}{۴}\text{ وتر})+(\frac{\alpha}{۲}\text{ نصف‌وتر})}}$$

بیرونی درپایان این استدلال گفته است «والعمل فیما بعده علی هذا المثال» یعنی (وتر $\frac{\alpha}{۱۶}$) و (وتر $\frac{\alpha}{۳۲}$) وغیره را می‌توان مانند فوق حساب کرد.

تعمیم دستورهای (الف) و (ب)- دستورهای الف و ب، را می‌توان همانگونه که **بیرونی** گفته است تعمیم داد و به‌صورت زیر درآورد:

اگر n عددی صحیح و بزرگتر از صفر باشد داریم:

$$\text{وتر}\frac{\alpha}{۲^{n+1}} = \sqrt{۲ - \frac{(\text{وتر}\frac{\alpha}{۲^{n-1}}\text{سهم}) \times (\text{وتر}\frac{\alpha}{۲^{n}})}{(\text{وتر}\frac{\alpha}{۲^{n-1}}\text{نصف}) \times (\text{وتر}\frac{\alpha}{۲^{n}})}}$$

واین یك دستور **تراجعی** است یعنی درآن می‌توان به‌جای n هر عدد طبیعی **را** قرار داد.

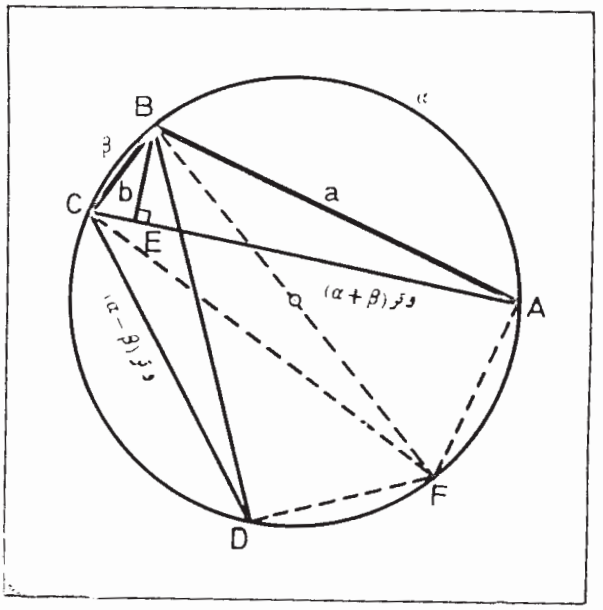
تبصرهٔ ۱-بیرونی این‌دستوررادرهزارسال پیش به‌دست‌آورده است. تاآنجا که اطلاع‌داریم نخستین کسی که در اروپا دستورهای تراجعی برای توابع مثلثاتی به‌دست آورد (**فرانسوا ویت** François Viète) ریاضی‌دان فرانسوی بود که از ۱۵۴۰ تا ۱۶۰۳ میلادی می‌زیست. وی (درحدود شش قرن بعداز **بیرونی**) دستوری برای محاسبهٔ $\cos n\theta$ برحسب $\cos\theta$ وقتی که n یکی ازمقادیر صحیح ۱ تا ۹ رااختیار کند پیدا کرد.(۱)

(۱) - رجوع کنید به « ایوز H » ص ۲۲۵ و « کاژری H » ص ۱۳۸ ونیز رجوع‌کنید به «شوی T» صفحات ۱۰ تا ۱۲

تبصرهٔ ۲ـ باوجود آنکه استدلال **بیرونی** چنانکه دیدیم روشن‌وزیبا است نمی‌فهمم چرا **کارل‌شوی** آن‌را ازراه‌پیچیدهٔ دیگری تعبیروتفسیر کرده‌است(۱)

۶/۳۸ـ مسأله پنجم (۲) **محاسبهٔ وتر تفاضل‌ووترمجموع دوقوس که وترهـای‌آنها معلوم باشند .**

دستور (۳) ـ وترقوس کوچکتر را یك‌بار دروترقوس بزرگتر وباردیگر دروترمکمل قوس بزرگترضرب کرده هردوحاصل را برقطرتقسیم می کنیم. سپس حاصلی را که از وتر بزرگتر به‌دست‌آمده مربع می کنیم‌وجذر تفاضل آن‌رابامربع وتر بزرگتر می گیریم وآن را جذر محفـوظ می‌نامیم.



(شکل ۷۳)

آنگاه اگر وتر تفاضل دو قوس راخواستیم حاصلی راکه‌از ضرب وتر مکمل قوس بزرگتر به‌دست آمده ازجذر محفوظ کم

(۱) رجوع‌کنید به«شوی T » صفحات ۱۰ تا ۱۲

(۲)ـ «قانون مسعودی» ص ۲۸۲: «معرفة وتر تفاضل کل قوسین معلـومتی‌الوتر ووترمجموعها ـ نضرب‌اصغرالوترین‌المعلومین‌فی‌کل‌واحدمن‌اعظمهماووترتتمة قوس هذاالاعظم الی نصف‌الدور، ونقسم‌کل واحدمن‌المجتمعین علی‌القطر فماخرج من‌الوترالاعظم ضربنـاه فی‌مثله وحفظنا جذرما بین‌المبلغین وماخرج من‌وترتتمةالاعظم. وان اردناوترالتفاضل نقصناه من‌الجذرالمحفوظ فیبقی وتر التفاضل، وان اردنا وترالمجموع جمعناه الی‌المحفوظ‌فیجتمع وترالمجموع .»

(۳)ـ عبارات عـربی که **بیرونی** برای این دستور آورده فشرده و پیچـیده است. بااین‌حال سعی‌کرده‌ام‌که ترجمهٔ آنها هم مطابق بااصل وهم ازنظرریاضی درست باشد.

می کنیم. واگر وتر مجموع دوقوس را خواستیم همان حاصل را باجذر محفوظ جمع می کنیم.

توضیح ـ قطردایره را d و اندازهٔ قوسهای $\overset{\frown}{AB}$ و $\overset{\frown}{BC}$ را به‌ترتیب α و β می‌نامیم ($\alpha > \beta$) و اندازهٔ وترهای AB و BC را به‌ترتیب a و b می گیریم.

روی شکل ۷۳ واضح است که AC وترمجموع $(\alpha + \beta)$ است.

برای آنکه وتر $(\alpha - \beta)$ را روی شکل ظاهر کنیم قوس $\overset{\frown}{BCD}$ را مساوی با α جدامی کنیم. واضح است که CD وتر $(\alpha - \beta)$ می‌شود. می‌خواهیم AC و CD را برحسب a و b و d حساب کنیم.

دستوری را که **بیرونی** داده می‌توان باروابط زیر بیان کرد:

$$(۱) \qquad \text{وتر } (\alpha - \beta) = CD = \sqrt{a^2 - \left(\frac{ab}{d}\right)^2} - \frac{b\sqrt{d^2 - a^2}}{d}$$

$$(۲) \qquad \text{وتر } (\alpha + \beta) = AC = \sqrt{a^2 - \left(\frac{ab}{d}\right)^2} + \frac{b\sqrt{d^2 - b^2}}{d}$$

که البته می‌توان آنها را بصورت سادهٔ زیر نوشت:(۱)

(۱)ـ اثبات صحت این دستور بااستفاده از قضیهٔ بطلمیوس بسیارآسان است. درشکل ۷۳ قضیهٔ بطلمیوس را یک‌بار درچهارضلعی محاطی ABCF می‌نویسیم حاصل می‌شود :

$$AC \times BF = AB \times CF + BC \times AF$$

و اگر به‌جای پاره خطها مقادیر آنها را قراردهیم AC یعنی وتر $(\alpha + \beta)$ مطابق با دستور (۲)′ به‌دست‌می‌آید. باردیگرقضیهٔ بطلمیوس را درچهارضلعی‌محاطی BCDF می نویسیم. حاصل می‌شود:

$$CF \cdot BD = BC \cdot DF + CD \times BF$$

و از روی این تساوی مقدار CD یعنی وتر $(\alpha - \beta)$ مطابق با دستور (۱)′ به دست می‌آید.

$$(\alpha-\beta)\ \text{وتر} = \frac{a\sqrt{d^2-b^2}-b\sqrt{d^2-a^2}}{d} \qquad (1)'$$

$$(\alpha+\beta)\ \text{وتر} = \frac{a\sqrt{d^2-b^2}-b\sqrt{d^2-a^2}}{d} \qquad (2)'$$

برهان[1] ـ قوس BCD را مساوی با α اختیارمی کنیم وازنقطهٔ B عمود BE را بروتر AC فرودمی‌آوریم.

نکتهٔ مهم‌مسأله محاسبهٔ AE وCE برحسب a وb وd است.

ابتدا ملاحظه‌می کنیم که $DB = AB$ یعنی نقطهٔ B وسط قوس ACD است وخط شکستهٔ ACD دراین قوس محاط شده و از وسط قوس یعنی نقطهٔ B عمود BE را بر AC فرودآورده‌ایم. پس نظر به‌قضیهٔ مقدماتی‌اول (شمارهٔ ۲۱/۶)نقطهٔ E وسط‌خط‌شکستهٔ AC است یعنی $AE = EC + CD$

ازاین‌روحاصل‌می‌شود:

$$CD = AE - CE \qquad (3)$$

وازطرف دیگر داریم $AC = AE + CE$ (۴)

بنابراین، چنانکه گفتیم، برای محاسبهٔ AC وCD کافی است AE وCE را بدست آوریم.

اینک‌می گوییم که واضح‌است که دومثلث قائم‌الزاویه BCE وBFA متشابه‌

(۱)- «قانون مسعودی» ص ۲۸۳ سطر دوازدهم به‌بعد: «ثم لیکن وتـرا **اب** و **ب ج** معلومین:...»- ونیزرجوع‌کنیدبه «استخراج‌الاوتار» چاپ حیدرآباد‌صفحات۹۱تا۱۰۰

اندوداریم: $\frac{BC}{BE} = \frac{BF}{AB}$ وازآنجا $BE = \frac{AB \times BC}{BF}$

یعنی : $BE = \frac{ab}{d}$ (۵)

ازطرف دیگر در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABE داریم $AE^2 = AB^2 - BE^2$

پس بادرنظر گرفتن رابطهٔ (۵) واینکه $AB = a$ حاصل می‌شود :

$$AE = \sqrt{a^2 - (\frac{ab}{d})^2} \quad (۶)$$

واین همان چیزی است که **بیرونی** در دستور خود آن را **جذر محفوظ** نامیده است.

بازازتشابه همان دو مثلثBCEوBFA حاصل می‌شود $\frac{BC}{CE} = \frac{BF}{FA}$

وازآنجا: $CE = \frac{BC \times FA}{BF}$ (۷)

ودرمثلث قائم‌الزاویهٔ BFA داریم $FA^2 = BF^2 - BA^2$ یعنی:

$FA = \sqrt{d^2 - a^2}$ که چون آن‌را دررابطهٔ (۷) قراردهیم حاصل‌می‌شود :

$$CE = \frac{b\sqrt{d^2 - a^2}}{d} \quad (۸)$$

اکنون مقادیر CD و AC ازروی روابط (۳) و (۴) بادرنظر گرفتن روابط (۶) و (۸) مطابق بادستور **بیرونی** بدست می‌آید:

$$CD = (\alpha - \beta) \text{ وتر} = AE - CE = \sqrt{a^2 - (\frac{ab}{d})^2} - \frac{b\sqrt{d^2 - a^2}}{d}$$

$$AC = (\alpha + \beta) \text{ وتر} = AE + CE = \sqrt{a^2 - (\frac{ab}{d})^2} + \frac{b\sqrt{d^2 - a^2}}{d}$$

***

۶/۳۹ ـ استاد در پایان این باب روش محاسبهٔ بعضی‌از وترهای دیگر دایره را نشان داده ونوشته است:(۱)

بعضی‌ازوترهای اصلی‌دایره‌را می‌توان بااستفاده ازمسایل قبل بدست‌آورد. مثلا C_3 را می‌توان ازروی C_6 بدست‌آورد. زیرا C_3 وترقوس مکمل روبه‌روی C_6 است (مسألهٔ اول ـ شمارهٔ ۶/۳۴) . ونیزمی‌توان گفت که C_2 وتر دوبرابر قوس‌مقابل C_6 است (مسألهٔ دوم ـ شمارهٔ۶/۳۵) . همچنین C_5 را می‌توان‌ازروی C_{10} حساب کردو C_8 را ازروی C_4 بدست‌آورد.زیرا C_8 وترنصف‌قوس مقابلC_4 است وغیره .

وازروی مسألهٔ تنصیف (مسألهٔ سوم شمارهٔ ۶/۳۶) می‌توانیم C_{24} را ازروی C_2حساب کنیم($\frac{1}{24} = \frac{1}{3 \times 2^2}$)و$C_{20}$ را از روی C_5 معلوم کنیم($\frac{1}{20} = \frac{1}{5 \times 2^2}$)

(۱)ـ «قانون مسعودی» ص ۲۸۶ سطرهشتم به‌بعد:«وقد یتوصل الی‌بعض امهات الاوتار من‌بعض...»

وازروی وترهایی که بدست آورده‌ایم می‌توان (بااستفاده ازمسألهٔ ۵) مقدار $C_{۱۰}$ را حساب کرد. همچنین می‌توان کسرهارا چندان نصف کرد تا وتریك درجه و نیم درجه و $\frac{۳}{۴}$ درجه حاصل گردد. (وذلك ماارد نا ان نبین)

و ـ باب سوم ازمقالهٔ سوم «قانون مسعودی»

چاره‌جویی برای محاسبهٔ ضلع نه‌ضلعی منتظم محاطی ($C_۹$)[۱]

۶/۴۰ ـ استاد درآغاز این باب نوشته است[۲]

اگر بااصول هندسی (یعنی بوسیلهٔ خط کش و پرگار) می‌توانستیم زاویه را بسه جزو متساوی تقسیم کنیم وتریك سوم قوس (روبه‌روی آن) بدست می‌آمد. و درآن صورت می‌توانستیم ضلع نه‌ضلعی منتظم محاطی ($C_۹$) را بدست آوریم. زیرا ضلع نه‌ضلعی منتظم محاطی وتریك سوم قوس ۱۲۰ درجه است که وتر آن معلوم می‌باشد.

اگرچه دراین کتاب (= قانون مسعودی) شرط ما این بود که دربیان هر مطلب به‌یك راه اکتفا کنیم، بنابرآنکه آن راه مبنی براصول هندسی باشد، اما درمورد مسألهٔ محاسبهٔ $C_۹$ چنین نیست (یعنی نمی‌توان $C_۹$ را بوسیلهٔ خط کش و پرگار بدست آورد) بلکه برای محاسبهٔ آن (به‌وجه تقریبی) باید چاره‌ای اندیشید. بنابراین ممکن است کسی برای حل (تقریبی) این مسأله راهی را انتخاب کند که

---

(۱)ـ «قانون مسعودی» ص ۲۸۶: «الباب الثالث فی التمحل لاستخراج وتر التسع»

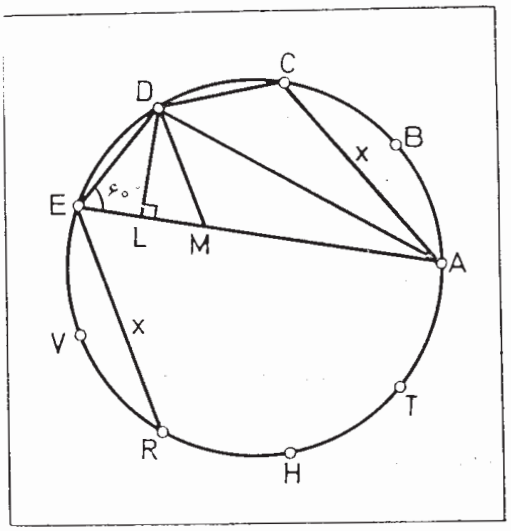
(۲)ـ «قانون مسعودی» ص ۲۸۶: «لو امکن قسمة الزاویه بثلاثة اقسام...»

دیگران را به‌آن دسترسی نباشد...

همان گونه که‌برای بدست‌آوردن وتریك‌سوم قوسی که وترآن معلوم‌است راهی وجودندارد برای رسم هندسی وتر یك‌نهم دایره (C_9) نیزراهی نمی‌شناسیم. وتقسیم دایره بدنه‌قسمت متساوی فقط بدوسیلهٔ حرکت‌دادن آلات رسم وبکاربردن قطوع‌مخروطی امکانپذیراست.واین‌روش‌برای محاسبات عددی فایدهٔ چندانی‌ندارد.

۶/۴۱ـ **محاسبهٔ اندازهٔ تقریبی C_9 ـ استاد** سپس اندازهٔ تقریبی C_9 را بطریق زیر حساب کرده است:

فرض می کنیم دایره بدنه قسمت متساوی تقسیم شده باشد. (۱) ونقاط تقسیم را متوالیاً A و B وC و D و E و V و R و H و T می‌نامیم. ونقطهٔ A را به نقطهٔ E وصل می کنیم. AE وتررو‌به‌روی قوس $\frac{4}{9}$ دایره است. همچنین نقطهٔE را به‌نقطهٔ R وصل می کنیم. ER وتر رو‌به‌روی قوس $\frac{2}{9}$ دایره می‌باشد.



(شکل ۷۴)

اکنون ملاحظه می کنیم که‌خط شکستهٔ AER درقوس AER محـاط شده واگر از وسط‌این قوس یعنی نقطهٔ D عمود DL را برضلع بزرگتر ایـن خط شکسته یعنی بر AE فرود آوریم بنا برقضیهٔ مقدماتی اول (شمارهٔ ۶/۲۱) نقطهٔ L وسط خط شکستهٔ AER است.

یعنی: $AL = LE + ER$

(۱)ـ «قانون مسعودی» ص ۲۸۷ سطر یازدهم به‌بعد: «فلنقسم‌الدائره‌اتساعاً...»

$$LE = \frac{AE - ER}{۲}$$ وواضح است که

اگر از نقطهٔ L روی LA طول LM را مساوی با EL جدا کنیم حاصل می‌شود:

$$AM = ER \qquad و \qquad DE = DM$$

و چون زاویهٔ DEL رو به روی قوس $\frac{۳}{۹}$ یعنی $\frac{۱}{۳}$ دایره است پس زاویهٔ $\hat{DEL} = ۶۰^\circ$ ومثلث EDM متساوی‌الاضلاع است و $DE = EM$. ازطرف دیگر، چنانکه گفتیم خط شکستهٔ AER درقوس ADR محاط شده ونقطهٔ D وسط قوس مذکوراست. پس بنابرقضیهٔ مقدماتی (شمارهٔ ۶/۲۲) داریم:

$$AE \times ER + ED^۲ = \overline{AD}^۲ \qquad (۱)$$

واگر طول ED راواحد بگیریم وطول ER را x بنامیم حاصل می‌شود:

$$AE = EM + MA = ED + ER = ۱ + x$$

ورابطهٔ (۱) بدین صورت درمی‌آید:

$$(۱ + x)x + ۱ = \overline{AD}^۲$$

یعنی

$$\overline{AD}^۲ = x^۲ + x + ۱ \qquad (۲)$$

ونیز چون خط شکستهٔ ADE درقوس ACE محاط شده ونقطهٔ C وسط قوس مذکوراست باز بنابرقضیهٔ مقدماتی دوم (شمارهٔ ۶/۲۲) داریم:

$$AD \times DE + DC^۲ = \overline{AC}^۲ \qquad (۳)$$

اما وتر AC که رو به‌روی قوس $\frac{۲}{۹}$ دایره است مساوی است با ER یعنی

و DC مساوی است با ED یعنی واحد. پس رابطهٔ (۳) را می‌توان‌چنین نوشت:

$$AD \times 1 + 1 = x^2$$

(۴) $$AD^2 = (x^2 - 1)^2$$ وازآنجا

ازروابط (۲) و (۴)حاصل می‌شود:

$$x^2 + x + 1 = x^4 - 2x^2 + 1$$

$$3x^2 + x = x^4$$ وازآنجا

وچون دوطرف‌را بر x تقسیم کنیم (فاذا حططناها مرتبة) داریم[۱]

(۵) $$1 + 3x = x^3$$

استاد پس‌ازتشکیل‌دادن‌این‌معادله که‌مجهول آن‌طول ER است میگوید[۲]: درجات این معادله پی درپی نیستند تانسبتهای متوالی ازآنها حاصل شود و راه‌حلی جزازطریق استقراء ندارد. واگراین‌معادله رابه‌تقریب‌حل کنیم،[۳] به‌فرض

(۱)- معادلهٔ (۵) به‌عربی چنین‌بیان می‌شود: «واحدا وثلاثة اشیاء تعدل‌مکعبا»

(۲)- «قانون مسعودی» ص ۲۸۸ سطریازدهم: «ومراتبهالاتتلاصق حتی تتوالی فی‌النسبة ولیس‌الاالاستقراء.

(۳)- متأسفانه **بیرونی** ننوشته است که چگونه این معادله را حل کرده و ریشهٔ تقریبی آن را به‌دست‌آورده است. اگر **استاد** این مطلب را توضیح‌داده بود معلوم می‌شد که درزمان وی مسلمین معادلات درجهٔ سوم را ازچه راهی حل می‌کردند وچگونه‌می‌توانستند ریشهٔ معادلهٔ درجهٔ سوم را بااین دقت به‌دست‌آورند!

کارل‌شوی نوشته است (← «شوی T» ص ۱۹) که پروفسور: (A. Wedemeyer) استاد دانشگاه‌برلین‌ریشهٔ معادله‌مورد بحث (معادلهٔ۵) را باروش **هورنر** (Horner) حل‌کرده وریشهٔ‌تقریبی آن‌رامساوی با ۸ ۲۴۱ ۳۸۵ x = ۱/۸۷۹ یافته است. عددی‌که **بیرونی** به‌دست آورده دردستگاه شماردهگانی چنین نوشته می‌شود:

۸ ۲۴۶ ۳۸۵ x = ۱/۸۷۹ که بامقایسه باعدد فوق معلوم می‌شودکه‌هشت رقم اعشاری آن دقیق است.

آنکه وتر $\frac{1}{6}$ دایره یعنی ED مساوی با واحد فرض شود، حاصل می‌شود(۱).

$$ER = x = ۱ \; ; \; ۱۳ \text{ و } ۴۷ \text{ و } ۴۵ \text{ و } ۵۲$$

وAE برحسب این مقدارمساوی است با

$$AE = ۱ + x = ۲ \; ; \; ۱۳ \text{ و } ۴۷ \text{ و } ۴۵ \text{ و } ۵۲$$

اکنون $AE \times ER$ یعنی $x(۱+x)$ را حساب می کنیم و به‌حاصل مربع DE یعنی واحد را می‌افزاییم تا از روی رابطهٔ (۱) مقدار $AD^۲$ به‌دست آید. حاصل می‌شود:

$$AD^۲ = ۱ \; ۰۷۴ \; ۸۸۱ \; ۴۶۹ \; ۴۶۹ \; ۸۸۹ \quad \text{(ثامنه)}$$

یعنی (۲)
$$AD^۲ = \frac{۱ \; ۰۷۴ \; ۸۸۱ \; ۴۶۹ \; ۴۶۹ \; ۸۸۹}{(۶۰)^۸}$$

صورت کسر اخیر را α می‌نامیم پس.
$$AD^۲ = \alpha \times \frac{۱}{(۶۰)^۸}$$

واین مربع AD است وقتی که DE را واحدبگیریم. یعنی درواقع:

$$\left(\frac{AD}{DE}\right)^۲ = \alpha \times \frac{۱}{(۶۰)^۸}$$

بنابراین نسبت $\frac{AD}{DE}$ را داریم واین یك عدد خالص است که بستگی به‌هیچ واحدی ندارد.

---

(۱)- رجوع‌کنیدبه‌شمارهٔ ۳/۱۲ در آنجا روش نوشتن اعداد را در دستگاه‌شمار شصتگانی شرح داده‌ام.

(۲)- صورت کسررا مطابق با نسخهٔ چاپی حیدرآباد ثبت‌کردم وظاهراً درست‌نیست زیرا چندی قبل آن را خودم حساب‌کرده ودرحاشیهٔ «قانون مسعودی» به‌صورت زیر یادداشت کرده‌ام:

$$AD^۲ = ۰ \; ۰۷۶ \; ۸۸۱ \; ۴۵۷ \; ۰۴۴ \; ۳۷۲ \quad \text{(ثامنه)}$$

حال اگر شعاع دایره را واحد بگیریم می‌دانیم که AD یعنی ضلع مثلث متساوی الاضلاع محاطی مساوی با ۳ ٪ خواهد بود. و اگر در تساوی فوق به‌جای AD مقدار آن ۳ ٪ را قرار دهیم و DH را که ضلع نه‌ضلعی منتظم محاطی است $C_۹$ بنامیم حاصل می‌شود:

$$\left(\frac{\sqrt{۳}}{C_۹}\right)^۲ = \alpha \times \frac{۱}{(۶۰)^۸}$$

و از آنجا $$(C_۹)^۲ = \frac{۳ \times (۶۰)^۸}{\alpha}$$

بیرونی مقدار تقریبی $C_۹$ را به‌فرض آنکه شعاع دایره واحد باشد حساب کرده و آن‌را در دستگاه شمار شصتگانی مساوی با مقدار زیر یافته است:(۱)

$C_۹ = ۰;\ ۴۱\ و\ ۳۲\ و\ ۲\ و\ ۴۱\ و\ ۵۵$

این عدد در دستگاه شمار دهگانی چنین نوشته می‌شود(۲)

$$C_۹ = ۰/۶۸۴\ \ ۰۴۰\ \ ۲۷۴\ \ ۰$$

۶/۴۲ـ محاسبهٔ $C_{۱۸}$ به‌منظور استفاده از آن برای محاسبهٔ $C_۹$

استاد پس از آنکه $C_۹$ را به‌طریق فوق به‌دست آورده است مقدار $C_{۱۸}$ را از

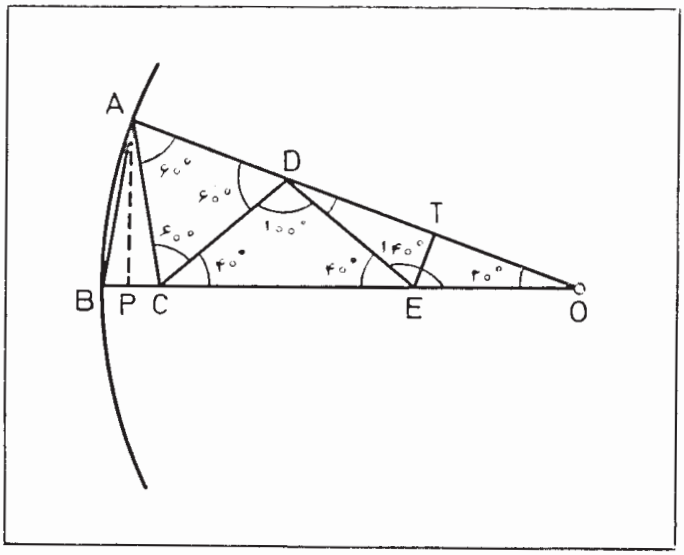
---

(۱)ـ «قانون مسعودی» ص ۲۸۸ سطر دوم از آخر صفحه: «فاذا استخرجنا واخذنا جذره کان وتر التسع (ه، ما، ب، لب، ما، نه) بالمقدار الذی به‌قطر الدایره اثنان. وذلك مقصودنا بالتحدید.

(۲)ـ رجوع کنید به «شوی T» ص ۱۹ یادداشت شمارهٔ ۳

راه دیگری حساب کرده و گفته‌است که بادردست‌داشتن $C_{۱۸}$ می‌توان $C_۹$ راحساب کرد (بااستفاده ازمسألهٔ دوم‌شمارهٔ۳۵/۶). روش **استاد** درمحاسبهٔ $C_{۱۸}$این‌است[۱] :

دردایرهٔ به‌مرکز O قوس AB را مساوی با $\frac{۱}{۱۸}$ دایـره (نصف تسع) اختیار می کنیم، به‌قسمی که زاویهٔAOB مساوی‌با $\frac{۳۶۰}{۱۸}$ (تسع قائمتین = $\frac{۱۸۰}{۹}$) یعنی۲۰درجه می‌شود. وچون مثلث AOB متساوی‌الساقین‌است هریك ازدوزاویهٔ OAB وOBA مساوی‌با ۸۰ درجه (اربعةاتساع قائمتین = $\frac{۱۸۰\times۴}{۹}$) می‌شود.



(شکل ۷۵)

اکنون زاویهٔ BAC رامساوی با $\frac{۱}{۴}$ زاویهٔ BAO (یعنی مساوی با۲۰درجه) می‌سازیم.دومثلث ABC وOAB که‌دوزاویه ازآنها باهم‌مساوی‌است متشابه هستند وداریم :

$$\frac{AO}{AB}=\frac{AB}{BC}$$

(۳)- «قانون مسعودی» ص ۲۸۹ سطر دوم به‌بعد: «ثم‌لیکن ه مرکزدائره...»

واگردراینجا AB را x فرض کنیم وAO یعنی شعاع‌دایره راواحد بگیریم حاصل می‌شود: $BC = x^2$

بنابرآنچه گفتیم‌اندازهٔ‌زاویهٔ CAOمساوی‌با۶۰درجه‌است. اکنون‌به‌مرکز C وبه‌شعاع CA قوسی‌رسم می کنیم تا OA را درنقطهٔ دیگر D قطع کند. مثلث ACD متساوی‌الاضلاع می‌شود وزاویهٔ OCD مساوی‌با ۴۰ درجه می گردد. سپس مانند فوق DE را مساوی‌با CD رسم‌می کنیم. زاویهٔ DEC نیزمساوی‌با۴۰درجه می‌شود وزاویهٔ DEO مساوی‌با ۱۴۰ درجه می‌شود وزاویهٔ$\overset{\wedge}{EDO} = \overset{\wedge}{DOE}$ مساوی با ۲۰ درجه می‌شود. وپاره‌خطهای AB وAC وCD وDE وEO باهم مساویند و هریك ازآنها مساوی‌با x است.

اکنون عمود AP رابرOB وعمود ET رابر OA فرود می‌آوریم. دومثلث AOP وEOT متشابه هستند وداریم:

$$\frac{OE}{OT} = \frac{OA}{OP} \qquad \text{ویا} \qquad \frac{OE}{2OT} = \frac{OA}{2OP}$$

و اگر OP را به اندازهٔ خودش از طرف P امتداد دهیم تا نقطهٔ M به‌دست آید

$(MP = PO)$داریم[1] $\frac{OE}{2OT} = \frac{OA}{OM}$ (۱)

اما $OE = x$ و $2OT = OD = 1 - x$ و $OA = 1$

ازطرف دیگر $OM = 2OP$ وچون دیدیم که $BC = x^2$ پس :

$$OM = 2OP = 2(OB - PB) = 2(OB - \frac{BC}{2}) = 2 - x^2$$

(۱) ـ نقطهٔ M روی شکل رسم نشده است.

پس رابطهٔ (۱) به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$\frac{x}{۱-x} = \frac{۱}{۲-x^۲}$$

ویا $$۳x = ۱ + x^۳$$

استاد ریشهٔ تقریبی این معادله‌را مساوی بامقدارزیر درآورده است:

$$x = ۰ \;;\; ۱ \text{ و } ۱۶ \text{ و } ۵۰ \text{ و } ۲۰$$

واین وتر $\frac{۱}{۱۸}$ دایره (نصف‌التسع) یعنی ضلع هجده‌ضلعی منتظم محاطی ($C_{۱۸}$) است ووتر $\frac{۱}{۹}$ دایره یعنی $C_۹$ را می‌توان ازروی آن حساب کرد.

مقصود این است که بامعلوم‌بودن $C_{۱۸}$ می‌توان $C_۹$ را با استفاده از دستور محاسبهٔ وتر دوبرابر قوسی که وترش معلوم باشد (شمارهٔ ۶/۳۵) بدست آورد.

دراین‌مورد دستورمذکوراین‌است: $$C_۹ = ۲\sqrt{(C_{۱۸})^۲ - \frac{(C_{۱۸})^۴}{۴}}$$

۶/۴۳ـ محاسبهٔ $C_۹$ بطریق‌صناعی.

توضیح ـاستاد پس ازآنکه $C_۹$ را یك بار ازراه جبری بدست آورده و باردیگرچنانکه درشمارهٔ قبل دیدیم روش محاسبهٔ تقریبی آن را ازروی $C_{۱۸}$ بیان کرده به‌ذکرروش دیگری پرداخته که خودآن را روش صناعی (= عملی) نامیده است[۱] چه اساس این روش اصولا باجبرومقابله تفاوت دارد.

پیش ازآنکه به‌نقل مطالب **بیرونی** دراین‌باره بپردازم، چون در محاسبات این قسمت عملهای مکرر انجام یافته وعدهٔ اعداد و ارقام آنها زیاداست و ممکن

(۱)ـ «قانون مسعودی» ص ۲۹۰ سطرچهارم به‌بعد: «ونسلك فی‌مقاربةوترالتسع طریقا صناعیا لانحراف‌الجبروالمقابله فیه عن‌اصوله»

است همین امر موجب دشواری فهم مطلب شود ابتدا خلاصهٔ روش **بیرونی** را شرح می‌دهم:

استاد ابتدا وتر ۳۰ درجه و وتر۱۲ درجه را جداگانه با استفاده از آنچه در بابهای اول ودوم گفته است به‌دست آورده وسپس با به‌کاربردن دستورمحاسبهٔ‌وتر مجموع دوقوس وتر۴۲ درجه را حساب کرده است.

سپس قوس ۳۰ درجه را **اصل** محاسبات قرار داده و قوس ۴۲ درجه را **مجموع‌اول** نامیده‌است. آن‌گاه **ربع مجموع اول** را با **اصل** (یعنی۳۰درجه) جمع کرده **مجموع دوم** را به‌دست آورده ووتر آن را حساب کرده است. سپس به‌ترتیب ربع مجموع دوم را بااصل جمع کرده **مجموع سوم** را به‌دست آورده و وتر آن‌را حساب کرده است. وبه‌همین نحو عمل‌را ادامه داده تااینکه به **مجموع یازدهم** یعنی حاصل جمع مجموع دهم بااصل رسیده است .

مجموع یازدهم تقریباً ۴۰ درجه ووتر آن تقریباً مساوی با $C_۹$ است. بااین تدبیر **استاد** اندازهٔ تقریبی ضلع نه‌ضلعی منتظم محاطی را حساب کرده است.

روش صناعی ـ استاد گوید وتر یك دوازدهم (وتر نصف السدس) محیط دایره (یعنی$C_{۱۲}$) را به‌فرض آنکهٔ قطردایره ۲ باشد حساب کرده‌ام وچنین درآمده است (۱):

$C_{۱۲} = O$; ۳۱ و ۳ و ۲۹ و ۴۹ و ۳۸ (وتر ۳۰° =)

ووتریك سی‌ام (وترخمس‌السدس) دایره ($C_{۲۰}$) ازتفاضل مابین یك پنجم و

(۱)- چون اعدادی‌که درنسخهٔ «قانون مسعودی» چاپ حیدرآباد ثبت شده‌دارای غلطهای فراوان است همهٔ اعداد این قسمت را از روی مقالهٔ **کارل‌شوی** نقل کردم: (← «شوی T» ص ۲۱ و ۲۲)

یك ششم (تفاضل مابین الخمس والسدس) دایره بهدست می‌آید:

$C_{۲۰}$ = ۰ ; ۱۲ و ۳۲ و ۳۶ و ۱۷ و ۴۶ (= ۱۲° وتر)

ومجموع این دوقوس ۴۲ درجه است. این مجموع را **مجموع اول** می‌نامیم ووتر آن را ازروی دستور محاسبهٔ وتر مجموع دوقوس بدست می‌آوریم می‌شود:

وترمجموع اول = ۴۲° وتر ; ۰ = ۴۳ و ۰ و ۱۴ و ۵۷ و ۱۵

یك‌چهارم مجموع اول یعنی ($\frac{۱}{۴}$ × ۴۲°) عبارت‌است از ۱۰ درجه و ۳۰دقیقه. این را ربع‌اول می‌نامیم ووتر آن‌را ازروی دستوری که برای محاسبهٔ وتر یك چهارم قوس بیان کردیم (مسألهٔ چهارم شمارهٔ ۶/۳۷) بهدست می‌آوریم:

وتر ربع‌اول = ۱۰° و ۳۰′ وتر ; ۰ = ۱۰ و ۵۸ و ۴۸ و ۴۱ و ۵۶

اکنون قوس ۳۰ درجه‌را (برای محاسبات بعدی) **اصل** قرارداده به‌آن ربع اول (یعنی ۱۰ درجه و ۳۰ دقیقه) را می‌افزاییم تا **مجموع دوم** (یعنی ۴۰ درجه و ۳۰دقیقه) بهدست آید ووتر آن را حساب می کنیم:

وترمجموع دوم = ۴۰° وتر ۳۰ ; ۰ = ۴۱ و ۳۲ و ۲ و ۳۴ و ۶

یك‌چهارم ۴۰ درجه و ۳۰ دقیقه یعنی **ربع‌دوم** می‌شود ۳۰ و ۷ ; ۱۰° وتر آن‌را حساب می کنیم.

وتر ربع دوم = ۱۰° وتر ۳۰ و ۷ ; ۰ = ۱۰ و ۳۵ و ۲۰ و ۴۲ و ۵۳

اکنون **مجموع سوم** ووتر آن وربع سوم ووتر آن را حساب‌می کنیم‌وعمل را ادامه می‌دهیم:

مجموع سوم = ۳۰° + ۱۰° وتر ; ۷ و ۳ = ۴۰° وتر ; ۷ و ۳

وترمجموع سوم = ۰ ; ۴۱ و ۹ و ۱۵ و ۲۶

۳۰ و ۵۲ و ۱ ; ۱۰° = ۴ : (۳ و ۷ و ۰ ; ۴۰°) = ربع سوم

۲۶ و ۳۸ و ۱۸ و ۲۹ و ۱۰ ; ۰ = وتر ربع سوم

۳۰ و ۵۲ و ۱ ; ۴۰° = ربع سوم + ۳۰° = مجموع چهارم

۲۴ و ۱۳ و ۲۸ و ۲۹ و ۶ و ۴۱ ; ۰ = وتر مجموع چهارم

۳۰ و ۷ و ۲۸ و ۰ ; ۱۰° = ۴ : (۳۰ و ۵۲ و ۱ ; ۴۰°) = ربع چهارم

۱۵ و ۳۷ و ۰ و ۲۸ و ۱۰ ; ۰ = وتر ربع چهارم

۳۰ و ۷ و ۲۸ و ۰ ; ۴۰° = ربع چهارم + ۳۰° = مجموع پنجم

۳۹ و ۲۲ و ۰ و ۴ و ۴۱ ; ۰ = وتر مجموع پنجم

۳۰ و ۵۲ و ۱ و ۷ و ۰ ; ۱۰° = ربع پنجم

۱۴ و ۳۷ و ۳۸ و ۲۷ و ۱۰ ; ۰ = وتر ربع پنجم

۳۰ و ۵۲ و ۱ و ۷ و ۰ ; ۴۰° = ربع پنجم + ۳۰° = مجموع ششم

۶ و ۱۵ و ۳۷ و ۳۹ و ۲ و ۴۱ ; ۰ = وتر مجموع ششم

۳۰ و ۷ و ۲۸ و ۴۵ و ۱ و ۰ ; ۱۰° = ربع ششم

۱۱ و ۶ و ۳۳ و ۲۷ و ۱۰ ; ۰ = وتر ربع ششم

۳۰ و ۷ و ۲۸ و ۴۵ و ۱ و ۰ ; ۴۰° = ربع ششم + ۳۰° = مجموع هفتم

۵۳ و ۲۵ و ۳۷ و ۲ و ۴۱ ; ۰ = وتر مجموع هفتم

۳۰ و ۵۲ و ۱ و ۲۲ و ۲۶ و ۰ و ۰ ; ۱۰° = ربع هفتم

۲۶ و ۴۴ و ۳۱ و ۲۷ و ۱۰ ; ۰ = وتر ربع هفتم

۳۰ و ۵۲ و ۱ و ۲۲ و ۲۶ و ۰ و ۰ ; ۴۰° = ربع هفتم + ۳۰° = مجموع هشتم

۲ و ۸ و ۳۳ و ۲ و ۴۱ ; ۰ = وتر مجموع هشتم

۳۰ و ۷ و ۲۸ و ۳۰ و ۳۵ و ۶ و ۰ و ۰ ; ۱۰° = ربع هشتم

۴۲ و ۲۳ و ۳۱ و ۲۷ و ۱۰ ; ۰ = وتر ربع هشتم

۳۰ و ۷ و ۲۸ و ۳۰ و ۳۵ و ۶ و ۰ و ۰ ; ۴۰° = ربع هشتم + ۳۰° = مجموع نهم

۳۵ و ۴۸ و ۳۲ و ۲ و ۴۱ ; ۰ = وتر مجموع نهم

۳۰ و ۵۲ و ۱ و ۳۷ و ۱۲ و ۳۸ و ۱ و ۰ و ۰ ; ۱۰° = ربع نهم

۳۳ و ۱۸ و ۳۱ و ۲۷ و ۱۰ ; ۰ = وتر ربع نهم

۳۰ و ۵۲ و ۱ و ۳۷ و ۱۲ و ۳۸ و ۱ و ۰ و ۰ ; ۴۰° = ربع نهم + ۳۰° = مجموع دهم

۴۳ و ۴۳ و۳۲ و ۲ و ۴۱ ؛ ۰ = وترمجموع دهم

۳۰ و ۷ و ۲۸ و۱۵ و ۹ و ۴۳ و ۲۴ و ۰ و ۰ و ۰ ؛ ۱۰° = ربع دهم

۱۵ و ۱۷ و ۳۱ و ۲۷ و ۱۰ ؛ ۰ = وتر ربع دهم

۳۰و۷و۲۸و۱۵و۹و۴۳و۲۴و۰و۰و۰؛ ۴۰° = ربع‌دهم + ۳۰° = مجموع یازدهم

۲۹ و۴۲ و۳۲ و ۲ و ۴۱ ؛ ۰ = وترمجموع یازدهم

واین حاصل بامقدار وتریك‌نهم دایره (یعنی: مقدار C_9 = وتر ۴۰ درجه) که‌آن‌را به‌تقریب (درشمارهٔ ۶/۴۱) به‌دست‌آوردیم‌موافق‌است. زیرا زیادی‌مجموع یازدهم بر C_9 درمنزل چهارم [یعنی ازجنس $\frac{1}{(60)^4}$] است(۱) واین تقریباً مساوی است با $\frac{1}{21997470}$ درجه وبنابراین تفاوت بین‌حاصل فوق و C_9 ازجنس خامسه به بعد است.

ز- باب‌چهارم ازمقالهٔ سوم «قانون مسعودی»

چاره‌جویی برای محاسبهٔ وتریك درجه(۲)

(۱)- وترمجموع یازدهم‌که درفوق حساب‌کردیم مساوی است با

۲۹ و ۴۲ و ۳۲ و ۲ و ۴۱ ؛ ۰

ومقدار C_9 که درشمارهٔ ۶/۴۱ به دست آوردیم مساوی است با

۵۵ و ۴۱ و ۳۲ و ۲ و ۴۱ ؛ ۰

وملاحظه می‌شودکه اختلاف این دومقدار ازمرتبهٔ رابعه به بعد است. در واقع تفاضل آنها ۳۴ خامسه یعنی $\frac{34}{(60)^5}$ می‌باشدکه استاد آن را تقریباً مساوی باکسر $\frac{1}{21997470}$ گرفته است.

(۲)- «قانون مسعودی» ص۲۹۲: «الباب الرابع فی التمحل لاستخراج وتر الجزء الواحد من ثلاث مأئة وستین جزءاً»

استاد در این باب ابتدا دوازده مسأله را که مسألهٔ تثلیث‌زاویه به‌آنها منجرمی‌شود طرح‌کرده ودرموردهرمسأله نشان داده‌است‌که اگرآن مسأله حل شود مسألهٔ تثلیث‌زاویه نیزحل خواهد شد. علت اینکه **استاد** درآغـاز ایـن باب که موضوعش محاسبهٔ وتـریك درجـه است به‌مسألهٔ تثلیث زاویه پرداخته این است که می‌خواسته است بعداً از تثلیث زاویه برای محاسبهٔ وتریك درجه استفاده‌کند.

علاوه برمسایل فوق‌که **بیرونی** خود ذکر کرده است **ابو سعید سجزی** نیز چند مسأله راجـع به‌تثلیث زاویه از وی نقل‌کرده است که دردنبال مسایل فـوق آنها را ذکـر خواهم کرد.

استاد پس از بررسی مسألهٔ تثلیث زاویـه به‌دشواری محاسبهٔ C_7 یعنی‌وتریك‌هفتم دایره‌اشا ه‌کرده‌وآن‌گاه‌باچندروش مختلف‌به‌محاسبهٔ وتریك درجه پرداخته است وضمناً به‌کارهایی که ریاضی‌دانان دیگـر درایـن باره انجـام داده‌اند نیز اشاره کرده است.

قسمت اول باب چهارم ـ مسألهٔ تثلیث زاویه

۶/۴۴ـ **استاد** درمقدمهٔ این باب نوشته است[۱]:

«ابتدا مقدماتی را بیان می کنیم که اگر دست‌یافتن به‌آنها امکانپذیر باشد می‌توان زاویهٔ مفروضی را بدسه قسمت متساوی تقسیم کرد»

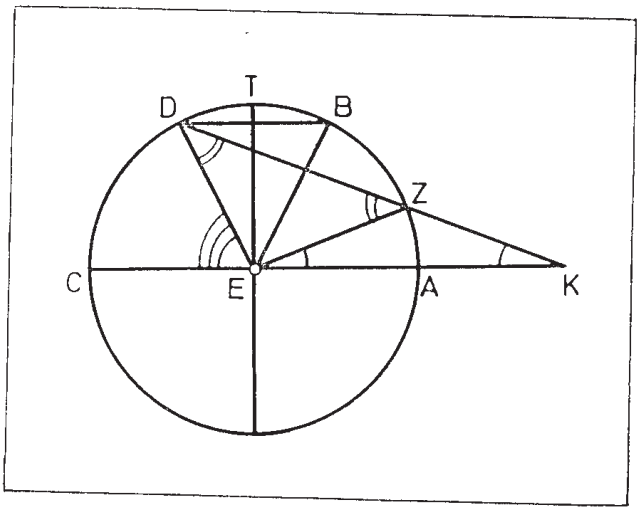
۶/۴۵ـ **مقدمهٔ اول**[۲] ـ زاویهٔ مرکزیAEB رادردایره‌ای‌درنظر گرفته

---

(۱)ـ «قانون مسعودی» ص۲۹۲: «نقدم‌الاشیاءالتی اذا تسلم حصولها انقسمت الزاویةالمفروضة اثلاثاً.»

(۲)ـ «قانون مسعودی» ص ۲۹۲ سطرچهارم به بعد: «فلتکن‌هی **اهب** علی‌ه مرکزالدائرة...»

وتر BD را به‌موازات قطر AEC رسم می کنیم. زاویهٔ CED با زاویهٔ AEB مساوی می‌شود.



(شکل ۷۶)

از نقطهٔ E عمود ET را بر قطر AC اخراج می کنیم و آن را امتداد می‌دهیم تا دایره را در نقطهٔ دیگر N قطع کند.

اگر بتوانیم از نقطهٔ D قاطع DZK را طوری رسم کنیم که دایره را در نقطهٔ Z و امتداد قطر AC را در نقطهٔ K قطع کند و قسمت خارجی آن ZK مساوی با شعاع دایره شود تثلیث زاویهٔ AEB = CED ممکن خواهد بود.

اکنون فرض می کنیم که ترسیم قاطع DZK با شرط مذکور ممکن باشد. یعنی فرض می کنیم ZK مساوی با شعاع دایره باشد (و نشان می‌دهیم که در این صورت می‌توان زاویهٔ AEB را به سه قسمت متساوی تقسیم کرد.)

نقطهٔ Z را به مرکز دایره وصل می کنیم. دو مثلث ZKE و EZD متساوی‌الساقین هستند و $\hat{K} = \overset{\wedge}{ZEK}$ و داریم $\hat{K} + \overset{\wedge}{ZEK} = \overset{\wedge}{EZD} = \overset{\wedge}{EDZ}$

بنابراین $\overset{\wedge}{EDZ} = ۲\overset{\wedge}{KDE}$

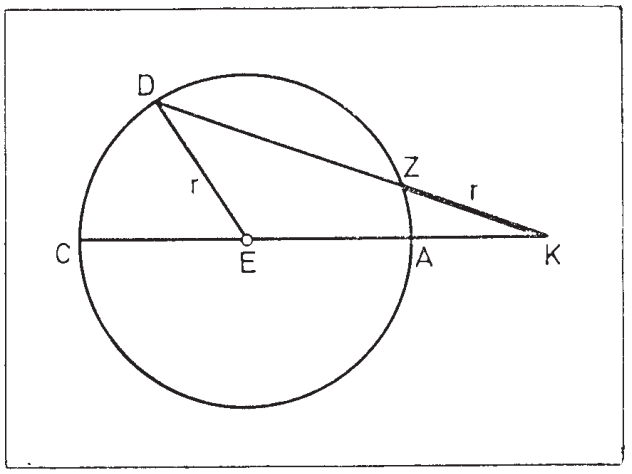
اما $\overset{\wedge}{DEC} = \overset{\wedge}{EDK} + \hat{K}$ (زاویهٔ خارجی مثلث DEK)

پس $\overset{\wedge}{DKE} = \frac{۱}{۳}\overset{\wedge}{DEC}$

یعنی زاویهٔ ZEA یك‌سوم زاویهٔ AEB است واین نخستین مقدمه برای تثلیث زاویه است.

۶/۳۶ ـ **تبصره** ـ چنانکه‌ملاحظه می‌شود **استاد** دراین مقدمه مسألهٔ تثلیث زاویه‌را موکول بدحل مسألهٔ زیر کرده است:

«دردایرهٔ بمرکز E و بشعاع r زاویهٔ مرکزی CED را درنظرمی گیریم. می‌خواهیم ازنقطهٔ D قطعی چنان رسم کنیم که دایره را درنقطهٔ دیگر Z وامتداد قطر CA را درنقطهٔ K قطع کندو ZK مساوی با r باشد.»



(شکل ۷۷)

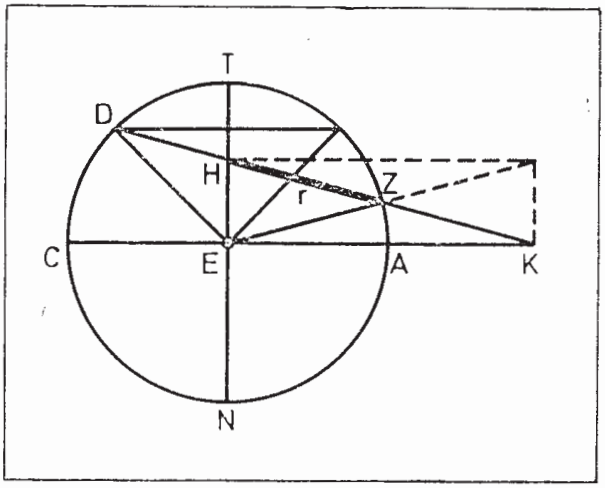
به‌عبارت دیگر **استاد** گفته است که: **اگر بتوانیم قاطع DZK راباشرط فوق رسم کنیم مسألهٔ تثلیث زاویه امکان‌پذیرخواهد بود.**

بدهمین طریق، چنانکه خواهیم دید، **استاد** دریازده مقدمهٔ‌دیگر نیزهر بار مسألهٔ تثلیث زاویه را بدحل یك مسألهٔ هندسی موکول کرده است.

۶/۳۷ ـ **مقدمهٔ دوم** [۱] ـ اگرترسیم خط DZK چنانکه گفتیم‌امکان‌پذیر باشد (یعنی بتوانیم قاطع DZK را طوری رسم کنیم که ZK مساوی باشعاع دایره

---

(۱)ـ «قانون‌مسعودی» ص ۲۹۲ سطر چهاردهم به بعد: «وایضا فان خط**دزك** اذاکان‌کما ملیناکان...»



(شکل ۷۸)

باشد) وفصل مشترك ET را با DZ نقطهٔ H بنامیم‌داریم: $ZE = ZH$ زیرا KH قطر مستطیلی است که دوضلع آن HE و EK هستند وچون $\overset{\frown}{K} = \overset{\frown}{ZEK}$ پس ZE متعلق به‌قطر دیگر آن مستطیل است و نقطهٔ Z وسط آن قطر می‌باشد پس:

$ZH = ZK = ZE = r$ بنابراین شرطی را که درمقدمهٔ اول ذکر کردیم می‌توان به‌صورت زیر تغییر داد:

اگربتوانیم ازنقطهٔ D قاطع DHZ را طوری رسم کنیم که ET را درنقطهٔ H ودایره را درنقطهٔ Z قطع کند و HZ مساوی باشعاع دایره‌باشد تثلیث زاویهٔ AEB امکان‌پذیرخواهد بود. واین مقدمهٔ دوم‌برای مسألهٔ تثلیث زاویه است.

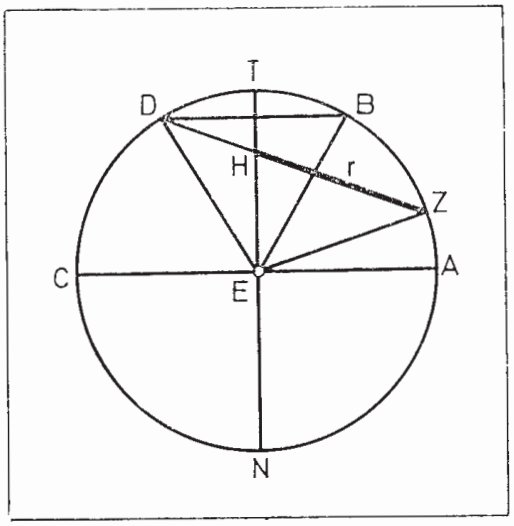
۶/۴۸ ـ **مقدمهٔ سوم**[۱] ـ اگرفرض کنیم که قاطع DHZ بابرقرار بودن شرطی که درمقدمهٔ دوم ذکر کردیم (یعنی مساوی بودن HZ باشعاع دایره) رسم شده باشد داریم:

$$(۱) \qquad TH \times HN = DH \times HZ$$

(دوطرف تساوی فوق قوت نقطهٔ H نسبت به‌دایره هستند)

---

(۱)ـ «قانون مسعودی» ص ۲۹۳ سطر دوم به بعد: «وایضافان ضرب طح فی ح ن ...»



(شکل ۷۹)

به‌دوطرف تساوی (۱) مربع EH را می‌افزاییم.

$$TH \times HN + EH^2 = DH \times HZ + EH^2 \qquad (۲)$$

اما می‌دانیم که(۱)

$$TH \times HN + EH^2 = \overline{ET}^2$$

بنا بر این از رابطهٔ (۲) حاصل می‌شود:

$$DH \times HZ + EH^2 = EI^2 \qquad (۳)$$

وچون بنا به‌فرض HZ مساوی باشعاع دایره یعنی ET است پس:

$$DH \times ET + EH^2 = \overline{ET}^2 \qquad (۴)$$

برعکس اگر رابطهٔ(۴) برقرار باشدمی‌توان ازروابط(۲) و(۳) نتیجه گرفت:

$$HZ = ET = r$$

پس می‌توان شرطی‌را که درمقدمهٔ دوم ذکر کردیم به‌صورت زیر تغییرداد :

اگربتوانیم ازنقطهٔ D قاطع DHZ را طوری رسم کنیم که شعاع ET را درنقطهٔ H ودایره را درنقطهٔ Z قطع کندورابطهٔ زیربرقرارباشد:

$$DH \times ET + EH^2 = \overline{ET}^2$$

مسألهٔ تثلیث زاویه امکان‌پذیرخواهد بود

واین مقدمهٔ دوم برای مسألهٔ تثلیث زاویه است.

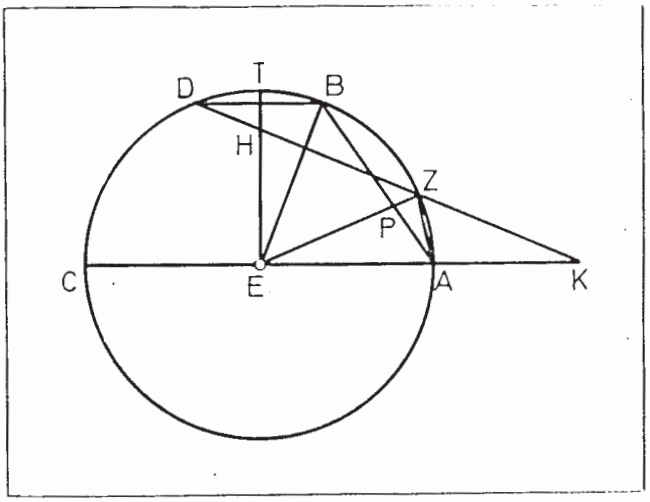
تبصره ـ رجوع کنید به‌شمارهٔ ۶/۶۲ ـ در آنجا همین مسأله را باعبارت

---

(۱)ـ بنابرقضیهٔ پنجم مقالهٔ دوم «اصول اقلیدس»ـ رجوع‌کنید به یادداشت‌شمارهٔ۲ ذیل صفحهٔ ۲۸۸ کتاب حاضر.

دیگری خواهید یافت.

۶/۴۹ ـ **مقدمهٔ چهارم** [۱] ـ باز اگر فرض کنیم که یکی ازشرایط مقدمات قبل برقرار باشد (یعنی خلاصه زاویهٔ AEZ یك سوم زاویهٔ AEB یعنی $\widehat{AZ} = \frac{1}{3}\widehat{AB}$ باشد) وفصل مشترك AB را با EZ نقطهٔ P بنامیم، مثلث APZ متساوی الساقین است. زیرا زوایای آن نظیر به نظیر با زوایای مثلث متساوی الساقین EAZ مساویند. درواقع زاویهٔ Z درهردومشترك است واندازهٔ



(شکل ۸۰)

زاویهٔ مرکزی AEZ مساوی با اندازهٔ قوس AZ است واندازهٔ زاویهٔ محاطی ZAB مساوی با نصف اندازهٔ قوس BZ است وچون $\widehat{BZ} = ۲\widehat{AZ}$ پس $\overset{\wedge}{ZAP} = \overset{\wedge}{AEZ}$

پس می‌توان شرط قبل را به‌صورت زیر تغییر داد:

اگر بتوانیم شعاع EZ را طوری رسم کنیم که وتر AB را درنقطهٔ P قطع کند و AP = AZ باشد تثلیث زاویهٔ AEB امکان‌پذیر خواهد بود.

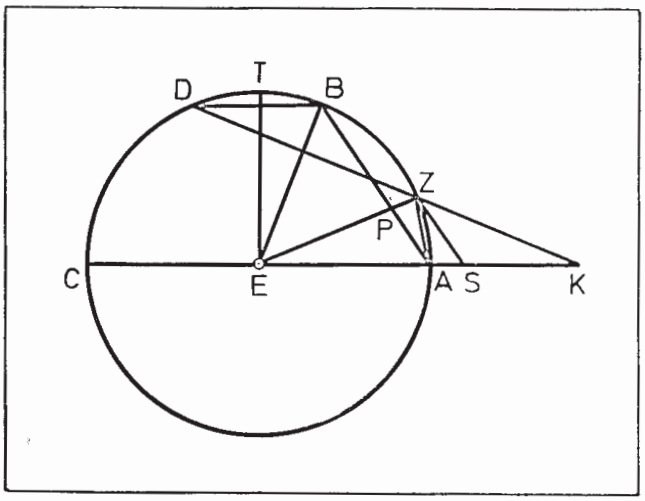
واین مقدمهٔ چهارم برای مسألهٔ تثلیث زاویه است.

تبصره ـ رجوع کنید به‌شمارهٔ ۶/۶۱ درآنجا همین مسأله را با بیان دیگری خواهید یافت.

---

(۱)ـ «قانون مسعودی» ص ۲۹۳ سطرنهم به‌بعد: «وایضا فان **از** یکون مساویا ل **اص**...»

۶/۵۰ ـ **مقدمهٔ پنجم** [۱] ـ اکنون فرض می‌کنیم که شعاع EZ با شرط فوق رسم شده باشد (یعنی فرض می‌کنیم $AP = AZ$) و از نقطهٔ Z خطی به موازات AB رسم می‌کنیم تا EK را در S قطع کند.



(شکل ۸۱)

واضح است که $\frac{ES}{SZ} = \frac{EA}{AP}$

وچون $AP = AZ$ پس

$$\frac{ES}{SZ} = \frac{EA}{AZ}$$

و برعکس اگر این تساوی برقرار باشد AP مساوی با AZ خواهد بود.

پس می‌توان شرط فوق را به‌صورت زیر تغییر داد:

اگر بتوانیم شعاع EZ را طوری رسم کنیم که وتر AB را در نقطهٔ P قطع کند به‌قسمی که اگر از نقطهٔ Z خط SZ را به موازات AB رسم کنیم نسبت $\frac{ES}{SZ} = \frac{EA}{AZ}$ برقرار باشد تثلیث زاویهٔ AEB امکان‌پذیر خواهد بود.

واین مقدمهٔ پنجم برای مسألهٔ تثلیث زاویه است.

۶/۵۱ ـ **مقدمهٔ ششم** [۲] ـ شعاع دایره را r می‌نامیم ومی گوییم:

اگر بتوانیم قاطع DFO را مطابق باشکل طوری رسم کنیم که رابطهٔ زیر برقرار باشد:

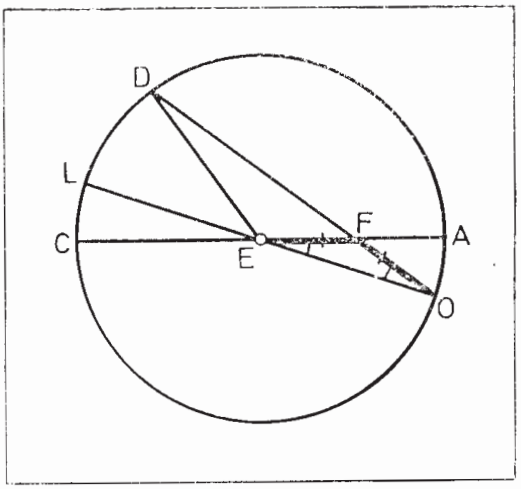
---

(۱)ـ «قانون مسعودی» ص ۲۹۳ سطر پانزدهم به‌بعد: «ایضا نخرج **زس** موازیا لوتر **اب**...»

(۲)ـ «قانون مسعودی» ص ۲۹۴ سطر اول به بعد: «وایضا فانا نخرج **د ف ع** بحیث یکون...»

$$DF \times FE + \overline{FE}^{2} = r^{2} \qquad (۱)$$

ازدوطریق به‌مطلوب می‌رسیم . (یعنی می‌توانیم زاویهٔ $CED = AEB$ را به سه قسمت متساوی تقسیم کنیم.)



(شکل ۸۲)

طریق اول این‌است که داریم:

$$DF \times FO = AF \times FC \qquad (۲)$$

(زیرا دوطرف تساوی فوق قوت‌نقطهٔ F نسبت به‌دایره هستند).

و از طرف دیگر نظر به قضیهٔ پنجم مقالهٔ دوم کتاب اصول‌اقلیدس[۱] داریم:

$$AF \times FC + \overline{EF}^{2} = r^{2} \qquad (۳)$$

ازمقایسهٔ سه رابطهٔ (۱) و (۲) و (۳) معلوم می‌شود که[۲] :

$$DF \times FO = DF \times FE$$

یعنی

$$FO = EF \qquad (۴)$$

اکنون اگرشعاع OE را امتداد دهیم تا دایره را درنقطهٔ L قطع کند از تساوی (۴) معلوم می‌شود که مثلث FEO متساوی‌الساقین است . یعنی دوزاویهٔ FOE وLEC باهم مساویند. بنابراین قوس $\widehat{LD}$ که روبرو به زاویهٔ محاطی O است دوبرابرقوس LC که مقابل به‌زاویهٔ مرکزی LEC است می‌باشد.

---

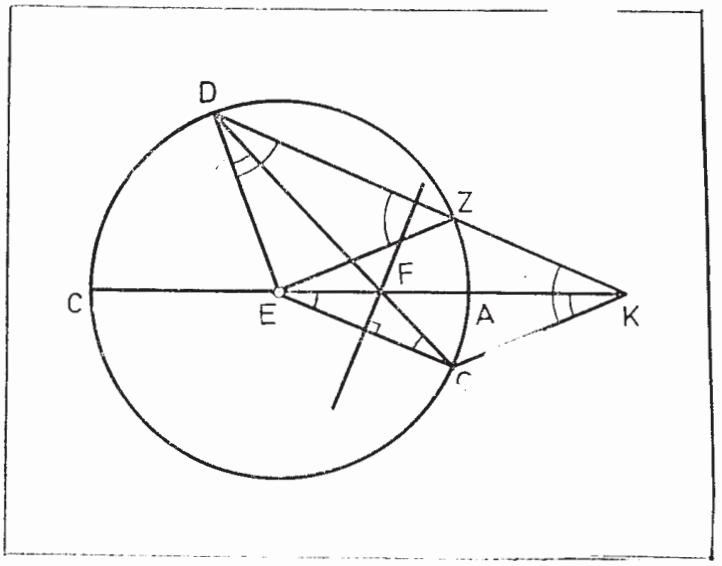
(۱)- رجوع‌کنید به یادداشت شمارهٔ ۲ ذیل صفحهٔ ۲۸۸ کتاب حاضر

(۲)- **کارل شوی** درترجمهٔ این قسمت اشتباه کرده (← «شوی T» ص۲۴) زیرا عبارت «ف **دف** فی **فع** وفی **فه** واحد» را مطابق باشکلی‌که به‌کاربرده چنین ترجمه‌کرده است: $DF \times FE \times FH = ۱$ واین معنی ندارد.

پس $\widehat{CL} = \frac{1}{3}\widehat{CD}$ وتقسیم زاویهٔ DEC به‌سه قسمت متساوی امکان‌پذیر می‌شود. واین مقدمهٔ ششم برای مسألهٔ تثلیث زاویه است.

۵۲/۶ـ **مقدمهٔ هفتم**[۱] ـ درمقدمهٔ ششم گفتیم که اگر قاطع DFO را باشرط مذکور رسم کنیم ازدوطریق به‌مطلوب می‌رسیم وطریق‌اول را شرح‌دادیم.

طریق دوم این‌است که اگردرهمان شکل قبل OK راطوری‌رسم کنیم که مساوی‌با OE شود واضح است که دومثلث متساوی‌الساقین DEO و EOK که زوایای مجاوربه قاعدهٔ آنهاباهم وساقهای‌آنها باهم مساویندمتساوی می‌باشند. پس قاعده‌های آنها نیز باهم مساوی است یعنی $DO = EK$ وچون $FO = EF$ (رابطهٔ ۴شمارهٔقبل)پس‌اگرعمودمنصف‌پاره‌خط EO رارسم کنیم‌این‌عمودمنصف‌محورتقارن



(شکل ۸۳)

چهارضلعی KOED است.بنابراین EO موازی است با DK و $\hat{EDK} = \hat{DKO}$

(۱)ـ «قانون مسعودی» ص ۲۹۴ سطر شانزدهم به‌بعد: «والوجه الآخر انانخرج ع ك بحیث...»

وچون مثلث EZD متساوی‌الساقین است پس:

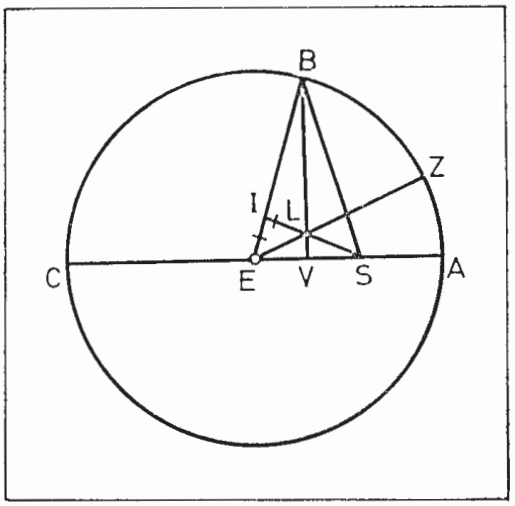
$$\hat{EZD} = \hat{EDZ} = \hat{DKO}$$

بنابراین خط OK با خط EZ موازی است . پس چهارضلعی KOEZ متوازی‌الاضلاع (درواقع لوزی) است و KZ مساوی با EO یعنی مساوی باشعاع دایره است. پس نقطهٔ K همان نقطه‌ایست که درمقدمهٔ اول (شمارهٔ ۶/۴۵) آن را گرفتیم (یعنی DZ را به اندازهٔ شعاع دایره رسم کردیم). بنابراین :

اگربتوانیم قاطع DFO را به قسمی رسم کنیم که اگر OK رامساوی با شعاع دایره بگیریم DF مساوی با FK گردد مسألهٔ تثلیث زاویه را حل کرده‌ایم .

واین مقدمهٔ هفتم برای مسألهٔ تثلیث زاویه است .

۶/۵۳ـ **مقدمهٔ هشتم** [۱] ـ عمود BV را ازنقطهٔ B برقطر AEC فرود می‌آوریم وروی VA پاره‌خط VS را مساوی با VE جدا و BS را رسم می‌کنیم .



(شکل ۸۴)

اگر بتوانیم قاطع SLI را مطابق با شکل چنان رسم کنیم که LI مساوی با IE شود مسألهٔ تثلیث زاویه را حل کرده‌ایم .

زیرا دراین‌صورت $\hat{ILE} = \hat{IEL}$ وچون زاویهٔ ILE زاویهٔ خارجی مثلث

(۱)ـ «قانون مسعودی» ص ۲۹۵ سطرپنجم به بعد: «ونعیدالصورةلئلا تشوش بالخطوط...»

متساوی‌الساقین LES است پس $\overset{\wedge}{IEL} = \overset{\wedge}{ILE} = ۲\overset{\wedge}{LSE} = ۲\overset{\wedge}{LES}$

پس اگر خط EL را امتداد دهیم تا دایره را در نقطهٔ Z قطع کند داریم:

$\overset{\wedge}{IEL} = ۲\overset{\wedge}{ZEA}$ پس قوس $\overset{\frown}{ZA}$ یك سوم قوس $\overset{\frown}{AB}$ است و زاویهٔ AEZ یك سوم زاویهٔ AEB است.

واین مقدمهٔ هشتم برای مسألهٔ تثلیث زاویه است.

دراینجا **استاد** افزوده است که[۱] مسألهٔ تثلیث زاویهٔ EBC منجر به تثلیث زاویهٔ AEB می‌شود. زیرا هریك ازآنهامکمل دیگری است.

مقصود این است که اگر زاویهٔ AEB که آن را α درجه می‌نامیم به سه قسمت متساوی تقسیم شود می‌توان زاویهٔ BEC را که مساوی با (α − ۱۸۰)درجه است به‌سه قسمت‌متساوی تقسیم کرد. زیرا $\frac{\alpha}{۳} - ۶۰^\circ = \frac{۱}{۳}(۱۸۰^\circ - \alpha)$

۶/۵۴ـ **تبصره**ـ این روش به قولی از **ابوعبدالله الشنی*** است (رجوع کنیدبه «کهل G» ص۱۸۴ و۱۸۵) وبه قول‌دیگرازا**بوالحسن شمسی‌هروی*** است (رجوع کنید به «وپکه‌جبر خیام» ص ۱۱۸). به احتمال قوی قول دوم درست است و ظاهراً «الشنی» تصحیف «الشمسی» است.

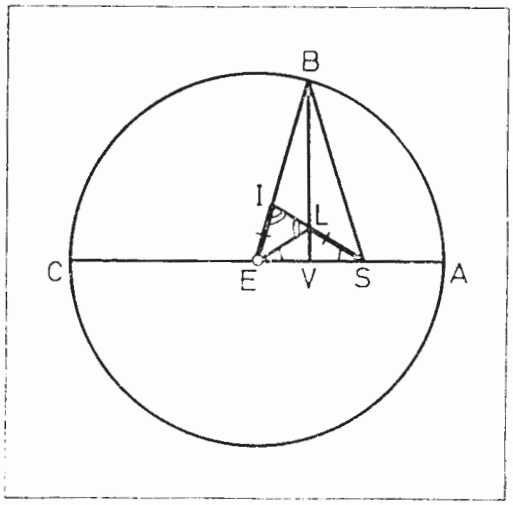
۶/۵۵ـ **مقدمهٔ نهم**[۲] ـ بازعمود BV را بر شعاع EA فرود آورده VS را روی VA مساوی باEV جدا می‌کنیم.

اگر بتوانیم قاطع SLI را مطابق با شکل طوری رسم کنیم که LS

(۱)ـ «قانون مسعودی» ص۲۹۵ سطر سیزدهم: «وقسمة زاویه بـهج ، الخارجه اثلاثاً یودی‌الی‌تثلیث‌زاویة **ا ه ب** لان‌کل واحدةمنهماتتمةالاخری‌الی‌القائمتین»

(۲)ـ «قانون‌مسعودی» ص۲۹۵سطرپانزدهم‌به‌بعد: «فاذااخرجنا خط**س ل ی**...»

مساوی با EI شود مسألهٔ تثلیث زاویه را حل کرده‌ایم.

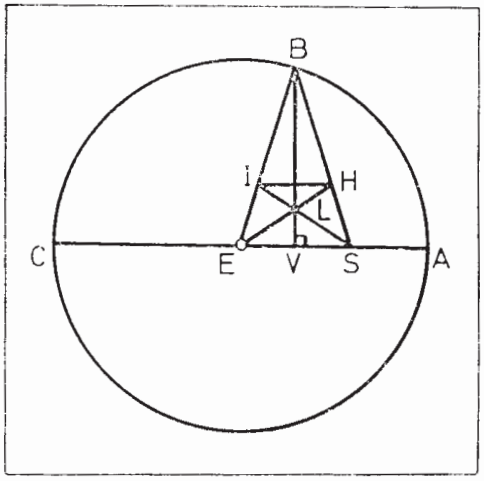


(شکل ۸۵)

زیرا دراین‌صورت EI = LS = EL و زاویهٔ ILE مساوی با زاویهٔ EIL است. وزاویهٔ LIE دوبرزاویهٔ ISE است. اما زاویه BEC ، که‌زاویهٔ خارجی مثلث IES است، مساوی بامجموع دوزاویهٔ S و I می‌باشد. پس زاویهٔ S یك‌سوم زاویهٔ CEB است. به‌این ترتیب می‌توان زاویهٔ CEB را به سه قسمت متساوی تقسیم کرد. و این مقدمهٔ نهم برای مسألهٔ تثلیث زاویه است.

تبصره- رجوع کنید به شمارهٔ ۶/۶۶ درآنجا همین مسأله را با عباراتی دیگر خواهید یافت.

۶/۵۶- مقدمهٔ دهم[۱] باز ازنقطهٔ B عمود BV را بر EA فرود آورده روی VA پاره‌خط VS را مساوی با EV جدا می‌کنیم‌وفرض‌می‌کنیم قاطع SLI طوری رسم شده باشد که EL مساوی‌با EI باشد. اگرازنقطهٔ I خطی به موازات ES رسم کنیم تا BS را در نقطهٔ H قطع کند، دومثلث SLE و ILH متشابه خواهند بود و خواهیم



(شکل ۸۶)

(۱)- «قانون‌مسعودی» ص ۲۹۵ سطر نوزدهم به بعد- دراین قسمت عبارات نسخهٔ چاپی نارسا ومغلوط است‌ومحل‌نقطهٔ ح معلوم‌نیست - مطلب‌را ازروی قرائن‌تصحیح‌کردم.

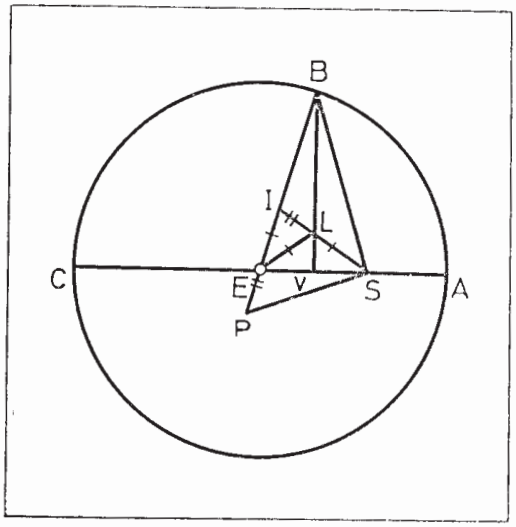
داشت: $\frac{SE}{EL}=\frac{IH}{HL}$ وچون بنا بـه فرض $EL=EI$

پس $$\frac{SE}{EI}=\frac{IH}{HL} \qquad (۱)$$

وبرعکس اگرتساوی (۱) برقرار باشد EL مساوی با EI خـواهـد بـود بنابراین :

اگربتوانیم ازنقطهٔ S قاطع SLI را طوری رسم‌کنیم کـه هرگاه از نقطهٔ I خط IH به موازات EA رسم شود تساوی (۱) برقرارباشد مسألـهٔ تثلیث زاویه را حل کرده‌ایم (زیرا دراین صورت EL = EI وبنـابـرمقدمـهٔ هشتم مسأله حل است) واین مقدمهٔ دهم برای مسألهٔ تثلیث زاویه است.

۵۷/۶ـ **مقدمهٔ یازدهم**[۱] ـ شکلی راکه درمقدمهٔ نهم به‌کار بـردیم بـا همان قراردادها رسم می کنیم (یعنی به قسمی کـه $EI=LS=EL$) وBE را از طرف E تانقطهٔ P امتدادمی‌دهیم به‌طوری که‌زاویهٔPSIمساوی‌بازاویهٔIPSشود (یعنی مثلثISP متساوی‌الساقین گردد).ازروی‌شکل‌واضح‌است که‌دراین‌صورت $EP=IL$



(شکل ۸۷)

حال گوییم: چون BL نیمساز زاویـهٔ B از مثلـث IBS اسـت داریم :

$$\frac{BI}{BS}=\frac{IL}{LS} \qquad (۱)$$

امـا

$IL=EP$ و $LS=IE$

و $BS=BE$

پس تسـاوی (۱) چنین نـوشته

(۱)ـ «قانون مسعودی» ص ۲۹۶ سطرسوم به بعد: «وایضاً اذا زدنا فی استقامة ب‌ه ...»

می‌شود :

$$\frac{BI}{BE}=\frac{EP}{IE}$$

ویا

$$BI \times IE = BE \times EP \qquad (۲)$$

برعکس اگر تساوی (۲) برقرار باشد آنگاه IE مساوی با EL خواهد شد ومانند قبل مسألهٔ تثلیث زاویه حل خواهد گردید. واین مقدمهٔ یازدهم بـرای حل مسألهٔ تثلیث زاویه است .

تبصره- ظاهراً مقصود **استاد** این‌است که: اگر **بتوانیم نقـاط I و P را روی‌خط‌راست** BE **به قسمی‌بیابیم‌که رابطهٔ (۲) برقرارباشد مسألهٔ‌تثلیث زاویه را حل‌کرده‌ایم .**

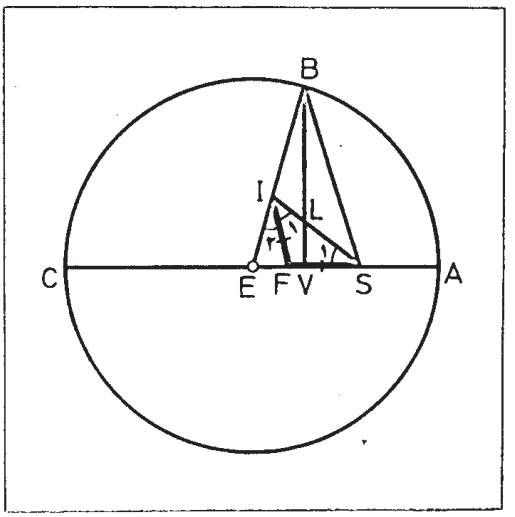
معلومم نشد که چرا **استاد** مسألهٔ تثلیث زاویه را به چنین‌مسألهٔ پیچیده‌ای منجر کرده است !

ورجوع کنید به شمارهٔ ۶/۶۳ در آنجا مسألهٔ فـوق را با عباراتـی دیگـر خواهید یافت .

۶/۵۸- **مقدمهٔ دوازدهم** [۱] - (بیـان **استاد** دراین قسمت پیچیده است اما راه حلی که ارائه کرده است‌کاملا درست است ومی‌توان آن را به‌صورت زیر خلاصه کرد) :

فرض کنیم که می‌خواهیم زاویهٔ مرکزی BEC را بـه سه قسمت متساوی

(۱)- قانون مسعودی» ص۲۹۶ سطر دوازدهم به بعد-**کارل‌شوی** پس‌از تـرجمهٔ دوسطرازمقدمهٔ دوازدهم نوشته است‌که چون نسخه‌های خطی «قانون مسعودی»که وی در اختیار داشته مغلوط بوده نتوانسته است این مقدمه را بفهمد (← «شوی T »ص۲۵ سطر آخر به‌بعد) - درواقع نسخهٔ چاپ حیدرآباد نیز دراین قسمت مغلوط است ومن آن را از روی قرائن تصحیح‌کرده‌ام .



(شکل ۸۸)

تقسیم کنیم. از نقطهٔ B عمود BV را بر قطر AC فرود می‌آوریم و روی VA پاره‌خط VS را مساوی با VE جدا می کنیم.

اگر بتوانیم قاطع SLI را مطابق با شکل طوری رسم کنیم که چون نیمساز زاویهٔ SIE را رسم کنیم و پای آن را روی ES نقطهٔ F بنامیم FI مساوی با FS شود مسأله حل خواهد شد.

زیرا چون $IF = FS$ پس $\hat{I}_1 = \hat{S}_1$ وچون IF نیمساز زاویهٔ EIS است پس $\hat{I}_1 = \hat{I}_2$ بنابراین $\hat{I}_1 = \hat{I}_2 = \hat{S}_1$ اما زاویهٔ CEB زاویهٔ خارجی مثلث EIS است و مساوی است با مجموع سه زاویه متساوی I_1 و I_2 و S_1. پس هریك ازسه زاویهٔ I_1 و I_2 و S_1 یك سوم زاویهٔ BEC هستند ومسألهٔ تثلیث زاویه به شرط مذکور حل شده است. (وقتی زاویهٔ BEC به سه قسمت متساوی تقسیم شد تقسیم زاویهٔ AEB نیز به سه قسمت متساوی میسر است) واین مقدمه دوازدهم برای حل مسألهٔ تثلیث زاویه است.

ح ـ تحققات دیگر استاد در بارهٔ تثلیث زاویه

۶/۵۹ـ درصفحات قبل دوازده مسأله را که **استاد** به عنوان مقدمهٔ مسألهٔ تثلیث زاویه بیان کرده است دیدیم. بی‌مناسبت نیست که دراینجا متذکر شوم که

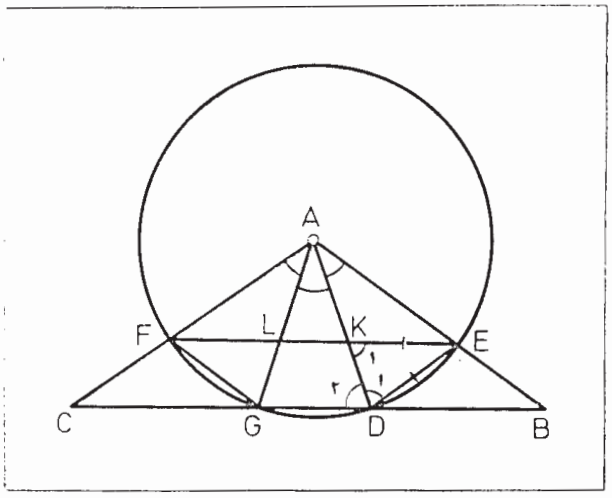
ابوسعید سجزی که ازمعاصران بیرونی بوده دریکی ازتألیفات خود، که به «رسالة فی‌قسمةالزاویةالمستقیمةالخطین بثلثة اقسام متساویه» موسوم است، هشت مسأله از **بیرونی** ذکر کرده است که حل همهٔ آنها به حل مسألهٔ تثلیث زاویه منجر می‌گردد (رجوع کنید به «وپکه: جبرخیام» صفحات ۱۱۹ و۱۲۴)

اینك برای مزید فایده صورت این مسایل را دراینجا می‌آورم :

۶۰/۶ـ **مسألهٔ اول** [۱] ـ مثلث متساوی‌الساقین ABC (AB = AC) مفروض است. می‌خواهیم روی قاعدهٔ BC نقطهٔ D را چنان اختیار کنیم که اگر ازروی AB پاره خط AE را مساوی با AD جدا کرده ED را رسم کنیم تناسب زیر برقرار باشد :

$$\frac{AB}{BD} = \frac{AD}{DE} \qquad (۱)$$

تبصرهـ حل این مسأله به این منجر می‌شود که زاویهٔ BAD را مساوی با



(شکل ۸۹)

(۱) ـ رجوع کنید به «وپکه : جبرخیام» صفحات۱۱۹ و۱۲۲ و ۱۲۳

یك سوم زاویهٔ BAC بسازیم .

زیرا فرض کنیم که نقطهٔ D روی BC طوری اختیار شده که اگر AE مساوی با AD باشد رابطهٔ (۱) برقرار باشد .

اگردایره‌ای به مرکز A و به شعاع AE رسم کنیم این دایره ازنقطهٔ D می گذرد وBC را درنقطهٔ دیگرG و AC رادرنقطهٔ F قطع می کند. به قسمی که خط EF با BC موازی می‌شود. حال اگرفصل مشترك EF را با AD نقطهٔ K بنامیم واضح است که $\frac{AB}{BD}=\frac{AE}{EK}$ وچون بنا به‌فرض $AE=AD$ پس:

$$\frac{AB}{BD}=\frac{AD}{EK}$$

ازمقایسهٔ این رابطه با رابطهٔ (۱) که آن را صحیح فرض کرده‌ایم معلوم می‌شود که $EK=DE$ یعنی مثلث EKD متساوی‌الساقین است و $\hat{K}_1=\hat{D}_1$ اما چون EF با BC موازی است پس $\hat{K}_1=\hat{D}_2$ پس دومثلث متساوی‌الساقین AED و ADG متساویند (زیرا زوایای قاعدهٔ آنها باهم وساقهاشان با هم مساوی است) پس $DE=GD$ به‌همین‌ترتیب معلوم‌می‌شود که $GD=FG$ یعنی زاویهٔ‌مرکزی BAC به وسیلهٔ خطوط AD و AG به سه قسمت متساوی تقسیم شده است .

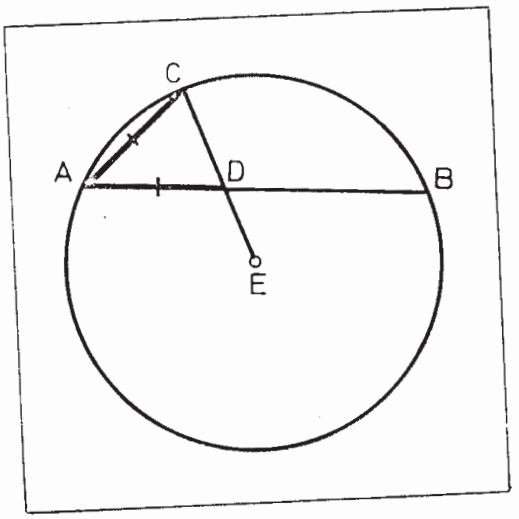
برعکس اگرزاویهٔ DAB مساوی با یك سوم زاویهٔ BAC باشد تناسب (۱) برقرار خواهد بود .

۶۱/۶ـ **مسألهٔ دوم** [۱] (که نتیجهٔ مسألهٔ اول است) ـ دایرهٔ به مرکز E و وتر AB ازآن رادرنظرمی گیریم.می‌خواهیم‌شعاعEDC را طوری رسم کنیم که

(۱) ـ رجوع‌کنید به «وپکه : جبرخیام» صفحات ۱۱۹ و ۱۲۲

AC مساوی با AD باشد.

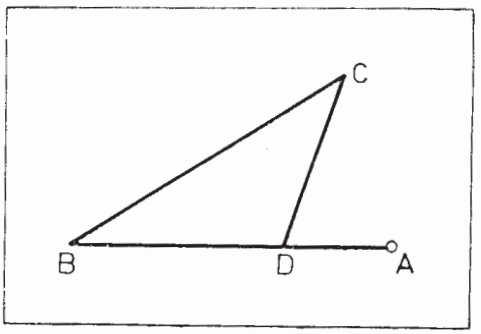
تبصره- این مسأله رامقایسه کنید با مقدمهٔ چهارم (شمارهٔ ۶/۴۹).



(شکل ۹۰)

۶/۶۲- **مسألهٔ سوم**[۱] - زاویهٔ ABC را در نظر گرفته روی دو ضلع آن دو طول متساوی BA و BC را جدا می کنیم. می‌خواهیم از نقطهٔ C خط CD را طوری رسم کنیم که رابطهٔ زیر برقرار باشد:

$$CD.AB + BD^2 = AB^2$$



(شکل ۹۱)

تبصره- این مسأله‌را مقایسه کنید با مقدمهٔ سوم (شمارهٔ ۶/۴۸)

۶/۶۳- **مسألهٔ چهارم** [۲]- مثلث متساوی‌الساقین ABC (AB = AC) را در نظر گرفته می‌خواهیم روی امتدادساق AB نقطهٔ D را طوری اختیار کنیم که اگرزاویهٔ ECD را مساوی با زاویهٔ EDC بسازیم رابطهٔ زیر برقرار باشد:

---

(۱) - رجوع‌کنید به «وپکه: جبرخیام»، صفحات ۱۱۹ و ۱۲۱

(۲) - رجوع‌کنید به‌همان‌کتاب صفحهٔ ۱۲۴ شمارهٔ ۱

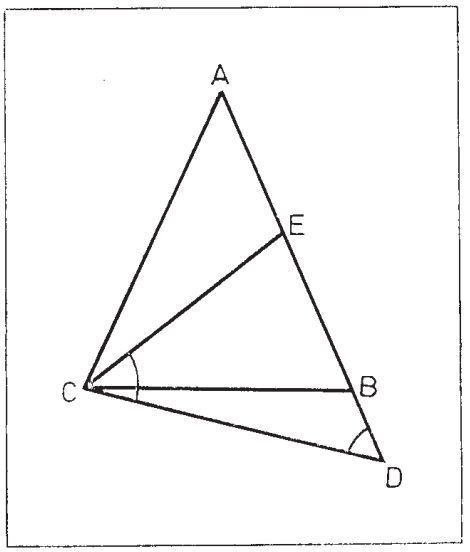
$$AE \times EB = AB \times BD$$

تبصرهـ این مسأله‌را مقایسه کنید با مقدمهٔ یازدهم (شمارهٔ ۶/۵۷)

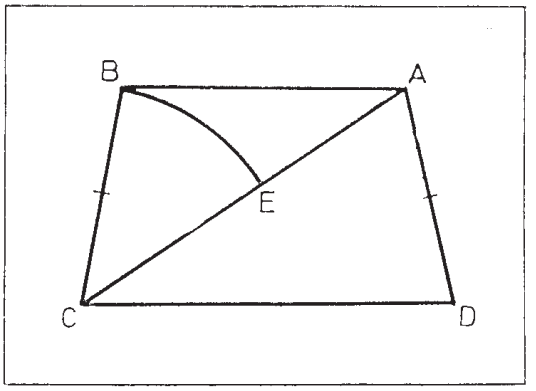
۶/۶۴ـ مسألهٔ پنجم[۱] ـ ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین ABCD را که در آن AB با CD موازی و AD با BC مساوی است در نظر می‌گیریم وروی قطر CA نقطهٔ E راطوری اختیار می‌کنیم که $CE = CB$ به فرض آنکه رابطهٔ

$$\frac{CD}{BC} = \frac{AB}{AE}$$

برقراروزوایای‌ذوزنقه‌وضلع CD معلوم باشند می‌خواهیم اضلاع دیگرذوزنقه را حساب کنیم.



(شکل ۹۲)



(شکل ۹۳)

۶/۶۵ـ مسألهٔ ششم[۲] ـ مثلث متساوی‌الساقین $ABC(AB = AC)$ مفروض است. می‌خواهیم امتداد ارتفاع AD را مطابق با شکل به وسیلهٔ مورب EZH به‌قسمی‌قطع کنیم که $BZ = ZE$ و $HZ = ZC$ (رجوع کنید به‌شکل۹۴)

---

(۱) ـ رجوع‌کنید به «وپکه: جبرخیام» ص ۱۲۴ شمارهٔ ۲

(۲) ـ رجوع‌کنید به«وپکه : جبرخیام» ص۱۲۴ شمارهٔ ۳

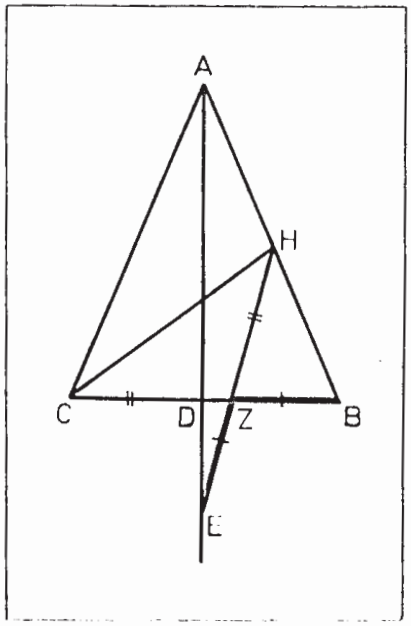
۶/۶۶ـ **مسألهٔ هفتم**[۱] ـ مثلث متساوی الساقین $ABC(AB = AC)$ را در نظر می گیریم وارتفاع AD از آن را رسم می کنیم. (رجوع کنید به شکل ۹۵)

می‌خواهیم قاطع BZE را مطابق با شکل طوری رسم کنیم که $ZB = EC$

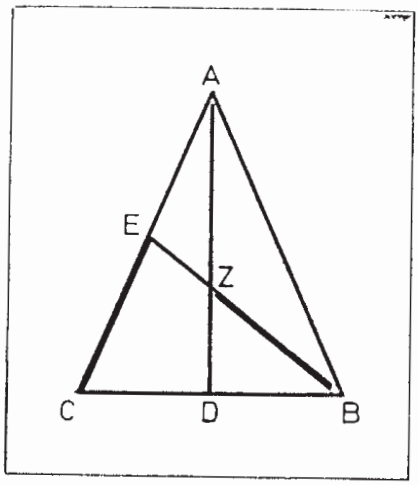
تبصره ـ این مسأله را مقایسه کنید با مقدمهٔ نهم (شمارهٔ ۶/۵۵)

۶/۶۷ ـ **مسألهٔ هشتم**[۲] ـ زاویهٔ B از مثلث ABC قائمه است. رأس B را به نقطهٔ D وسط وتر AC وصل می کنیم. می‌خواهیم از نقطهٔ C قاطع CZE را به قسمی رسم کنیم که رابطهٔ زیر برقرار باشد:

$$\frac{BZ}{CE} = \frac{BD}{AC}$$



(شکل ۹۴)

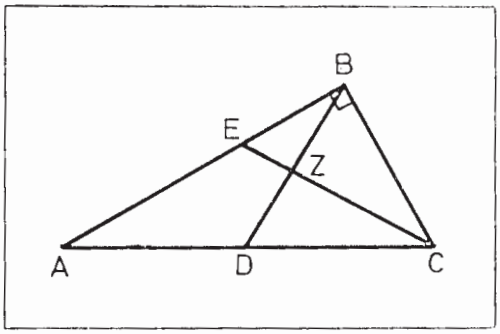


(شکل ۹۵)

(رجوع کنید به شکل ۹۶)

(۱) ـ رجوع کنید به «وپکه: جبر خیام»، ص ۱۲۴ شمارهٔ ۴

(۲) ـ رجوع کنید به همان کتاب، ص ۱۲۴ شمارهٔ ۵



(شکل ۹۶)

ط ـ دنبالهٔ باب چهارم ازمقالهٔ سوم

۶۸/۶ـ **دربارهٔ محاسبهٔ $C_۹$ و $C_۷$ـ استاد** گفته است [۱] : معلوم است که مسألهٔ تقسیم دایره به نه قسمت متساوی (ومحاسبهٔ ضلع نه ضلعی منتظم محاطی) رجوع می‌شود به مسألهٔ تقسیم دوسوم زاویهٔ قائمه [۲] به سه قسمت متساوی .

(۱) ـ «قانون مسعودی» ص۲۹۷ سطریازدهم به‌بعد. عنوانی‌که برای این قسمت اختیارکرده‌ام درمتن نیست وفقط برای روشن‌شدن مطلب است. درمتن مطلب چنین است: «ثم‌من‌المعلوم ان المتسع متعلق‌بانقسام ثلثی الـزاویةالقائمة اثلاثا،وقد انزاحت العلةمن وترالتسع. ولم‌یبق‌من‌امهات‌الاوتار و رؤوسها‌غیروترالسبع،وهو ابعدعن‌الحصول‌لمباینةالاعداد الستینیه‌التی‌یستعملها المنجمون فی‌کسور الواحد مقدارقوسه،فان‌ثلاث‌ماةوالستین غیرمنقسمة علی‌سبعة مع‌استعمال‌الاجزاء الستینیةفی‌کسورها، فکأنه وترمجهول‌الکمیة لقوس غیرمنطوق بهاکالمجذورالصم» (**کارل‌شوی** چند موضع از عبارات فوق را درست ترجمه نکرده است ← «شوی T» ص۲۶)

(۲) ـ زیرا $\frac{۲}{۳}$ زاویهٔ‌قائمه ۶۰ درجه می‌شودو $\frac{۱}{۳}$ شصت درجه ۲۰درجه است وچون می‌توانیم‌وتردوبرابرقوسی راکه وترش معلوم است‌حساب‌کنیم (شمارهٔ۶/۳۵)پس‌محاسبهٔ‌وتر۴۰ درجه‌یعنی ضلع نه‌ضلعی منتظم محاطی‌میسراست .

بنابراین محاسبهٔ وتر روبه‌روی یك نهم دایره دشوار نیست. پس از وترهای اصلی فقط C_7 یعنی وتر روبه‌روی یك هفتم دایره باقی می‌ماند وآن بسیار دور از دسترس است. علت این امر آن است که کسرهای شصتگانی که منجمان به‌کار می‌برند با اندازهٔ قوس یك هفتم دایره متباین است، زیرا ۳۶۰ در دستگاه شمار شصتگانی بر عدد ۷ قابل نیست (واگر ۳۶۰ را در آن دستگاه بر ۷ تقسیم کنیم قسمت کسری آن نامختوم خواهد بود یعنی هرگز به صفر نخواهیم رسید). پس اندازهٔ وتر یك هفتم دایره عددی منطق نیست وازاین حیث مانند جذر اصم است.

سپس **استاد** افزوده است [۱]: واگر از تحقیقاتی که بزرگان زمان ما مانند **ابوسهل کوهی*** و **ابوالجود*** دراین باره به عمل آورده‌اند نفعی عاید می‌شد از ذکر آن خودداری نمی‌کردیم [۲].

۶/۶۹ـ **دوراه برای محاسبهٔ وتر یك درجه** [۳] ـ با استفاده از اندازهٔ C_9 دوراه برای محاسبهٔ وتر یك درجه به دست می‌آید:

نخست اینکه تفاضل بین یك نهم ویك‌دهم دایره مساوی با چهار درجه است ($۴^\circ = ۳۶ - ۴۰ = \frac{۳۶۰}{۱۰} - \frac{۳۶۰}{۹}$) وهرگاه وترهای آن دوقوس معلوم باشند وتر تفاضل آنها (یعنی وتر ۴ درجه) معلوم می‌شود وازآن رو وتر یك درجه نیز

---

(۱) ـ «قانون مسعودی» ص۲۹۷ سطرهفدهم به‌بعد: «ولوکان ماخاض فیه‌المبرزون من‌اهل زماننا کابی‌سهل‌الکوهی وابی‌الجود،منه عائدابنفع مالم نقصرفی‌ایراده»

(۲) ـ **کارل‌شوی** این‌عبارت را طوری دیگر ترجمه‌کرده وگویا اشتباه‌کرده است ← «شوی T» ص۲۶ سطریازدهم به‌بعد

(۳) ـ این‌عنوان درمتن نیست وآن رابرای تفکیك مطالب ازیکدیگر افزوده‌ام. در متن «قانون مسعودی» ص ۲۹۷ سطرنوزدهم به‌بعد چنین آمده‌است: «وقدانفتح‌من‌المتسع الی‌وترالجزء الواحد طریقان ...»

به دست می‌آید .

اما راه دوم این است کـه وتر یك هجدهم دایره (وتر نصف‌التسع = $C_{۱۸}$) را قبلا حساب کردیم[۱] ووتر روبه‌رو به قوس ده درجه مساوی است با :

وتر ده درجه = ۰ ; ۱۰ و ۲۷ و ۳۱ و ۱۷ و ۵۱

ووتر ۱۲ درجه را نیز قبلا ثبت کردیم[۲] پس وتر دو درجه‌ازروی‌دستور تفاضل [۳] به دست می‌آید :

وتر۲ درجه = ۰ ; ۲ و ۵ و ۳۹ و ۲۵ و ۱۸

و وتریك درجه ازروی دستور وتر نصف قوس [۴] حاصل می‌شود :

وتر یك درجه = ۰ ; ۱ و ۲ و ۴۹ و ۱۱ و ۳۵

۶/۷۰ ـ محاسبهٔ وتریك درجه با استفاده ازمسألهٔ تثلیث زاویه[۵] ـــ اما ازراه تثلیث زاویه، فرض می کنیم که در دایرهٔ به مرکز E وبه قطر AC قوس AB سه درجه باشد. قوس AZ را مساوی با یك سوم قوس AB (یعنی مساوی با یك درجه) می گیریم. معلوم است که اگر BD را به موازات قطر AC رسم کرده خط DZ را امتداد دهیم تا امتداد قطر CA را در نقطهٔ H قطع

(۱)- رجوع‌کنید به شمارهٔ ۶/۴۲ (صفحهٔ ۳۳۱ کتاب حاضر)

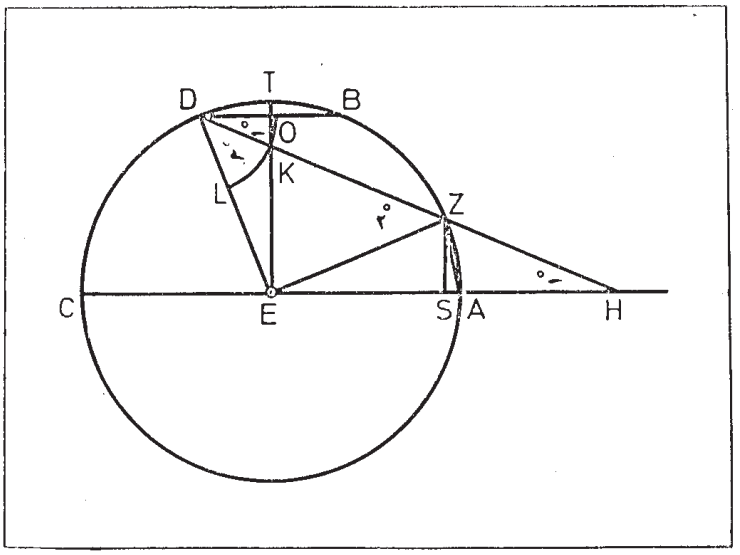
(۲)- رجوع‌کنید به شمارهٔ ۶/۴۳ (صفحهٔ ۳۳۴ « «)

(۳)- « « « ۶/۳۸ (صفحهٔ ۳۲۱ « «)

(۴)- « « « ۶/۳۶ (صفحهٔ ۳۱۰ « «)

(۵)- «قانون مسعودی» ص۲۹۸ سطرهفتم به بعد، این عنوان درمتن نیست ومطلب چنین شروع می‌شود: «واما من جهة تثلیث‌الزاویة فلیکن قوس **اب** ...»

کند وفصل مشترك DZ را با شعاع ET که عمود برAC است نقطهٔK بنامیم هر



(شکل ۴۷) (شکل به اندازهٔ حقیقی نیست)

یك‌ازدوپاره‌خط KZ و ZH مساوی با شعاع دایره خواهند بود. (زیرا هر یك از دومثلث ZEH و ZEK متساوی‌الساقین هستند.) اکنون به مرکزD و بـه شعاع DK قـوس LKM را مطابـق بـا شکل رسم می کنیم (M روی DB و L روی DE است) وفصل مشترك ET را با BD نقطهٔ O می‌نامیم. در ایـن صورت واضح است که :

$$\frac{\text{سطح قطاع } DKL}{\text{سطح قطاع } DKM} = \frac{۲}{۱}$$

و از طرف دیگر :

$$\frac{\text{سطح مثلث } DEK}{\text{سطح مثلث } DKO} > \frac{۲}{۱}$$

(زیرا مساحت مثلث DKE ازمساحت‌قطاع DKL بزرگتر ومساحت مثلث DKO ازمساحت قطاع DKM کوچکتر است)

اما نسبت مساحات دومثلث DEK و DKO (که درارتفاع مشترکاند) مساوی با نسبت قاعده‌های آنها یعنی مساوی با نسبت $\frac{EK}{KO}$ است. پس :

$$\frac{EK}{KO} > \frac{۲}{۱} \qquad (۱)$$

یعنی $EK > ۲OK$ وازترکیب نسبت در رابطهٔ (۱) حاصل می‌شود :

$$\frac{EK + KO}{KO} > \frac{۲+۱}{۱}$$

یعنی $$EO > ۳KO \qquad (۲)$$

اکنون ملاحظه می کنیم که :

EO معلوم است : نصف وتر ۶° = نصف وتر دوبرابر قوس $EO = AB$

وOD نیزمعلوم‌است [۱]: نصف وتر ۱۷۴° = نصف وتر (۱۸۰° − ۶°) $= OD$

اما OK مجهول است وراهی برای محاسبهٔ آن نداریم وفقط ازرابطهٔ(۲)می‌دانیم که $KO < \frac{EO}{۳}$.

بنابراین KO را تقریباً مساوی با مقداری کوچکتراز $\frac{EO}{۳}$ اختیارمیکنیم وبعداً چنانکه خواهیم دید با آزمایش معلوم می کنیم که این مقدار تقریبی اختیاری تا چه اندازه دقیق است .

چون بنابرآنچه گذشت KO و DO معلوم شد مقدار DK که وتر مثلث قائم‌الزاویهٔ DKO است معلوم می‌شود وازروی آن DH به دست می‌آید:

$$DH = DK + ۲KZ$$

اکنون درصدد جستجوی راهی برمی‌آییم که ببینیم مقداری که برای

(۱)ـ ازروی دستورمحاسبهٔ وترتفاضل دوقوس‌که درشمارهٔ ۶/۳۸ دیدیم .

KO اختیار کرده‌ایم تا چه اندازه با حقیقت وفق می‌دهد.

از تشابه دومثلث KEH وKOD حاصل می‌شود : $\frac{EK}{OK}=\frac{KH}{DK}$

ویا پس‌ازترکیب نسبت $\frac{OE}{OK}=\frac{HD}{DK}$ یعنی $\frac{EK+OK}{OK}=\frac{KH+DK}{DK}$

و یا $$OE\times DK=OK\times HD \qquad (۳)$$

درتساوی فوق مقادیر OE و DK و OK و HD چنانکه گفتیم معلوم است. پس می‌توانیم تساوی (۳) را برای سنجش صحت‌مقدار OK به‌کاربریم. به این طریق که به جای پاره‌خطها اندازه‌های آنها را قرار می‌دهیم. اگرتساوی درست بود که معلوم می‌شود KO را درست اختیار کرده‌ایم. واگر دوطرف تساوی با هم مساوی درنیامد مقدار OK را به اندازهٔ‌کافی کم یا زیاد می کنیم تا خطایی که حاصل می‌شودآنقدر کوچك باشد که به حسابها ضرری نرساند.

پس‌ازآنکه KO با تقریب‌کافی به دست‌آمد ازروی آن EK را حساب می کنیم (EK = EO − KO). آنگاه ازنقطهٔ Z عمود ZS را برقطر AC فرود می‌آوریم. داریم $ZS=\frac{1}{2}EK$ و واضح است که ZS نصف وتر ZB است و قوس ZB دوسوم قوس AB یعنی مساوی با دو درجه است که وترنصف آن‌مطلوب ما است (یعنی وتر یك درجه) واین چیزی است که می‌خواستیم‌آن‌را بیابیم.

استاد پس‌ازبیان مقدمات فوق می گوید :

EO یعنی نصف وتر دوبرابرقوس AB (یعنی وتر۶درجه) را حساب کردیم شد:

EO = 0 ; ۳ ، ۸ ، ۲۴ ، ۳۴

ومقداری کمترازیك‌سوم آن راگرفتیم وآن‌رااندازهٔ OK فرض کردیم :

OK = 0 ; ۱ ، ۲ ، ۴۵ ، ۷ ، ۳۷ ، ۵

اگر این مقادیر را دررابطهٔ (۳) قرار دهیم هریك ازدوطرف تساوی تا مرتبهٔ سادسه‌ها چنین به دست می‌آید :

$$(OE \times DK = O\ .\ \times HD \neq)\ \circ\ ;\ ۳۸\ ,\ ۱۰\ ,\ ۴۷\ ,\ ۳۷\ ,\ ۱۳$$

واختلاف مقادیر دوطرف تساوی (۳) فقط درمراتب ازسادسه به بعد است که عملا بکار نمی‌آید. اکنون SZ را حساب می کنیم :

$$SZ = \frac{EK}{۲} = \frac{EO - KO}{۲} = \ \circ\ ;\ ۱\ ,\ ۲\ ,\ ۴۹\ ,\ ۴۳\ ,\ ۱۱\ ,\ ۱۴$$

وازروی SZ (با استفاده از دستور محاسبهٔ وتر نصف قوسی که وتر آن معلوم است) [۱] مقدار AZ یعنی وتریك‌درجه به دست می آید:

$$\text{وتریك درجه} = \ \circ\ ;\ ۱\ ,\ ۲\ ,\ ۴۹\ ,\ ۵۱\ ,\ ۴۸$$

واین مقدار با مقداری که برای وتریك درجه (درشمارهٔ ۶/۶۹) یافتیم فقط‌درمرتبهٔ خامسه‌ها اختلاف دارد .

۶/۷۱ـ روش بطلمیوس درمحاسبهٔ وتر یك درجه[۲] ـ روش‌بطلمیوس درمحاسبهٔ وتریك‌درجه این است که اوابتدا نسبت بین دوقوس نامتساوی ونسبت بین وترهای آنها را با هم مقایسه کرده است .

وما روش‌اورادراین مقایسه به‌وجهی که **سارینوس** [۳] ازوی نقل کرده‌است

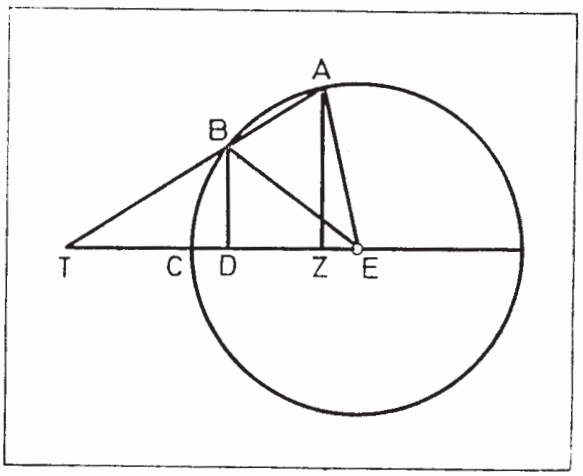
---

(۱)ـ رجوع‌کنید به شمارهٔ ۶/۳۶

(۲)ـ «قانون مسعودی» ص ۳۰۰ سطر اول به بعد: «واما بطلمیوس فطریقه فی التحلله...»

(۳)ـ دربخش هشتم کتاب حاضر شرحی دربارهٔ **سا رینوس** نوشته‌ام .

ذکر می کنیم زیرا بیان او آسانتر است :



(شکل ۹۸)

دوقوس $\overset{\frown}{AC}$ و $\overset{\frown}{BC}$ را روی دایرهٔ به مرکز E درنظر گرفته فرض می کنیم $\overset{\frown}{AC} > \overset{\frown}{BC}$. سپس از نقاط A و B عمودهای AZ و BD را برقطری که از نقطهٔ C می گذرد فرودمی آوریم. و پاره خطهای EA و EB و AB را رسم کرده AB را امتداد می‌دهیم تاامتدادEC را درنقطهٔ T قطع کند ومی گوییم :

$$\frac{\overset{\frown}{AC}}{\overset{\frown}{BC}} > \frac{AZ}{BD}$$

زیرا می‌دانیم که : $\dfrac{\overset{\frown}{AB}}{\overset{\frown}{BC}} = \dfrac{\overset{\wedge}{AEB}}{\overset{\wedge}{BEC}} = \dfrac{\text{مساحت قطاع } AEB}{\text{مساحت قطاع } BEC}$ (۱)

ازطرف دیگر داریم : $\dfrac{\text{مساحت مثلث } AEB}{\text{مساحت مثلث } BET} > \dfrac{\text{مساحت قطاع } AEB}{\text{مساحت قطاع } BEC}$ (۲)

زیرا : مساحت قطاع AEB > مساحت مثلث AEB

و مساحت مثلث BEC > مساحت مثلث BET

اما رابطهٔ (۲) را می‌توان چنین نوشت :

$$\frac{\text{مساحت قطاع } AEB}{\text{مساحت قطاع } BEC} > \frac{AB}{BT} \qquad (۳)$$

زیرا دومثلث AEB و BET درارتفاع مشترکاند، پس نسبت مساحت آنها مساوی

با نسبت قاعدهٔ آنها است .

ازنامساوی (۳) با ترکیب نسبت حاصل می‌شود :

$$\frac{\text{مساحت قطاع } AEC}{\text{مساحت قطاع } BEC} > \frac{AT}{BT} \qquad (۴)$$

اما $\frac{AT}{BT} = \frac{AZ}{BD}$ بنابراین از مقایسهٔ تساوی (۱) ونامساوی (۴) نتیجه می‌شود :

$$\frac{\overset{\frown}{AB}}{\overset{\frown}{BC}} > \frac{AZ}{BD} \qquad \text{و یا} \qquad \frac{۲\overset{\frown}{AB}}{۲\overset{\frown}{BC}} > \frac{۲AZ}{۲BD}$$

ومعلوم است که ۲AZ وتر قوس ۲AC است و ۲BD وتر قوس ۲BC . بنابراین قضیهٔ زیر ثابت شد (۱) :

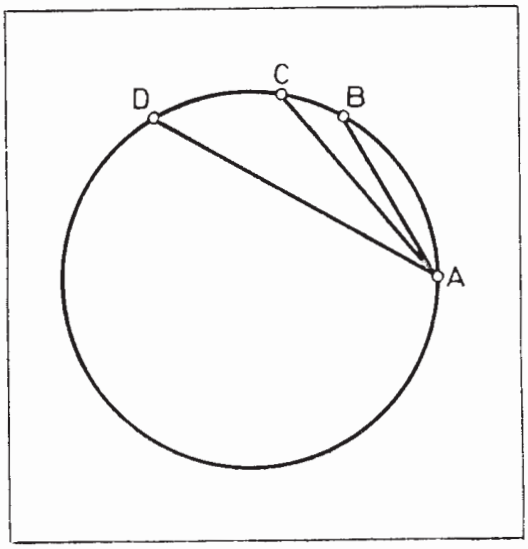
قضیه ـ درهر دایره نسبت قوس بزرگتر به قوس کوچکتر بزرگتر است ازنسبت وتراولی به وتر دومی

تبصره ـ تاآنجاکه اطلاع داریم این قضیه رانخستین بار **ارسطارخس** (Aristarchus ol Samos) ریاضی‌دان ومنجمی که درحدود ۲۸۰ میلادی می‌زیست به‌کار برد، بدون آنکه آن را ثابت کند. بنابراین در آن زمان این قضیه بین ریاضی‌دانان معروف بوده است. (رجوع کنید به «هیث H» ج۲ ص۵ و«کانتور V» ج۱ص۳۲۱ـ برای کسب اطلاع ازاحوال وآثار **ارسطارخس** رجوع کنید به «سارتن I» ج ۱ص۱۵۶)ـ استدلال قضیهٔ فوق چنانکه درمجسطی آمده‌درکتاب «هیث H» ج۲ ص۲۸۲ و«کانتور V» ج۱ص۴۱۸ نقل شده است.

بطلمیوس پس‌ازاثبات این قضیه قوس AC را ازدایره مساوی بایك درجه

(۱)ـ «قانون مسعودی» ص۳۰۰ سطر شانزدهم به بعد: «فنسبة ضعف‌قوس **اج** العظمی‌الی‌ضعف قوس **بج**الصغری‌اعظم من نسبة ضعف **از**، وترالعظمی الی ضعف **بد**، وترالصغری .

وقوس AD را مساوی با یك درجه ونیم وقوس AB را مساوی با نصف قوس AD یعنی $\frac{۳}{۴}$ درجه گرفته است. وچون اندازهٔ وترهای AB و AD را می‌دانسته خواسته است از روی آنها وتر AC (وتر یك درجه) را حساب کند. (وگفته است:)



(شکل ۹۹) (شکل به اندازهٔ حقیقی نیست)

بنا برقضیهٔ فوق $\frac{\overset{\frown}{AC}}{\overset{\frown}{AB}} > \frac{AC}{AB}$

اما: $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{AB} + \frac{۱}{۳}\overset{\frown}{AB}$

پس: $AC < AB + \frac{۱}{۳}AB = \frac{۴}{۳}AB$ (= وتر یك درجه) و چون **بطلمیوس** وتر AB و $\frac{۴}{۳}$ آن را چنین حساب کرده بوده:

$\frac{۴}{۳}$ $AB = ۱ ; ۲ و ۵۰$ و $AB = ۰ ; ۴۷ و ۸$

نتیجه گرفته است که $AC < ۱ ; ۲ و ۵۰$ (۵)

ازطرف دیگر بنا به قضیهٔ فوق داریم: $\frac{\overset{\frown}{AC}}{\overset{\frown}{AD}} < \frac{AC}{AD}$

وچون $\overset{\frown}{AC} = \frac{۲}{۳}\overset{\frown}{AD}$ پس $AC > \frac{۲}{۳}AD$

و **بطلمیوس** وتر AD را چنین حساب کرده.

$AD =$ وتر $۱\frac{۱}{۲}$ درجه $= ۱ ; ۳۴ , ۱۵$

و دوسوم آن‌را $۱ ; ۲ , ۵۰$ گرفته است پس:

(۶) $AC > ۱ ; ۲ ' ۵۰$

وچون AC یعنی وتر یك درجه بنابرنامساویهای (۵) و (۶) بایددرآن‌واحد هم کوچکتر وهم بزرگترازمقدار ۱ ; ۲ ' ۵۰ باشد پس مقدار واقعی آن را می‌توان مساوی با ۱ ; ۲ ' ۵۰ گرفت .

بطلمیوس مقدار فوق را (که یك مقدار تقریبی است) برای‌وتریك‌درجه به دست‌آورده اما درحقیقت این مقداری است که کسرهای شصتگانی آن‌ازمرتبهٔ ثانیه به بعد دقیق نیست. زیرا **بطلمیوس** اندازه‌های وترهای AB و AD را فقط تا مرتبهٔ‌ثانیه حساب کرده است .

وهرگاه ثالثه‌ها ومراتب بعدی را نیز به حساب آوریم خواهیم داشت :

$AD =$ وتریك‌درجه ونیم $= ۱ ; ۳۴ ' ۱۴ ' ۴۲ ' ۴۹ ' ۱ ' ۱۷ ' ۱۱$

واگرازاین مقدار یك سوم آن راکم کنیم باقی می‌ماند :

(۷) وتریك درجه $= ۱ ; ۲ ' ۴۹ ' ۴۸ ' ۱۲ ' ۴۱ ' ۱۸ ' ۷ ' ۲۰$

ازطرف دیگر :

$AB =$ وتر $\frac{۳}{۴}$ درجه $= ۰ ; ۴۷ ' ۷ ' ۲۴ ' ۴۷ ' ۳۱ ' ۳۶ ' ۳۳$

واگریك سوم این مقدار را به خودش بیفزاییم حاصل می‌شود :

(۸) وتر یك درجه $= ۱ ; ۲ ' ۴۹ ' ۱۳ ' ۳ ' ۲۲ ' ۸ ' ۴۴$

وملاحظه می‌شود که دوعددی که درتساویهای (۷) و (۸) برای مقدار وتریك‌درجه به دست آوردیم با هم مساوی نیستند وهمانگونه که گفتیم فقط تا مرتبهٔ ثانیه‌ها با هم یکسان می‌باشند .

واگر بخواهیم که تساوی تا مرتبهٔ ثالثه‌ها نیز برقرارباشد در عمل پیش

می‌رویم واز وتر $\frac{۳}{۴}$ درجه یك سوم آن را می‌کاهیم حاصل می‌شود:

$$\text{وتر } \frac{۱}{۲} \text{ درجه} = ۰ ; ۳۱ ' ۲۴ ' ۵۶ ' ۳۲ \qquad (۹)$$

اما

$$\text{وتر } \frac{۳}{۸} \text{ درجه} = ۰ ; ۲۳ ' ۳۳ ' ۴۲ ' ۵۱$$

واگر به این مقدار یك سوم آن را بیفزاییم حاصل می‌شود:

$$\text{وتر } \frac{۱}{۲} \text{ درجه} = ۰ ; ۳۱ ' ۲۴ ' ۵۷ ' ۸ \qquad (۱۰)$$

و دیده می‌شود که دومقدار که درتساویهای (۹) و (۱۰) برای وتر $\frac{۱}{۲}$ درجه به دست آمد تا مرتبهٔ ثالثه‌ها با هم یکی هستند. واگر این یك سوم را به جای افزودن به وتر $\frac{۳}{۸}$ درجه از آن کم کنیم‌حاصل می‌شود:

$$\text{وتر } \frac{۱}{۴} \text{ درجه} = ۰ ; ۱۵ ' ۴۲ ' ۲۸ ' ۳۴ \qquad (۱۱)$$

اما $$\text{وتر } \frac{۳}{۱۶} \text{ درجه} = ۰ ; ۱۱ ' ۴۷ ' ۵۱ ' ۲۸$$

واگر یك سوم این مقدار را به خودش اضافه کنیم حاصل می‌شود :

$$\text{وتر } \frac{۱}{۴} \text{ درجه} = ۰ ; ۱۵ ' ۴۲ ' ۲۸ ' ۳۷ = \text{وتر } \frac{۴}{۱۶} \text{ درجه} \qquad (۱۲)$$

وملاحظه می‌شود که دومقداری که درتساویهای (۱۱) و(۱۲) برای وتر یك چهارم درجه به دست آمد تا مرتبهٔ ثالثه با هم موافق هستند .

* * *

اما **یعقوب سجزی** $\frac{۳}{۴}$ درجه را با ۳ درجه ترکیب کرده [۱] (و وتر یك درجه‌را ازاین راه‌به‌دست‌آورده) ووتر این‌مجموع (یعنی‌وتر $\frac{۱۵}{۴}$ درجه) معلوم است وچون ما آن را استخراج کردیم چنین یافتیم :

$$\text{وتر } ۳\frac{۳}{۴} \text{ درجه} = ۳ ; ۵۵ ' ۳۴ ' ۳۸ ' ۳۷$$

ویك چهارم این قوس مساوی است با $\frac{۱۵}{۱۶}$ درجه و وتر آن :

$$\text{وتر } \frac{۱۵}{۱۶} \text{ درجه} = ۰ ; ۵۸ ' ۵۴ ' ۱۵ ' ۷$$

حال ملاحظه می کنیم که تفاضل بین یك درجه و $\frac{۱۵}{۱۶}$ درجه مساوی است با $\frac{۱}{۱۶}$ درجه و داریم:

$$\left(\frac{۱}{۱۶}\right)^{\circ} = \frac{۱}{۱۵}\left(\frac{۱۵}{۱۶}\right)^{\circ}$$

یعنی اگر بخواهیم $\frac{۱۵}{۱۶}$ درجه را تا یك درجه‌کامل کنیم باید $\frac{۱}{۱۵}$ آن را بـــه خودش بیفزاییم. و**یعقوب سجزی** گفته است که پس به همین نحو اگـر بخواهیم وتر $\frac{۱۵}{۱۶}$ درجه را تا وتر یك درجه‌کامل کنیم بـاید $\frac{۱}{۱۵}$ آن را به‌خودش‌بیفزاییم. به عبارت دیگر:

$$(\text{وتر } \frac{۱۵}{۱۶} \text{ درجه}) + \frac{۱}{۱۵} \text{ وتـر } \frac{۱۵}{۱۶} \text{ درجه} = \text{وتر یك درجه}$$

بنابراین :

---

(۱)ـ علت این انتخاب این است‌که چون $۳\frac{۳}{۴}$ درجه نزدیك ۴ درجه است پس یك چهارم آن نزدیك یك درجه می‌باشد .

(۷ ، ۱۵ ، ۵۴ ، ۵۸ ؛ ۰) + $\frac{۱}{۱۵}$ (۷ ، ۱۵ ، ۵۴ ، ۵۸ ؛ ۰) = وتر یك درجه

وبه این ترتیب وتر یك درجه به دست می‌آید بدون آنکه بـه راه طولانـی کـه **بطلمیوس** رفته‌است احتیاج پیدا شود.

وچه نیکو بود روشی که **یعقوب سجزی** برای منظور خود به‌کاربرده اگـر پایان آن خراب ازکاردرنمی‌آمد. وکسی که به انصاف حکم کند می‌داند که امر بین این دونفر (بطلمیوس ویعقوب سجزی) یکسان است وازهم جدا نیست. جـز اینکه **بطلمیوس** عمل خودرا ازروی بصیرت (آگاهانه) انجـام داده‌و **یعقوب** نفهمیده به نتیجه رسیده است(۱).

ی- باب پنجم از مقالهٔ سوم «قانون مسعودی» (۲)

درنسبت قطر دایره به محیط آن (۳)

۶/۷۲- **استاد** درآغاز این باب عباراتی‌آورده(۴) که‌مفهومش این است:

(۱)- «قانون مسعودی» ص۲ ۳ سطرهجدهم به بعد: «وما احسن‌تلطف یعقوب لمرامه لولا افساده‌الخاتمة. فان‌مـن‌لایحیف یعلم‌ان الامربین‌النفریـن‌سواء، لاینفصلان‌فیـه سوی‌ان‌بطلمیوس فعله عن‌بصیرة ویعقوب من‌غیرمعرفة.

(۲)- این باب ازمقالهٔ سوم «قانون مسعودی» را **اسمیث** (D. E. Smitlh) بـه انگلیسی تـرجمه‌کرده ودرمجلهٔ The American Math. Monthly (جلـد ۲۳ سال ۱۹۲۶ شمارهٔ ۶ صفحات ۳۲۳ تا ۳۲۵) به چاپ رسانیده است.

(۳)- «قـانون مسعودی» ص۳۰۳: «الباب‌الخامس فـی‌النسبة التی بین‌القطـر وبین‌المدور»

(۴)- «الوحده وان‌سرت فی‌المعدودات فان‌الواحدفی‌ذوات الموادغیرحقیقی‌الذات وانماهوبالوضـع‌والاصطلاح‌کالاقسام التی‌اتفق اهل‌هذه‌الصناعة‌علیهافی‌محیطات‌الدوائر...»

وقتی چیزهایی را می‌شماریم درواقع یکی ازآنها را واحداختیار می کنیم. اما در کمیتهای متصل مانند طول وغیره واحد وجود خارجی ندارد. و باید برای اندازه گیری هر کمیت مقداری ازآن را برحسب قرارداد واحد اختیار کنیم. مثلا منجمان برای اندازه گیری قوسهای دایره یك سیصدوشصتم محیط را درجه (جزء) اختیار کرده وهردرجه را به قسمتهای شصتگانی (دقیقه وثانیه و غیره) تقسیم کرده‌اند. اصل این مطلب ناشی ازاین است که عدد ۳۶۰ واسطهٔ عددی بین عدهٔ روزهای سال شمسی وعدهٔ روزهای سال قمری است [۱]، بدون اینکه‌این امر (تقسیم دایره به ۳۶۰ جزء) اضطراری باشد. و محیط دایره به قطر آن نسبتی دارد. پس همچنین اندازهٔ محیط هم به اندازهٔ قطر دارای نسبتی است، اگرچه این نسبت اصم است.

۶/۷۳ـ **محاسبهٔ اندازه تقریبی نسبت قطر دایره به محیط آن** [۲] ـ برای دانستن این نسبت (به وجه تقریبی) دایره‌ای به قطر AC وبه مرکز E رسم می کنیم. وازنقطهٔ A عمود AT را برقطر AC اخراج‌می کنیم و E را به Z وصل می کنیم[۳] وامتداد می‌دهیم تا عمود مذکور را درنقطهٔ T قطع کند. چون ZS (یعنی عمودی که ازنقطهٔ Z بر AC فرودآید) نصف ضلع صدوهشتاد ضلعی منتظم

(۱)ـ این دلیل‌که **استاد** برای تقسیم‌دایره‌به سیصدوشصت درجه آورده جالب‌توجه است ولی فرضی بیش نیست.

(۲)ـ «قانون مسعودی» ص ۳۰۳ سطرهشتم به‌بعد: «ولتقریب‌المعرفة منها نعید من‌الشکل...»

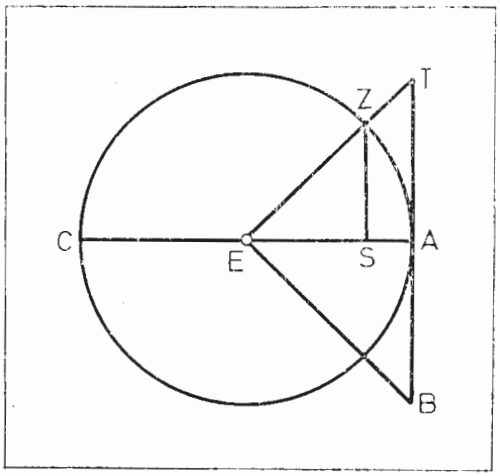
(۳)ـ درمتن عربی‌چگونگی‌انتخاب‌نقطهٔZروی دایره معین نشده‌است‌ولی‌ازمطلب بعدی معلوم می‌شودکه **استاد** زاویهٔ AEZ را مساوی با یك درجه اختیارکرده است.

محاط در دایـره، یعنی نصف‌وتـر رو بـه‌روی قـوس۲ درجه است، می‌دانیم که (۱) :

$$۲ZS = (۰;۲,۵,۳۹,۴۳,۳۶)$$

وازاین رو مجموع اضلاع صـدو هشتاد ضلعی‌منتظم محاطی‌مساوی است با :

$$۶ ; ۱۶ , ۵۹ , ۱۰ , ۴۸$$



(شکل ۱۰۰) (شکل به‌اندازهٔ حقیقی‌نیست)

واگر قطردایره را ۲ واحد بگیریم داریم :

$$\frac{\text{قطر}}{۶;۱۶و۵۹و۱۰و۴۸} = \frac{۱}{۳;۸و۲۹و۳۵و۲۴} \qquad (۱)$$

ومحیط دایـره ازمجموع اضلاع ایـن صدوهشتاد ضلعی منتظم محاطـی بـزرگتر است. پس:

$$\frac{\text{قطر}}{\text{محیط}} < \frac{۱}{۳;۸و۲۹و۳۵و۲۴}$$

وچون داریم :

$$\frac{ZS}{SE} = \frac{TA}{AE}$$

(۱)ـ معلوم نیست چرا **استاد** دراینجا وتر روبه روی قوس دو درجه رابزرگتراز مقدار صحیح آن اختیارکرده است .

وی جیب قوس یك درجه راکه نصف وتررو‌بـه روی قوس دو درجـه است در جدول جیوب «قانون مسعودی» (ص ۳۰۸) درست حساب‌کـرده وآن مساوی است با :

$(۰;۱و۲و۴۹و۴۳)$ که‌دو برابرش می‌شود $(۰;۲و۵و۳۹و۲۶)$. اگراستاداین‌عددرادرست اختیار کرده بود نتیجهٔ محاسباتش دقیقترمی‌شد. ضمناً بایدخاطرنشان‌کنم‌که **غیاث‌الدین‌جمشید کاشانی** در«رسالهٔ محیطیه» خود این اشتباه را متذکر شده است. رجوع‌کنیدبه «قربانی: کاشانی‌نامه» ص۱۷۳

پس نتیجه می‌شود (۱) :

$$TA = ۰ ; ۱ \text{ و } ۲ \text{ و } ۵۰ \text{ و } ۱۹ \text{ و } ۴۳$$

وبنابراین : $$AT = ۰ ; ۲ \text{ و } ۵ \text{ و } ۴۰ \text{ و } ۳۹ \text{ و } ۲۶ \qquad BT = ۲ AT$$

واین BT ضلع صدوهشتادضلعی منتظم محیطی است که مجموع اضلاع آن مساوی است با (۲)

$$۶ ; ۱۷ \text{ و } ۱ \text{ و } ۵۸ \text{ و } ۱۹$$

پس :

$$\frac{\text{قطر}}{\text{مجموع اضلاع ۱۸۰ ضلعی منتظم محیطی}} = \frac{۱}{۳;۸و۳۰و۵۹و۱۰} \qquad (۲)$$

ومحیط دایره از مجموع اضلاع ایـن صدو هشتاد ضلعی منتظم محیطی کـوچکتر است. پس :

$$\frac{\text{قطر}}{\text{محیط}} > \frac{۱}{۳;۸و۳۰و۵۹و۱۰}$$

بنابرآنچه گذشت نتیجه می‌شود :

$$\frac{۱}{۳;۸و۲۹و۳۵و۲۴} > \frac{\text{قطر}}{\text{محیط}} > \frac{۱}{۳;۸و۳۰و۵۹و۱۰}$$

---

(۱)ـ درمتن «قانون مسعودی» (ص۳۰۴ سطراول) به جای مقدارAT به غلط (۰;۱و۲و۴۹و۴۳و۱۱)که جیب یك درجه است نوشته شده. درصورتی‌کـه TA **ظل** یك درجه است ومقدارآن چنانکه ازدوبرابرش (یعنی مقدار BTکه بیرونی خـود حساب‌کـرده) معلوم می‌شود باید (۰;۱و۲و۵۰و۱۹و۴۳) باشدکه درترجمه نوشتم. بیرونی خود در جدول **اظلال** («قانون مسعودی» ص۳۴۱) مقدار ظل یك درجـه را (۰;۱و۲و۵۰و۱۰) ثبت کرده ولی دراینجا دوبرابرآن را بیش‌ازمقداری‌که خود به دست‌آورده محسوب داشته است !

(۲)ـ توجه‌کنید: این عدد مانند بسیاری ازاعداد دیگر در «قانون مسعودی» چاپی غلط ثبت شده .

بنابراین محیط دایره بین دو مقدار (۲۴و۳۵و۲۹و۸؛۳) و (۱۰و۵۹و۳۰و۸؛۳) محصور است که تفاوتشان فقط یك ثانیه و $\frac{۲}{۵}$ ثانیه است(۱) .

وبهتراست که‌همانگونه که **بطلمیوس** در مقالهٔ ششم کتاب «مجسطی» عمل کرده‌است نصف مجموع (= واسطهٔ‌حسابی) آنها رابگیریم تا نسبت قطر به محیط تقریباً مساوی شودبا :

$$\frac{\text{قطر}}{\text{محیط}} = \frac{۱}{۳؛۸و۳۰و۱۷و۱۶و۴۶و۳۰} \qquad (۳)$$

کسرهای شصتگانی مخرج سمت راست تساوی (۳) از $\frac{۱}{۷}$ کوچکتر است‌وتفاضل آن با $\frac{۱}{۷}$ تقریبا $\frac{۱}{۱۲۹}$ کسر $\frac{۱}{۷}$ است (۲)

---

(۱)- درمتن «قانون مسعودی» ص۳۰۴ سطرهفتم «خمسها» نوشته شده ولی $\frac{۲}{۵}$ صحیح است .

(۲)- اگرکسرهای شصتگانی مخرج طرف راست رابطهٔ (۳) را α بنامیم $(\alpha = ۰؛۸و۳۰و۱۷و۱۶و۴۶و۳۰)$

استاد می‌گوید :

$$\frac{۱}{۷} - \alpha = \frac{۱}{۱۲۹} \times \frac{۱}{۷}$$

واین‌کاملا درست است. زیرا اگرα را برحسب‌کسر اعشاری حساب‌کنیم حاصل می‌شود:

$$\alpha \neq ۰/۱۴۰۷۴۶$$

اما $\frac{۱}{۷} \neq ۰/۱۴۲۸۵۷$

بنابراین $\frac{۱}{۷} - \alpha = ۰/۰۰۱۱۱۱$

اما $\frac{۱}{۱۲۹} \times \frac{۱}{۷} = ۰/۰۰۱۱۰$

وواضح می‌شودکه $\frac{۱}{۷} - \alpha \neq = \frac{۱}{۱۲۹} \times \frac{۱}{۷}$

رابطهٔ (۳) را می‌توان چنین نوشت (۱)

$$\frac{\text{قطر}}{\text{محیط}} = \frac{۵۱۸\ ۴۰۰\ ۰۰۰}{۱۶۲۸\ ۶۸۱\ ۴۷۱} \qquad (۴)$$

واگر محیط دایره را چنانکه معمول است ۳۶۰ جزء بگیریم قطر آن می‌شود(۲) :

$$۱۱۴ + \frac{۹۵۴\ ۳۱۲\ ۳۰۶}{۱۶۲۸\ ۶۸۱\ ۴۷۱}$$

استاد در پایان این قسمت افزوده است(۳) : اما **بطلمیوس** اولا کسر مقدار فوق را حذف کرده است و ثانیاً خواسته است که مقدار قطر یکی از **عقود**(۴) باشد. اما ۱۱۴ بین دو عقد ۱۱۰ و ۱۲۰ واقع است. وچون یکی از این دو (یعنی ۱۱۰) برحسب شعاع دایره (که ۶۰ اختیار می‌شود) به عدد کسری تبدیل می‌گردد و دیگری (یعنی ۱۲۰) عدد صحیح درمی‌آید **بطلمیوس** ۱۲۰ را برای مقدار قطر ترجیح داده است. ما نیز مانند او ۱۲۰ را اختیار می‌کنیم. زیرا نصف آن (۶۰) موافق با

---

(۱)ـ اگر کسر طرف راست رابطهٔ (۳) را به شکل زیر بنویسیم :

$$\cfrac{۱}{۳ + \cfrac{۸}{۶۰} + \cfrac{۳۰}{(۶۰)^۲} + \cfrac{۱۷}{(۶۰)^۳} + \cfrac{۱۶}{(۶۰)^۴} + \cfrac{۴۶}{(۶۰)^۵} + \cfrac{۳۰}{(۶۰)^۶}}$$

واعمال لازم را در دستگاه شمار اعشاری انجام دهیم وصورت ومخرج کسر حاصل را به ۹ ساده کنیم، کسر سمت راست رابطهٔ (۴) حاصل می‌شود .

(۲)ـ زیرا اگر در رابطهٔ (۴) محیط را ۳۶۰ بگیریم حاصل می‌شود :

$$\text{قطر} = \frac{۵۱۸\ ۴۰۰\ ۰۰۰ \times ۳۶۰}{۱\ ۶۲۸\ ۴۸۱\ ۴۷۱} = ۱۱۴ + \frac{۹۵۴\ ۳۱۲\ ۳۰۶}{۱۶۲۸\ ۴۸۱\ ۴۷۱}$$

(۳)ـ «قانون مسعودی» ص ۳۰۴ سطر پانزدهم به بعد: «اما بطلمیوس فانه اسقط الکسر اولا ...»

(۴)ـ مقصود از **عقود** (جمع عقد) در اینجا مضربهای عدد ۱۰ است . برای توضیحات بیشتر درباره معنی عقود رجوع کنید به «قربانی: کاشانی‌نامه» ص ۵۶

مخرج کسرهای شصتگانی است که جز آنها درنجوم استعمال نمی‌شود.

۶/۷۴ـ **تبصره**ـ عکس مقدار سمت راست تساوی (۳) شمارهٔ قبل مساوی است با ۳/۱۴۱۷۴۲ وعکس مقدارسمت راست تساوی (۴) همان شماره مساوی است با ۳/۱۴۱۷۴۴. این دوعددومقدار تقریبی برای عدد π (پی) هستند.

بنابراین مقادیرتقریبی که ازمحاسبهٔ **بیرونی** برای عدد پی (π) به دست می‌آید کمی بیشتر ازمقدار تقریبی ۳/۱۴۱۶۶ است که دقیقتر است ویونانیان و هندیان پیش‌ازوی برای پی حساب کرده بودند. علت این‌امراین است که **بیرونی** همانطورکه قبلاً گفتیم مقداروتر روبه‌روی قوس دو درجه وهمچنین ظل‌یك‌درجه را زیادترازمقادیر واقعی آنها که خود وی درجدول جیوب وجدول اظلال «قانون مسعودی» حساب کرده اختیارنموده است. واگر این دومقدار را صحیح اختیار می‌کرد نتیجهٔ محاسباتش دقیقترمی‌شد. با وجود این مطالب این باب از «قانون مسعودی» نشان می‌دهد که ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی خود روش جدیدی برای محاسبهٔ نسبت قطر دایره به محیط آن ودرنتیجه برای محاسبهٔ عدد π داشته‌اند. **بیرونی** دراینجا مستقیماً راه روشن وعملی حل مسأله را نشان می‌دهد وروش وی بسیار بهترازروشی است که **ابن‌هیثم** مصری دررسالهٔ «تربیع دایره» خود به‌کار برده است (۱).

برای کسب اطلاع از تاریخچهٔ عدد پی (π) به یکی از منابع زیر رجوع کنید:

«سمیث H» ج۲ صفحات ۳۰۷ تا ۳۳۳ ـ «قربانی: تاریخ پی» ـ و صفحات ۹۱ تا ۹۷ کتاب «ایوز H»

(۱)ـ رجوع‌کنید به «شوی T» ص ۳۲ یادداشت شمارهٔ ۲

یا ـ باب ششم ازمقالهٔ سوم «قانون مسعودی»

دراختیارعدد قطر (دایره) ومحاسبهٔ وترها برحسب آن (۱)

درآغاز این باب **استاد** ابتدا علت اینکه قطر دایره را مساوی با **۲** واحد اختیارکرده بیان می‌کند (۲).
سپس شرح میدهد که‌چرا هنگام تشکیل دادن جدول جیبها فاصلهٔ بین اندازهٔ قوسها را پانزده دقیقه اختیار کرده و اشاره کرده است که اگر عمل محاسبه طولانی نبوده بهتر بود که جیب قوسها را درجه به درجه جساب می‌کرد.

۶/۷۵ـ **اختیار عدد قطر** (۳) ـ اگرچه نسبت بین قطردایره ومحیط آن را [چنانکه درباب پنجم دیدیم] می‌توان با تقریب‌کافی معین کرد ولی درمحاسبهٔ اوتار دایره احتیاجی به آن نسبت نداریم. زیرا دراین مورد فقط به نسبت بین وترها نیامندیم واین نسبتها به عددقطر بستگی ندارد.

---

(۱)ـ «قانون‌مسعودی» ص۳۰۵: «الباب‌السادس فی‌اختیارعددالقطریکون‌تقطیع الاوتار بحسبه»

(۲)ـ باید دانست‌که واحدگرفتن شعاع دایره درهنگام محاسبهٔ جیبها یکی‌ازمهمترین ابتکارات بیرونی است. به قسمی‌که اگرجدول‌جیبهای‌کتاب «قانون‌مسعودی» رابه دستگاه شماردهگانی تبدیل‌کنیم درست جدول سینوسهایی راکه امروزه به‌کار می‌بریم حاصل‌می‌شود.

(۳)ـ این عنوان درمتن نیست ومطلب چنین شروع می‌شود: «ان‌النسبة‌بین‌القطرو الدور وان اتضحت‌علی قدرها احتملت فانافی‌امر الاوتارغیرمحتاجین‌الیها...»

وچون می‌خواهیم نصف وتردوبرابر قوس راکه به هندی **جیب**[۱] نامیده می‌شود به‌کاربریم، چه هم استعمال آن آسانتراست وهم اسم آن کوتاهتراست، ترجیح می‌دهیم که قطر را مساوی با ۲ واحد بگیریم تا اینکه نصف آن (= شعاع دایره)، که **جیب اعظم**[۲] وگاهی نیز **جیب کلی** نامیده‌می‌شود، مساوی با واحدشود،ودراعمالی که انجام می‌دهیم‌ضرب کردن درآن وتقسیم کردن برآن آسان‌باشد، و زحمتی که اگر شعاع دایره را (طبق معمول زمان) شصت بگیریم برای تبدیل آن به دقیقه ها (= کسرهای شصتگانی) وجود دارد از بین برود.

پس به فرض اینکه جیب اعظم (= شعاع دایره) مساوی با واحد باشد سایر جیبها را حساب کرده درجدولها (= جداول جیوب) ثبت می کنیم.

۶/۷۶- علت محاسبهٔ جیب قوسها ۱۵ دقیقه به ۱۵ دقیقه[۳] - اما اینکه درتشکیل دادن جدول جیبها تنها به محاسبهٔ جیب درجه‌های درست اکتفا نکرده کسرهای درجه را (۱۵ دقیقه به ۱۵ دقیقه) نیزدرنظر گرفته‌ایم علتی دارد که اینك به شرح آن می‌پردازیم:

دایرهٔ به قطر AC را درنظر گرفته فرض می کنیم AB قوس معلومی از این دایره باشد. چون جیب هرقوس (بنا به‌تعریف) عمودی است که ازیك سر آن برقطری که ازسردیگرآن می گذرد فرودآید پس عمود BD که ازنقطهٔ B برقطر

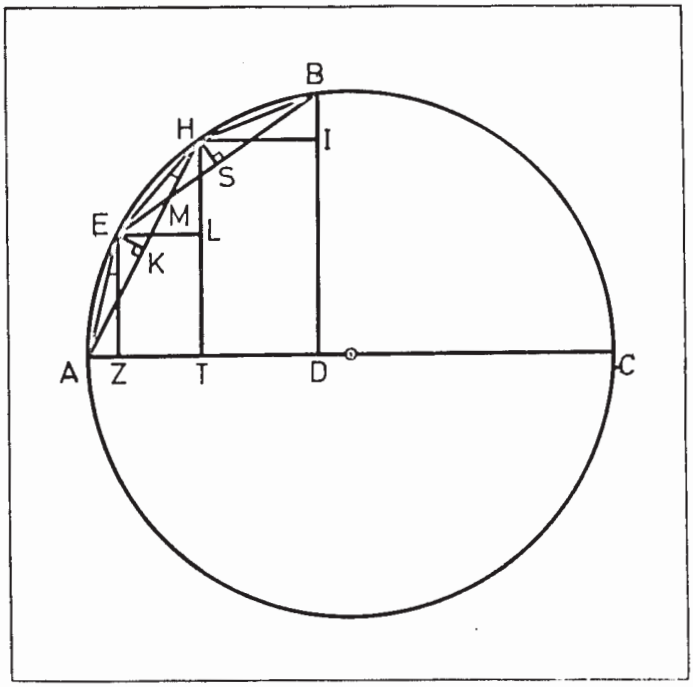
(۱)- دربارهٔ این‌اصطلاح رجوع‌کنید به «قربانی:کاشانی‌نامه»صفحات۱۲۷و۱۲۸

(۲)- رجوع‌کنید به شمارهٔ ۳/۴۳

(۳)- «قانون مسعودی» ص۳۰۵- این عنوان درآنجا نیست ومطلب چنین شروع می‌شود: «واما السبب الدا عی‌الی تعدی الاقسام الصحاح من‌المحیط...»

AC فرودآید جیب قوس AB است.

ازروی جدول جیبها دیده می‌شود که بنای ما بر آن بوده است که‌قوسهای متوالی که جیبهای آنها را درجدول قرار داده‌ایم دارای تفاضل ثابت باشند (۱۵ دقیقه به ۱۵ دقیقه). اما آنچه درآنجا عمل کرده‌ایم دوراز تحقیق است زیرا تفاضل



(شکل ۱۰۱)

جیبها با تفاضل قوسها متناسب‌نیست. توضیح اینکه فرض می کنیم AB قوسی‌باشد که می‌خواهیم آن را به چند پارهٔ متساوی تقسیم کنیم، خواه این قوس‌یك‌درجه باشد ویا بیشتر ویا کمتر. قوس AB را درنقاط E وH به سه قسمت متساوی تقسیم می کنیم وجیبهای BD وHT وEZ را رسم می‌نماییم. و به موجب عملی که به **تعدیل به تفاضل مابین دوسطر**[۱] مشهور است تفاضل جیبهای سه قوس AB و

(۱)- دربارهٔ اصطلاح **تعدیل‌مابین‌السطرین** (Interpolation) رجوع‌کنید به باب اول ازمقالهٔ دوم «شرح‌زیج‌الغ‌بیك» توسط **فاضل بیرجندی** (عبدالعلی)

AH و AE را روی شکل به وسیلهٔ پاره‌خطهای EZ وHL وBI ظاهر می‌سازیم. ووترها رامطابق با شکل رسم می کنیم. وعمود EK را بر AH فرود می‌آوریم . دوزاویهٔ AEZ و EHA که محاطی وروبه‌روبه قوسهای متساوی هستند با هم مساویند. ودومثلث‌قائم‌الزاویهٔ AEZ وEHK با هم مساویند. اگر فصل‌مشترك EL را با AH نقطهٔ M بنامیم واضح است که

$$HM<HK \qquad \text{پس} \qquad HM<EZ$$

ازطرف دیگر $HL<HM$ پس به طریق اولی $HL<EZ$

همچنین $EM>EK=AZ$ و $EL>EM$

پس به طریق اولی $EL>AZ$

واگرازنقطهٔ H عمود HS را بر EB فرودآوریم مثلث SHB با هر یك از دومثلث KEH وZAE مساوی می‌شود و با استدلالی شبیه آنچه گذشت معلوم می‌شود که $BI<HL$ (و $IH>EL$)

وازاین‌رو واضح می گردد که تفاضل جیبهای EZ وHT وBD با هم‌مساوی‌نیستند وهر کدام آنها که به مبدأ مشترك قوسها نزدیك باشند بزرگترند وبرعکس:

$$EZ>HL>BI$$

ونیز معلوم می‌شود که سهمهای[1] این قوسها یعنی سهمهای AZ وAT و AD همچنین با هم مساوی نیستند ودر ربع دایره هر کدام که به مبدأ مشترك قوسها نزدیکتر باشند کوچکترند وبرعکس:

$$AZ<ZT<TD$$

وبه این دلیل(که تفاضل قوسها با تفاضل جیبها متناسب نیستند) اگر دقت

(۱)- رجوع‌کنید به شمارهٔ ۳/۸۵

عمل به واسطه درازایش دشوار نمی‌بود شایسته‌تر بود که جیبها را برای هریك‌از دقیقه‌های قوس حساب کنیم تا ارقامی که ازآنها (به ناچار) صرف‌نظر می کنیم ارقامی از کسرهای شصتگانی باشند که درمحاسبه به‌کار نمی‌آیند. والبته بهتر بود که چنین کنیم زیرا که مدارصناعت نجوم برجداول جیبها و مرجع اعمال زیجها نیز همان جداول است.

مقداروتریك درجه وجیب آن را می‌دانیم. ودرتنصیف یك‌درجه به دوبار اکتفا می کنیم (یعنی یك درجه را دوبارنصف می کنیم تا ۱۵ دقیقه حاصل شود) زیرا راه محاسبهٔ وتریك سوم قوسی را که وتر آن معلوم‌باشد می‌دانیم. و از طرف دیگر وتر $\frac{۳}{۴}$ قوس یك درجه (= ۴۵ دقیقه) ازروی دستورمحاسبهٔ وتر یك چهارم قوسی که وترش معلوم باشد به دست‌می‌آید. پس وتر یك سوم آن (یعنی‌وتر ۱۵ دقیقه) معلوم می‌شود. بنابراین درتشکیل دادن جدول جیبها مبدأ را ۱۵ دقیقه گرفتیم وقوسهای متوالی را با تفاضل (ثابت) پانزده دقیقه اختیار کردیم.

۶/۷۷ـ **جداول جیب**ـ جدول جیبها در صفحات ۳۰۸ تا ۳۲۵ کتاب «قانون مسعودی» ثبت شده است. این جداول ازراست به چپ به ترتیب زیربه چهارستون تقسیم گردیده:

درج دقائق	الجیوب				التعادیل				الفضول			
سطرعددالقسی	ج ج	ج ج	ج ج	ج ج	ج ج	ج ج	ج ج	ج ج	ج ج	ج ج	ج ج	ج ج

درستون سمت راست (سطرعددالقسی) اندازهٔ قوسها با تفاضل ثابت۱۵دقیقه ازمبدأ ۱۵ دقیقه شروع شده وتا۹۰ درجه ثبت گردیده است.

درستون «الجیوب» درمقابل اندازهٔ هرقوس جیب آن با چهاررقم شصتگانی ازراست به چپ با حروف جمل نوشته شده است (دقیقه‌ها ـ ثانیه‌ها ـ ثالثه‌ها رابعه‌ها)

درستون سمت چپ (الفضول) درمقابل هرقوس (α) تفاضل آن با جیب قوس سطربعد یعنی جیب ($\alpha + ۱۵'$) ثبت گردیده است .

درستون «التعادیل» درمقابل اندازهٔ هرقوس چهاربرابر عددی که در ستون «الفضول» است نوشته شده. زیرا چنانکه خواهیم درموقع استفاده ازجداول جیب غالباً به چهاربرابر تفاضل دوجیب متوالی احتیاج پیدا می‌شود. فایدهٔ ستون «التعادیل» این است که درهنگام عمل مجبورنمی‌شویم که چهاربرابر تفاضل را جداگانه حساب کنیم .

اینك برای نمونه صفحهٔ اول ازجداول جیب را با تغییرات‌مختصری‌دراینجا نقل می کنم. به این‌ترتیب که اولا اعداد را در دستگاه شصتگانی ولی با ارقام هندی می‌نویسم وثانیاً کسرهای شصتگانی را ازچپ به راست ثبت می کنم. مثلا جیب **یك درجه وچهل و پنج دقیقه** را که درمتن به صورت :

ا	مط	نو	یط

(ازراست به چپ)

نوشته شده آن را به شکل :

۱۹	۵۶	۴۹	۱

(ازچپ به راست)

می‌نویسم. وواضح است که‌مقصود ازآن برطبق آنچه درشمارهٔ ۳/۱۲ گفتم عدد زیر است :

۱۹ و ۵۶ و ۴۹ و ۱ ؛ ۰

که در دستگاه شماردهگانی چنین نوشته می‌شود :

$$\frac{۱}{۶۰} + \frac{۴۹}{(۶۰)^۲} + \frac{۵۶}{(۶۰)^۳} + \frac{۱۹}{(۶۰)^۴}$$

شاید این توضیح بی‌مورد نباشد که درستون «قوسها» مقصود ازدرجه و دقیقه عبارت است ازدرجه ودقیقهٔ قوس وحال آنکه درستون جیبها مقصود از دقیقه و ثانیه‌وثالثه ورابعه، مراتب کسرهای شصتگانی است. به عبارت دیگردرستون‌قوسها **واحد** درجه یعنی $\frac{۱}{۳۶۰}$ محیط دایره است ولی درستون جیبها **واحد** شعاع دایره است که آن را **استاد** یك فرض کرده است .

جدول جیبها

(صفحهٔ ۳۰۸ ازکتاب قانون مسعودی‌چاپ حیدرآباد)

قوس		جیب				تعدیل				تفاضل		
دقیقه	درجه	رابعه	ثالثه	ثانیه	دقیقه	رابعه	ثالثه	ثانیه	دقیقه	رابعه	ثالثه	ثانیه
۱۵	۰	۲۸	۴۲	۱۵	۰	۵۲	۴۹	۲	۱	۲۸	۴۲	۱۵
۳۰	۰	۵۶	۲۴	۳۱	۰	۴۰	۴۹	۲	۱	۲۵	۴۲	۱۵
۴۵	۰	۲۱	۷	۴۷	۰	۲۸	۴۹	۲	۱	۲۲	۴۲	۱۵
۰	۱	۴۳	۴۹	۲	۱	۱۲	۴۹	۲	۱	۱۸	۴۲	۱۵
۱۵	۱	۱	۳۲	۱۸	۱	۴۸	۴۸	۲	۱	۱۲	۴۲	۱۵
۳۰	۱	۱۳	۱۴	۳۴	۱	۲۴	۴۸	۲	۱	۶	۴۲	۱۵
۴۵	۱	۱۹	۵۶	۴۹	۱	۵۲	۴۷	۲	۱	۵۸	۴۱	۱۵
۰	۲	۱۷	۳۸	۵	۲	۲۰	۴۷	۲	۱	۵۰	۴۱	۱۵
۱۵	۲	۷	۲۰	۲۱	۲	۴۰	۴۶	۲	۱	۴۰	۴۱	۱۵
۳۰	۲	۴۷	۱	۳۷	۲	۰	۴۶	۲	۱	۳۰	۴۱	۱۵
۴۵	۲	۱۷	۴۳	۵۲	۲	۸	۴۵	۲	۱	۱۷	۴۱	۱۵
۰	۳	۳۴	۲۴	۸	۳	۲۰	۴۴	۲	۱	۵	۴۱	۱۵
۱۵	۳	۳۹	۵	۲۴	۳	۲۰	۴۳	۲	۱	۵۰	۴۰	۱۵
۳۰	۳	۲۹	۴۶	۳۹	۳	۲۴	۴۲	۲	۱	۳۶	۴۰	۱۵
۴۵	۳	۵	۲۷	۵۵	۳	۱۶	۴۱	۲	۱	۱۹	۴۰	۱۵
۰	۴	۲۴	۷	۱۱	۴	۸	۴۰	۲	۱	۲	۴۰	۱۵
α		Sin α				۴ × △				△		

یب ـ باب هفتم ازمقالهٔ سوم «قانون‌مسعودی

در تجیب و تقویس (۱)

۶/۷۸ـ ابتدا باید متذکر شوم که **تجیب** یعنی یافتن جیب‌قوسی که اندازهٔ آن معلوم باشد. و **تقویس** یعنی یافتن اندازهٔ قوسی که جیب آن دردست‌باشد.

استاد درآغاز این باب مقدمه‌ای آورده که خلاصهٔ آن این است :

درجدولهای جیب اندازهٔ قوسها با فواصل متساوی (۱۵دقیقه بـه ۱۵ دقیقه) درستون عددقوس نوشته شده ودرمقابل هـرقوس درستون جیب **حصهٔ** آن قـوس، یعنی جیب‌نظیرآن، ثبت گردیده است(۲) . عمل کردن با این جداول عبارت ازاین است که اگر اندازهٔ قوسی معلوم باشد انـدازهٔ جیب آن را بیابیم واگـر انـدازهٔ جیب دردست باشد اندازهٔ قوس نظیرآن را حساب کنیم. برحسب عادت ایـن عمل دوم (= یافتن قوس نظیریك جیب معلوم) را درهمهٔ جداول **تقویس** می‌نامند.

اگرچه‌بعضی‌ازمؤلفانِ زیج‌هردوعمل را تجیب نامیده‌اند اما ماهرعمل‌را با لقبی که شایستهٔ آن است خواهیم نامید .

---

(۱)ـ «قانون مسعودی» ص۳۲۶: «الباب السابع‌فی‌التجیب‌والتقویس»

(۲)ـ دراینجا استاد نوشته است: «ربماکانت‌تلك‌الحصص خطوطا مستقیمه وربما کانت زوایا او قسیا توترها» ظاهراً مقصود ازاین عبارت این‌است‌که‌گاهی جیب‌یك‌قوس‌یا یك زاویه معلوم است ومی‌توان اززوی جداول قوس نظیرآن را یافت وگاهی خودقوس در دست است ومی‌توان جیب نظیرآن را حساب‌کرد .

۶/۷۹ـ **تنقیح قوس** [۱] ـ هر گاه قوسی داشته باشیم و بخواهیم جیب آن را بیابیم ابتدا آن قوس را **تنقیح** می کنیم. به این معنی که اگر آن قوس از ۹۰ درجه کمتر بود عین آن را به‌کارمی‌بریم واگراز۹۰ درجه بیشتر واز ۲۷۰ درجه کمتر بود قدرمطلق تفاضل آن را با ۱۸۰ درجه می گیریم. واگر اندازهٔ قوس از ۲۷۰ درجه بیشتر بود تفاضل آن را با ۳۶۰ درجه اختیارمی کنیم. و برای رعایت اختصار،وپیشگیری‌ازاشتباه، کمبود (= قصور) قوس‌راازنود درجه **تمام قوس** [۲] و کمبود قوس را از ۱۸۰ درجه **تتمهٔ قوس** و کمبود آن را از ۳۶۰ درجه **تکلمهٔ قوس** می‌نامیم.

۶/۸۰ـ **تجییب قوس با روش معمولی**[۳] ـ اگر بخواهیم جیب قوس مفروضی را به دست آوریم ابتدا قوس را منقح می کنیم. سپس درستون قوسها اندازهٔ قوس را جستجومی کنیم.

اگرعین آن را یافتیم درستون جیبها عدد نظیرآن را می گیریم.

اما اگرعین قوس مفروض را درستون قوسهای جدول نیافتیم قوسی را می گیریم که ازهمه به آن نزدیکتر وازآن کوچکتر باشد(یعنی بزرگترین قوسی را می گیریم که ازقوس مفروض کوچکتر باشد) وآن را ازقوس مفروض کم می کنیم. سپس این تفاضل را درمقدارتعدیل (که درستون تعدیل روبه‌روی‌اندازهٔ قوس مفروض ثبت شده) ضرب وحاصل را با جیب مذکور جمع می کنیم تا جیب

(۱)ـ امروزه به جای اصطلاح «تنقیح قوس» می‌گوییم «تحویل به ربع اول»

(۲)ـ امروزه به جای «تمام قوس» می‌گوییم «متمم قوس» وبه جای «تتمهٔ قوس می‌گوییم «مکمل قوس»

(۳)ـ «قانون‌مسعودی» ص۳۲۶ سطرشانزدهم: «تجییب‌القوس‌علی‌الرسم‌المعهود»

مطلوب به دست‌آید .

تبصره‌ـ [۱] این قاعد را می‌توان با یك تساوی بیان کـرد. فـرض کنیم α قوس مفروض باشد که عین آن درجدول نیست . بزرگترین قـوسی را کـه از α کوچکتر ودرجدول هست α' می‌نامیم وتفاضل $\alpha - \alpha'$ را $\triangle$ می‌خـوانیم و مقدار تعدیل نظیرقوس α' را t می گیریم. دراین صورت :

$$\text{جیب}\,\alpha = \text{جیب}\,\alpha' + t \times \triangle \qquad (۱)$$

مثال‌ـ فـرض کنیم مـی‌خـواهیم جیب قـوس ۳ درجـه و ۲۲ دقیقـه را حساب کنیم .

این قوس درجدول نیست ونزدیکترین قوس به آن که ازآن کوچکتر و در جدول موجود است ۳ درجه و۱۵ دقیقه است . بنابرقاعدهٔ فوق داریم :

$$\alpha = ۳^\circ ۲۲'$$

$$\alpha' = ۳^\circ ۱۵'$$

$$\triangle = \alpha - \alpha' = ۳^\circ ۲۲' - ۳^\circ ۱۵' = ۷'$$

$$\text{جیب}\,\alpha' = ۰;۳و۲۴و۵و۳۹$$

$$t = (\text{تعدیل}) = ۰;۱و۲و۴۳و۲۰$$

$$t \times \triangle = (۰;۱و۲و۴۳و۲۰) \times \frac{۷}{۶۰} = ۰;۰و۷و۱۹و۳و۲۰$$

(برای ضرب کردن t در۷ دقیقه باید t را در۷ ضرب کرد وهریك ازارقام شصتگانی را یك‌مرتبه تنزل دارد)

---

(۱)ـ این تبصره ومثال آن درمتن نیست .

۳و۱۹و۷و۰؛۰ + ۳۹و۵و۲۴و۳؛۰ = جیب α

= ۴۲و۲۴و۳۱و۳؛۰ =

۸۱/۶ـ **محاسبهٔ جیب با دقت بیشتر**[۱] ـ دستوری را که استاد داده است می‌توان با اصطلاحات کنونی چنین بیان کرد :

اگر بخواهیم جیب قوس α راحساب کنیم، و α عیناً درجدول موجودنباشد، بزرگترین قوسی را که از α کوچکتر ودر جدول موجود است α′ نامیده تفاضل $\triangle = \alpha - \alpha'$ را حساب می کنیم.سپس درستون تفاضلها(ستون‌الفضول)تفاضل‌نظیر قوس α′ را یافته آن را D′ وتفاضلی که بلافاصله پیش‌از D′ است (درجدول در بالای D′ قراردارد) گرفته آن را D می‌نامیم[۲] واختلاف این دوتفاضل راحساب کرده آن را δ می‌خوانیم. دراین صورت جیب α ازدستورزیر بدست‌می‌آید[۳] :

$$\text{جیب}\alpha = \text{جیب}\alpha' + \frac{۴}{۶۰} \times \triangle \times \left(D - \frac{۴}{۶۰} \times \triangle \times \delta\right) \qquad (۲)$$

تبصرهـ برای سهولت‌کار کسانی که بخواهند عبارات متن‌عربی دستورفوق را با بیان ریاضی آن تطبیق کنند عین عبارات عربی و معادل ریاضی آنهارا، در

---

(۱)ـ «قانون مسعودی» ص۳۲۷: «تدقیق‌الجیب»

(۲) ـ استاد این تفاضل یعنی تفاضل نظیرقوس $(\alpha' - ۱۵^\circ)$ را «سابق» نامیده است .

(۳)ـ دراین دستور مقصود از $\frac{۴}{۶۰}$ چهار دقیقه است‌که برای احتراز ازاشتباه آن را به این صورت نوشته‌ام .

داخل دوقلاب،دراینجا می‌آورم :

«متی اخذنا الجیب الذی بحیال اقرب قوس فی سطر العدد [α'] الی ما معنا [α] وحفظناه . اخذنا الفضل الذی یقابل الموجود فی جدول الفضول [D'] والفضل الذی فوقه ایضاً [D] وهو السابق. ثم ضربنا الفضل بین هذه الفضلین [$\delta = D - D'$] فیما بقی معنا من القوس [$\triangle = \alpha - \alpha'$] [یعنی $\delta \times \triangle$ را حساب می کنیم] ثم فی اربع دقائق [$\frac{۴}{۶۰} \times \triangle \times \delta$] ونقصنا ما اجتمع من السابق [$\delta \times \triangle \times \frac{۴}{۶۰} - D$] وضربنا ما بقی فی بقیة القوس ایضا [$\triangle \times (\delta \times \triangle \times \frac{۴}{۶۰} - D)$] ثم فی اربع دقایق ابداً [۱]

$$\left[\frac{۴}{۶۰} \times \triangle \times (D - \frac{۴}{۶۰} \times \triangle \times \delta)\right]$$

وزدنا المبلغ علی الجیب المأخود الذی حفظناه

$$\left[\text{جیب } \alpha' + (\frac{۴}{۶۰}) \times \triangle \times (D - \frac{۴}{۶۰} \times \triangle \times \delta)\right]$$

فیکون المجتمع حینئذ هو الجیب المدقق المطلوب للقوس»

مثالـ اینك مثالی را که **کارل شوی**[۲] برای این دستور ذکر کرده است با مختصر اصلاحی دراینجا نقل می کنم .

می‌خواهیم جیب دقیق قوس ۱۵ درجه و۲۱ دقیقه را حساب کنیم. مطابق با دستور فوق داریم :

$\alpha = ۱۵^\circ\ ۲۱'$ (قوس مفروض)

$\alpha' = ۱۵^\circ\ ۱۵'$ (قوس موجود درجدول)

$\triangle = \alpha - \alpha' = ۶'$

---

(۱)ـ «ابداً» دراینجا یعنی «همیشه»، هرچه باشد حاصل.

(۲)ـ رجوع کنید به «شوی T» ص ۴۱

α' جیب = ۰؛۱۵ و ۴۶ و ۵۴ و ۴۵

α' تفاضل نظیر = D' = ۰؛۱۵ و ۸ و ۴۴

D' تفاضل پیش‌از = D = ۰؛۱۵ و ۹ و ۵۰

$\delta = D - D'$ = ۰؛۰ و ۱ و ۶

$\delta \times \triangle$ = ۰؛۰ و ۰ و ۶ و ۳۶

$\frac{۴}{۶۰} \times \delta \times \triangle$ = ۰؛۰ و ۰ و ۰ و ۲۶ و ۲۴

$D - \frac{۴}{۶۰} \times \delta \times \triangle$ = ۰؛۰و۱۵و۹و۲۳و۳۶

$\frac{۴}{۶۰} \times \triangle \times (D - \frac{۴}{۶۰} \times \delta \times \triangle)$ = ۰؛۰و۶و۳و۴۵و۲۶و۲۴

(**کارل‌شوی** دراینجا اشتباهاً به جای D مقدار D' را ثبت کرده ولی در محاسبه مقدار صحیح را به‌کار برده است)

جیبα = ۰؛۱۵ و ۴۶ و ۵۴ و ۴۵+ ۰ ؛ ۰ و ۶ و ۳ و ۴۵ و ۲۶ و ۲۴

جیبα = ۰ ؛۱۵ و ۵۲ و ۵۸ و ۳۰ و ۲۶ و ۲۴

(**کارل‌شوی** رقم رابعه را به جای ۳۰ مساوی با ۳۱ به دست آورده است)

اگر جیب α را با دستور (۱) شماره ۶/۸۰ حساب کنیم مقدار زیر به دست‌می‌آید:

α جیب = ۰؛۱۵و۵۲و۵۸و۱۴و۳۶

وملاحظه می‌شود که این مقدار با مقداری که درفوق به دست آمد اندك اختلافی دارد وبه قول **استاد** دقیقتر است .

۶/۸۲ـ **تقویس جیب با روش معمولی**[۱] ـ (پیش‌ازاین دیدیم که اگر

(۱)ـ «قانون مسعودی» ص۳۲۷: تقویس‌الجیب‌علی‌الرسم‌المعهود»

جیب قوسی معلوم باشد وبخواهیم قوس نظیر آن را بیابیم ایـن عمل را **تقـویس جیب** می‌نامند)

اگر جیبی در دست باشد وبخواهیم قوس نظیر آن را بیابیم درجدول جیبها (یعنی درستونی که جیبها درآن ثبت شده است) آن جیب را جستجومی کنیم. اگر عین آن جیب را یافتیم که قوس نظیر آن معلو می‌شود .

اما اگرعین آن جیب درجدول موجود نبود جیبی را کـه ازهمه بـه جیب مفروض نزدیکتر وازآن کوچکتر است می‌یابیم وآن را جیب‌موجود مـی‌نامیم. و مقدار تعدیـل نظیر آن را یـادداشت می کنیم. سپس تفاضل جیب مفـروض وجیب موجود را یافته حاصل را برتعدیل تقسیم می کنیم ونتیجه را به قـوس نظیر جیب موجود می‌افزاییم تا قوس مطلوب به دست آید .

تبصره ـ دستور فوق را می‌توان با یك تساوی بیان کرد. فرض می کنیم:

$S =$ جیب مفروض

$\alpha =$ قوس مطلوب

$S' =$ جیب موجود

$\alpha' =$ قوس نظیر جیب موجود

$\triangle = S - S'$

$t =$ تعدیل نظر جیب موجود

دراین صورت:

$$\alpha = \alpha' + \frac{\triangle}{t} \qquad (۳)$$

۸۳/۶ـ محاسبهٔ قوس نظیریك جیب با دقت‌بیشتر(۱) ـدستـور استاد را دراین مورد می‌توان چنین بیان کرد :

جیب مفروض را S وقوس مطلوب را α وبزرگترین جیبی را کـه از جیب مفروض کوچکتر ودرجدول موجود است S' وتفاصل $S - S'$ را $\triangle$ می‌نامیم. و در ستون تفاضلها (الفضول) تفاضل نظیر α' را یافته آن را D' وتفاضل بلافاصله پیش ازآن را D وتفاوت مابین DوD' را δ می‌خوانیم. دراین‌صورت قوس α ازدستور زیر به دست می‌آید(۲) :

$$\alpha \quad \alpha' + \frac{\triangle \times \left(\frac{۱۵}{۶۰}\right)}{D - \frac{\triangle . \delta}{D'}} \qquad (۴)$$

تبصره‌ـ برای آسان کردن‌کار کسانی که بخواهند عبارات متن‌عربی‌دستور فوق را با بیان ریاضی آن تطبیق کنند عین عبارات عربی ومعادل ریاضی‌آنها را،در بین دوقلاب، دراینجامی‌آورم:

«واذا اوجدنا‌الاقرب [S'] الی‌الجیب‌الذی معنا [S] وحفظناقوسه [α'] اخذنا ایضاما یحیاله من‌الفضل [D'] والسابق‌للفضل‌یحاذیه [D]. ثم‌القینا‌الموجودفی‌الجیوب

(۱)ـ «قانون‌مسعودی» ص۳۲۸: «تدقیق‌التقویس»

(۱)ـ در این دستور مقصود از $\frac{۱۵}{۶۰}$ پانزده دقیقه است‌که برای احتراز ازاشتباه آن را به‌این صورت نوشته‌ام

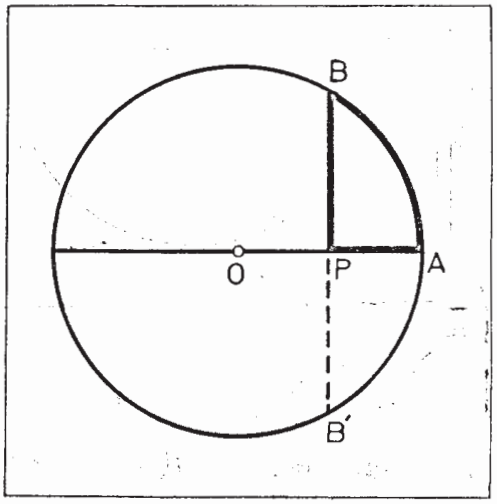
مما معنا [S − S′] وضربنا ما یبقی وهو بقیة الجیب [△ = S − S′] فی فضل ما بین الفضلین المأخوذین [δ = D − D′] [یعنی △ × δ] راحساب می کنیم] وقسمنا ما بلغ علی الفضل المحاذی [$\frac{\triangle . S}{D'}$] ونقصنا ما یخرج من السابق للمحاذی [$D - \frac{\triangle . \delta}{D'}$]. ثم قسمنا مضروب بقیة الجیب [△] فی خمس عشرة دقیقة [$\frac{۱۵}{۶۰} \times \triangle$] علی ما یبقی من

السابق $\left\{ \frac{\triangle \times (\frac{۱۵}{۶۰})}{D - \frac{\triangle . \delta}{D'}} \right\}$ فما خرج نزیده علی القوس المحفوظة

$$\left\{ \alpha' + \frac{\triangle \times (\frac{۱۵}{۶۰})}{D - \frac{\triangle . \delta}{D'}} \right\}$$

فیجتمع قوس ذلك الجیب.

۶/۸۴ـ **تسهیم قوس** [۱] ـ **سهم** دوبرابر هرقوس را **جیب منکوس** آن قوس می‌نامند.



(شکل ۱۰۲)

مثلا درشکل مقابل جیب قوس AB عبارت است از PB و **جیب منکوس** قوس AB عبارت است از PA که سهم دو برابر قوس AB است (یعنی سهم قوس BB′) **بیرونی** می گوید که PA را که **جیب منکوس** قوس AB

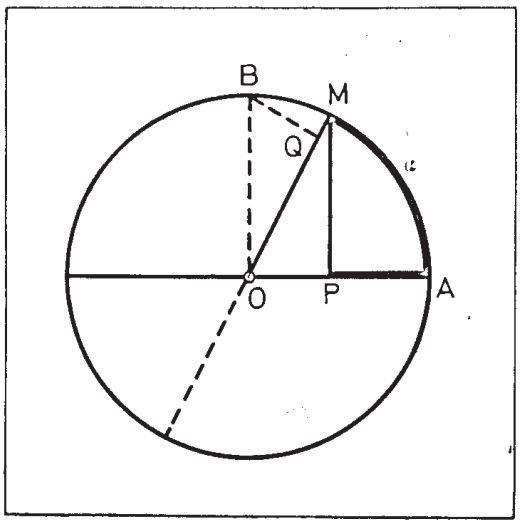
(۱)ـ قانون مسعودی» ص ۳۲۸: «تسهیم القوس»

است برای رعایت اختصار **سهم** قوس AB می‌نامیم تا مجبور نشویم که‌جیب‌معمولی را (درمقابل جیب منکوس) جیب مستوی بنامیم.

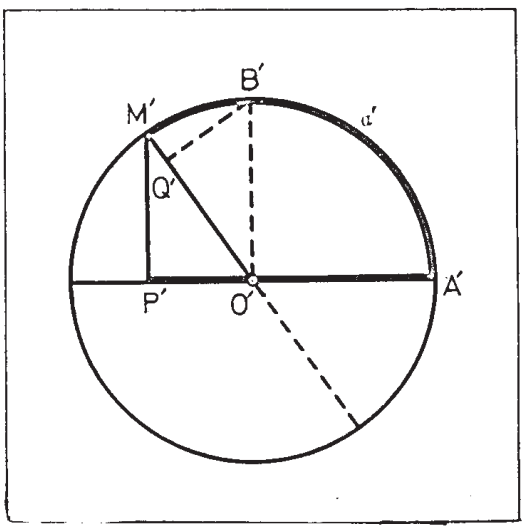
اگرقوسی از ۱۸۰ درجه زیادتر باشد سهم ندارد که محتاج به تنقیح آن **قوس شویم**.

سپس می گوید: برای تعیین سهم هرقوس، جیب تفاضل آن قوس را با ۹۰ درجه می گیریم. واگرقوس مفروض از۹۰ درجه کمتر بودآن جیب را ازواحد یعنی جیب کل که شعاع دایره است کم‌می کنیم. واگرقوس مفروض از ۹۰ درجه بیشتر بود (واز۱۸۰ کمتر) جیب مذکور را به واحد (شعاع دایره) می‌افزاییم.

توضیحـ درشکل ۱۰۳ قوس α کوچکتراز۹۰ درجه‌است. واگرآن‌را از



(شکل ۱۰۳)



(شکل ۱۰۴)

۹۰ درجه کم کنیم ($AB = 90^\circ$) قوس $\widehat{BM} = 90^\circ - \alpha$ به دست می‌آید. اگراز نقطهٔ B عمود BQ را بر OM فرودآوریم واضح است که BQ مساوی با جیب $(90^\circ - \alpha)$ استوازتساوی دومثلث OBQ وMOP نتیجه می‌شود $BQ = OP$ پس:

$$\text{سهم‌قوس}\alpha = PA = OA - OP = OA - BQ = ۱ - \text{جیب}(۹۰^\circ - \alpha)$$

همچنین درشکل ۱۰۴ قوس α' بـزرگتراز۹۰ درجـه‌است. واگـر قـوس $A'B' = ۹۰^\circ$ رااز آن کم کنیم قوس $\widehat{B'M'} = \alpha' - ۹۰^\circ$ به دست می‌آید. وازروی شکل واضح است که $B'Q'$ جیب $(\alpha' - ۹۰^\circ)$ است و $B'Q' = O'P'$ پس:

$$\text{سهم‌قوس}\alpha' = P'A' = O'A' + O'P' = O'A' + B'Q' = ۱ + \text{جیب}(\alpha' - ۹۰^\circ)$$

تبصره‌ـ با اصطلاحات امروزی وبه فرض آنکه شعاع دایره مساوی باواحد باشد **جیب‌منکوس** یا **سهم** قوس α به طریق زیربه دست می‌آید:

اگر $a < ۹۰^\circ$ (شکل۱۰۳) داریم:

$$\text{جیب منکوس}\ \alpha = PA - ۱ = \cos\alpha$$

اگر $۹۰^\circ < \alpha' < ۱۸۰^\circ$ (شکل۱۰۴) داریم:

$$\text{جیب‌منکوس}\ \alpha' = P'A' = ۱ + |\cos\alpha'|$$

۶/۸۵ـ **تقویس سهم** [۱] ـ اگرسهم قوسی را داشته باشیم وبخواهیم آن قوس را حساب کنیم، (قدرمطلق) تفاضل آن سهم را با واحد (یعنی شعاع دایـره که همان جیب کل است) می‌گیریم وقوس نظیرآن را از روی جدول جیبها پیدا می‌کنیم. آنگاه اگر سهم مفروض بیشتر ازواحد بود قوس مذکور را با۹۰ درجه جمع می‌کنیم واگرسهم مفروض کمتر ازواحد بود قوس مذکور را از ۹۰ درجه کم می‌کنیم.

با توضیحاتی که درشمارهٔ قبل دادم مطلب واضح است.

۶/۸۶ـ بقیهٔ باب هفتم ازمقالـهٔ سوم مشتمل براستدلال صحت دستورهایـی است که قبلا برای تجییب وتقویس وتسهیم‌بیان شده است وچنین شروع‌می‌شود [۲]

(۱)ـ «قانون مسعودی» ص۳۲۸: «تقویس‌السهم»

(۲)ـ «قانون مسعودی» ص۳۲۹

«ونعود علی هذه‌الاعمال بالتعلیل...» وپس‌ازاین استدلالها **استاد** نوشته است[۱]:

«قبلا گفتیم که‌چرا **بطلمیوس** شعاع دایره‌را شصت اختیار کرده وچرا ما آن را واحد گرفتیم. ومعلوم است که اگرمقداری برحسب یکی ازآنها معلوم باشد و بخواهیم آن‌را برحسب دیگری حساب کنیم فقط به یك عمل **رفع** (= ضرب کردن درعدد ۶۰) ویا یك عمل **حط** (تقسیم کردن برعدد ۶۰) احتیاج داریم.»

مقصود این است که اگرمثلا مقدار وتری، برحسب آنکه شعاع دایره‌را واحدفرض کرده باشیم، در دست باشدکافی است آن را در۶۰ ضرب کنیم تا مقدار آن برحسب آنکه شعاع دایره شصت باشد به دست آید.

سپس **استاد** گفته است[۲]:

«اما اگرجیبی را بخواهیم که بعضی ازهندیان آن را استعمال می کنند، و آن مبنی براین است که شعاع دایره مساوی با ۱۵۰ دقیقه فرض شود، جیب را از جداول جیب (که در کتاب «قانون مسعودی» آمده است) استخراج وآن را در $۲\frac{۱}{۲}$ ضرب می کنیم و برعکس. وعقاید هندیان دراین باره مختلف است و در ذکر آنهافایده‌ای نیست واشاره به همین یکی (یعنی ۱۵۰ دقیقه فرض کردن شعاع دایره)کافی است»

---

(۱)-«قانون‌مسعودی»ص۳۳۲: «ولا ناذکرنا السبب الداعی الی اختیار بطلمیوس..»

(۲)- « « « « : «فاما اذا اردنا الجیب الذی استعمله بعض الهند...»

یج ـ سه باب آخر مقالهٔ سوم «قانون مسعودی»

تا اینجا محتویات هفت باب اول مقالهٔ سوم کتاب «قانون مسعودی» را با تفصیل لازم مورد بررسی قرار دادم. چون موضوع بابهای هشتم و نهم و دهم مقالهٔ سوم شرح انواع ظل و شکل قطّاع سطحی وشکل قطّاع کروی وشکل ظلی است و **استاد** این مطالب را در کتاب «مقالید علم‌الهیئة» با تفصیل بیشتری بیان کرده و بررسی آن کتاب ما را ازشرح این سه باب از«قانون مسعودی» بی‌نیازمی‌دارد از تکرارآنها دراینجا خودداری وخواننده را به مطالعهٔ بخش هفتم کتاب حاضر دعوت می‌نمایم.

بخش هفتم

تحقیق دربار کتاب «مقالید علم الهیئة»

مشتمل بر: معرفی کتاب وارزش علمی آن- خلاصهٔ مقدمهٔ کتاب «مقالید» -
فهرست مطالب کتاب «مقالید»- منتخباتی از کتاب «مقالید» .

الف - معرفی کتاب و ارزش علمی آن

۷/۱- کتاب «مقالید علم الهیئة» یکی از مهمترین آثار **بیرونی** در ریاضیات و چنانکه خواهیم دید نخستین کتاب کامل «مثلثات کروی» است که به رشتهٔ تحریر درآمده است. البته شرح وتفسیر این کتاب ارجمند به وجهی که درخور اهمیت آن باشد مستلزم تألیف کتابی جداگانه است. ولی چون تاکنون هیچیك ازمحققان، به علت عدم دسترسی به نسخهٔ خطی موجودآن، مطالب این کتاب را مورد شرح و

تفسیر ونقادی قرار نداده‌اند[۱] دراینجا به معرفی آن پرداخته منتخباتی ازآن‌را نقل می کنم .

۷/۲ـعنوان کامل این کتاب«مقالیدعلم الهیئة مایحدث فی سطح بسیط الکرة[۲] » است و **بیرونی** آن را به‌نام **ابوالعباس مرزبان‌بن رستم‌بن‌شروین** ازامیرزادگان آل باوند ومؤلف کتاب «مرزبان‌نامه» نوشته است. استاد **جلال‌الدین همائی** در بارهٔ تاریخ تألیف این کتاب تحقیقی به عمل آورده‌اند[۲] . به نظرایشان **بیرونی** این کتاب را در بین سالهای ۳۸۵ تا ۳۹۰ هجری قمری یعنی هنگامی که درحدود ۲۳ تا ۲۶ سال داشته نوشته است .

۷/۳ـ خوشبختانه یك نسخهٔ خطی ازاین کتاب نفیس در کتابخانهٔ مدرسهٔ عالی سپهسالار درتهران (به شمارهٔ ۵۹۷/۲۳) محفوظ است که در۲۳ برك می‌باشد و فیلم آن نیز (به شمارهٔ ۳۵۹۷) در کتابخانهٔ مرکزی دانشگاه تهران موجود می‌باشد و عکس صفحات آن را در پایان همین بخش از کتاب حاضر خواهید یافت (۴)

(۱)ـ فقط آقای **دکتر کندی** درمقالهٔمختصری،پس‌از اشاره به مطالب مقدمهٔآن، فهرست مندرجات‌آن را به زبان انگلیسی نقل‌کرده‌است. رجوع‌کنید به«کندیM »درفهرست منابع‌کتاب حاضر .

(۲)ـ برای رعایت جانب اختصار در این بخش همه جا این‌کتاب را «مقالید» نامیده‌ام .

(۳)ـ وقراراست‌که این تحقیق را درکتاب «ابوریحان‌نامه»که در دست تألیف دارند بنویسند .

(۴)ـ برای‌آنکه ارجاع به صفحات این نسخهٔ عکسی آسان‌باشد دربالای‌صفحات چاپ شدهٔ آن شماره‌های از۱تا۴۴ را قرارداده‌ام. بنابراین وقتی مثلا می نویسم «مقالید ، ص۲۳» مقصود این است‌که رجوع شود به صفحهٔ ۲۳ازنسخهٔ چاپی مقالیدکه درپایان‌این بخش‌ازکتاب حاضربه چاپ رسیده است .

بیرونی درفهرست تألیفات خود، آنجا که از کتاب «مقالید» نام برده،عـدهٔ صفحات آن را ۱۵۵ ورقه معین کرده‌است. اما نسخهٔ خطی حاضر فقط در۴۴صفحه است. با این حال ازمطالعهٔ دقیق ایـن نسخهٔ خطی معلوم می‌شود کـه‌کامل است و افتادگی ندارد. علت اختلاف بین اعداد ۱۵۵ ورقه و۴۴ صفحه ظاهراً این است که صفحات نسخهٔ موجود بزرگ وخط آن ریز وهرصفحهٔ آن‌دارای ۲۹ سطراست. و با مقایسهٔ صفحات این نسخه با صفحات نسخهٔ خطی موجود کتاب «تحدیـد نهایات الاماکن» که درزمان حیات وی نوشته شده است[۱] معلوم می‌شود که‌این اختلاف فقط ناشی ازمقدار مطلبی است که درهرصفحه گنجانده شده ومربوط به نقص‌نسخهٔ موجود نیست.

اگرچه نسخهٔ موجودبسیار کم غلط دارد ولی متأسفانه بدون نقطه ودراکثر مواضع بدخط وناخوانا نوشته شده واستفاده ازآن‌آسان نیست.

اهمیت کتاب «مقالید علم‌الهیئة»

۷/۴ـ کتاب «مقالید» **بیرونـی** ازچند جهت دارای اهمیت فوق‌العاده‌است. ولی چون علمای تاریخ ریاضیات تا این اواخر ازوجـود نسخهٔ خطی آن بـی‌خبر بودند قدر واهمیت واقعی این اثرنفیس ازنظرآنان پوشیده مانده است. بنابراین باید جهات اهمیت این کتاب را شرح دهم.

۷/۵ـ **الف**ـ اگرچه نام این کتاب «مقالید علم‌الهیئة» است ولی درحقیقت

(۱)ـ نسخهٔ خطی شمارهٔ ۳۳۸۶کتابخانهٔ فاتح استامبول‌کـه عکس آن را دوست عزیزم آقای دکترمنوچهرستوده به من اهداکرده‌اند (جالب توجه است‌که بیرونـی درفهرست آثارخود عدهٔ اوراق‌کتاب «تحدید» را ۱۰۰ ورقه معین‌کرده و نسخهٔ خطی مـذکـور دارای ۱۷۱ ورقه است).

موضوع اصلی آن علم «مثلثات کروی»است. و بهتر بگویم، چنانکه بعداً نشان خواهم داد، این نخستین کتاب «مثلثات کروی» است که مستقل از علم نجوم به رشتهٔ تحریر درآمده است. واگر **استاد** آن را «کلیدهای دانش هیأت» نامیده به علت آن بوده است که در واقع «مثلثات کروی» کلید علم هیأت است و بدون دانستن «مثلثات کروی» بحث درعلم هیأت امکان پذیر نیست. گذشته از این خود **استاد** متوجه‌این نکته بوده است. چه پس‌ازآنکه درنیمهٔ اول کتاب قضایای مهم مثلثات کروی را شرح‌داده، درنیمهٔ دوم آن وقتی خواسته است مورد استعمال‌عملی این قضایا راشرح دهد، نوشته است: «چگونگی به‌کاربردن آنچه دربارهٔ«شکل مغنی» گفتیم وتوابع‌آن در شناختن اندازه‌های قوسهای فلکی [۱]». وبازدرپایان کتاب نوشته است: «اما احوال کواکب درافلاکشان ... فن دیگری است ومتعلق به این موضع‌نیست. چه ازتحقیق این مطالب قصد دیگری جزتمهید طریق برای پرسنده وارشاد او به استعمال «شکل مغنی» به جای «شکل‌قطّاع»در قوسهای فلکی‌نداشتیم...[۲]»

ملاحظه می‌شود که **استاد** خودبا صراحت‌کامل‌موضوع کتاب‌را«شکل‌مغنی» راستعمال آن به جای«شکل قطّاع»معرفی کرده وآنچه درقسمت‌دوم کتاب نوشته منحصراً مورداستعمال مثلثات کروی‌است، وخودنوشته است که بحث در احوال کواکب، یعنی علم هیأت، موضوع فن دیگری است.

---

(۱)ـ «مقالید، ص۲۱»: «کیفیة استعمال ماذکرناه من‌الشکل‌المغنی وتوابعه فی تعرف مقادیرالقسی‌الفلکیه بعضهامن‌بعض»

(۲)ـ «مقالید، ص۴۳»: «واما احوال‌الکواکب‌فی‌افلاکها... فهو فن آخرولیس یتعلق بهذاالموضع اذلم‌یکن‌القصد بالخوض‌فیه‌الاتمهیدالطریق للسائل‌وارشاده‌الی‌الاستعمال الشکل‌المغنی‌عن‌القطاع‌فی‌القسی‌الفلکیة...»

بنابرآنچه گذشت یکی از جهات اهمیت فوق‌العادهٔ کتاب «مقالید» این است که، برعکس قدما که همیشه درآثارخود «مثلثات کروی» را به عنوان مبحثی از علم نجوم وهیأت بیان می کردند، **استاد** دراین کتاب «مثلثات کروی» را اصل‌قرار قرارداده ومحاسبهٔ اندازهٔ قوسهای فلکی‌را به عنوان مورد استعمال آن‌ذکر کرده است. ودرتاریخ ریاضیات این‌نخستین‌باراست که به این مطلب برمی‌خوریم. البته پیش‌از **بیرونی** رساله‌هایی دربارهٔ«شکل‌قطّاع» وجزآن نوشته‌شده بودولی‌هیچیك ازآنها را نمی‌توان کتاب‌کاملی درمثلثات کروی‌دانست. به اصطلاح کنونی می‌توان گفت که کتاب «مقالید» یك کتاب مثلثات کروی وحل مسایل آن است.

۷/۶ـ **ب**ـ می‌دانیم که علمای ریاضی دورهٔ اسلامی دراواخر قرن چهارم هجری متوجه این امرشده بودند که به‌کاربردن «شکل قطّاع»، یعنی درواقع قضیهٔ **منلائوس** درمثلثات کروی، در محاسبات واعمال نجومی بسیارمشکل‌است. و چندتن ازآنان که همه بدون استثنا ایرانی بودند درصدد رفع‌این‌دشواری برآمدند. ودوقضیهٔ مهم ابداع واختراع کردند که هم ساده هستند وهم می‌توان آنها را به جای «شکل قطّاع» به‌کاربرد. یکی‌ازاین‌دوقضیه«شکل مغنی» یعنی «بی‌نیاز کنندهٔ ازشکل قطّاع»است ودیگری «شکل‌ظلّی» است که هر کدام فروعی دارند وبعداً به بیان واستدلال آنها خواهیم پرداخت.

بیرونی درمقدمهٔ کتاب «مقالید» مخترعان این دوقضیه وهر کس راکه به نحوی دراین‌کار دخالتی داشته معرفی کرده وسوابق امررا شرح داده وادعای هر یك ازریاضی‌دانان معاصر خودرا درکشف این دوقضیه بیان کرده وسهم هر یك از آنان را دراین‌باره درست مانند یك مورخ ریاضی امروزی تعیین کرده است. بنابراین مطالعهٔ مقدمهٔ کتاب «مقالید»بسیاری‌ازنکات مبهم تاریخ ریاضیات‌راچنانکه

خواهیم دید روشن می‌سازد .

۷/۷ـ **ج ـ** علاوه بر بحث فوق **بیرونی** استدلالهای مختلف ومتفاوتی را که ریاضی‌دانان معاصر وی برای هریك ازقضایای مذکور یا مقدمات آنها بیان کرده‌اند با ذکر نام آنان به تفصیل شرح داده وعنوان کتابها ومقالاتی که این استدلالها را ازآنها نقل کرده معین نموده است. وچون اصل عده‌ای از این کتابها ومقالات ازبین رفته کتاب «مقالید» با کمی حجمش برای پژوهندگان تاریخ ریاضی گنجینه‌ای است گرانبها. گذشته ازاین چون **بیرونی** در نیمهٔاول کتاب، در ضمن شرح استدلال قضایا به نقل‌ازدیگران، دراکثرموارد خودنیز استدلالی بدیع به آنهاافزوده ودرنیمهٔ دوم کتاب‌راه به‌کاربردن قضایای مذکور را درحل۳۵مسأله ازمسایل مثلثات کروی وهیأت وقوسهای فلکی نشان‌داده است، برای کسانی که بخواهند دراین رشته ازریاضیات قدیم‌اطلاعاتی جامع به دست‌آورندودرآن‌ممارست کنند کتاب «مقالید» یکی‌ازمنابع پربها است .

۷/۸ ـ **د** ـ چون کتاب « کشف‌القناع عن‌اسرارشکل‌القطّاع [۱]» تألیف **خواجه نصیرالدین طوسی** * در سال ۱۳۰۹/۱۸۹۱ به زبان فرانسوی ترجمه و با متن عربی آن درقسطنطنیه انتشاریافت[۲] ودر دسترس‌پژوهندگان‌قرار گرفت عده‌ای ازدانشمندان‌آن را موردبحث ونقادی قراردادند [۳] ورفته رفته‌آن کتاب شهرت جهانی یافت. وچون هنوزمورخان ریاضی ازوجود نسخهٔخطی کتاب«مقالید»

(۱)ـ من درتحقیقات‌خوداز نسخهٔعکسی این‌کتاب‌که به‌شمارهٔ ۶۷۰۳ درکتابخانهٔمرکزی دانشگاه‌تهران‌موجوداست،واصل آن‌متعلق به‌کتابخانهٔمدرسه‌عالی سپهسالاراست ،استفاده‌کرده‌ام.

(۲)ـ رجوع‌کنیدبه « ترجمهٔ فرانسوی‌کتاب‌کشف‌القناع » درفهرست‌منابع‌کتاب‌حاضر.

(۳)ـ ازجمله Corra de Vaux ـ رجوع‌کنید به جلدبیستم، دورهٔ هشتم « روزنامهٔ آسیایی » (Journal asiatique) صفحات ۱۷۶ تا ۱۸۱

اطلاع نداشتند، تا آن را مورد بررسی قراردهند، همه‌متفق‌القول بر آن بودند که کتاب « کشف‌القناع» **نصیرالدین طوسی** * نخستین کتابی است که در علم مثلثات، جدا ازعلم‌هیأت و نجوم، تألیف‌شده است. ولی اکنون مطالعهٔ کتاب«مقالید» نشان می‌دهد که‌این نظردرست نبوده بلکه بدون تردید باید گفت که کتاب«مقالید» **بیرونی** نخستین کتاب جامعی است که دربارهٔ «مثلثات کروی» مستقل‌ازهیأت و نجوم تصنیف شده است .

البته **نصیرالدین طوسی** * بااستفادهٔ‌کامل‌از کتاب «مقالید» و کتابهای‌دیگر که پیش از وی تألیف شده بود مانند کتاب «جامع قوانین علم‌الهیئة» تألیف **عیسی‌بن‌فضل‌الله‌سالار** * وجز آن،همهٔ مطالب مربوط به«شکل قطّاع»، درمثلثات مسطح‌و کروی، رادریك‌جا جمع‌آورده‌است و عظمت وجلال آن کتاب درجای خود محفوظ وخدمتی که **خواجه نصیر** * ازاین راه کرده است مشکور وشایستهٔ‌احترام وتقدیراست. اما پس‌ازپیداشدن کتاب «مقالید» دیگر نمی‌توان « کشف‌القناع» را نخستین تألیف درعلم مثلثات دانست وحق تقدم استاد **بیرونی** دست کم دربارهٔ مثلثات کروی‌مسلّم وانکارناپذیر است .

۷/۹ـ**ه** ـ درمقام‌مقایسهٔ این‌دو کتاب‌بایکدیگر،یعنی کتاب«مقالیدعلم‌الهیئة» **بیرونی** و کتاب« کشف‌القناع» **نصیرالدین طوسی** *،دراینجا ازذکرچند نکته ناگزیرم:

بیرونی دوقضیهٔ مهم واساسی راکه درعصر وی توسط ایرانیان ابداع و اختراع شده بود معرفی کرده وبرتری وسهولت استعمال آنها را بر«شکل‌قطّاع» که ازمخترعات یونانیان است بابیانی روشن وقاطع نشان داده است. وچه‌در کتاب «مقالید» وچه درسایرآثارخودبارها به‌این نکته اشاره کرده است که‌به‌کاربردن

«شکل قطّاع»درعلم نجوم‌کاری‌است دشواروباید به‌جای‌آن «شکل مغنی» ویااحیاناً «شکل‌ظلّی» را به‌کاربرد. ودر کتاب «قانون مسعودی» که در واقـع بایـد آن را دایرةالمعارف علم نجوم درعصر **بیرونی** دانست آنجاکه از «شکل‌قطّاع» سخـن به‌میان‌آورده (۱) به‌جای آنکه مانند دیگـران به‌بحث مفصل دربارهٔ آن شکل و حالات مختلف آن بپردازد «شکل مغنی» را جانشین آن کـرده و باصراحت کامل نوشته است که «استعمال‌البسائط اسهل من‌استعمال‌المرکبات» واستادانه به‌دیگران آموخته است که ازآن پس باید«شکل‌قطّاع» را، اگرچه ریاضی‌دانان دورهٔ‌اسلامی تااندازه‌ای‌آن‌را منقح وآراسته کرده‌اند، به گنجینهٔ تاریخ ریاضیات سپرد وبه‌جای آن درعمل «شکل مغنی» راکه اختراعی نو وبدیع وبه‌کاربردنش ساده‌وآسان‌است مورد استفاده قرارداد.پس کتاب «مقالید» را می‌توان اثری پیشروو بدیع وتحقیقی‌نو تازه دانست.

اما کتاب «کشف‌القناع» **نصیرالدین طوسی***، که بـدون تردید ازحیث شمول آن برمطالب متنوع برای طالبان علم کتابی پرارزش وبرای پژوهندگان تاریخ ریاضیات دورهٔ اسلامی ازمنابع اصلی است، باوجودآنکه درحدود ۲۵۰ سال بعدازکتاب «مقالید» نوشته شده بدعت وتازگی «مقالید» را ندارد ومـوضوع‌اصلی آن هنوزبحث در«نسبت مؤلّف» و «شکل‌قطّاع» وحالات مختلف‌آن است.

بیرونی در کتاب «مقالید» اختراعـات تازه‌ای را که موجب پیشرفت علم مثلثات بوده موردبحث ونقادی قرارداده راه استفاده ازآنها را به‌طالبان علم‌آموخته است.اما **نصیرالدین طوسی** * در کتاب «کشف‌القناع» مجموعهٔ اطلاعات‌پیشنیان

(۱)ـ رجوع کنید به «قانون مسعودی» ج ۱ص ۳۵۴.

خودرا درعلم مثلثات، البته باکمال مهارت، مدون ساخته واگرچه گاهی ازخود برهانهای ماهرانه‌ای بر بعضی ازقضایا افزوده است ولی محتویات آن‌در هرصورت همان مطالبی‌است که ازپیشینیان خود اقتباس کرده است.

برای آنکه حق مطلب بهتر ادا شود بعضی ازمحاسن ومعایبی را که‌مورخان ریاضی برای کتاب «کشف القناع» **خواجه نصیرالدین** * ذکر کرده‌اند، دراینجا گوشزد کرده نشان می‌دهم که کتاب «مقالید» **بیرونی** اکثرآن محاسن را دارد و درعین حال‌ازآن عیوب مبرااست. تا بادرنظر گرفتن اینکه **خواجه نصیرالدین*** کتاب خودرا درحدود ۲۵۰ سال بعداز کتاب «مقالید» بیرونی نوشته‌است ارزش علمی هریك ازآنها بهتر روشن شود.

یکی ازنکاتی که مورخان ریاضی موجب اهمیت فوق‌العادهٔ کتاب «کشف ـ القناع» می‌دانندایناست که می گویند«شکل مغنی» درمثلثات مسطحه یعنی‌رابطهٔ

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

درمثلث ABC نخستین‌بار درآن کتاب به‌وجه جالب توجهی ثابت شده است.

اما باید دانست که، چنانکه بعداً نشان خواهم داد، این استدلال بدیع را **بیرونی** درحدود دوقرن‌ونیم پیش از **نصیرالدین طوسی** * درفصل هشتم‌ازمقالهٔ سوم، کتاب «قانون‌مسعودی» آورده ولی متأسفانه **خواجه نصیرالدین** * درضمن ذکر این استدلال نام مبتکر آن یعنی **بیرونی** را نیاورده است. والبته ادعا هم نکرده که‌این استدلال ازخوداوست. وچون مورخان ریاضی این‌استدلال‌را نخستین‌بار در کتاب «کشف‌القناع» دیده و به کتاب «مقالید» هم دسترسی نداشته‌اندآن را

از **خواجه نصیر** * دانسته‌اند (۱). گذشته ازاین معلم **بیرونی** یعنی **ابونصر ـ عراق*** نیز همین قضیه را به‌وجه‌دیگری که به‌زیبایی‌روش **بیرونی** نیست‌در رسالهٔ «المسائل‌الهندسیه» ثابت کرده است(۲).

یکی دیگر ازمحاسنی که‌برای کتاب «کشف‌القناع» **خواجه نصیرطوسی*** ذکر کرده‌اند این‌است که نوشته‌اند که، برعکس ریاضی‌دانان‌دیگر دورهٔ اسلامی، **نصیرالدین طوسی** * درآن کتاب‌اسامی عده‌ای ازکسانی را که قضایای‌جدیدی پیدا کرده‌اند ثبت کرده وازاین‌راه به‌تاریخ ریاضیات کمك شایانی کرده است (۳). البته **نصیرالدین طوسی** این‌کاررا کرده‌اما حقیقت آن‌است که این‌روش‌پسندیده را **بیرونی** دوقرن‌ونیم پیش‌ازوی نه‌تنها در کتاب «مقالید» بلکه در بیشتر آثارخود مانند «کتاب‌استخراج الاوتار» و «قانون مسعودی» وجز آنها به‌کاربسته است و چون **خواجه نصیر*** از کتاب «مقالید» استفاده می کرده‌به‌تبعیت‌از **بیرونی** اسامی ریاضی‌دانان را آورده‌است. نویسندهٔ این سطور، که سالیان دراز است‌در کتابهای ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی به‌تحقیق وتفحص می‌پردازد، هیچیك‌ازریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی را نمی‌شناسد که به‌اندازهٔ **بیرونی** درثبت‌نام ریاضی‌دانان ومنجمان،درحین اشاره‌به‌آثارآنان،اهتمام‌و کوشش کرده‌باشد.وامروزه ماازاسامی بسیاری‌ازریاضی‌دانان ومنجمان دورهٔ اسلامی واسامی کتابهای آنان، وحتی‌اسامی عده‌ای ازریاضی‌دانان

---

(۱)ـ مثلا رجوع‌کنید به «سارتن I» ج۲ ص ۱۰۰۴ ومنابعی که سارتن‌درهمان صفحه ذکرکرده است.

(۲)ـ رجوع‌کنید به‌شمارهٔ ۷/۸۰ کتاب حاضر.

(۳)ـ مثلارجوع‌کنید به‌مقالهٔ **کارادوو**که با‌عنوان «Trautê du quadrilatère» درجلدبیستم، دورهٔ هشتم، صفحات ۱۷۶تا۱۸۱ مجله «روزنامهٔ آسیائی به‌چاپ‌رسیده‌است.

یونانی را، در کتابهای **بیرونی** می‌یابیم که جزذکری که **بیرونی** از آنها به‌میان آورده‌اطلاع‌دیگری‌ازآنان نداریم.واگر **بیرونی** به‌ذکرنام‌آنان مبادرت‌نکرده‌بود اسامی‌آنان ازصفحات تاریخ حذف شده بود.

اما ازخرده‌هایی که به‌حق بر کتاب « کشف‌القناع» گرفته‌اند یکی این است نوشته‌اند **خواجه نصیرالدین*** درمقالهٔ دوم آن کتاب بحثی طولانی وخسته‌کننده دربارهٔ عدهٔ نسبتهایی که درشکل قطّاع‌سطحی می‌توان‌تألیف کرد به‌میان‌کشیده و درفصل دهم مقالهٔ دوم آن کتاب عدهٔ این نسبتها را به ۶۶۴ ۴۹۷ تخمین‌زده‌است. مورخان ریاضی این‌بحث طولانی را بیهوده دانسته‌اند وحقیقت هم همین‌است.

اما **بیرونی** چنانکه قبلا دیدیم[۱] ، دررسالهٔ «راشیکات الهند» هجده حالت کلی برای‌این نسبتها داده وآنها را درجدولی ذکر کرده‌است وهمین قدرهم‌برای درك مطلب لازم وکافی بوده‌است. ازاین بابت می‌توان گفت که کتاب« کشف‌القناع» دراین موردسیرقهقرایی داشته‌است.

بااین وصف‌باید گفت که، اگرچه تقریباً همـهٔ مطالبی راکه **نصیرالدین‌ـ طوسی** در کتاب « کشف‌القناع» آورده ازدیگران است، بااین‌حال خـود گاهی استدلالهایی غیرازآنچه دیگران بیان کرده‌اند برای قضایا ذکر کرده و مخصوصاً هنری که وی درتألیف این‌مطالب وتدوین‌آنها به‌وجه علمی ازخودنشان داده‌جالب توجه‌وقابل تحسین است.

(۱)- رجوع‌کنید به‌صفحهٔ ۲۲۰کتاب حاضر.

ب ـ خلاصهٔ مقدمهٔ کتاب «مقالید»

چون مقدمهٔ کتاب «مقالید» درنسخهٔ خطی موجود، که فعلا نسخه‌ای است منحصربه‌فرد، بدخط وبدون نقطه نوشته شده وخواندن بعضی‌ازکلمات‌آن بسیارمشکل‌است، مختصری که دراینجاازآن می‌آورم ممکن‌است گاهی با عین متن‌مطابقت نداشته‌باشد. بااینحال‌تاآنجاکه توانسته‌ام کوشیده‌ام که‌مطلب مهمی‌ازآن حذف نشود. درخواندن وترجمه‌کردن این‌مقدمه دوست‌دانشمندم آقای **احمد آرام** به‌من یاری کرده‌اند(۱). برای سهولت ارجاع مطالب این مقدمه را به بندهای چندی تقسیم وآنها را شماره‌بندی کرده‌ام.

۷/۱۰ ـ **بیرونی** درخطبهٔ کتاب «مقالید» می‌گوید[۲] که‌چون «اصبهد جیلجیلانی قذشوار خرشاه ابوالعباس‌مرزبان‌بن‌رستم‌بن شروین‌مولی‌امیرالمؤمنین» وی را مورد محبت‌وحمایت‌خود قرارداده این کتاب را برای اونوشته‌است. چنانکه قبلا هم گفتم این **ابوالعباس‌بن مرزبان‌بن‌رستم** همان مؤلف کتاب «مرزبان‌نامه» است[۳].

---

(۱)ـ ترجمهٔ فارسی منتخباتی ازاین مقدمه راآقای **سیدجلال‌الدین طهرانی** درگاهنامهٔ سال ۱۳۱۱ (صفحات ۱۹۴ تا ۱۹۶)آورده‌اند ـ چون تصحیح متن این‌مقدمه‌و ترجمهٔ کامل فارسی آن برای تاریخ ریاضیات بسیار مهم است از استاد محترم آقای **جلال‌الدین همائی** استدعا کرده‌ام که متن وترجمهٔ فارسی آن‌را درموضع مناسبی از کتاب «ابوریحان‌نامه» که دردست تألیف دارند بیاورند.

(۲)ـ رجوع‌کنیدبه «مقالید» صفحهٔ ۱.

(۳)ـ رجوع‌کنید به‌شمارهٔ ۷/۲.

۷/۱۱ـ **استاد** سپس می‌گوید: «اگردایره‌های‌عظیمه برسطح گره یکدیگر را قطع کنند شکلهای مختلف ازآنها پدید می‌آید. و در کرهٔ آسمان ازتقاطع دایره‌های عظیمه قوسهای میل وعرض ستارگان و «سعهٔ مشارق»واختلاف مطالع و قوسهای شب وروز وارتفاع وانحطاط وسمتها وغیره حاصل می‌شود(۱). وشناختن اندازهٔ اینها ازروی یکدیگر واستخراج مقداری که مجهول‌است ازروی مقادیر معلوم جز بادانستن نسبت بین جیبهای آن قوسها امکانپذیر نیست. ودراین کاراساس عمل شکل‌موسوم به «قطّاع» است وآن شکلی است که ازتقاطع چهاردایرهٔعظیمه برسطح کره پدید می‌آید. **بطلمیوس** این قضیه رادر نوع دوم از مقالهٔ اول کتاب «مجسطی»ذکر کرده‌است. ونیز این‌قضیه‌در« کتاب کریات» تألیف **مانالاوس** که‌از حیث زمان مقدم بر کتاب «مجسطی» است نیزآمده است»

«نسبتهایی که‌درقطّاع کروی هست هریك از دونسبت تألیف می‌شوند(۲) و روی‌هم‌رفته شش مقداردرآن درنظر گرفته می‌شود که‌نسبت دومقدار ازآنهامساوی باحاصل‌ضرب نسبت دومقدار درنسبت دومقداردیگراست».

۷/۱۲ـ «وعده‌ای ازریاضی‌دانان درشرح اقسام این نسبتها وروش به‌کاربردن آنها مطالبی درآثار خود نوشته‌اند. مانند **ابوالعباس فضل‌بن‌حاتم نیریزی** * و **ابوجعفر محمدبن حسین خازن*** که درشرحی که هریك ازآنان بر کتاب «مجسطی» نوشته‌اند به‌این مطلب پرداخته‌اند. و **ابوجعفر خازن** * نیزدر «زیج‌

(۱)ـ برای‌تعریف این اصطلاحات نجومی رجوع‌کنید به‌باب سوم‌کتاب«القنهیم» ویا به‌باب سوم ازمقالهٔ اول‌کتاب «قانون مسعودی».

(۲)ـ رجوع‌کنید به‌شمارهٔ ۳/۹۷ (صفحات ۱۲۷ تا ۱۲۹ کتاب حاضر).

صفائح» **ابونصر منصوربن علی‌بن عراق** * در کتاب«تهذیب‌التعالیم» آن‌رامورد بررسی‌قرارداده‌اند.و **ابوالحسن ثابت‌بن‌قره** * کتابی‌مخصوص در بررسی نسبتهای مؤلّف و اقسام‌آن وروش‌به‌کاربردن آن‌و کتاب دیگری‌درباره «شکل قطّاع»وآسان کردن عمل با آن نوشته است.»

«وبیشترمتأخران‌مانند **ابن‌البغدادی** * و **سلیمان‌بن‌عصمه*** و **ابو سعید احمدبن محمد بن عبدالجلیل سجزی** * ودیگران دراین‌باره‌به‌تحقیق پرداخته‌اند. زیرا این قضیه ازارکان علم هیأت است....»

۷/۱۳ـ «واین‌تحقیقات جریان داشت تازمان به‌ما رسید که دورهٔ عجایب و وغرایب وجمع میان اضداد است که علم فراوان شده واهل زمان‌خواستارآنند. و درعین‌حال رقابت‌فراوان‌شده وبسیاری‌درصددآنند که اکتشافات دیگران‌را به‌خود نسبت دهند. چنانکه درمیان گروهی ازافاصل زمان ما دربارهٔ «تسبیع دایره» و «تقسیم دایره به‌سه قسمت متساوی» و «تضعیف مکعب» وجز آنها چنین شده است. ونیزچنین‌است بین عده‌ای ازعلما دربارهٔ قضیه‌ای که ثبوت آن آسان وفراگرفتن آن ساده است(مقصود «شکل مغنی» است) و می‌توان آن‌را درعمل به‌جای «شکل قطّاع» به‌کاربرد وقائم‌مقام آن دانست».

۷/۱۴ـ «ومن چون از تعصب واصرار برباطل بر کنارم،وبه‌فضیلت صاحب (= مخترع) آن (= شکل مغنی) اقرار دارم،واورا می‌شناسم، ومی‌خواهم که‌حق اورا ادانمایم، مصمم شدم که‌آنچه ازاحوال‌آنان‌می‌دانم بنویسم تامولایم «الاصبهبد الجلیل‌السیدجیلجیلان ادام‌الله علوه» برحقیقت احوال آنان واقف گردد. وپس از حکایت کردن احوال آنان، قضیهٔ مذکور و برهانهایی را که برآن آورده‌اند و چگونگی استعمال آن را به‌یاری خدا بیان خواهم کرد».

۷/۱۵ـ بیان این قضیه و آنچه را هریك از علما دراین بارهٔ انجام داده‌اند.

«**ابوسعیداحمدبن محمدبن عبدالجلیل سجزی***» چندین راه برای استخراج سمت‌قبله باحساب وباانداز‌ه‌گیری مسّاحی، باآلاتی که‌نتایج‌آنهامختلف است،ازفضلای مهندسان گردآورده بود وبرهانهای آنها رانمی‌دانست. من به‌او گفتم که مولای برگزیدهٔمن **ابونصرمنصوربن علی‌بن‌عراق*** ایده‌الله شدیدالقوی برای امثال اینها برهانهایی استخراج کرده که درك آنها آسان است. واوازمن خواست که ازاستادبخواهم که دراین‌بابت‌تأمل وتحقیق کند ونتیجهٔ آزمایش وبررسی‌خود را براوعرضه کند ومن چنین کردم. بنا به‌خواهش من **ابونصر** کتابی دربارهٔ این سؤال نوشت وآن را «کتاب سموت» نامید وبه‌آنچه مطلوب **ابوسعید** بود جواب داد. وضمناً مقدماتی را که برای «شکل مغنی» لازم است دربعضی از مواضع آن کتاب بیان کرد، بدون آنکه فصل جداگانه‌ای به‌آن تخصیص دهد، زیرا به‌این‌کار احتیاجی نداشت».

«خبر«کتاب سموت» به **ابوالوفا محمدبن‌محمد بوزجانی*** که در آن هنگام در بغداد بود رسید. واو با من دربارهٔ موضوع آن کتاب مکاتبه کرد. و من کتاب‌رابرایش فرستادم. درجواب خود کتاب‌را پسندیده بود ولی نوشته بود که‌کاش نویسندهٔ کتاب درآن‌ازروش قدما که «شکل‌قطّاع» و«نسبت‌مؤلّف» را به‌کارمی‌برند پیروی نمی‌کرد. واظهار کرده بود که اوبرای شناختن «سمت» راه جدیدی می‌شناسد که ازروش **ابو نصر*** مختصرتر وبهتر است. من آنچه را او گفته بود به **ابو نصر*** اظهار داشتم. **ابو نصر*** گفت که این روش را در«کتاب‌سموت» از جهت‌دلبستگی که به‌آثارقدماداشته واحتیاجی که به «شکل قطّاع» برای اقامهٔ

برهان براعمال دیگران بوده به‌کاربرده، زیرا آنان عادت به استفاده از ایـن روش داشته‌اند.سپس‌او دوموضع از«کتاب سموت»را بـه من نشان داد کـه درآنها همان شکلهایی (= قضایایی) راکه **ابوالوفا*** گفته است آسانتر می‌بـاشد بیان کـرده بود. وبه این هم اکتفا نکرد وبعدازآن رساله‌ای‌برای من نوشت که درآن«شکل مغنی» را ثابت کرد وراه به‌کاربردن آن را نشان داد.»

تبصرهـ پیش‌ازذکر بقیهٔ مقدمهٔ کتاب «مقالید» باید قسمت اخیر مطلب فوق را توضیح دهم :

بدون تردید دراینجا مقصود **بیرونی** «رسالة فـی‌معرفة القسی‌الفلکیه‌بعضها من‌بعض بطریق غیرطریق معرفتهابالشکل القطاع والنسبه‌المؤلفة» تـألیف استاد او **ابونصرعراق*** است. این رساله درجزو «رسائل ابی‌نصرمنصورین‌عراق‌الـی البیرونی» درسال ۱۹۴۸ میلادی درحیدرآباد دکن بـه چـاپ رسیده ورسالهٔ هشتم ازمجموعهٔ مذکور است .

ابونصرعراق درآغاز این رساله به مـوضوع مـورد بحث اشاره‌کرده وخطاب به بیرونی نوشته است:

«گفته بودی‌که‌بیشترکسانی‌که به علم‌هیأت‌علاقه‌دارند، و می‌خواهندکه بـه برهانهای قضایایی‌کـه در زیجها ازفنون مختلف حساب آمـده وقوف یـابند، آنچه را **بطلمیوس** در بیشتراین بـرهانها ازشکل قطاع ونسبت مؤلف بـه‌کار بـرده دشوارمی‌یابند. وخواسته بودی‌که برایت روشهای تازه‌ای از استدلال غیرازراه به‌کاربردن شکل قطاع بیان‌کنم. تـا اینکه نامه‌ای‌کـه شیخ‌ما **ابوالوفامحمدبن‌محمدبوزجانی*** به‌فقیه **ابوعلی‌حبوبی*** نوشته‌بودرسید. اودر آن‌نامه‌متذکر شده بودکه دربیشترمواضع‌کتاب «فی‌السموت» من،تأمل‌کرده ودیده است‌که من دراستدلال قضایای آن‌کتاب ازروش قدمـا

پیروی کرده و«شکل قطاع» را به کاربرده‌ام. واظهاکرده بود که راهی که خوداو درکتاب «مجسطی»، تألیف خود، به‌کار برده کوتاهتر وآسانتر ومختصرتروبهتراست. وازاین‌رواشتیاق تو برای به دست‌آوردن آنچه قبلا خواسته‌بودی فزونی‌یافته ودرنامهٔ خود خواهش کرده بودی که آنچه‌را دراین‌باره‌می‌دانم برایت بنویسم. اینك واجب‌آمدکه خواهش تورا برآورم...»

ونیز **ابونصرعراق*** درصفحهٔ پنجم رسالهٔ «قسی‌الفلکیه» به **بیرونی** یادآوری کرده است که «شکل‌مغنی» را درموردمثلث کروی‌قائم‌الزاویه‌در«جملهٔ» دوم‌ازکتاب«سموت» ثابت‌کرده بوده واینکه درآنجا آنها را ازمطالب دیگر جدا نکرده علت این بوده است‌که می‌خواسته آن کتاب موافق با سؤال وی باشد. ومتذکر شده است‌که اگربه قضیهٔ هفدهم از جملهٔ دوم‌کتاب «سموت» رجوع شود صحت‌گفتاروی به‌ثبوت خواهد رسید.

۷/۱۶ـ «سپس بعدازیك سال **ابوالوفا*** هفت مقاله از کتابی را که نوشته وآن را «مجسطی ابوالوفا» نامیده بود برای من فرستادکه درآن برای «شکل مغنی» برهانی نزدیك[۱] آورده وآن را درهمهٔ امورعلم هیأت در کتاب خودبه‌کار بسته بود.»

«پس‌ازآنکه من برآنچه اونوشته بود وقوف حاصل کردم برای آن‌شکل برهانی آوردم که با تصورخطوط درداخل کره فهم آن آسان است وراههای استعمال آن را همچنانکه دراین کتاب بیان خواهم کرد نشان دادم»

۷/۱۷ـ «پس‌ازآن‌به‌ری‌رفتم‌ودرآنجا **ابومحمودحامدبن‌خضرخجندی*** را ملاقات کردم واو کتابی که دراعمال شبانه با ستارگان ثابت نوشته بود به من

(۱)ـ ظاهراً مقصود **بیرونی** برهانی شبیه برهان **ابونصرعراق*** است.

نشان داد که در اوایل آن همین قضیه را با برهان مفصلی که با برهانهای دیگر فرق داشت بیان کرده و آن را «**قانون هیأت**» نامیده بود و همهٔ مطالب کتاب خود را براساس «قانون هیأت» بنا نهاده بود»

۷/۱۸ـ «بعداز آن **ابوالحسن کوشیار بن لبان جیلی** * را دیدم که کتابی تألیف کرده بود و آن قضیه را بدان صورت که **ابو محمود*** آورده در مبادی آن ذکر کرده بود و آن را «شکل مغنی»، یعنی «بی‌نیاز کنندهٔ از شکل قطّاع» ، نامیده بود . »

« **ابو محمود** در آن کتاب بیشتر مطالبی را که **بطلمیوس** درمقالهٔ هشتم «مجسطی» آورده‌است شرح داده بود. علت اقدام او به‌این‌کار این بود که‌در این قضیه (= شکل مغنی) فقط یك نسبت ساده به‌کار می‌رود و به‌نسبت مؤلّف نیازی نیست. و مقادیری که در آن مورد احتیاج است بیش‌از چهار مقدار نیست و آسانی عمل با یك نسبت ساده و رجحان آن بر «نسبت مؤلف» پوشیده نیست» .

۷/۱۹ـ «اما **ابونصر** ،چون از احوال علمی او نیك آگاهم، و از کتابخانهٔ او هنگام تحصیل ریاضیات استفاده‌ها برده‌ام، و هرچه‌استخراج کرده برمن املا کرده است، و می‌دانم که هرگز چیزی را که ازدیگران است به خود نسبت نمی‌دهد، و دربارهٔ کسانی که با هم نزاع دارند به داد حکم می کند، و با آنکه نزد کسانی که ازاو درعلم پایین‌ترند درس نخوانده، ازمنسوب داشتن خود به ایشان ابا نمی کند، و باوفوردانش و ذکا و هوش فوق‌العاده‌ای که دارد چنین می کند، هرگز او را متهم نمی کنم که این قضیه را از کس دیگری گرفته باشد، بلکه چنین فکری هرگز به خاطرم خطور نمی کند.»

۷/۲۰ـ «واما راجع به **ابوالوفا** ،اورا ندیده‌ام و ازاو، به اندازه‌ای که از

دیگران آگاهم، آگاهی ندارم. ولی تعجب‌می کنم که پس‌ازدیدن «کتاب‌سموت» وتوجه بدان دوشکل چگونه به اختراع آنها افتخار می کند. اگر افتخاراو به قضیهٔ مذکور درست باشد می‌بایستی برای دیگران هم این افتخار را قایل شد که کتابشان دراختیار او بوده ودر اول آن به صراحت ذکرشده که آنچه را از کریات دریکی ازطرق معین کردن سمت قبله به‌کاررفته است می‌توان از طریق دیگری، که درآن به«نسبت مؤلّف» احتیاجی‌نباشد، به دست‌آورد. ودرآخر آن نیزذکرشده است که ازاین راه، روش تعیین میلها ومطالع را بدون احتیاج داشتن به آنچه **بطلمیوس** با «شکل‌قطّاع» گفته است می‌توان تعیین کرد(۱). واگر آنچه ذکر کردیم افتخارباشد باید بگویم که روش او (= ابوالوفا) درتعیین‌سمت قبله مطلب تازه‌ای،جزآنچه عیناً در زیج **حبش** * آمده نیست، که چیزی بر آن افزوده نشده مگرآنکه به چند قسم تقسیم شده ودر فصول مختلف ذکر گردیده است. وبه جای‌اصطلاح«طول معدل» اصطلاح «تعدیل طول» وبه جای «عرض‌معدل» اصطلاح «تعدیل عرض» آورده است. ولی بازهم سعیش مشکور است ومن ایرادی براو ندارم جزاینکه این بی‌انصافی لایق فضل وکمال اونیست. وجداً از او قبیح است که به اختراع روش تعیین سمت قبله، که در«کتاب سموت» اختراع آن آمده، افتخار کند.»

۷/۲۱ـ «واما **ابو محمود** * مدعی بود که در اختراع این شکل بر **ابوالوفا** * پیشی داشته و **ابوالوفا** * این شکل را ازاوگرفته است. وبااختلاف برهانهای آنها، که بعداً ذکرخواهم کرد، حقیقت برمن معلوم نیست وممکن است که حق تقدم برای هردوی آنان باشد.»

(۱)ـ رجوع‌کنید به شمارهٔ ۷/۳۳ کتاب حاضر

۷/۲۲ـ «واما **کوشیار** * درحضور **ابو محمود** * اعتراف کرد که جز تهذیب وایجاز وتنقیح این‌شکل‌کاری نکرده است»

«این بودحقایقی که می‌خواستم دراین‌باره ذکر کنم»

ج‌ـ فهرست مندرجات کتاب «مقالید»

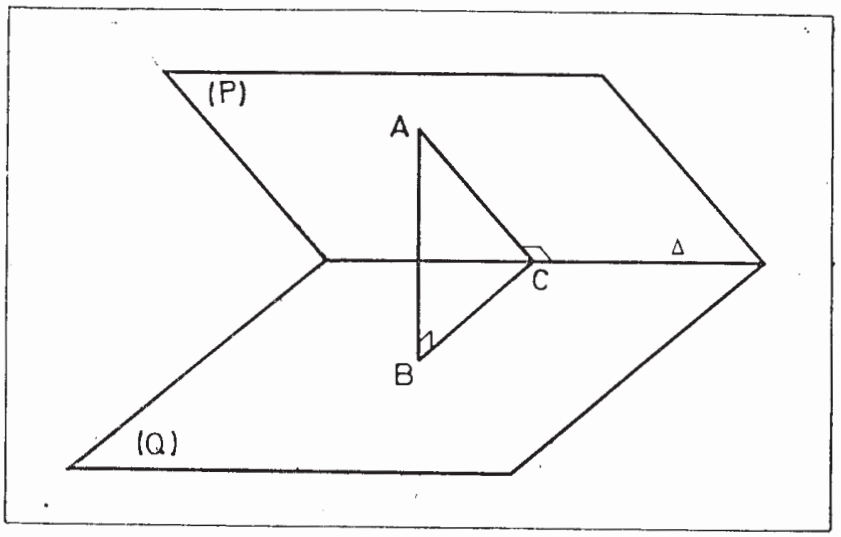
۷/۲۳ـ اگرچه **بیرونی** خود برای کتاب «مقالید» تقسیماتی ازقبیل باب و فصل وغیره قایل نشده است ولی می‌توان آن را ازدوبخش متمایز مرکب دانست. بخش اول مرکب است ازذکرقضایای «مغنی» و«ظلی» ومقدمات آنها واستدلالهای گوناگونی که‌هریك ازریاضی‌دانانی که نامشان‌در مقدمهٔ کتاب ذکرشده برای آن قضایاآورده‌اند. بخش دوم‌مشتمل است‌برمورد استعمال‌این قضایا درمحاسبهٔ‌قوسهای فلکی ازروی‌یکدیگر. ودرواقع راه به‌کاربردن عملی قضایایی است که در بخش‌اول آمده است. اینك فهرست مطالب این دوبخش را دراینجا ذکرمی کنم‌ودراین‌مورد فقط عنوان قضایا را می‌آورم واستدلال بعضی‌ازآنها را بعداً ذکرخواهم کرد. شماره‌هایی که‌درپایان هرقسمت‌آورده‌ام شمارهٔ صفحات نسخهٔ عکسی کتاب«مقالید» است که درپایان همین بخش به چاپ رسیده‌وصفحات آن را از۱ تا ۴۴ شماره‌گذاری کرده‌ام[۱].

اولاً ـ فهرست‌مندرجات بخش اول «مقالید»

۷/۲۴ـ **یك‌ـ** مقدمه‌ای که **ابونصر عراق** * در کتاب «تهذیب‌التعالیم»برای

(۱)ـ خاطرنشان می‌کنم‌که **بیرونی** خود هیچگونه تقسیم‌بندی درکتاب «مقالید» قایل نشده است وشماره‌هایی‌که‌ازاین به‌بعد درآغاز مطالب قرارداده‌ام برای تفکیك‌مطالب وسهولت ارجاع است.

«شکل مغنی» بیان کرده است (ص۳و۴) :

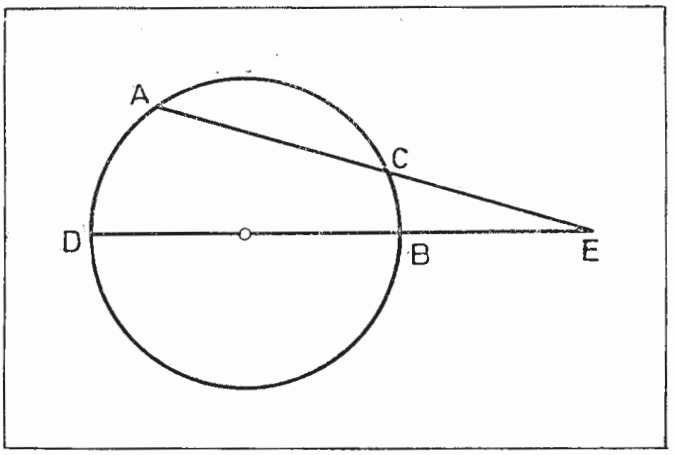


(شکل ۱۰۵)

اگر دوصفحهٔ P و Q درخط (△) متقاطع باشند واز نقطهٔ A واقع دریکی ازآنها مثلا P خط AB را برصفحهٔ دیگرQ وخط AC رابرفصل مشترك △ عمودکنیم، خطBC که پاناى این دوعمود را به هم وصل می‌کند برفصل‌مشترك (△) عمود است .

این درواقع همان‌قضیهٔ سه عمود است و برای آن **بیرونی** یك استدلال از **ابونصر عراق** * ویك استدلال ازخود آورده است .

۷/۲۵ـ **دو-** مقدمه‌ای که **ابوالوفای بوزجانی** * در«مجسطی» خود برای «شکل مغنی» آورده است(ص۴) واین ازمقدماتی است که **بطلمیوس** برای«شکل قطّاع» ذکر کرده است:



(شکل ۱۰۶)

اگر در دایره‌ای امتداد وتر AC امتداد قطر DB را در نقطهٔ E قطع کند رابطهٔ زیربرقرار است(۱):

$$\frac{AE}{CE} = \frac{\text{جیب قوس } AB}{\text{جیب قوس } CB}$$

۷/۲۶ـ **سه‌ـ** استدلال **ابونصرعراق*** بر «شکل مغنی» مستخرج از رسالهٔ «القسی‌الفلکیة» (ص۳) وشرح آن با عنوان «زیادة فی‌شرح‌ماذکره ابونصرفی‌ذلك» (ص ۵)

۷/۲۷ـ **چهار ـ** طریق دیگری‌برای اثبات «شکل‌مغنی» از **ابونصر عراق*** (ص ۵ و۶)

۷/۲۸ـ **پنج** ـ طریق **ابوالوفای بوزجانی*** دراثبات مقدمهٔ «شکل‌مغنی» مستخرج از «مجسطی ابوالوفا» (ص ۶)

۷/۲۹ـ **شش**ـ طریق دیگری‌از **ابوالوفای بوزجانی*** در اثبات مقدمهٔ «شکل مغنی» (ص ۶ و۷)

---

(۱)ـ استدلال‌این‌قضیه را در«صفحهٔ۱۶۲کتاب «قربانی: نسوی‌نامه»خواهیدیافت.

بیرونی درپایان این برهان نوشته است که پس ازآنکه **ابوالوفا** * شکل (مقدماتی) را ثابت کرده دعوی دیگری را عنوان‌نموده، که همان «شکل مغنی» است، وآن را ثابت‌هم کرده‌است .

۷/۳۰ـ **هفت** ـ تعریف ظل واقسام آن از**ابوالوفای بوزجانی** * (ص ۷)

۷/۳۱ـ **هشت** ـ «شکل‌ظلّی» از **ابوالوفای بوزجانی** * (ص ۸)

۷/۳۲ـ **نه**ـ یکی ازدواستدلال **ابو نصر** * بر «شکل مغنی» مستخرج از کتاب«السموت» (ص۸)

۷/۳۳ـ **ده**ـ طریق دوم از **ابونصر** * مستخرج از کتاب«السموت»(ص۹)

درپایان‌این‌استدلال **بیرونی** نوشته‌است(۱) که: « **ابونصر** درپایان این‌قضیه متذکرشده‌است که ازاین روش برای شناختن مطالع در کرهٔ‌منتصبه‌و کره‌های‌مایل می‌توان ازراهی غیراز آنچه **بطلمیوس** با استفاده از «شکل قطّاع»بیان کرده استفاده کرد، ونمی‌فهمم که چگونه **ابوالوفا** بعدازوقوف به‌این کتاب‌به‌خود اجازه داده‌است که به‌این‌قضیه تفاخر کند».

۷/۳۴ـ **یازده**ـ روش **ابومحمودخجندی** * دراثبات مقدمهٔ «شکل مغنی» که‌آن‌را «قانون هیئت» نامیده‌است (ص۱۰)

۷/۳۵ـ **دوازده** ـ اختصار **ابوالحسن کوشیارجیلی** * دربرهان مقدمهٔ شکل‌قطّاع (ص۱۱).

درپایان این‌استدلال **بیرونی** نوشته است که(۲) : «نه **ابومحمود** * و نه

(۱) «مقالید» ص ۹: «وذکرابونصرفی آخر هذاالشکل انه ینتج من‌هذا طریق معرفةالمطالع فی‌الکرةالمنتصبه والاکرالمائلة سوی‌الذی‌اتی به‌بطلمیوس بالشکل‌القطاع فلست‌ادری‌کیف استجاز ابوالوفالنفسه تفاخربه... بعدوقوفه علی‌الکتاب»

(۲)ـ «مقالید» ص۱۱، سطرهای‌هفتم به‌بعدازآخرصفحه.

کوشیار * ، هیچیك از آنان، بعداز بیان این‌مقدمه، به‌اثبات‌تناسب‌جیبهای اضلاع باجیبهای زوایای روبه‌روی‌آنها اصلانپرداخته‌اند. بلکه امکان چنین‌چیزی را بعید می‌دانستند. وحال‌آنکه این‌قضیه چه‌درموردمثلث مسطحه‌وچه درمورد مثلث کروی برقراراست...»

۷/۳۶ـ **سیزده** ـ روش **ابوالعباس نیریزی** * و **ابوجعفر خازن** * در تفسیری که هریك ازآنان بر«مجسطی» **بطلمیوس** نوشته‌اند که فقط قضیه‌ای‌است درمعرفت میلهای جزیی وشبیه چیزی‌است که **ابومحمود خجندی** * ذکر کرده وبسیارازآن آسانتراست (ص۱۲).

۷/۳۷ـ **چهارده** ـ قضیه‌ای که **ابوالعباس نیریزی** * درتفسیر خود بر «مجسطی» آورده ومنجر به «شکل‌مغنی» می‌شود (ص۱۲).

درپایان این قضیه **بیرونی** نوشته‌است که[۱] : «**ابوالعباس نیریزی** * در تفسیرخودبر «مجسطی» و**ابوجعفر خازن** * درتفسیرخودبر «مجسطی» و نیز در «زیج صفائح» برای معرفت مطالع ومیلهای‌آنها قضایای مخصوصی‌ذکر کرده‌اند که نزدیك یکدیگرند وهمهٔ‌آنها به‌مقدمهٔ «شکل مغنی» برمی‌گردد.

۷/۳۸ـ **پانزده** ـ روش **بیرونی** دراثبات مقدمهٔ «شکل مغنی» (ص۱۳).

۷/۳۹ـ **شانزده** ـ تقسیم‌بندی مثلثهای کروی برحسب انواع‌زوایای آنها وحل آنها (ازصفحهٔ ۱۳ تا ۲۱).

ثانیاً ـ فهرست مندرجات بخش دوم‌کتاب «مقالید»

۷/۴۰ـ مطالب بخش دوم کتاب «مقالید» را درواقع می‌توان مورد استعمال

(۱) «مقالید» ص۱۳سطردوم به‌بعد

«شکل‌مغنی» و «شکل ظلّی» درعلم‌هیأت دانست، **بیرونی** خود درآغاز آن نوشته است: «چگونگی استعمال آنچه دربارهٔ شکل‌مغنی گفتیم:(۱)» ودرپایان آن نوشته است: «اما احوال کواکب درافلاکشان‌موضوع فن دیگری‌است که موردبحث این کتاب نیست. زیرا غرض ماازتحقیق این‌مطلب فقط آن بود که راه استعمال «شکل مغنی» را به‌سؤال کننده بنمایانیم تا از استعمال «شکل قطّاع» درقوسهای فلکی بی‌نیاز باشد»(۲).

بیرونی دراین بخش از کتاب «مقالید» کلیهٔ مسایلی را که درعلم هیأت مربوط به‌محاسبهٔ قوسهای کرهٔ سماوی، یادرعلم‌جغرافیا مربوط به‌محاسبهٔ‌قوسهایی مفروض بر کرهٔ زمین می‌شود، یکی پس‌از دیگری‌مورد بحث قرارداده ودراغلب این مسایل راه حل خودرا باآنچه پیش اززمان وی در کتابهای نجوم آمده است مقایسه کرده‌است.

۷/۴۱ـ دراینجا عنوانهای این مطالب را نقل می کنم تا کسانی که درعلم هیأت قدیم تخصص دارند برآنها وقوف یابند. ضمناً متذکر میشوم که در کتاب «مقالید» برای این مطالب شماره‌ای ذکرنشده وشماره‌هایی که درآخر هر عنوان نوشته‌ام برای ارجاع به‌صفحات نسخهٔ عکس کتاب «مقالید» است که درپایان‌همین بخش از کتاب حاضر به‌چاپ رسیده است(۳).

---

(۱)ـ «مقالید» ص ۲۱

(۲)ـ «مقالید» ص ۴۳

(۱)ـ ترجمهٔ این‌عنوانها را به‌فارسی لازم ندیدم. زیراکسانی که‌باهیأت قدیم سروکار دارند آنهارا خواهنددانست وگذشته ازاین همهٔ این عنوانها مرکب ازاصطلاحاتی‌است که بین‌اهل فن بیشتر به‌همان‌صورت عربی مشهوراست. ترجمهٔ فرانسوی این عنوانها رادرمقالهٔ دکترکندی خواهید یافت: رجوع‌کنید به «کندیM» درفهرست منابع‌کتاب حاضر.

۷/۴۲ـ یك ـ معرفة میل‌ای درجة شئنا مـن فلك‌البروج عن معـدل‌النهـار (ص ۲۲)

۷/۴۳ـ دو ـ معرفة عرض‌اية درجة شئنا (ص۲۲)

۷/۴۴ـ سه ـ معرفة مطالع‌اية درجة شئنا فی‌الفلك‌المستقیم (ص۲۲)

۷/۴۵ـ چهار ـ معرفة سعة مشرق اية درجة شئنا (ص۲۲)

۷/۴۶ـ پنج ـ معرفة تعدیل‌نهار ای‌ّ درجة شئنا (ص۲۳)

۷/۴۷ ـ شش ـ معرفة مطالع اية درجة شئنا فی‌ای‌ّ عرض‌اردنا(ص۲۳)

۷/۴۸ـ هفت ـ معرفة عرض‌البلد و تعدیل‌النهار وسعة‌المشرق بعضها مـن‌بعض (ص۲۳)

۷/۴۹ـ هشت ـ معرفة‌بعدالکواکب عن‌معدل‌النهار (ص۲۴)

۷/۵۰ نه ـ طریق‌آخر فی‌استخراج بعدالکواکب‌عن‌معدل‌النهار(ص۲۵)

۷/۵۱ـ ده ـ معرفة درجة‌التی تمر مع الکواکب ذی‌العرض فی فلك‌النهار (ص۲۵)

۷/۵۲ـ یازده ـ طریق‌آخر فی‌استخراج درجة‌الممر (ص۲۵)

۷/۵۳ـ دوازده ـ معرفة‌الدرجة‌التی یطلع مع‌طلوع‌الکواکب (ص۲۶)

۷/۵۴ـ سیزده ـ معرفة مادار من‌الفلك من‌لدن طلوع‌الشمس‌اوالکواکب‌الی وقت‌ارتفاع لهمفروض فی‌ای‌ّ عرض شئنا (ص۲۷)

۷/۵۵ـ چهارده ـ معرفة‌الدائر من‌الفلك‌بحسب‌ما‌استعمل‌فی‌الزیجات (ص۲۹)

۷/۵۶ـ پانزده ـ طریق‌اخر لمعرفة‌الدائر من‌الفلك(ص۳۰)

۷/۵۷ـ شانزده ـ معرفة طالع‌الوقت من‌قبل‌الدائر من‌الفلك (ص۳۰)

۷/۵۸ـ هفده ـ معرفة‌الدائر من‌الفلك بقیاس احدالکـواکب‌الابدیة‌الظهـور (ص ۳۰)

۷/۵۹ـ هجده ـ معرفة مقادیر الزاوایا الحادثه من تقاطع فلك البروج و کل واحد من الافق وفلك نصف النهار (ص۳۱)

۷/۶۰ـ نوزده ـ معرفة الزاویة الحادثة من تقاطع فلك البروج مع فلك نصف النهار (ص۳۱)

۷/۶۱ـ بیست ـ معرفة الزاویة الحادثة من تقاطع دائرة الارتفاع مع فلك البروج (ص۳۲)

۷/۶۲ـ بیست‌ویك ـ معرفة درجة الطالع من درجة وسط السماء اذا لم یکن لاقلیمها (لاقلیمنا) مطالع معلومه (ص۳۲)

۷/۶۳ـ بیست‌ودو ـ معرفة ابعاد سموت الکواکب عن خط الاعتدال من قبل ارتفاعها (ص۳۳)

۷/۶۴ـ بیست‌وسه ـ معرفة مطالع السمت (ص۳۴)

۷/۶۵ـ بیست وچهار ـ معرفة سمت القبله وسموت البلدان بعضها من بعض (ص۳۴)

۷/۶۶ـ بیست‌وپنج ـ معرفة ابعاد المساکن المعلومة الطول والعرض بعضها من بعض (ص۳۵)

۷/۶۷ـ بیست‌وشش ـ معرفة قوس نهار رؤیة الهلال والکواکب (ص۳۶)

۷/۶۸ـ بیست‌وهفت ـ البرهان علی عمل حبش الحاسب* فی رصد الکوکب (ص۳۶)

۷/۶۹ـ بیست‌وهشت ـ معرفة مطرح شعاعات الکواکب علی مذهبی (ص۳۷)

۷/۷۰ـ بیست‌ونه ـ مطرح شعاعات الکواکب علی مذهب البتانی* والصوفی* (ص۳۸)

۷/۷۱ـ سی ـ معرفةالتسییرات (ص۳۸)

۷/۷۲ـ سی‌ویك ـ طریق آخر (ص۳۹)

۷/۷۳ـ سی‌ودو ـ عمل‌تسویةالاثنی‌عشر بالطریق‌المشهوره (ص۴۰)

۷/۷۴ـ سی‌وسه ـ عمل‌تسویةالبیوت علی مذهب حبش* (ص۴۰)

۷/۷۵ـ سی‌وچهار ـ عمل‌تسویةالبیوت علی مذهبی (ص۴۱)

۷/۷۶ـ سی‌وپنج ـ استخراج خط نصف‌النهار بالدایرة الهندیة ومعرفة خط نصف‌النهار فی‌ای موضع‌شئنا (ص۴۳)

د ـ منتخباتی از کتاب «مقالید»

۷/۷۷ـ درصفحات قبل، کتاب «مقالید» رامعرفی کردم ومطالب‌مقدمهٔ آن‌و فهرست مندرجات آن را شرح دادم. اینك دراینجا منتخباتی ازآن را می‌آورم تا بیشتر مورد استفادهٔ دوستداران ریاضیات واقع گردد. و چون برای اثبات «شکل مغنی» و«شکل ظلّی»ومورد استعمال آنها درحل مثلثهای کروی‌ناچار بایدمقدمات وتعاریفی را ذکر کرد، این تعاریف و مقدمات را ازهمان کتاب «مقالید» ویا از سایر آثار **بیرونی** ومخصوصاً از کتاب «قانون مسعودی» انتخاب کرده وآنها را طوری مرتب نموده‌ام که هم مطالب به هم پیوسته باشند و هم بیان آنها به وجهی ساده صورت گیرد.

۷/۷۸ـ **شکل مغنی درمثلثات مسطحه**ـ مقصود از«شکل‌مغنی» درمثلثات مسطحه قضیهٔ زیر است:

قضیه‌ـ درهرمثلث ABC اگراضلاع روبه رو به زوایای A و B و C را به ترتیب a و b و c بنامیم رابطهٔ زیربرقراراست :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

این قضیه را ریاضیدانان دورهٔ اسلامی بعدازاثبات «شکل مغنی» درمثلثات کروی ثابت کرده‌اند. مدارك موجودنشان می‌دهد که **بیرونی** از استاد خود **ابونصرعراق*** پرسیده بوده که آیا «شکل مغنی» که درمثلثات کروی ثابت شده است درمورد مثلثهای مسطح هم صحت داردیا نه. و**ابونصرعراق*** در رسالهٔ «المسائل‌الهندسیه»(۱) جواب اورا داده ونوشته است که جواب این سؤال مثبت است وآن را ثابت کرده وبرای اثبات آن دوحالت تمیز داده. اول آنکه یکی از زوایای مثلث قائمه باشد ودوم حالت کلی. سپس **بیرونی** خود در کتاب «قانون مسعودی» قضیه را به وجه بسیارجالب توجهی به ثبوت رسانیده است.

دراینجا ابتدا عین جواب **ابونصرعراق*** را به **بیرونی**، وترجمهٔ فارسی آن را، وهمچنین استدلال **ابونصر** را برقضیهٔ فوق ازرسالهٔ «المسائل‌الهندسیه» و سپس استدلال **بیرونی** را ازکتاب « قانون مسعودی» نقل می کنم تاهم برهان آن وهم تاریخچهٔ آن دراختیارخوانندگان کتاب حاضر باشد.

۸/۷۹ـ **ابونصرعراق*** رسالهٔ دوازدهم ازرسالهٔ «المسائل‌الهندسیه» (ص

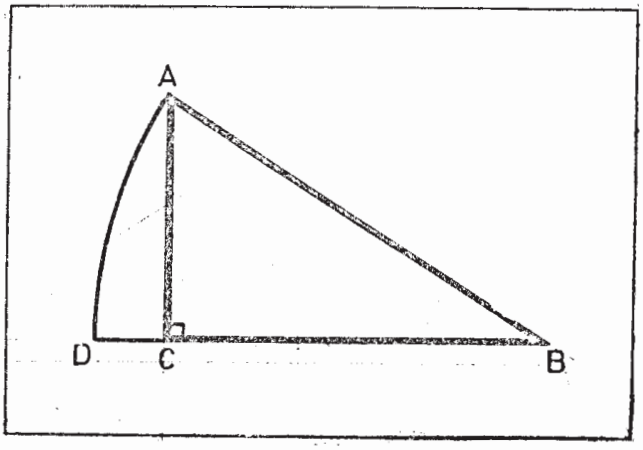
(۱)ـ رسالهٔ المسائل‌الهندسیه» رسالهٔ دهم ازمجموعهٔ «رسائل ابی‌نصر... الی‌ـ البیرونی» است‌که درسال ۱۳۶۶ هجری قمری درحیدرآباد دکن به چاپ رسیده‌ودارای ۲۱ صفحه ومشتمل‌بر۱۵ مسألهٔ هندسی است.

۱۵) را چنین شروع کرده است :

«لماتحققت فی المثلثات الکائنة علی سطح الکرة من دوائرها العظام ان نسبة جیب احد اضلاعه الی جیب الضلع الثانی کنسبة جیب الزاویة التی تقابل الضلع الاول الی جیب الزاویة التی تقابل الضلع الثانی، سألت هل هذا الحکم عام لجمیع المثلثات اعنی الکائنة من القسی والکائنة من الخطوط المستقیمة، وجوابنا فی ذلك نعم»

یعنی: «پس از آنکه ثابت کردم که، درمثلثهایی که برسطح کره از دایره‌های عظیمه پدیدمی‌آیند، نسبت جیب هریك ازاضلاع به جیب ضلع دوم مساوی است با نسبت جیب زاویهٔ رو به روی ضلع اول به جیب زاویهٔ رو به روی ضلع دوم، سؤال کردی که آیا این حکم برای همهٔ مثلثها اعم از مثلثهای کروی ومثلثهایی که اضلاع آنها خطوط راست هستند درست است یا نه. جواب ما به این سؤال مثبت است»

۷/۸۰ ـ **برهان ابونصرعراق برشکل‌مغنی درمثلثات مسطحه** ـــ سپس **ابونصر عراق*** قضیهٔ مذکور را در رسالهٔ «المسائل‌الهندسیه» (ص۱۶) چنین‌ثابت کرده است :



(شکل ۱۰۷)

اولاً فرض می کنیم که زاویهٔ C ازمثلث ABC قائمه باشد. وبه مرکز B وبه شعاع AB قوسی ازدایره رسم می کنیم تا امتداد ضلع BC را در نقطهٔ Dقطع کند. دراین صورت واضح است که AC جیب قوس AD از دایرهٔمرسوم است. واز طرف دیگر اندازهٔ زاویهٔ مرکزی B مساوی است بااندازهٔ قوس AD. پس در دایرهٔ مذکور :

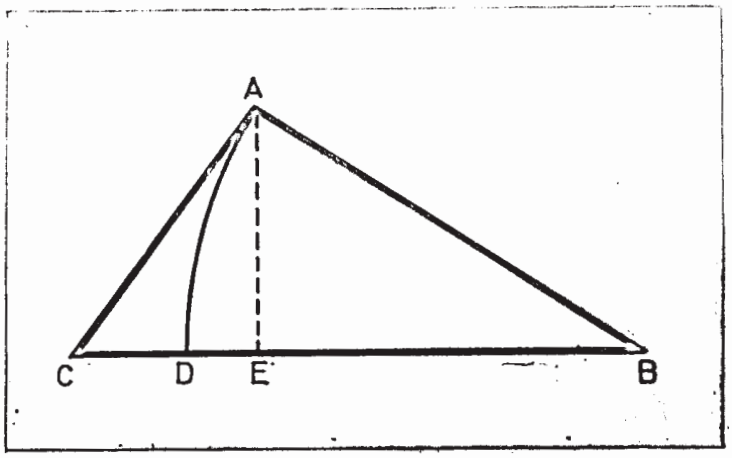
$$AC = \overset{\frown}{B} \text{ جیب}$$

ازطرف دیگر در همان دایرهٔ مرسوم جیب زاویهٔ قائمهٔ C مساوی است با شعاع AB بنابراین داریم :

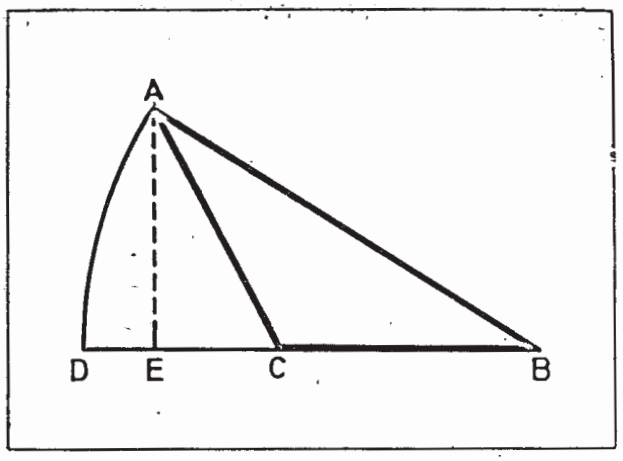
$$\frac{AB}{AC} = \frac{\text{جیب زاویهٔ قائمه } C}{\text{جیب زاویهٔ } B}$$

و قضیه ثابت است .

ثانیاً فرض می کنیم که زاویهٔ C قائمه نباشد. باز به مرکزB وبه شعاعBA



(شکل ۱۰۸)



(شکل ۱۰۹)

قوسی از دایره رسم می‌کنیم تا BC یـا امتداد آن را درنقطهٔ D قطـع کند و از نقطهٔ A عمود AE را برخط BC فرود می‌آوریم. دراین صورت بنا به حـالت اول درمثلث قائم‌الزاویهٔ AEB داریم :

$$\frac{AB}{AE}=\frac{\text{جیب زاویهٔ قائمه E}}{\text{جیب زاویهٔ B}}$$

ونیز درمثلث قائم‌الزاویهٔ ACE بنا به حالت اول داریم :

$$\frac{AE}{AC}=\frac{\text{جیب زاویهٔ ACB}}{\text{جیب زاویهٔ قائمه E}}=\text{جیب زاویهٔ ACE}$$

وچون این دوتساوی را عضو به عضو درهم ضرب کنیم حاصل می‌شود :

$$\frac{AB}{AC}=\frac{\text{جیب زاویهٔ C}}{\text{جیب زاویهٔ B}}$$

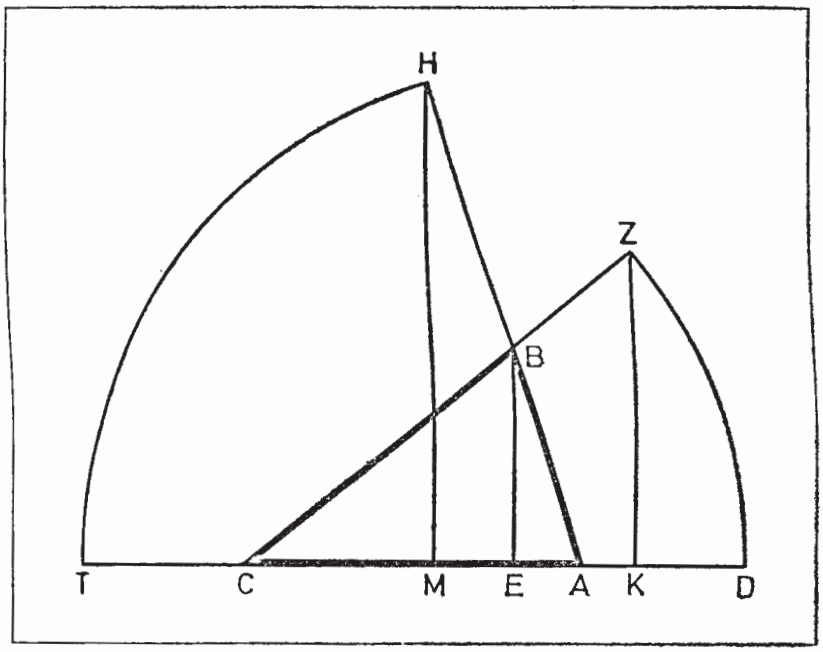
وقضیه دراین‌حالت نیزثابت است .

۷/۸۱- برهان بیرونی‌برشکل‌مغنی درمثلثات مسطحه‌ـبیرونی ایـــن اثبات را درباب هشتم ازمقالهٔ سوم «قانون مسعودی» [۱] بـه ثبوت رسانیده وروش

۱- رجوع‌کنید به «قانون مسعودی» ج۱ ص ۳۴۶

وی چنانکه دیده می‌شود بسیار بدیع وساده است. همین‌روش را **خواجه نصیرالدین طوسی** * در کتاب «کشف‌القناع» آورده ولی ازمخترع آن سخن نگفته است.

مثلث ABC را در نظر گرفته اضلاع BC و CA و AB را به ترتیب a و b و c می‌نامیم، می‌خواهیم ثابت کنیم که. مثلا: $\frac{c}{a} = \frac{sinC}{sinA}$



(شکل ۱۱۰)

اضلاع مثلث را امتداد داده به مرکز A و به شعاع واحد دایره‌ای رسم می‌کنیم تا امتدادهای AB و AC را به‌ترتیب درنقاط H وT قطع کند. همچنین به مرکزC وبه شعاع‌واحد دایره‌ای رسم می‌کنیم تا امتدادهای CB و CA را به ترتیب درنقاط Z وD قطع کند. وازZ وH عمودهای ZK و HM را برخط‌راست AC فرود می‌آوریم. واضح است که :

اندازهٔ قوس HT = اندازهٔ زاویهٔ A ازمثلث ABC

و جیب زاویهٔ $HM = BAC$

و اندازهٔ قوس DZ = اندازهٔ زاویهٔ C ازمثلث ABC

و جیب زاویهٔ $ZK = ACB$

اکنون عمود BE را ازنقطهٔ B بر BC فرود می‌آوریم. دومثلث ABE و AHM متشابه‌اند وداریم :

$$\frac{AB}{BE} = \frac{AH}{HM} \qquad (۱)$$

همچنین دومثلث CBE و CZK متشابه‌اند وداریم :

$$\frac{BE}{BC} = \frac{ZK}{ZC} \qquad (۲)$$

اگر تساویهای (۱) و (۲) را عضو به‌عضو درهم ضرب کنیم، چون AH و CZ مساوی با واحد هستند،حاصل می‌شود :

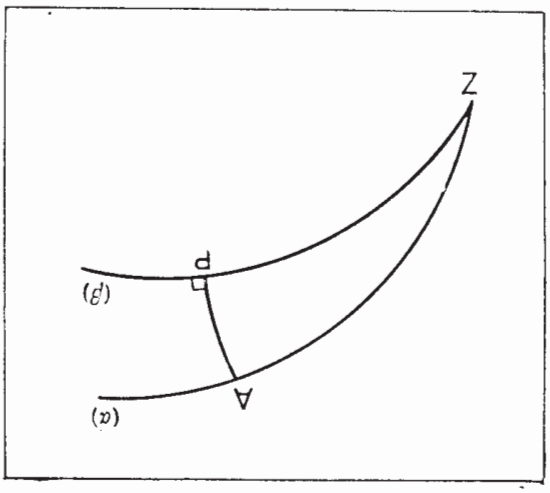
$$\frac{AB}{BC} = \frac{ZK}{HM} = \frac{\text{جیب زاویهٔ } C}{\text{جیب زاویهٔ } A}$$

وقضیه ثابت است

۷/۸۲ـ **تعریف میل‌اول ومیل دوم**ـ در شماره‌های قبل قضیهٔ «مغنی» را درمثلثات مسطحه بیان وثابت کردیم.اینك برای بیان‌قضیهٔ «مغنی» درمثلثات کروی ابتدا باید«میل»را تعریف وسپس یك قضیهٔ مقدماتی را ثابت کنیم .

۷/۸۳ـ **تعریف میل اول**ـ ازآنچه **بیرونی** در کتاب «مقالید» (ص۵) آورده تعریف میل اول چنین استنباط می‌شود :

دو دایرهٔ عظیمهٔ (α) و(β) واقع بر سطح کره را در نظر گرفته نقطهٔ تقاطع

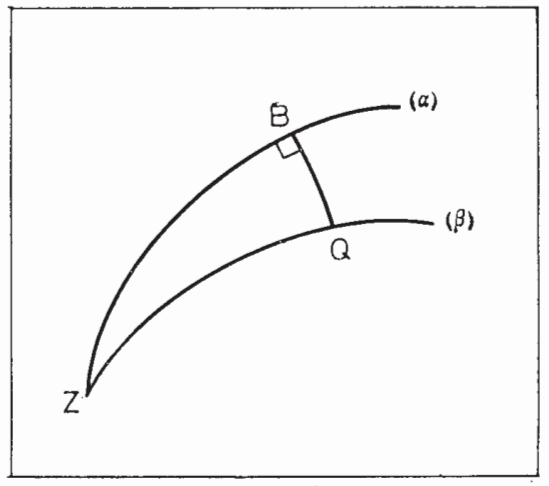


(شکل ۱۱۱)

آنها را Z می‌نامیم. سپس روی دایرهٔ (α) نقطهٔ دلخواه A را اختیار کرده از آن دایرهٔ عظیمه‌ای می‌گذرانیم که دایرهٔ (β) را در نقطهٔ P به زاویهٔ قائمه قطع کند. دراین‌صورت قوس AP را **میل اول** (یا به طورخلاصه **میل**) قوس ZA نسبت به دایرهٔ (β) می‌نامند. هر جا اصطلاح «میل» به طور مطلق استعمال شود مقصود میل اول خواهد بود:

میل اول قوسZA نسبت به دایرهٔ (β) = قوسAP (که بردایرهٔ β عمود است)

۷/۸۴ـ **تعریف میل ثانی**ـ[۱] اگر دایره‌های عظیمهٔ (α) و(β) از سطح کره را که درنقطهٔ Z متقاطع هستند درنظر گیریم و ازنقطهٔ اختیاری B واقع بردایرهٔ (α) دایرهٔ عظیمه‌ای بگذرانیم که بر **همان دایرهٔ** (α) عمود بوده دایرهٔ (β) را درنقطهٔ Q قطع کند، دراین صورت قوسBQ را **میل‌ثانی** یا **عرض** قوس ZB نسبت به دایرهٔ (β) می‌نامند:



(شکل ۱۱۲)

(۱) ـ ازاین تعریف درشمارهٔ ۷/۱۰۳ استفاده خواهیم کرد.

میل ثانی قوس ZB نسبت به دایرهٔ (β) = قوس BQ (که‌بردایرهٔα عموداست)

باید متوجه بود که هردومیل رانسبت به دایرهٔ (β) تعریف کردیم. اما درمورد «میل اول» دایرهٔ AP بردایرهٔ (β) عمود است ودرمورد «میل‌ثانی» دایرهٔ BQ بر همان دایرهٔ (α) عمود می‌باشد .

اصطلاح«میل‌ثانی» را **ابوالوفای بوزجانی** * به‌کاربرده واصطلاح «عرض» را به جای «میل ثانی» **بیرونی** وضع کرده است .

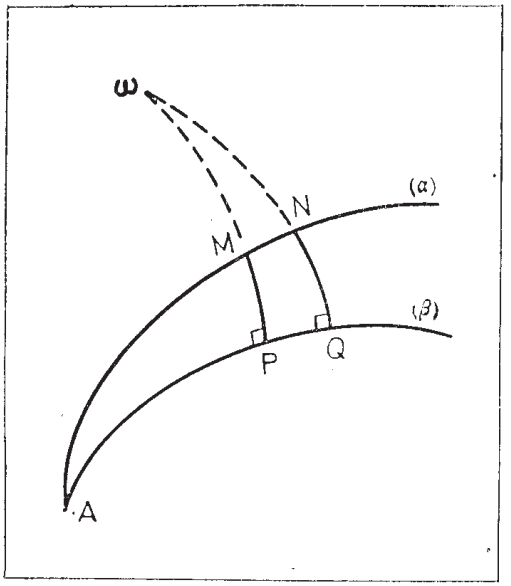
۷/۸۵ـ **حکم قضیهٔ مقدماتی** یا «**قانون هیأت**» ـ پیش‌ازذکرقضیهٔ«مغنی» درمثلثات کروی احتیاج به یك قضیهٔ مقدماتی داریم. این قضیه را **ابو محمود خجندی** * «قانون هیأت» نامیده وبعضی ازریاضی‌دانان دیگر همین قضیهٔمقدماتی را جزوی از «شکل مغنی» دانسته آن رابا «شکل‌مغنی» یك جا ثابت کرده‌اند. عنوان‌این قضیه این است :

درسطح‌کره نسبت جیبهای دوقوس AM و AN که روی یك‌دایرهٔ عظیمه اختیار شوند مساوی است با نسبت جیبهای میلهای (اول) آنها نسبت به یك دایرهٔ عظیمهٔ دیگر.

به عبارت دیگر :

درسطح‌کره نسبت هرقوس ازدایرهٔ عظیمه‌به میل آن قوس‌نسبت‌به دایرهٔ عظیمهٔ دیگر مقداری است ثابت .

توضیحـ دو دایرهٔ عظیمهٔ (α) و(β) ازسطح کره راکه درنقطهٔ A متقاطع



(شکل ۱۱۳)

هستند در نظر گرفته روی یکی از آنها، مثلا روی دایرهٔ (α)، دو نقطهٔ دلخواه M و N را اختیار می‌کنیم. و از این دو نقطه دو دایرهٔ عظیمه می‌گذرانیم که دایرهٔ (β) را به زاویهٔ قائمه قطع کنند. مطابق تعریف شمارهٔ ۷/۸۳ قوسهای MP و NQ بترتیب میل قوسهای AM و AN نسبت به دایرهٔ (β) هستند و حکم قضیه این است:

$$\frac{\sin \overset{\frown}{AM}}{\sin \overset{\frown}{AN}} = \frac{\sin \overset{\frown}{MP}}{\sin \overset{\frown}{NQ}}$$

باید متوجه بود که دایره‌های عظیمهٔ MP و NQ که هر دو بر دایرهٔ (β) عمود هستند یکدیگر را در نقطهٔ ω که **قطب** دایرهٔ (β) است قطع می‌کنند.

۷/۸۶ـ **مبتکران قضیهٔ مقدماتی** ـ بنا بر آنچه از گفتهٔ **بیرونی** برمی‌آید:

اولاً ـ هم **ابونصر عراق*** و هم **ابوالوفای بوزجانی*** هردو این قضیه را به عنوان یکی از دعاوی «شکل مغنی» بیان کرده‌اند و نام جداگانه‌ای بر آن ننهاده‌اند.

ثانیاً ـ **ابومحمود خجندی*** این قضیه را از راهی طولانی ثابت کرده و آن را مبنای کتاب «اعمال‌اللیل بالکواکب‌الثابتة» خود قرار داده و نام آن را «قانون الهیئة» گذاشته است ولی به «شکل مغنی» یعنی رابطه $\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}$ در

مثلث کروی پیش‌ازدیگران پی نبرده‌ومدعی بوده‌است که«قانون‌هیأت» را **ابوالوفای بوزجانی** * از وی اقتباس کـرده بوده است. بـرهان **ابومحمود خجندی** * را براین قضیهٔ مقدماتی **بیرونی** در کتاب «مقالید» (ص۱۰) آورده است .

ثالثاً ـ کوشیاربن لبان‌گیلی * همین قضیه را از **ابومحمود خجندی** * گرفته واستدلال آن را خلاصه کرده ونام «شکل مغنی» را برآن نهاده است. وجه تسمیهٔ این قضیه به «شکل مغنی» این بوده که این قضیه منجمان را از بـه‌کار بردن «شکل قطّاع» بی‌نیاز می‌دارد . برهان **کوشیار** * رابرشکل فوق **بیرونی** در کتاب «مقالید» (ص۱۱) آورده است .

کوشیار خودنزد **بیرونی** اقرار کرده که این‌قضیه رااز **خجندی** * گرفته وفقط آن را تهذیب و تنقیح کرده است .

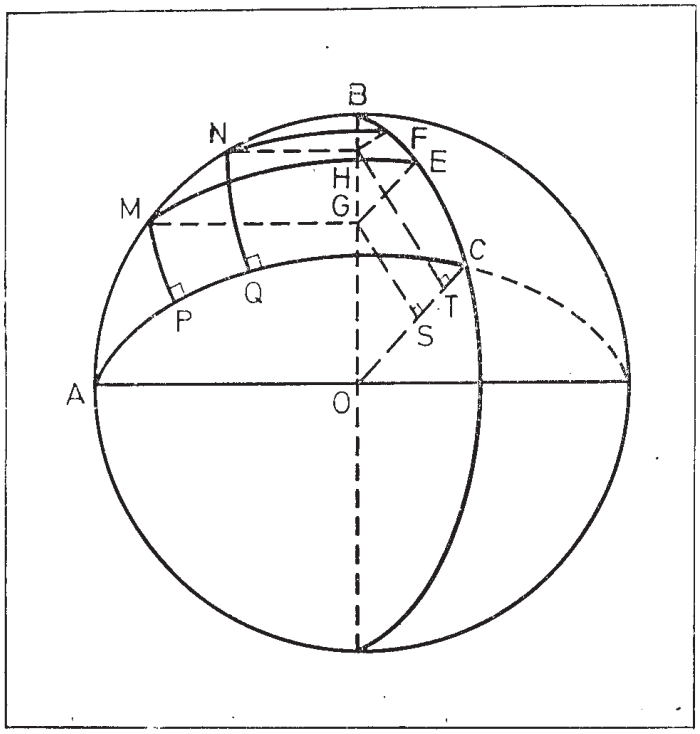
رابعاً ـ ابوالعباس نیریزی * و **ابوجعفرخازن** * هریك برتفسیری کـه بر کتاب «مجسطی» نوشته‌اند و**ابوجعفر خازن** * در «زیج صفائح» به قضیه‌ای شبیه به این قضیه پی‌برده‌اند.ولـی مقصود آنهـا محاسبهٔ میلها بـدون استفاده از «شکل قطّاع» بوده وبه‌اصل‌دعوی «شکل مغنی» نرسیده‌اند. **بیرونی** این قضیه و بـرهان آن را از **نیریزی** * و **ابوجعفر خازن** * در کتاب «مقالید» (ص۱۲) آورده است.

۷/۸۷ـ **برهان قضیهٔ مقدماتی از بیرونی**ـ گفتم که عده‌ای از ریـاضی ـ دانان‌ایرانی‌هریك به نحوی قضیهٔ مقدماتی (شمارهٔ۷/۸۵) راثابت کرده‌اند.دراینجا برهان **بیرونـی** را از کتاب «مقالید» ذکرمی کنم ومتذکر می‌شوم که **بیرونـی** برهان ساده‌تری دریك حالت خاص نیز برای این قضیه در کتاب «قانون مسعودی» (ص۳۵۴) ذکر کرده است .

اینك برهان بیرونی‌درحالت‌کلی (←«مقالید»ص۱۳)

فرض می کنیم که قوسهای AB وAC هریك ربع دایره‌ای عظیمه باشندو روی AB دونقطهٔ دلخواه MوN را اختیار کرده ازآنها دوقوس عظمیهٔ[۱] MP و NQ را برقوس AC عمودمی کنیم.می‌خواهیم ثابت کنیم که :

$$\frac{sin\widehat{AM}}{sin\widehat{MP}} = \frac{sin\widehat{AN}}{sin\widehat{NQ}}$$



(شکل ۱۱۴)

مرکز کره را O می‌نامیم وازنقاط MوN دودایرهٔ صغیره به موازات دایرهٔ عظیمهٔ AC رسم کرده[۲] فصل مشترك‌های آنها را با دایرهٔ عظیمهٔ BC به ترتیب نقاط E وF می‌نامیم.وازنقاط MوN عمودهای MG وNH را بر OB فرود می‌آوریم .

(۱)- مقصود دوقوس ازدودایرهٔ عظمیهٔ عمودبردایرهٔ عظمیهٔ AC است .

(۲)- این دودایرهٔ صغیره رامدارهای موازی با دایرهٔ عظمیهٔ AC می‌نامند.

واضح است که :

$$\begin{cases} OG = sin\overset{\frown}{AM} \\ OH = sin\overset{\frown}{AN} \end{cases}$$

سپس از نقاط G و H عمودهای GS و HT را بر شعاع OC فرود می‌آوریم و GE و HF را رسم می‌کنیم. خط GE هم در صفحهٔ مدار ME و هم در صفحهٔ دایرهٔ عظیمهٔ BC واقع است. وهمچنین خط OC هم در صفحهٔ دایرهٔ عظیمهٔ AC و هم در صفحهٔ دایرهٔ عظیمهٔ BC واقع است. وواضح است که OC||GE. وچون GS بر OC عمود است پس بر GE نیز عمود است. پس:

$$GS = sin\overset{\frown}{CE}$$

وچون $\overset{\frown}{CE} = \overset{\frown}{MP}$ پس:

$$GS = sin\overset{\frown}{MP}$$

و به‌دلیلی شبیه به این داریم: $HT = sin\overset{\frown}{NQ}$

اکنون در مثلث OHT که خط GS به موازات ضلع HT از آن رسم شده است داریم:

$$\frac{OG}{GS} = \frac{OH}{HT}$$

یعنی :

$$\frac{sin\overset{\frown}{AM}}{sin\overset{\frown}{MP}} = \frac{sin\overset{\frown}{AN}}{sin\overset{\frown}{NQ}}$$

وحکم ثابت است .

۷/۸۸ـ **تبصره**ـ اگر قوس AN ربع دایره باشد اندازهٔ قوس NQ مساوی با اندازهٔ زاویهٔ A خواهد بود و داریم :

$$\frac{sin\overset{\frown}{AM}}{sin\overset{\frown}{MP}} = \frac{1}{sin\hat{A}} \quad \text{و یا} \quad \frac{sin\overset{\frown}{MP}}{sin\overset{\frown}{AM}} = sin\hat{A}$$

یعنی: **درمثلث قائم‌الزاویهٔ** AMP (که زاویهٔ P از آن قائمه است) **نسبت سینوس یکی‌از اضلاع زاویهٔ قائمه به سینوس وتر آن مساوی است با سینوس زاویهٔ روبه‌رو به ضلع مذکور.**

این رابطه را امروزه درمثلث قائم‌الزاویهٔ کروی ABC($\hat{C} = ۹۰°$) چنین می‌نویسند:

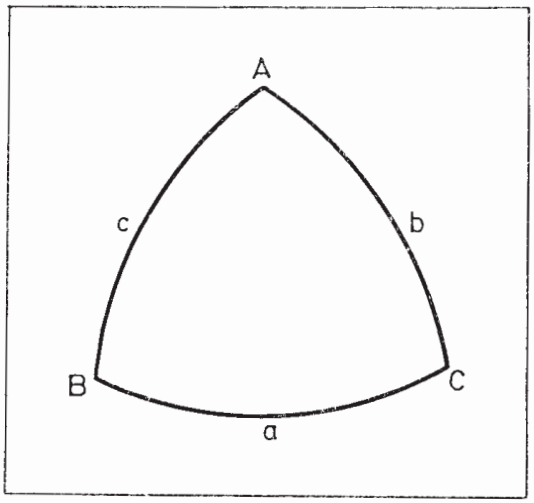
$$\sin a = \sin c \ \sin A$$

و

$$\sin b = \sin c \ \sin B$$

۷/۸۹ـ **حکم شکل مغنی درمثلثات کروی**ـ مقصود از «شکل مغنی» در مثلثات کروی قضیهٔ زیر است:

قضیه ـ درهرمثلث کروی جیبهای اضلاع با جیبهای زوایای روبه روی آنها متناسب می‌باشند (۱)



(شکل ۱۱۵)

یعنی اگر مثلث کروی ABC را درنظر گرفته و اضلاع روبه رو به زوایای A وB وC را به ترتیب a وb وc بنامیم داریم:

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}$$

(۱)ـ **ابونصرعراق*** درر‌سالهٔ «القسی‌الفلکیة» (ص۳) عنوان این قضیه را چنین بیان‌کرده است:

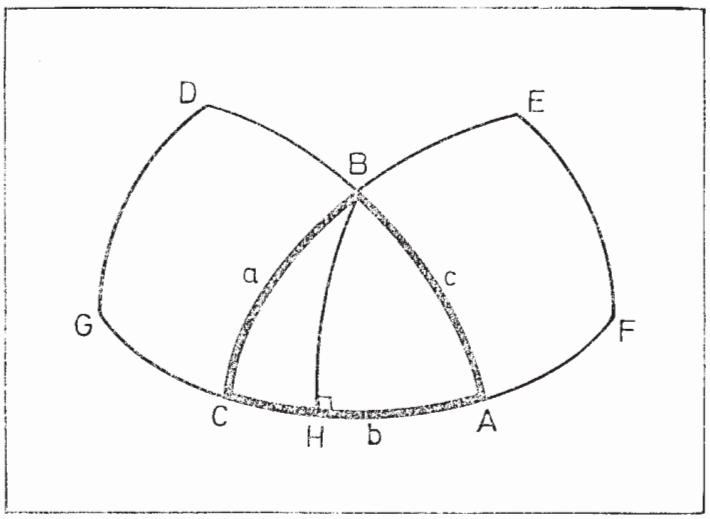
«اذاکان علی سطح‌کرة مثلث اضلاعه من‌اعظم‌الدوائر الواقعة علیها فان‌جیوب تلك الاضلاع مع‌جیوب‌القسی‌التی بمقدارالزوایا التی تؤتر فی‌المثلث متناسبة»

۷/۹۰ـ برهان بیرونی برشکل مغنی‌ـ بیرونی قضیهٔ فـوق را در کتاب «قانون مسعودی» (ص۳۵۵) با روشی شبیه‌آنچه‌درموردمثلث‌مسطح گفتم (ش۷/۸۱) ثابت کرده وحکم قضیه را چنین بیان کرده است :

«ثم‌نقول ان‌الامرفی‌المثلثات‌الکائنة من‌قسی دوایر عظام مشا کـل لماقـدمناه فـی‌المثلثات المستقیمة‌الاضلاع، وذلك‌ان‌جیوب‌اضلاع هـذه‌القسی تتناسب کتناسب جیوب‌الزوایا التی تقابلها کل‌واحدلنظیره»

واینك برهان او:

مثلث کروی ABC را درنظر گرفته اضلاع آن را که قوسهای دایرهٔعظمیه



(شکل ۱۱۶)

هستند a وb وc می‌نامیم (مطابق با شکل) می‌خواهیم ثابت کنیم که :

$$\frac{\sin a}{\sin A}=\frac{\sin b}{\sin B}=\frac{\sin c}{\sin C}$$

قوس AB را ازطرف B تا نقطهٔ D ادامه می‌دهیم تا قوس AD ربع دایره شود. به‌همین قسم قوس CB را ازطرف B تا نقطهٔ E ادامه می‌دهیم تـا CE ربع

دایره شود.

همچنین قوس AC را ازدوطرف ادامه می‌دهیم تا قوسهای CAF و ACG ربع دایره شوند. وازنقاط E وF یك قوس ازدایرهٔ عظمیه وهمچنین ازنقاطDوG یك قوس از دایرهٔ عظمیه می گذرانیم. واضح است که :

$$\text{اندازهٔ } \hat{A} = \text{اندازهٔ } \widehat{GD}$$

$$\text{اندازهٔ } \hat{C} = \text{اندازهٔ } \widehat{EF}$$

ازنقطهٔ B قوس دایرهٔ عظمیهٔ BH را بر AC عمود می کنیم. نظر بـه قضیهٔ مقدماتی‌شمارهٔ ۸۵/۷داریم:

$$\frac{\sin \widehat{AB}}{\sin \widehat{BH}} = \frac{\sin \widehat{AD}}{\sin \widehat{DG}}$$

و همچنین :

$$\frac{\sin \widehat{BH}}{\sin \widehat{BC}} = \frac{\sin \widehat{EF}}{\sin \widehat{EC}}$$

چون دوتساوی فوق را عضوبه عضو درهم ضرب کنیم حاصل می‌شود:

$$\frac{\sin \widehat{AB}}{\sin \widehat{BC}} = \frac{\sin \widehat{AD}}{\sin \widehat{DG}} \times \frac{\sin \widehat{EF}}{\sin \widehat{EC}}$$

اما چون قوسهای AD و EC ربع دایـره هستند سینوس آنها مساوی بـا واحداست. وازطرف دیگرواضح است که $\sin \widehat{EF} = \sin \hat{C}$ و $\sin \widehat{DG} = \sin \hat{A}$

پس تساوی فوق چنین نوشته می‌شود:

$$\frac{\sin \widehat{AB}}{\sin \widehat{BC}} = \frac{\sin C}{\sin A}$$

یعنی :
$$\frac{\sin c}{\sin a} = \frac{\sin C}{\sin A}$$

و یا
$$\frac{\sin c}{\sin C} = \frac{\sin a}{\sin A}$$

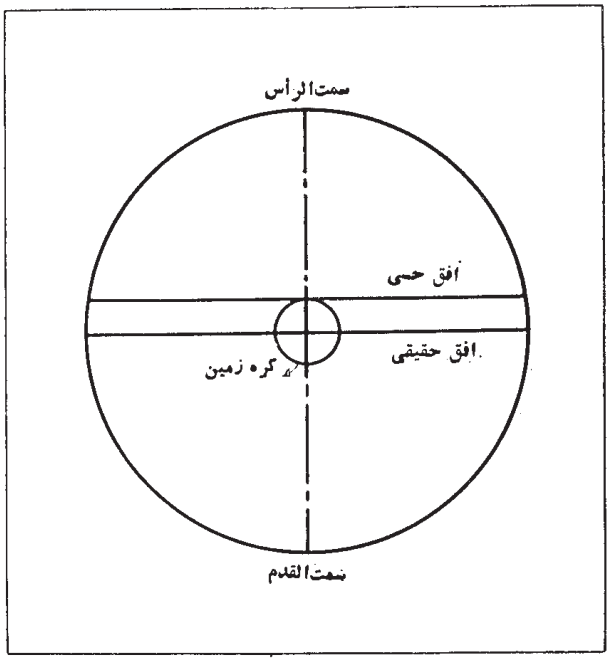
وتساوی $\frac{\sin b}{\sin B}$ با هریك ازنسبتهای فوق به همین طریق ثابت می‌شود .

۷/۹۱ـ **مقدمات‌شکل ظلی**ّ ـ چون آنچه را **بیرونی** دربارهٔ «ظل» و انواع آن در کتاب «قانون مسعودی» (باب هشتم ازمقالهٔ سوم) ودر کتاب«مقالید» (ص ۷) نوشته است بسیار فشرده می‌باشد، اینك مفاهیم مختلف وتعاریف لازم را جدا ازیکدیگر شرح می‌دهم تا فراگرفتن آنها آسان‌باشد. وخاطرنشان می کنم که آنچه دراین‌باره می‌نویسم ازنوشته‌های خود **بیرونی** در دو کتاب‌مذکور اقتباس شده است .

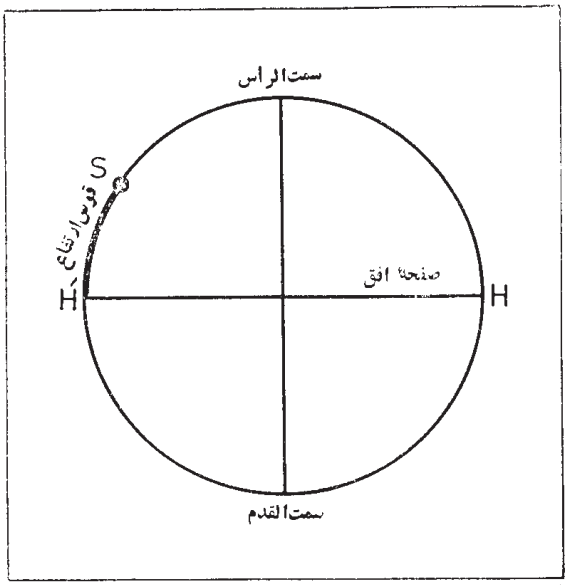
۷/۹۲ـ **افق حقیقی**ـ اگرمرکززمین را مرکز کرهٔسماوی فرض کنیم، **افق حقیقی** دایرهٔ عظیمه‌ای است از کرهٔ سماوی که دوقطب آن «سمت‌الرأس» و «سمت‌القدم» باشد .

۷/۹۳ـ **افق‌حسّی**ـ افق حسّی‌هرمکان‌دایرهٔ عظیمه‌ای است از کرهٔسماوی که صفحهٔ آن درآن مکان مماس برسطح کرهٔ زمین باشد .

بنا براین صفحات افق حقیقی وافق حسّی باهم موازی هستند و فاصلهٔ آنها ازیکدیگر مساوی با شعاع کرهٔ زمین است. ولی چون شعاع کرهٔ زمین در مقام



(شکل ۱۱۷)



(شکل ۱۱۸)

مقایسه با ابعاد سماوی ناچیز است این دو صفحه را بـرهم منطبق می‌انگارند.

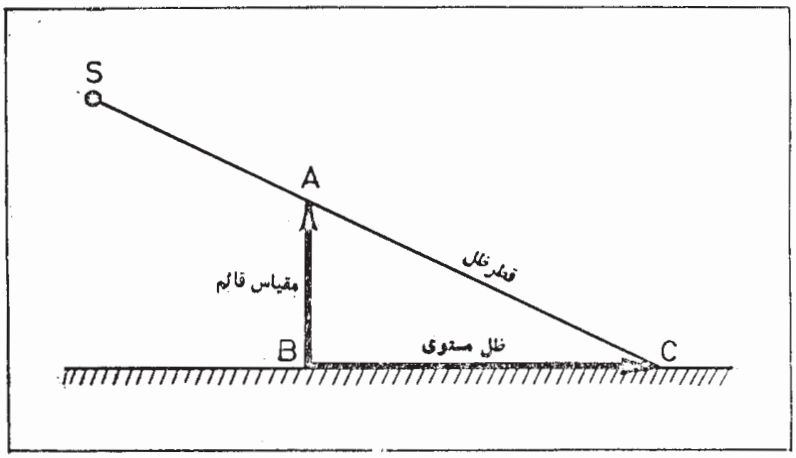
۷/۹۴ـ **دایرهٔ ارتفاع ـ قوس ارتفاع ـ** دایرهٔ ارتفاع هر ستاره در مکان وزمان معینی عبارت است از دایـرهٔ عظمیه‌ای از کـرهٔ سماوی که ازمرکز آن ستاره واز قطب افق یعنی از «سمت‌الرأس» بگذرد.

قوس ارتفاع هرستاره قوسی است ازدایرهٔ ارتفاع که بین صفحهٔ افـق و آن

ستاره قرار دارد.

۷/۹۵ـ **انواع ظل نزد قدما**ـ پیش‌ازبیان آنچه **بیرونی** دربارهٔ «ظل» گفته است، برای آنکه مطلب کاملا روشن شود، لازم است خاطرنشان کنم که قدما دونوع «ظل» یعنی «سایه» درنظرمی‌گرفته‌اند.

۷/۹۶ـ **ظل مستوی**ـ فرض کنیم که میلهٔ مستقیمی مانند AB داشته‌باشیم وآن را عمود برصفحهٔ افق مکان نصب کنیم. چون می‌خواهیم «ظل» یعنی «سایهٔ» این میله را برصفحهٔ افق موردبحث قرار دهیم طول این میله را **مقیاس** قائم و

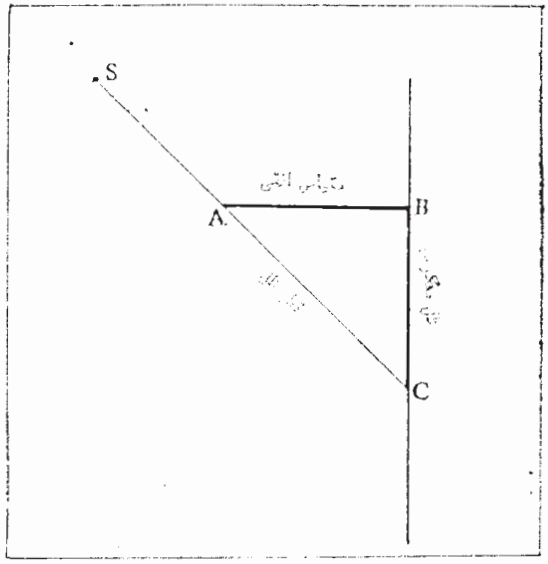


(شکل ۱۱۹)

نقطهٔ A را **رأس مقیاس** می‌نامیم. اکنون اگرمثلا خورشید در نقطهٔ S باشد، شعاعی که از S برأس مقیاس یعنی نقطهٔ A می‌تابد صفحهٔ افق را درنقطهٔ C قطع می‌کند.دراین صورت BC را **ظل مستوی** یا **ظل بسیط** یا **ظل مبسوط** نظیر مقیاس AB می‌نامند. دراین مقام پاره‌خط AC را **قطرظل** می‌گویند.

وجه تسمیهٔ این ظل به «ظل مستوی» یا «ظل بسیط» این است که این ظل برصفحهٔ افق واقع است.

۷/۹۷ـ **ظل معکوس**ـ اکنون اگر فرض کنیم که میلهٔ AB، یعنی «مقیاس»، عمود بر صفحهٔ دیوار قائمی نصب شده باشد (مقیاس افقی) شعاعی که از خورشید به رأس مقیاس یعنی نقطهٔ A می‌تابد صفحهٔ دیوار را در نقطهٔ C قطع می‌کند.



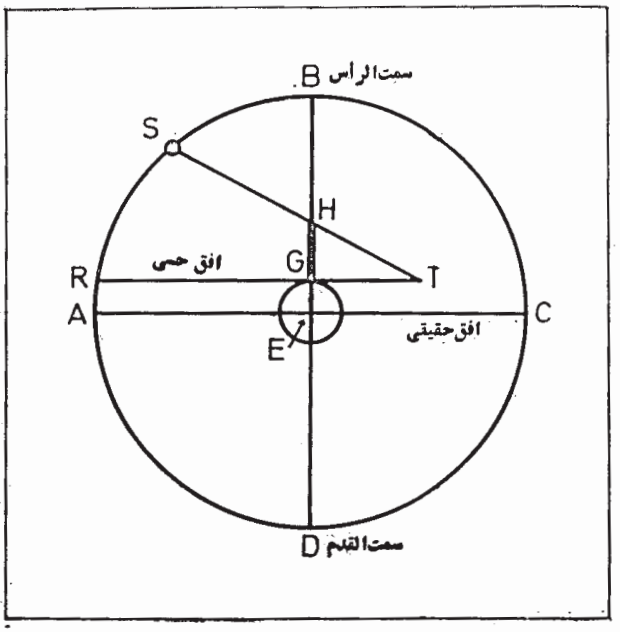
(شکل ۱۲۰)

دراین‌صورت BC را **ظل معکوس** یا **ظل منتصب** نظیر مقیاس AB می‌نامند. دراین مقام نیز پاره خط AC را **قطر ظل** می‌گویند.

وجه تسمیهٔ این ظل به **معکوس** این‌است که رأس ظل مطابق شکل در پایین نقطهٔ A قرار می‌گیرد.

۷/۹۸ـ **تعریف انواع ظل در آثار بیرونی**ـ

مقدمهـ پس از بیان این مقدمات باید دید **بیرونی** در تعریف ظل و انواع آن چه می‌گوید. آنچه دراینجا می‌نویسم از کتابهای «قانون مسعودی» (فصل هشتم ازمقالهٔ سوم، صفحات ۳۳۲ به بعد) و «مقالید» (صفحهٔ ۷ به بعد) تألیف **بیرونی** اقتباس شده است.



(شکل ۱۲۱)

فرض می کنیم درزمان معینی خورشید در نقطهٔ S باشد و **دایرهٔ ارتفاع** خورشید را دراین زمان رسم می کنیم ومرکز آن را E می‌نامیم. وقطری ازدایرهٔ ارتفاع خورشید را که درصفحهٔ افق حقیقی واقع است AC می‌نامیم وقطر BDرا برآن عمود می کنیم. بنابراین مطابق با شکل نقطهٔ B سمت‌الرأس و نقطهٔ D سمت‌القدم خواهد بود.

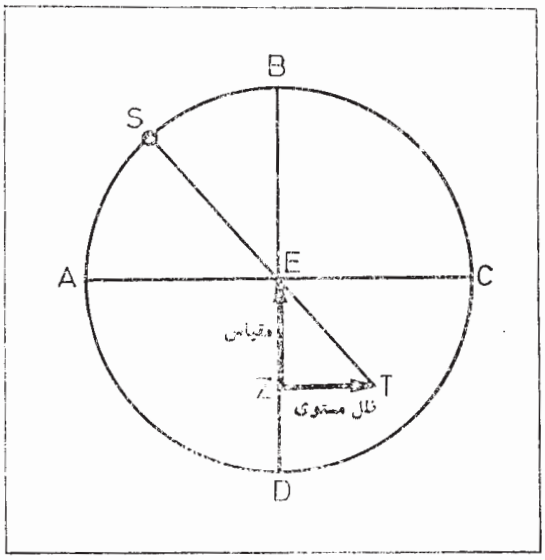
اکنون فصل‌مشترك خط EB (یعنی شعاعی که مرکزعالم را به‌سمت‌الرأس وصل می کند) را با سطح کرهٔ زمین نقطهٔ G می‌نامیم. (نقطهٔ G درواقع محل‌رصد روی کرهٔ زمین است) و از G خطی به موازات AC رسم می کنیم تا کرهٔ سماوی را درنقطهٔ R قطع کند. به‌این‌ترتیب خط GR درصفحهٔ افق حسی واقع می‌شود. دراین‌صورت‌ارتفاع خورشید قوس AS وارتفاع محسوس آن قوس RS است. اما، چون‌شعاع کرهٔ زمین‌درمقام مقایسه با ابعادسماوی ناچیزاست، قوس AR نیز بسیار

ناچیز می‌باشد .

حال اگر، مطابق شکل، GH را **مقدار مقیاس** بگیریم و «ظل‌مستوی» آن را برصفحهٔ افق حسی GT بنامیم، بنا به گفته **بیرونی** می‌توان از GE یعنی شعاع کرهٔ زمین صرف‌نظر کرد و نقطهٔ R را منطبق بر نقطهٔ A دانست و ظل‌مستوی نظیر مقیاس GH یعنی GT را برصفحهٔ افق حقیقی منطبق انگاشت .

۷/۹۹ـ **ظل مستوی و ظل منکوس ـ بیرونی** پس از بیان این مقدمات می‌گوید («قانون مسعودی» ص۳۳۳) :

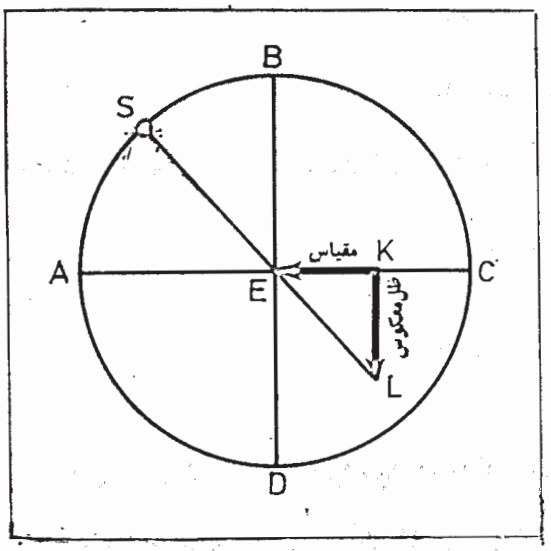
برای سهولت بیان رأس مقیاس را در نقطهٔ E (مرکز عالم) فرض می‌کنیم. و مقدار مقیاس را روی شعاع ED که عمود برسطح افق است پاره‌خط EZ می‌گیریم.



(شکل ۱۲۲)

واز Z خطی به موازات افق AC رسم می‌کنیم تا امتداد شعاع نورانی SE را در نقطهٔ T قطع کند، دراین صورت ZT **ظل مستوی** یا **ظل مبسوط** نظیر مقدار مقیاس EZ است و ET **قطر ظل** می‌باشد .

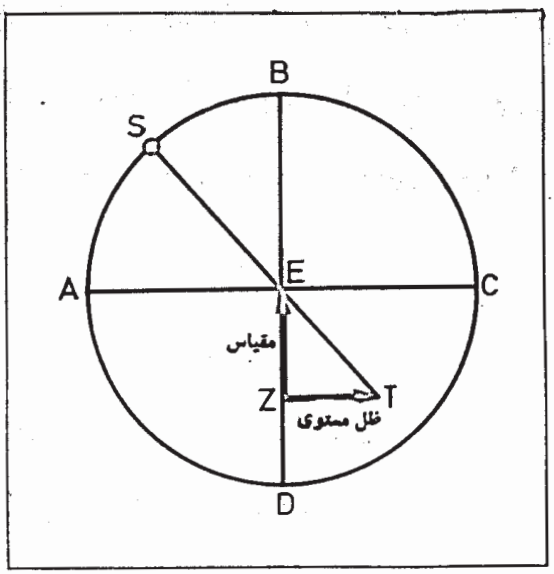
اکنون اگر به جای آنکه مقدار مقیاس را عمود برسطح افق بگیریم، آن را منطبق برصفحهٔ افق اختیار کنیم و EK را مطابق با شکل مقدار مقیاس بگیریم واز نقطهٔ K خطی عمود بر افق AC رسم کنیم تا امتداد شعاع نورانی SE را در نقطهٔ L قطع کند، دراین



(شکل ۱۲۳)

صورت KL **ظل معکوس** نظیر مقیاس EK است و EL **قطر ظل** می‌باشد.

بیرونی خاطرنشان کرده کرده است (مقالید، ص ۸) که هرجا مطلقاً از«ظل» گفتگوشود و صفت آن (یعنی بسیط یا معکوس بودن آن) ذکر نگردد مقصود «ظل معکوس» خواهد بود.



(شکل ۱۲۴)

۷/۱۰۰- رابطهٔ بین ظل بسیط وارتفاع خورشید- اندازهٔ ارتفاع خورشید، یعنی قوس AS را h می‌نامیم.وشکل مربوط به **ظل مستوی** رادر نظر می گیریم. اگر ازنقطهٔS عمود SN رابرافق AC فرودآورده از S نیزخطی به موازات AC رسم می کنیم تا قطر BD را در نقطهٔ M قطع کند. (شکل راکامل کنید) واضح است که :

$$SN = \overset{\frown}{AS} \text{ جیب قوس } = \sin h$$

و $EN = \overset{\frown}{AS}$ جیب تمام قوس $= SM = \cos h$

و مقدار مقیاس $= EZ$

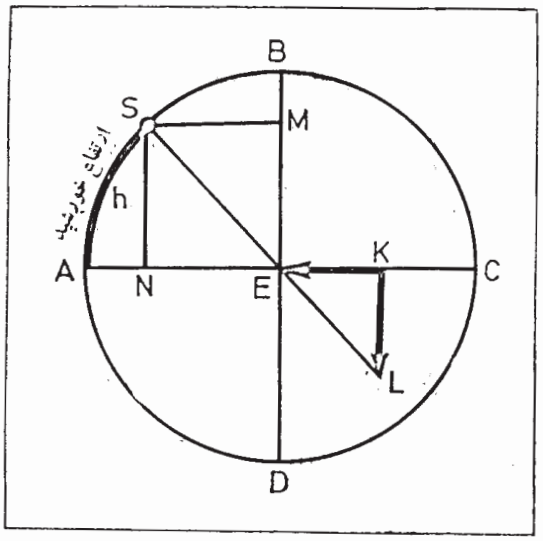
و ظل مستوی $= ZT$

اما دومثلث ETZ و SEN متشابه هستند وداریم :

$$\frac{SN}{EN} = \frac{EZ}{ZT}$$

یعنی :
$$\frac{\sin h}{\sin h} = \frac{\text{مقدار مقیاس قائم}}{\text{ظل بسیط}} \qquad (۱)$$

پس اگر ارتفاع h خورشید ومقدار مقیاس معلوم باشد ظل‌مستوی(یا بسیط) معلوم خواهد شد. وبرعکس اگرظل بسیط ZT ومقدارمقیاس معلوم باشد مقدار قطر ظل‌یعنی پاره‌خط ET را، که‌وتر مثلث قائم‌الزاویهٔ EZT است، می‌توان‌حساب کرد. وچون ES که‌جیب کل است معلوم‌می‌باشد (به قول **بیرونی** مساوی با واحد است) می‌توان SN یعنی جیب ارتفاع خورشید را از روی تناسب $\frac{SN}{ES} = \frac{EZ}{ET}$ حساب کرد .



(شکل ۱۲۵)

۷/۲۰۱ـ رابطهٔ بین ظل معکوس و ارتفاع خورشید ـ اگر باز ارتفاع خورشیدیعنی قوس AS را h بنامیم واین بار شکل مربوط به ظل معکوس را درنظر بگیریم.ومانند شمارهٔقبل عمودهای SN و SMرابه ترتیب بر ACوBD رسم کنیم باز دو

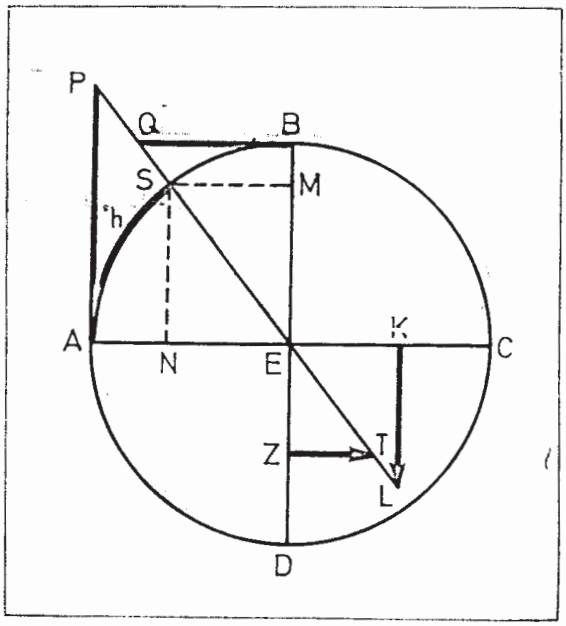
مثلث EKL و SME متشابه‌اند ومعلوم می‌شود که :

$$\frac{\sin h(=EM)}{\cos h(=SM)} = \frac{\text{ظل معکوس } (=KL)}{\text{مقیاس افقی } (=KE)} \qquad (۲)$$

اگردومقیاس افقی وقائم را متساوی اختیار کنیم ازرابطهٔ (۱) شمارهٔ قبل و رابطهٔ (۲) فوق معلوم می‌شود که ظل مستوی و ظل معکوس عکس یکدیگر هستند .

۷/۱۰۲ـ **تعمیم مفهوم ظل ـ ظل یك قوس دایره ـ** دیدیم که تا اینجا فقط ازظل (بسیط یا معکوس) نظیر یك مقیاس گفتگو به‌میان آمد ومقیاس هم پاره خطی راست اختیار شد .

بیرونی (شاید به پیروی از **ابوالوفای بوزجانی** *) گفته است که‌چون مقیاس اختیاری است و به چیزی بستگی‌ندارد، اگر شعاع دایره را به منزلهٔمقیاس اختیار کنیم، می‌توان‌مفهوم ظل را برای قوس دایره نیزتعریف کرد، و با این‌تعمیم مفهوم ظل، می‌توان ظل یك قوس وجیب آن را ازروی دیگر بدست آورد.



(شکل ۱۲۶)

روی دایرهٔ به مرکز E و به شعاع EA قوس AS رادرنظر گرفته قطر AC وقطرBD عمود برآن رارسم‌می کنیم. واز نقطهٔ A مماسی بردایره رسم کرده شعاع ES را امتداد می‌دهیم تا مماس مرسوم را درنقطهٔ P قطع کند. وازنقطهٔ B خطی به‌موازات قطر AC رسم می کنیم تا EP را

درنقطهٔ Q قطع کند. اکنون ظل معکوس وظل بسیط وقطرهای آنها را در مورد قوس AS به طریق زیر تعریف می کنیم :

ظل معکوس قوس AS = AP

ظل بسیط قوس AS = BQ

قطر ظل معکوس قوس AS = EP

قطر ظل بسیط قوس AS = EQ

اکنون اگرمقیاسهای قائم و افقی را که‌درشکلهای قبل درنظر گرفته بودیم با هم مساوی اختیار کرده آنها را روی شکل فوق نیز رسم کنیم مثلثهای LEK و SEN وPEA با هم مشابه خواهند بود وخواهیم داشت :

$$\frac{AP}{EA}=\frac{NS}{EN}=\frac{KL}{KE}$$

یعنی :

$$\frac{\text{ظل معکوس مقیاس افقی}}{\text{مقیاس افقی}}=\frac{\text{جیب قوس AS}}{\text{جیب تمام‌قوس AS}}=\frac{\text{ظل معکوس قوس AS}}{\text{شعاع دایره}}$$

همچنین مثلثهای TEZ و SEM و QEB متشابه خواهند بود و خواهیم داشت :

$$\frac{EB}{BQ}=\frac{EM}{SM}=\frac{EZ}{ZT}$$

یعنی :

$$\frac{\text{مقیاس قائم}}{\text{ظل‌بسیط مقیاس قائم}}=\frac{\text{جیب قوس AS}}{\text{جیب تمام‌قوس AS}}=\frac{\text{شعاع دایره}}{\text{ظل بسیط قوس AS}}$$

ملاحظه می‌شود که اصطلاحات «تانژانت» و«کتانژانت» که امروزه به‌کار می‌بریم‌درست معادل بااصطلاحات «ظل معکوس» و«ظل بسیط» هستند که **بیرونی**

به‌کار برده و اگر شعاع دایره را واحد بگیریم (چنانکه بیرونی گرفته است) و قوس AS را h بنامیم روابط فوق را می‌توان چنین نوشت :

$$tgh = \frac{\sin h}{\cos h}$$

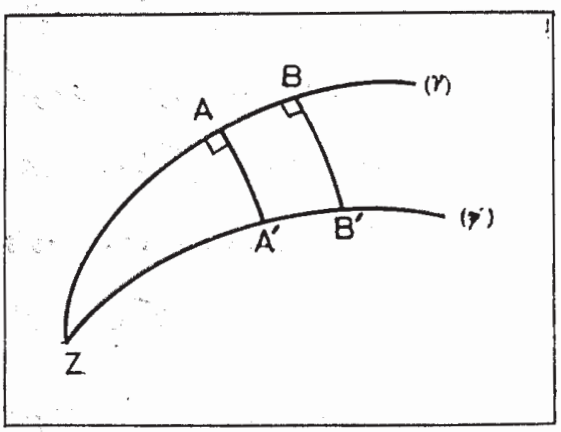
و

$$cotgh = \frac{\cos h}{\sin h}$$

۷/۱۰۳ـ **حکم‌شکل ظلی** ـ مقصود ازشکل ظلی قضیهٔ زیراست[۱].

قضیه‌ـ هرگاه، درسطح کره، دودایرهٔ عظیمه(γ) و(γ') یکدیگررادر نقطهٔ Z به زاویهٔ حاده قطع کنند وروی یکی ازآنها دونقطهٔ دلخواه A و B را اختیارکرده ازآنها،دو قوس دایرهٔ عظیمه عمود برهمان دایرهٔ (γ) اخراج کنیم تا دایرهٔ دیگر(γ') را د نقاط A′ وB′ قطع کنند داریم:

$$\frac{\sin \widehat{ZA}}{\sin \widehat{ZB}} = \frac{tg\ \widehat{AA'}}{tg\ \widehat{BB'}}$$



(شکل ۱۲۷)

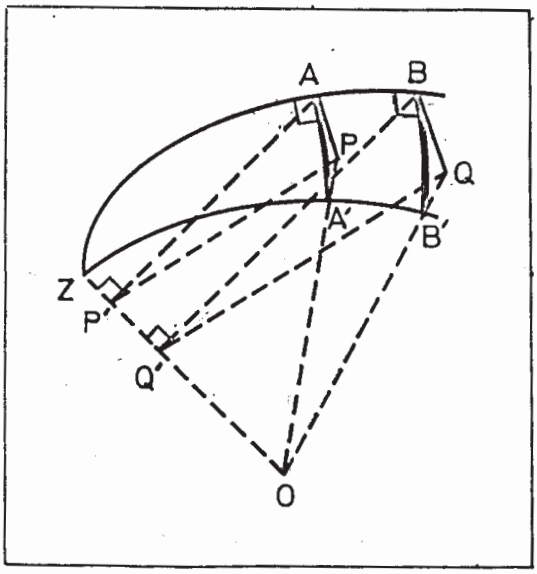
چون قوسهای عظیمهٔ AA′وBB′ که عمود بر دایرهٔ (γ) هستند میلهای ثانی[۲] قوسهای ZAوZB نسبت به‌دایرهٔ (γ') هستند می‌توان قضیهٔ فوق را چنین نیز بیان کرد :

(۱)ـ رجوع‌کنید به «مقالید» ص ۸

(۲)ـ رجوع‌کنید به شمارهٔ ۷/۸۴کتاب‌حاضر

درسطح کره نسبت جیبهای د-قوس ZA و ZB از یك دایرهٔ عظیمه مساوی است بانسبت ظلهای دومیل ثانی آنها نسبت به دایرهٔ عظیمهٔ دیگری که ازنقطهٔ Z بگذرد وبا دایرهٔ عظیمه ZAB زاویهٔحاده تشکیل دهد.

۷/۱۰۴ـ **مخترع شکل ظلی- بیرونی** اختراع«شکل‌ظلّی» رابلامنازع از **ابوالوفای بوزجانی** * دانسته ونوشته است که‌این قضیه ازجهت مورداستعمال آن درعلم‌هیأت بسیار مهم است(۱) . با درنظر گرفتن‌وقوف کاملی که**استاد بیرونی** به تاریخ ریاضیات زمان خود داشته،واینکه **ابوالوفای بوزجانی** * معاصر وی بوده‌است، تردید نمی‌توان داشت که مخترع «شکل‌ظلی» **بوزجانی** بوده مضافاً به اینکه هیچکس درآن زمان مدعی اختراع این‌شکل نبوده است .



(شکل ۱۲۸)

۷/۱۰۵ـ **برهان‌شکل‌ظلی ازابوالوفای‌بوزجانی**ـ ازنقاط A وB دوخط عمود برصفحهٔدایرهٔ عظیمهٔ ZAB اخراج کرده‌مرکز کره را O می‌نامیم وO را به A′وB′ وصل کرده امتداد دهیم تا دو عمود مذکور را در نقاط PوQ قطع کنند واز نقاط PوQ عمودهای PP′ وQQ′ را برشعاع OZ فرود می‌آوریم.و پاره خطهای AP′ و BQ′ را رسم می کنیم. واضح است که :

(۱)- رجوع‌کنید به «مقالید» ص ۸ سطرهای ۱۰ و۱۱

$$AP = tg\widehat{AA'} \quad و \quad AP' = sin\widehat{ZA}$$

$$BQ = tg\widehat{BB'} \quad و \quad BQ' = sin\widehat{ZB}$$

چون دوخط $P'P$ و $Q'Q$ با هم موازیند و $AP \| BQ$ پس :

$$\overset{\wedge}{BQQ'} = \overset{\wedge}{APP'}$$

و چون $\overset{\wedge}{PAP'} = \overset{\wedge}{QBQ'} = ۹۰^\circ$ پس دو مثلث $P'PA$ و $Q'QB$ متشابه‌اند و بنابراین :

$$\frac{AP'}{BQ'} = \frac{AP}{BQ}$$

یعنی :

$$\frac{sin\widehat{ZA}}{sin\widehat{ZB}} = \frac{tg\,\widehat{AA'}}{tg\,\widehat{BB'}}$$

و حکم ثابت است .

۷/۱۰۶ـ **تبصره‌ـ** اگرقوس ZB ربع دایره باشد،اندازهٔ قوس BB' مساوی با اندازهٔ زاویهٔ Z می‌شود ورابطهٔ فوق به صورت زیر درمی‌آید :

$$\frac{sin\widehat{ZA}}{۱} = \frac{tg\,\widehat{AA'}}{tg\hat{Z}}$$

یعنی: **درمثلث قائم‌الزاویهٔ کروی سینوس یکی از اضلاع زاویهٔ قائمه مساوی است بانسبت تانژانت ضلع دیگر به تانژانت زاویهٔ روبه‌رو به همین ضلع.**

امروزه این رابطه را در مثلث کروی قائم‌الزاویهٔ $\overset{\wedge}{ACB}$ $(C = ۹۰^\circ)$ به صورت زیر می‌نویسند :

$$sin b = tg a . cotg A$$

و

$$sin a = tg b . cotg B$$

۷/۱۰۷ـ **حل مثلثهای کروی در کتاب «مقالید»**ـ چنانکه پیش‌ازاین‌هم گفتم برای بحث‌کامل دربارهٔ محتویات کتاب «مقالید» باید کتاب جداگانه‌ای نوشت. دراینجا به ذکر مطالب مهمی که **بیرونی** دربارهٔ حل مثلثهای کروی گفته است اکتفا می‌کنم. کسانی که بخواهند دراین‌باره تحقیقات بیشتری به‌عمل آورند می‌توانند به صفحات ۱۳ تا ۲۱ کتاب «مقالید» که درپایان همین بخش از کتاب حاضر به چاپ رسیده است مراجعه کنند.

۷/۱۰۸ـ **تقسیم بندی مثلثهای کروی ـ بیرونی** برای حل مثلثهای کروی فقط مثلثهایی‌را درنظر گرفته که هریك‌از اضلاع آنها کوچکتر از نیمدایره باشند،وابتدا مثلثهای کروی را برحسب نوع زوایای آنها مطابق با جدول مقابل به ده نوع تقسیم کرده است.

درحالتهای اول و دوم و سوم سه زاویهٔ مثلث باهم مساوی یعنی یا هرسه حاده ویا هرسه قائمه ویا هرسه منفرجه هستند

درحالتهای چهارم و پنجم دوزاویه حاده وزاویه سوم یاقائمه ویا منفرجه است.

درحالتهای ششم وهفتم دو زاویه ازمثلث قائمه وزاویهٔ سوم

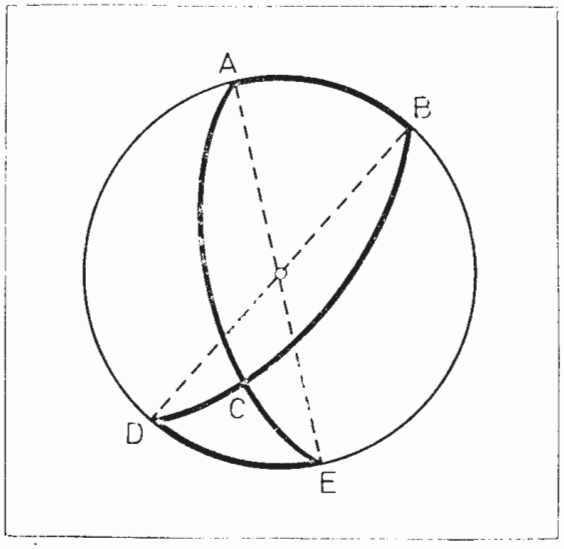
	زاویهٔ A	زاویهٔ B	زاویهٔ C
۱	حاده	حاده	حاده
۲	قائمه	قائمه	قائمه
۳	منفرجه	منفرجه	منفرجه
۴	حاده	حاده	قائمه
۵	حاده	حاده	منفرجه
۶	قائمه	قائمه	حاده
۷	قائمه	قائمه	منفرجه
۸	منفرجه	منفرجه	حاده
۹	منفرجه	منفرجه	قائمه
۱۰	حاده	قائمه	منفرجه

آن یا حاده ویا منفرجه است .

درحالتهای هشتم ونهم دو زاویه ازمثلث منفرجه وزاویهٔ سوم آن یا حاده و یا قائمه است .

بالاخره درحالت دهم زوایای مثلث یکی حاده ویکی قائمه و یکی منفرجه است .

سپس **بیرونی** نشان داده است که حالتهای اول وهشتم با هم وحالتهای سوم وپنجم با هم وحالتهای چهارم ونهم با هم ازلحاظ حل مثلث یکسان هستند. به این معنی که اگر مثلث کروی ABC را درنظر بگیریم و هریك از اضلاع ACوBC آن را تا نیمدایره کامل کنیم تا مثلث CDE به دست آید،ومثلث CDE را عکس مثلث ABC بنامیم، مثلا مثلث حالت اول عکس مثلث حالت هشتم خواهد بود وحل آنها به یك مسأله منجر می‌شود .



(شکل ۱۲۹)

به عبارت دیگر اگر مثلث ABC ازنوع اول باشد،یعنی سه زاویهٔ آن هر سه حاده باشند مثلث عکس آن یعنی CDE ازنوع هشتم خواهد،بود یعنی دو زاویهٔ آن منفرجه ویك زاویهٔ آن حاده خواهد بود، ودراین دوحالت حل‌مثلث به یك مسأله منجر می‌شود .

همچنین مثلثهای حالتهای سوم وپنجم عکس یکدیگر و مثلثهای حالتهای

چهارم و نهم نیز عکس یکدیگرند .

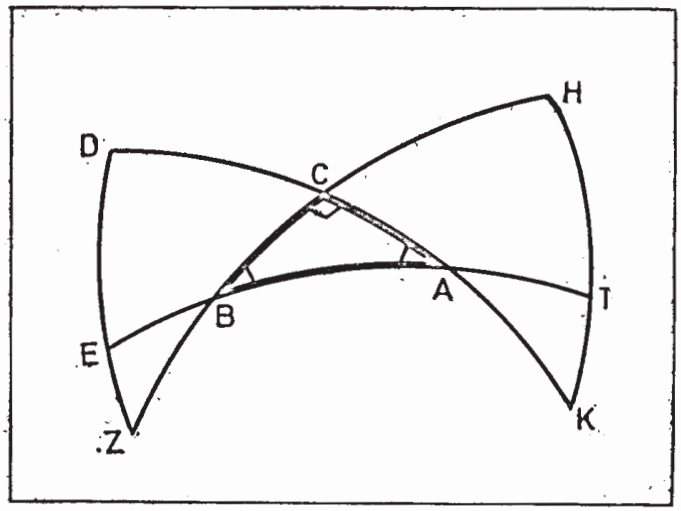
بنابراین برای حل مثلث کروی کافی است فقط حالتهای زیر را در نظر بگیریم:

نوع اول: مانند (نوع هشتم)	سه زاویه حاده ـ یا دوزاویهٔ منفرجه ویك زاویهٔ حاده
نوع دوم	سه زاویهٔ قائمه
نوع سوم: مانند (نوع پنجم)	سه زاویهٔ منفرجه ـ یا دوزاویهٔ حاده ویك زاویهٔ منفرجه
نوع چهارم: مانند (نوع نهم)	دوزاویهٔ حاده ویك زاویه قائمه ـ یادوزاویهٔ منفرجه ویك زاویهٔ قائمه
نوع ششم	دوزاویهٔ قائمه ویك زاویهٔ حاده
نوع هفتم	دوزاویهٔ قائمه ویك زاویهٔ منفرجه
نوع دهم	یك زاویهٔ حاده ویك زاویهٔ منفرجه ویك زاویهٔ قائمه

۷/۱۰۹ـ چگونگی حل مثلث کروی درحالات فوق ـ سپس بیرونی

ابتدا انواع دوم وششم وهفتم را که هریك دست کم دوزاویهٔ قائمه دارند وحل آنها ساده است مورد حل و بحث قرارداده است .

آن‌گاه به نوع چهارم پرداخته یعنی مثلث کروی را که زاویهٔ C از آن قائمه وزوایای دیگرش حاده هستند حل کرده است. برای این‌کار مطابق باشکل زیر هریك ازاضلاع مثلث را تا ربع دایره ادامه داده ودو دایره یکی به قطب A و



(شکل ۱۳۰)

یکی به قطب B رسم کرده تا امتداد اضلاع را قطع کرده‌اند. بـه ایـن ترتیب دو «قطّاع» ADZB و BHKA به دست می‌آید که هریك از آنها از تقاطـع چهار ربع دایره پدید آمده است. به قسمی که :

اندازهٔ قوس DE = اندازهٔ زاویهٔ A

اندازهٔ قوس HT = اندازهٔ زاویهٔ B

و در حالتهای مختلف ، مثلث قـائم‌الزاویهٔ ABC ($\hat{C}=۹۰^\circ$) را بـرحسب آنکه دوزاویهٔ غیر قائمه ویا یك ضلع ویك زاویهٔ غیرقائمه از آن معلوم باشند با استفاده ازشکل فوق حل کرده است .

آنگاه به انواع اول وسوم ودهم پـرداخته وحل آنها را مـوردبحث قـرار داده است .

۷/۱۱۰ـ **تبصره-** این مطلب جالب توجه است که **بیرونی** در این مبحث دستور **ترکیب** شش شیء را دو به دو یعنی به اصطلاح امروزی دستور $C_6^2 = \frac{6 \times 5}{1 \times 2} = 15$ را به‌کار بسته و برای آن اصطلاح «القرانات الثنائیه فی الاعداد الستّه» را استعمال کرده است (۱).

(۱)- رجوع کنید به «مقالید» ص۱۶- ونیز رجوع کنید به یادداشت شمارهٔ ۳ ذیل صفحهٔ ۲۱۷ کتاب حاضر. درآنجا بیرونی همین دستور را به‌کار برده است .

ضمیمهٔ بخش هفتم

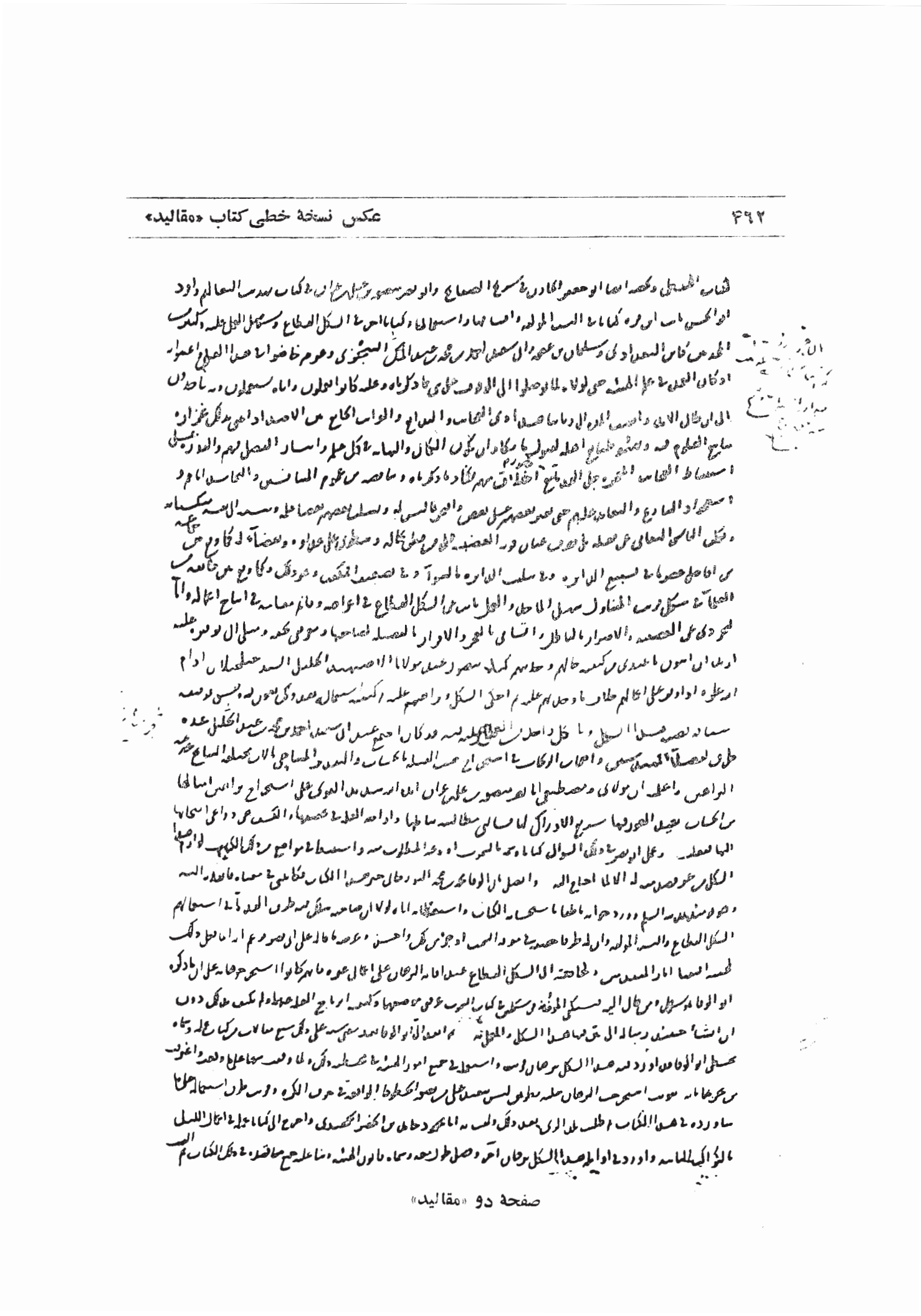
(عکس صفحات نسخهٔ خطی منحصر به‌فرد کتاب مقالید علم الهیئة)

ازروی نسخهٔ خطی مجموعهٔ شمارهٔ ۵۹۷/۲۳ کتابخانهٔ مدرسهٔ عالی سپهسالار تهران
(فیلم شمارهٔ ۳۵۹۷ کتابخانهٔ مرکزی دانشگاه تهران)

صفحهٔ خطی مقالید علم الهیئة

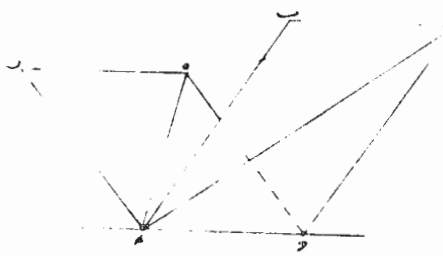
بسم الله الرحمن الرحیم کتاب مقالید علم الهیئة ما محدث به سیّد اسعد الکره خلاصة الافکار محمد بن احمد البیرونی
تاصهید الحسن الحلیلی ادام الله تأییده و حوشناه ای العباس مرزبان بن رستم بن شروین مولی امیر المومنین
حبل العلوم علی حسب ما احسن الیها و احث علی صاحبه علی اظهارها و التصریح بعرره عند المحبوب و ادا الصحیح و داعی الحکمة
الطبیعیة ما حث کل سکن علی صانع و اداد لصالح بحسب الکلیة و علوم العبودیة الابدیة سال و کل ما امرت علی ریاضة
الحکمة و صالی الوداد نفسی مولانا الاصبهبد الحلیل السعید حسلیلان و فقه الله تعالی لعلم ما سداد مدته
و حرس لاحته الایام و ادام علی ما یرید و یساعد دولته و قد اتعاب ان دلک موجب لی و لموالی و الکرام ایای و لوقوع علی بعض ما
و عدنا ما لکرة و عز استعفای سائله سلفه بل الی العام فوعده علی سعة و ان اخلفه سنة قولا اعاد او ادام اعلوه
مالکی رای ما یشاء و ان کنت و لیس بحسن فی طریقة العمل الذی عوعدا جمیع الاستاذین بسبب سکن الاول طرده عن لکنه لزم
النعد العام علی قدر الوسع و الامکان سوآ طول به او لطاب ان و لما کان دکر مولانا الاصبهبد الحلیل السعید ادام
الله دولته اقرب الی حصل الورد و صفة المطالوب اصلح علی ما جری و سلک معانیه المواد الاول رتبلی و کان هو صعوبة
الحسن و بجنبه اول الحصل من الاسر و صعوبة حصول العلم و صنع الحکمة و تقلب الطبائع بحیح الاداب و سیلة الالباب احب الله
فداه الوحب لعرضها و ان کان فی نفسی فصل فی کره و ما عسی ان یرد ایع العلم لصعوبة و دوره و لکل الاعمال بالنیات و کل عمل
علی سائلة فاجبت طواعیة المعوره فقلت سوء الملکل الذی لزی یسعی بلوازمه عن الکل اقطاع الذی لا عاصة علی الله
و الی رضی الله و صانع فصل و جوه الطباع سطاعة و ذکی و لیسوء و سوء مصوله و ماده و الحال فصل و الحصل و سعی فاطلة
و صعوبة علی حرصه و طوله و سیاه الکتاب

اول الدواء اقطام اداما طلب علی السطح الکره عدت سما الکل بحلقه و کره الآت سکلی سما المیاه
و الاهوی و صعد الماری و اعلاه الطباق و سی الام و الطالی و الارماعاس و الاقطاطاس و الحوض و سطالها و معادن الدوا
الفلسفة ما حلاق صانع عدن الدواب و نسبال حوله الدار بعضها بعض و استواع الحیوان من المعلوم سما سبل الا بحصل الیه
بر حوسها و الوجع ة و کل ال سکل ملعب بالقطاع و حوس سی حطام علی سدط الکره مصاطحه و حرج کل احس سما سی بعطاعه
الاهوی و دو کره رطلوس فی النوع الثانی عشر من المقالة الاول من کتاب المطالی و حمل الصانع کتاب الکرة لما لاوس و هو الذی
رمان و السعد الواجبة عند القطاع سالف من التنبیه فصلها سه معادرسه اسی سها کسه اعوس مشاء سه اسالس
و راد فی سرعه و منع الحل فی اقسامه ابو العباس الفضل ارجانم النیریزی و ابو جعفر محمد الحسن الکارزی فی سوح کل احل سها

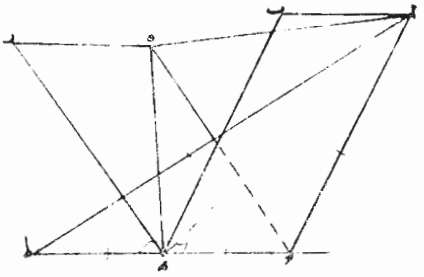


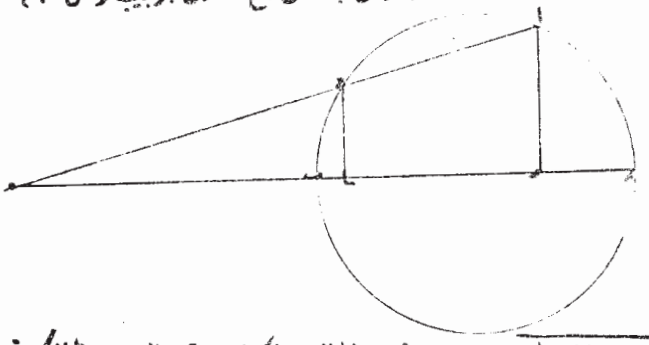
با حسن کوشنا بن سان قبل ما عمل کتاب قدم به شکل ما ذکره ابو محمود وسماه یعنی بعض الشکل القطاع وشرح
ما ذکره المشار علیه المقالة الثالثة من کتاب المجسطی مسلمة ان یکشف العمل الذی یستعمل به الشکل بسبب الا واحد به بسطة غیر موقوفة ولا
مقادیر من اجله ولیس کما یتصور هؤلاء المتصورة هذا العمل لا بسط علیها ما ترکب المؤلف فاما ابو نصر فانه علی بجل اخوانه علمیته
وشاهدتی بما یشد تعالی لتقدم الریاضی وعلی تحصل ما جوحاصل ما فراسه من الکتب واملاه علی جمیع ما یستخرجه ویستنبطه
دربره علی ادعاء ما لغیره لنفسه والصاقه من المناقض الی ذلک وقد عثرت فیما بالانساب الی العلماء بعضهم دون بعض مرتبة من غیر
ان یلمنه لاحدهم ودع عراره علم ادبه وذکاء فهمه وعجب فرنه صبح علیه لست اتهمه باحد هذا الشکل من غیره بل لا استجیز لنفسی
ان یخطر ذلک به ما قد مت من حسن ظنی به وما زاحب به وقت المطالبة بما وکاحه الیه واما ابو الوفاء فلم اشاهده ولم اقف من
اسبابه علی صل ما وقعت علیه لغیره کنی الحق منه حیث رای فی کتاب السموت سکلس بوجه ان الی ما فاخر به صاحبه معانی فضلها
وضاسم فلیس کان افتخاره بالشکل المذکور فقد عاد من شذ لغیره من به به مصرحا فی اوله ان یکن معرفة ما ذکرس الکریات
فی احد طرفی سمت القبلة بطریق اخر سوی التی سالف فی الشکل القطاع وفی اخره انه قد انتج من ذلک طرق معرفة المیول
والمطالع سوی الذی فی شکل رسس بالشکل القطاع ولئن کان افتخاره بما ذکرناه طریقة فی سمت القبلة فانی بثین بدیع غیرها مما فی
زیج حبش کما سبق بیانه ثم یزید علیه ان هذا العمل اقساما مرتبة فی عده فصول ولم یغیر سوی العبارة عن الطول المعدل بعدیل الطول
وطی عرض المعدل بعدیل عرض علی ما ذکرته فی اجتهاده وسهوه ولست اتخطی علیه الا الذی لم یتق بفضله من
الصلف الکاذب فقبیح به جدا ان یفاخر من اخترع فی سمت القبلة ما اخترع فی کتاب السموت واما ابو محمود فقد ذکر انه
السابق الیه وان اباالوفاء اخذه عنه ان کان ذکره ومن لم یعلم الحقیقة مع اختلاف براعتهما علی ما حکیته عنهما وقد شاهد
بعضها وکل واحد منهما ممتاز الی الجلالة المعادیة مع صاحبها فلا مزیة السبق لکلیهما ممکن واما کوشیار فقد اعترفت عند حضوره
الی بخوارزم ان لیس عنده الا التهذیب والایجاز البدیع فیه حقائق ما عنت من اخبارهم بذلک فعود الان الی انجاز الوعد
واقدم قبل ذلک من مقدماتهم ما یحتاج الیه فیما بعد.

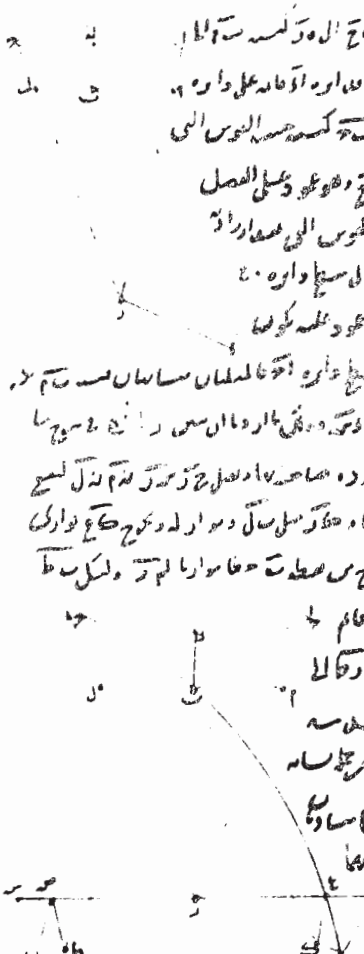
مقدمة قدمها ابو نصر عراق للشکل القطاع فی کتابه اذا اخرج من نقطة علی احد خطین مستقیمی
الخطوط شقا طعین عمودان احدهما الی السطح الاخر وان فی الفصل المشترک السطحین فان الخط الواصل من موقعی العمودین عمود ایضا
علی الفصل المشترک فی السطح الذی وقع علیه احد العمودین الاولین مثاله

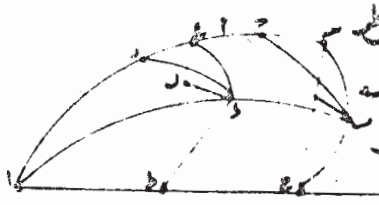


سطحی اب جد ، ده ز المختلفین متقاطعا علی ح ز وهو الفصل المشترک
لهما وخرج من نقطة آ التی علی سطح ، ده ز عمود آ ح علی خط ح ز
فاقول ان الخط الواصل بین نقطتی ، ح عمود علی خط ح ز فانا
ان الخط الواصل بین سطحی ، ح عمود علی خط ح ز برهانه انا نعلم
خط ح ز نقطة سوی نقطة ح کیفما اتفقت فلتکن نقطة ط ونصل آ ط
، ح فخط آ ط یقع فی آ ح ، ح لان آ ح عمود علی سطح ، ح ز وایضا

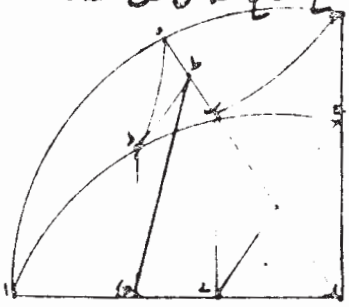




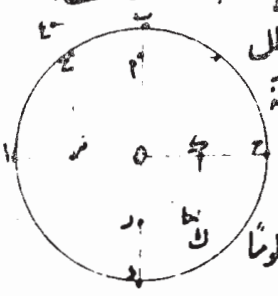


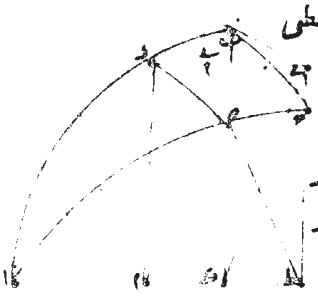


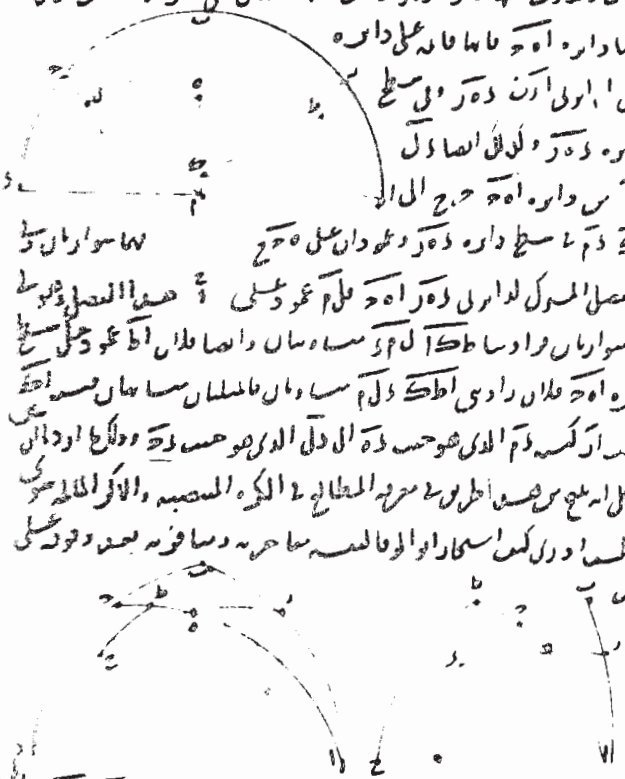


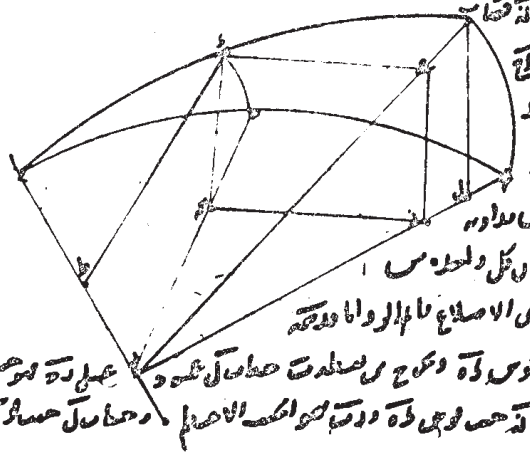


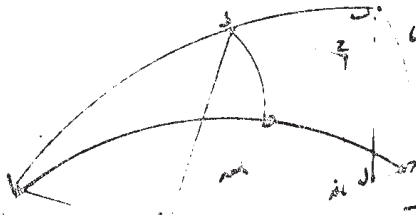


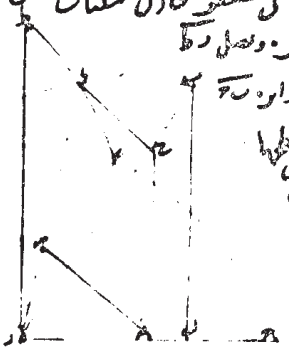


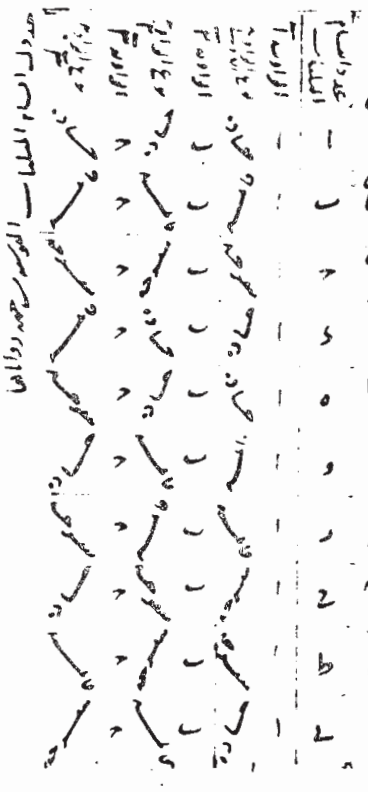






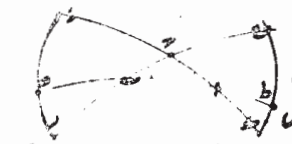


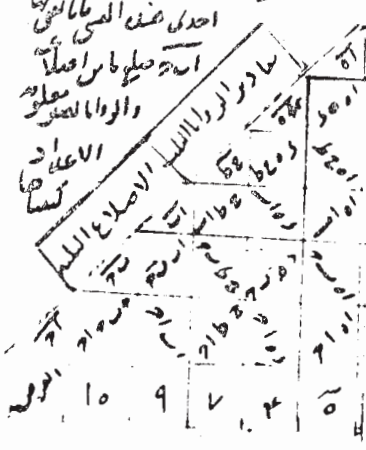




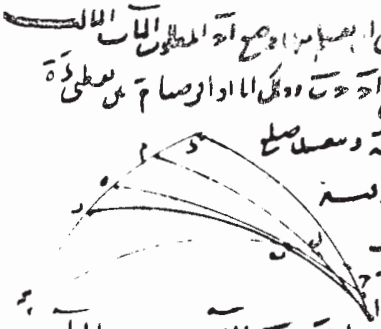
تبصرة هذه الاقسام لتعريف ولتحصل مثلث اح ك الكائن من ثلثي عظام مساوية لما في صفحة الاسطرلاب
القسم الاول ان يكون كل واحد من زوايا آ ح د حادة وضلوعها كلها اصغر من ربع دائرة فان
كل واحد من اقواسها اما واحد من اعلى مطلق د ة وهو ظاهر عند اصحاب الاصل من ربع دائرة فان زاوية آ ح د
يكون اقصر من زاوية نصفها معدار ربعها اعني د ة عن معدار القائمة وكل واحد من زوايا
ت ة ح صلعاها الضلعان بما كان فهو مع ضلعها من معدار ربعها اقل من ربع دائرة ما عدا القسم الثاني ان يكون كل واحد
من زوايا آ ح د حادة وضلوعها كلها من كل واحد من اضلاع آ ح د ح اقل من ربع دائرة ما عدا وكل واحد من قوسي
آ ح د عظما للدائرة الى منتهى الضلع المقابل لها ويكون ذلك محدودا بالمثلث الذي سطح حده الاول القسم الثالث ان يكون
كل واحد من زواياه آ ح د منفرجة وضلوعها كلها اصغر من ربع دائرة ما عدا وكل واحد من ضلعي
الزاوية المنفرجة اعظم من ربع دائرة وهو ظاهر عند اصحاب الاصل فان كل واحد من ضلعي
ذلك الضلع المقابل اقل من نصف دائرة فهو مع زاوية د آ ح وكل واحد من نصف دائرة وهي كاسة زاوية
د آ ح ت كل واحد منهما حادة وضلوعها كلها ان يكون كل واحد من زواياه آ
ح د مثلث اح ك منفرجة وضلوعها على مطلق آ ح د نصف دائرة آ ح ط فان على مطلق
دائرة ت ح د فليكن زاوية ه ز ك فانه نصف حد ان كاسة زاوية
ه ز ك منفرجة وضلوعها كلها اصغر من ربع دائرة ما عدا القسم
الرابع ان يكون كل واحد من زواياه آ ح د حادة وضلوعها ان يكون كل واحد من ضلعي آ ح د اقل من
ربع دائرة لانها لو كانا ربعي كاسة مطلق ح ط دائرة آ ح د كانا ربعي دائرة ط ح د فيكون
آ ح د ربعا دائرة وكل ذلك لانه يكون احد خارجا والاخر داخلا وهو محال فلتكن آ ح د اصغر وضلعه
ح د ربعا دائرة وعلى مطلق ح د وضلع
القوس التي تكون قائمة على ح د
فانه ان كل قوس تخرج من مطلق آ
وقع على مطلق من مطلق ح د
كقوس آ ك فانها تحيط ت ك زاوية حادة وقع ت ح زاوية منفرجة وذو وضلع زاوية ك ح د حادة فليكن آ
ربعا ما واضافتها فليكن ان يكون احد آ ح د اعظم من ربع دائرة فان ايكن فليكن ح ت اعظم وليصل ح
ة القوس آ ك ربعا ما وعلى مطلق ح د وضلع القوس ربع دائرة ح ك فليكون زاوية ح ك حادة وزاوية
ك آ ح حادة وفي زاوية ت آ ح منفرجة وذلك كاسة وضلعاها حادة فليكن ان يكون احد ضلعي آ ح ت اعظم
من الربع ولا كلاهما كما هو ظاهر في هذه الصورة الثالثة فكل واحد من ضلعي آ ح ت اقل من ربع دائرة القسم
الخامس ان يكون كل واحد من زواياه آ ح د حادة وزاوية ح منفرجة وضلعاها فليكن ضلع آ ح اقل من ربع دائرة او
اكثر بعد ان يكون اعظم من آ ح وهي ح ت وكمل كان فزاوية ح ت د
من المثلث المار على مطلق فان آ ح فيكون زاوية ت ح د حادة وزاوية

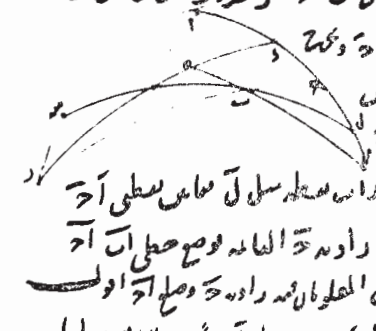
صفحهٔ چهارده «مقالید»

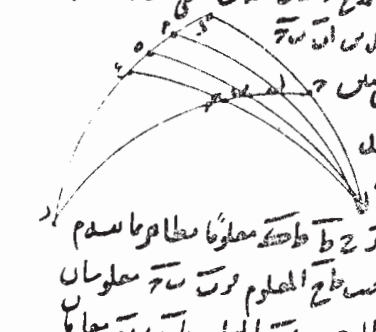




صفحهٔ هفده «مقالید»



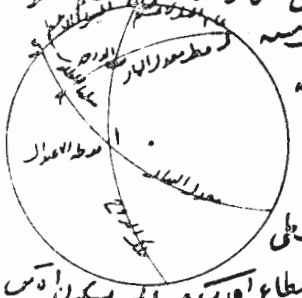


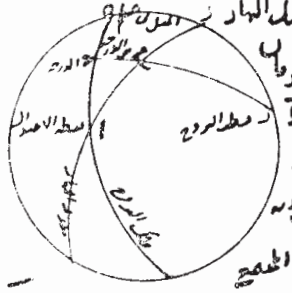


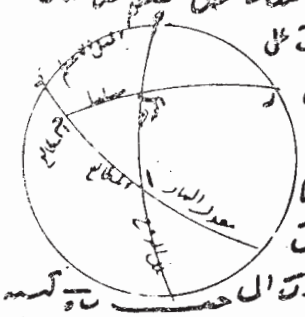
کسه حس آ المجهول الی حس آ المعلوم ما آ ح ز معلومان و مسلب آ ح و قطاع آ ز ت کله معلومان و دلائل
اردما ان سبن و توضیح الباب الخامس المعلومان نسبه راوه آ وصلح آ ح فکان ذه ه ز آ ح ت ز کلها معلومه
و نسبه حس آ المجهول الی حس آ ح المعلوم کنسبه حس آ الحس کله الی حس ه ز المعلوم فان آ ح معلومان
و نسبه حس ز ت المعلوم الی حس آ ح المعلوم کنسبه حس آ ح الحس کله الی حس ه ز المجهول فآ ح آ معلومان
و المسلب و القطاع کله معلومان و دلائل اردما ان سبن الباب الخامس المعلومان نسبه راوه آ وصلح آ و کان ذه ه ز
آ ح ز کلها معلومه و فی سبن المسائل الطلل الذی ذکره ابو الوفا ان نسبه حس آ ح المعلوم الی طل حس آ
المجهول کنسبه حس آ الحس کله الی طل ذه المعلوم بحث معلوم و لتقل استعمال الظل اساعان احمد اه صفو
و سبن مما سلم من امر تعریب المواضعات ۲ الظل ان نسبه الحس کله الی ظل کل ارتفاع کنسبه حس عام و دلائل الارتفاع
الی حس الارتفاع نفسه فنسبه حس آ ح الی ظل حث کنسبه حس ز ه ز الی حس ه ز الی ظل
ذه و اذا عدلنا نسبه حس آ ح المعلوم الی حس ه ز المعلوم کنسبه ظل حث المجهول الی حس ذه المعلوم و ظل
حث معلوم فحث ت ز معلومان و لتعدد استعمال الظل اصلا فصول فاذا کان آ ز ها و ح ک اصلا
ز ها صار ح ز مساویا لآ ک عند رءوس آ المسموک مثلا و نسبه حس آ ک المعلوم الی حس ط ک المجهول کنسبه
حس آ الحس کله الی حس ه ز المعلوم و ک ح ط معلومان و نسبه حس آ المجهول الی حس آ ح المعلوم کنسبه
حس ت ه الحس کله الی حس ط ح المعلوم فان ت ه معلومان و نسبه حس آ ح المعلوم الی حس ت ه
المجهول کنسبه حس ذ ح اعنی آ ک المعلوم الی حس عام راوه آ ح اعنی ط ک المعلوم ت ه ز معلومان و المسلب
و القطاع کله معلومان و دلائل اردما ان سبن و مسائل اسبان اذا راوه ت من مقدار عام مثل ذ ح فالمقدار
الذی به المثل کله سبن راوه آ الباب العاشر المعلومان نسبه راوه ت وصلح آ ح فکان کل واحد من
آ ت ه ح ط ک معلوما و نسبه حس آ المعلوم الی حس آ ح المجهول کنسبه حس ت ط الحس کله الی حس
ط ح المعلوم فآ ح ز معلومان و نسبه حس آ المعلوم الی حس ت ح المجهول کنسبه حس ز اعنی آ ک المعلوم الی حس
ط ک المعلوم ت ح ز معلومان و نسبه حس آ المعلوم الی حس ت ح المعلوم کنسبه حس آ الحس کله الی حس
ه ز المجهول فه ز معلومان فالمسلب و القطاع معلومان و دلائل اردما ان سبن الباب الحادی عشر المعلومان
نسبه راوه ت وصلح ت ح فکان کل واحد من ت ح ز ط ح ط ک معلوما فظاهر ان نسبه حس ز آ المعلوم الی حس
ز ح المجهول کنسبه حس ت ط الحس کله الی حس ط ح المعلوم فزه ه ز معلومان و نسبه حس آ المجهول الی حس
ت ح المعلوم کنسبه حس آ الحس کله الی حس ط ح المعلوم فان ت ه ز معلومان و نسبه حس آ ح المعلوم الی حس
آ ح المجهول کنسبه حس ز آ المعلوم الی حس ذ ح المعلوم فآ ح ز معلومان فالمسلب و القطاع کله معلومان و دلائل
اردما ان سبن الباب الحادی عشر المعلومان نسبه راوه ت وصلح آ ح فکان کل واحد من آ ح ز ط ح ط ک معلوما
و نسبه حس آ المجهول الی حس آ ح المعلوم کنسبه حس ت ط الحس کله الی حس ط ح المعلوم فان ت ه ز معلومان
و نسبه حس عام ت ح المجهول اعنی ذ ح الی حس عام آ ح المعلوم اعنی ذ ح کنسبه حس راوه ح العامه اعنی حس
ذ ح الی حس عام آ ح اعنی ه ز المعلوم فان ت ح معلومان و نسبه حس آ ح المعلوم الی حس ت ح المعلوم کنسبه

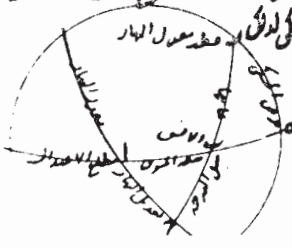
حس آه الحس کله الی حس وه ذی المجهول فلاه ره معلومان فالمثلث والقطاع کله معلومان وذلک اردنا ان نبین
الثانی عشر المعلومان فیه صلعا ان ت ح وکان ان ت ه ت ح ح ت ر کلها معلومه وسمه حس آن المعلوم
الی حس ت ح المعلوم کسمه حس آه الحس کله الی حس وه ذی المجهول فلاه ره معلومان وسمه حس ت ر المعلوم
الی حس ت ه المعلوم کسمه حس ره الحس کله الی حس ح ذی المجهول فدح ح آ معلومان فالمثلث والقطاع
کله معلومان وذلک اردنا ان نبین الثالث عشر المعلومان فیه صلعا آ ح وکان کل واحد من
ان ت ه آ ح ح ذی معلوما وسمه حس ر ت المجهول الی حس ت ه المعلوم کسمه حس ره الحس کله الی
حس ح ذی المعلوم ور ت ح معلومان وسمه حس ان المعلوم الی حس ت ح المعلوم کسمه حس آه
الحس کله الی ت ه ت ذی المجهول فلاه ره معلومان فالمثلث والقطاع کله معلومان وذلک اردنا ان نبین
الرابع عشر المعلومان فیه صلعا آ ح ح ت وکان کل واحد من آ ح ذی ح ت ر معلوما
وسمه حس ر ت المعلوم الی حس ت ه المجهول کسمه حس ره الحس کله الی حس ح ذی المعلوم فان
ت آ معلومان وسمه حس وه ذی المجهول الی حس آن المعلوم کسمه حس آ ح المعلوم الی حس ان المعلوم فره
وه ذی معلومان فالمثلث والقطاع کله فی الاصلاع العشره معلومه وذلک اردنا ان نبین فصل فی الرابع
الخمسة عشر واستخراج المجهول من معلومین فی کل واحد من العشره التی امکن وذلک فیها وقد کان ممکن ان نشرع الی
عدها ونبحث عن الدلیل فی تعدیدها جمیعا لکن ذلک ما کان یطول الکتاب بسببه علی من المناظرین
فیه ونعین علی الدرس فی استعماله اجمال القول فی اخراج المجهول واحمال التی صنوف الحالات عند
الاصلاح وس یصور هذا الشکل وس قطاع اذن ک ح ت آ وخروج القول فیه الی ما سبب حروف التی
فی حروف سولها استغنی بتعلیل تکریر عن المطول الذی طولنا فلنقطع هذین القطاعین ما وقع وقطع وهی اذه
ره ت ح ط ک ح ح وظاهر ان الحروف المکرره فیهما وضعها الواضع علی مثلها التام القطاعان وعادا
کما کانا وظاهر ایضا فیما بین انه متی کانت ت ح ذی ت ه ح ذی آ ح ط آ ط ح ح سولا کانت مثلها ان
آه ره ذی ح ت آن ط ک آ ک ح ح وهی کانت ملک المثلث عروضا کانت مثلها آ ح آ ذی ره ذی ح ت ح ک ط
ک ح فالقوس الواحد یکون مثلا لقوس ما ویکون بعضها عروضا لقوس ما اخری فی وضع واحد من اوضاع الاربعة
المقاطع علی اقل من دائره فاعلم
وهی بعضها فی وضع اخر تام قوس مثلها مساو
لتام قوس الاولی اذا احسست مثلا مثال ذلک
ان ت ح عرض قوس آ ح ومثل قوس آن فی الوضع
الذی فیه دائره المقطع آ وهی اعنی ت ح تمام ت ر
الذی هو قوس مثل ت ه فی الوضع الذی فیه دائره المقطع ر ت ه هو تمام قوس ان الذی مثله ت ح ولزم
فی ت ه ما لزم فی ت ح ایضا سواء کان مثولا او کان عروضا وذلک لان قوس العرض یصیر مثلا لقوس عرضه
اذا احسست مثلا ویصیر ایضا عرضا لقوسه اذا احسست ت ه قوس عرضه مثاله ان آ ح قوس عرض

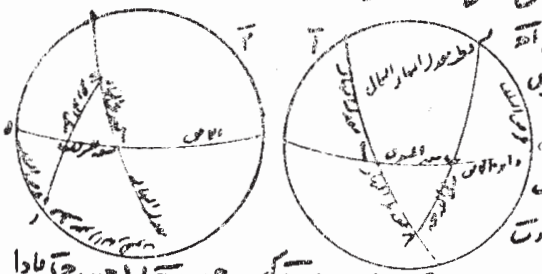


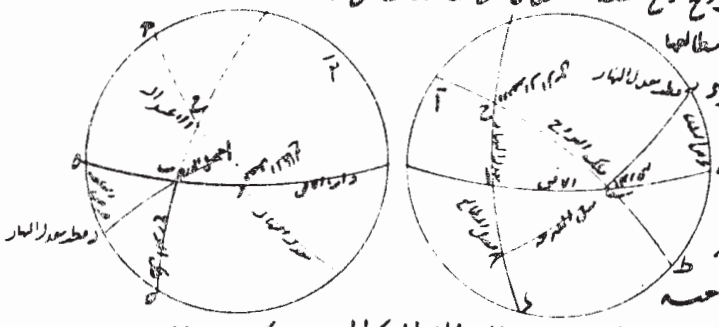


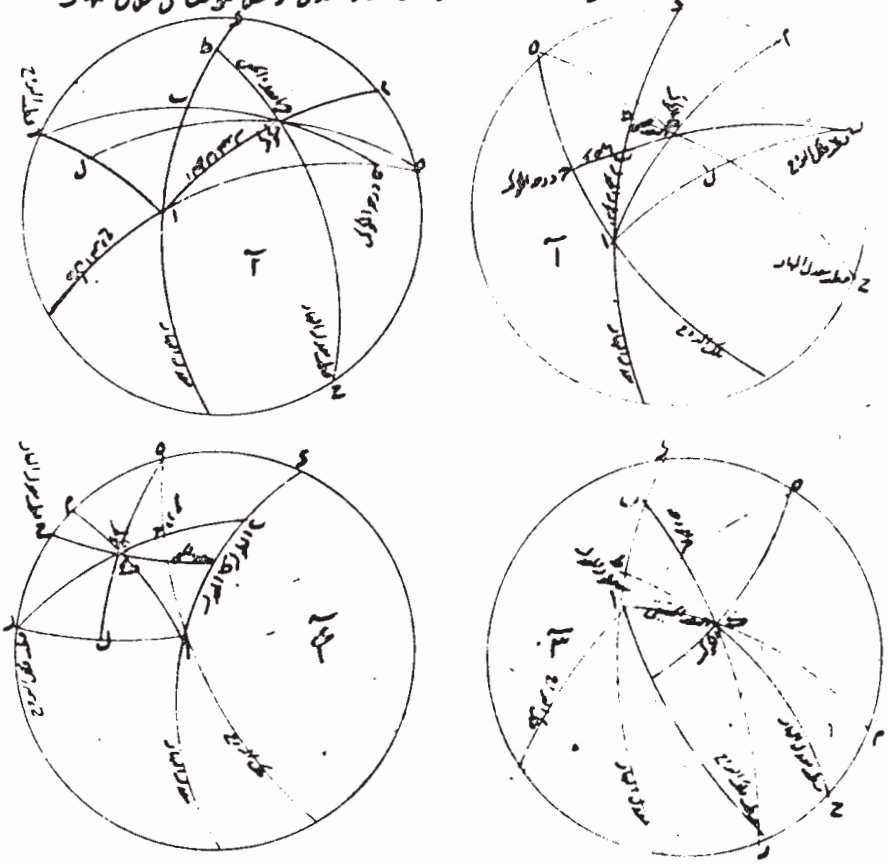






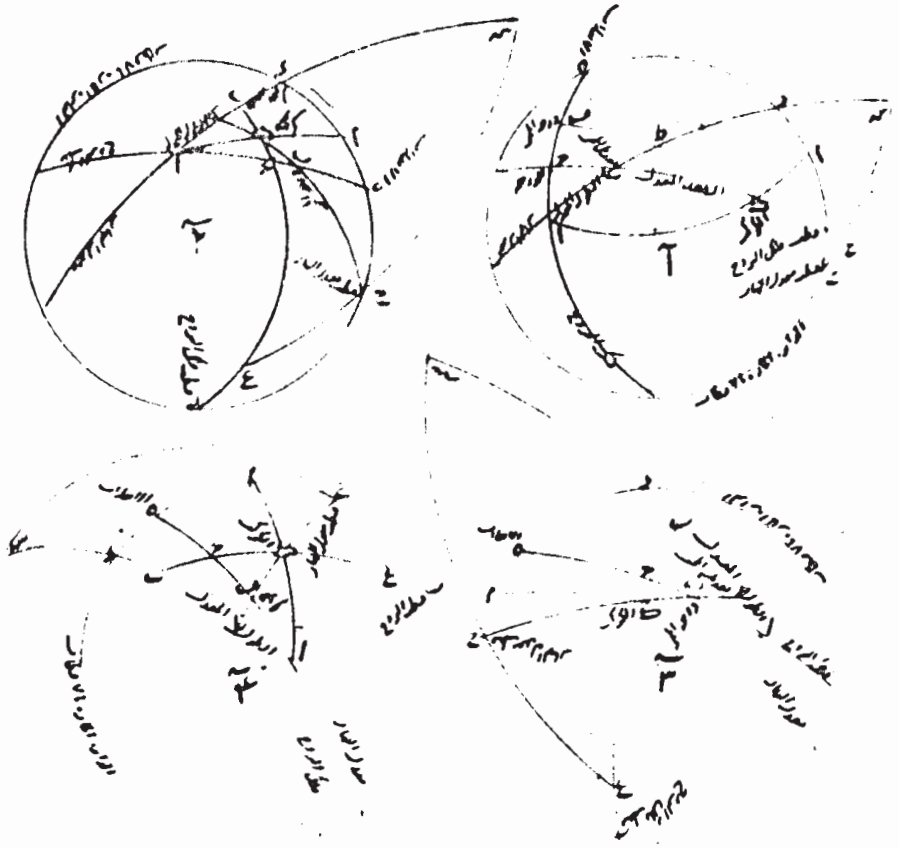




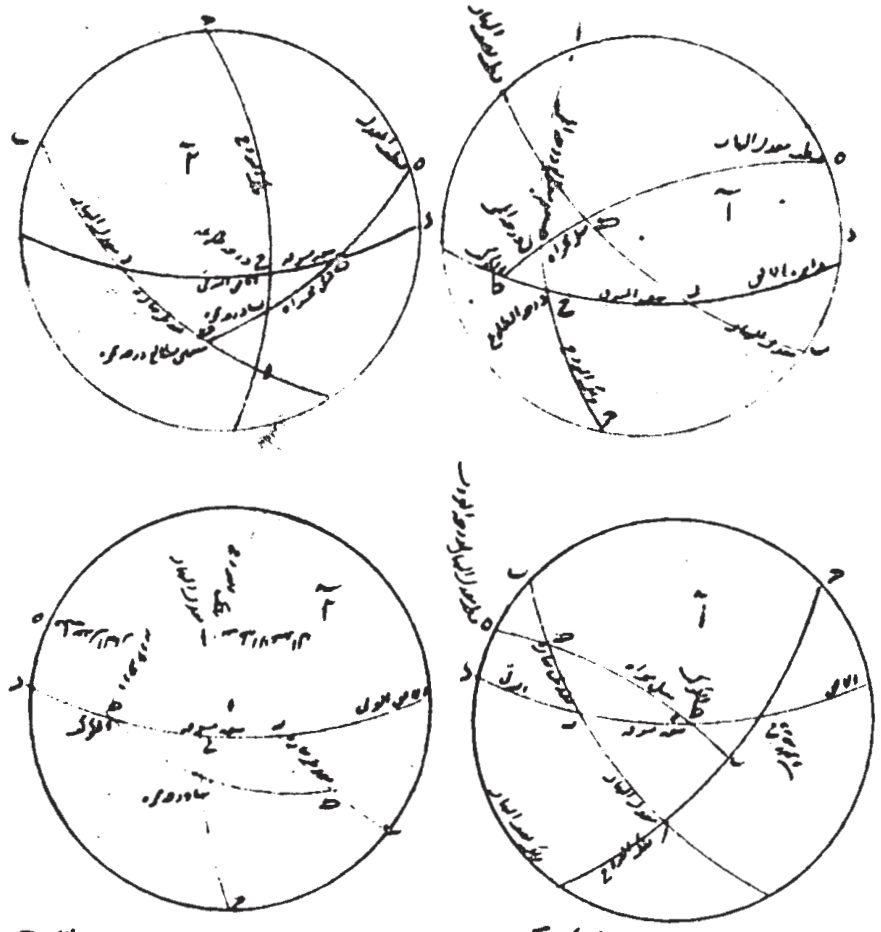


صفحهٔ بیست‌وچهار «مقالید»

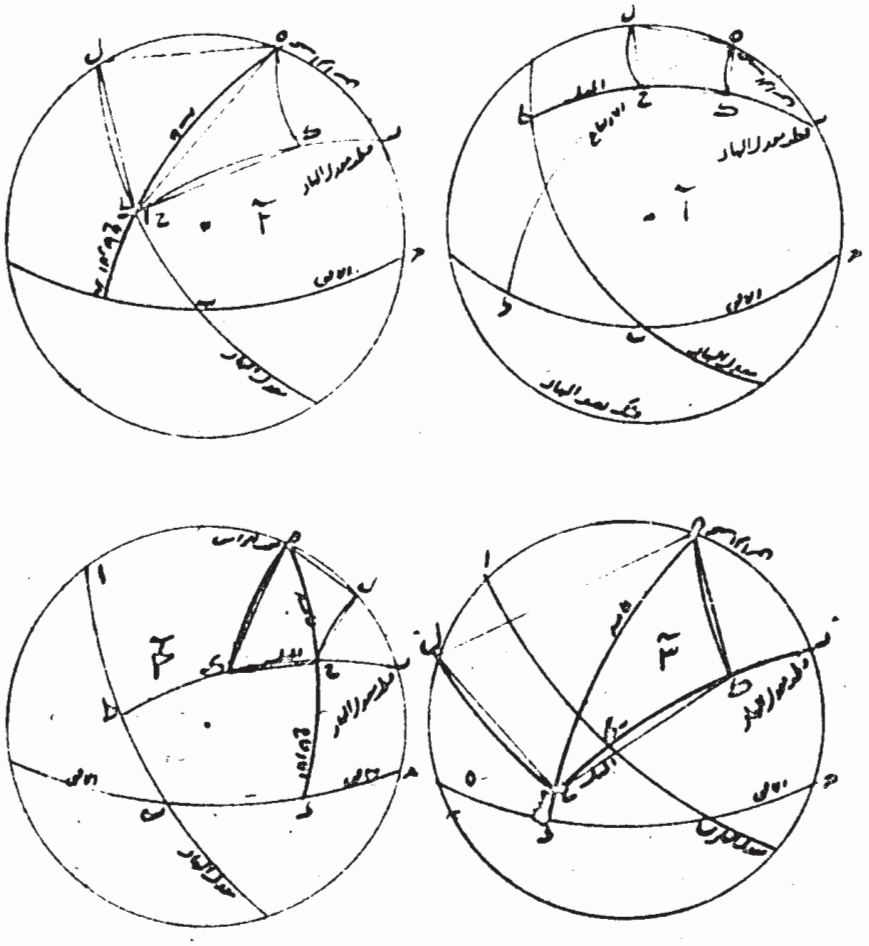
حس مز وهو مام عرض الدرجة الی حس رک وهو مام المیل الاعظم فی موضع حد المعدل الاول وهو کد فی حس
عام المیل الاعظم وهو رک وجمیعها المجموع علی حس مام عرض درجة الفلک وهو مز حوح حس کا وهو بعده
المسمّی عن معدل النهار وانما سمّی حسمّیا لان کثیرا من اهل فارس والهند جعلوا عرض الفلک وسط درجة عند
اعانی حسبها وجعلوا الاول من الاکر منها بعد احداث حسبها وانما وقعوا الحاصل من ذلک مقام بعد المعدل المطلوب وکم
ذلک لان الذی یحصل لهم هو من دائرة من مجلسین وکون ان المیل الاعظم من بعد الحسمی وقد عرض لذکر هذا البعد الحسمی
مطلوبا فی النوع الخامس من المقالة الثامنة من المجسطی طریق احر فی استخراج بعد الفلک عن معدل النهار
مسمّی عن معرفة الطول المعدل والمحرج لدرجی وکل اکثر وبین الناس ان سه حس وکا الحس کم کسه حس
مز الی حس حوح فاذا صار ما حس رکا وهو مام عرض الفلک فی حس حوح وهو مام بعد درجة الفلک من الاعتدال
وجمیعها المجموع علی حس رح الحس کله حوح حس کم وسه حس مز الی حس رکا کسه حس حوا الی حس اکا
الذی هو مام کم فاذا صار ما حس رکا فی حس حوا وجمیعها المجموع علی حس اکا حوح حس مز وسه حس اکا
الی حس کا کسه حس ام الی حس مز الذی هو المیل الاعظم مضافا الیها او منقوصا منه مز الذی هو مام مز
فی صر ما حس اکا فی حس مز وجمیعها المبلغ علی حس ام الحس کله حوح حس کا الذی هو بعد الفلک عن معدل
النهار وذلک ما اردنا ان نبین معرفته الدرجة التی فی طرح الفلک ذی العرض فی فلک نصف النهار بعد ان قطع
المسمّی المرور مثل مجری الفلک ویخرج کا ال نقطة ن من فلک البروج فیکون ذلک الدرجة محوه وهاتان فصل ما بین مطالع
درجة المرور فی الفلک المستقیم وبین الطول المعدل وبین هذا الفصل بعد المیل المرور یخرج ن کا علی استقامة
حتی یمر ما به ربع دائرة ولیکن علی نطاق وبعد صلح الربع ربع دائرة خ که ویخرج الیه ن خ
الی ع فیکون قطاع ن که خ کما رأیت دوائر عظام وتسمیه سه حس ح کا الذی هو مام مثل مجری
الفلک ان حس کع الذی هو مام کان المسمّی البعد الاول کسه حس رادنه ح ع کا الباقیة وهو
الحس کله الی حس رادنه ع ح کا وهی بعد ارتفاع کا الذی هو مام بعد المیل المرور من موضع حس کع فی
الحس کله وجمیعها المجموع علی حس ح کا خرج حس که وفاذا رددنا ما منه مثل الطول المعدل او بعضا
منه علی حسب ما تقتضیه الصورة اجمع مطالع الدرجة التی توسط السماء الفلک فی الفلک المستقیم کما
وسمناها فی حدودها خرج درجة المرور من فلک البروج طول احر فی استخراج درجة
المرور ولنخرج له ربع اکم ومن البین ان سه حس ح کا الی حس کم الذی حصل لنا معرفته فی
ان بعد الفلک عن معدل النهار کسه حس ح کا الی حس کا وهو فصل ما بین مطالع المستقیم ومطالع
درجة المرور درجة المرور لکن نصیر معلومة لانا اذا صار ما حس کم فی الحس کله وجمیعها المجموع من ذلک
علی حس ح کا وهو مام بعد الفلک عن معدل النهار خرج فصلا من المطالع المذکورین والان
مطالع المستقیم معلومة فان مطالع درجة المرور تصیر معلومة فحصول فصل
ما بینها معلوم وقد اوردنا هذا الباب مطلوبا فی النوع الخامس من المقالة الثامنة
من کتاب المجسطی



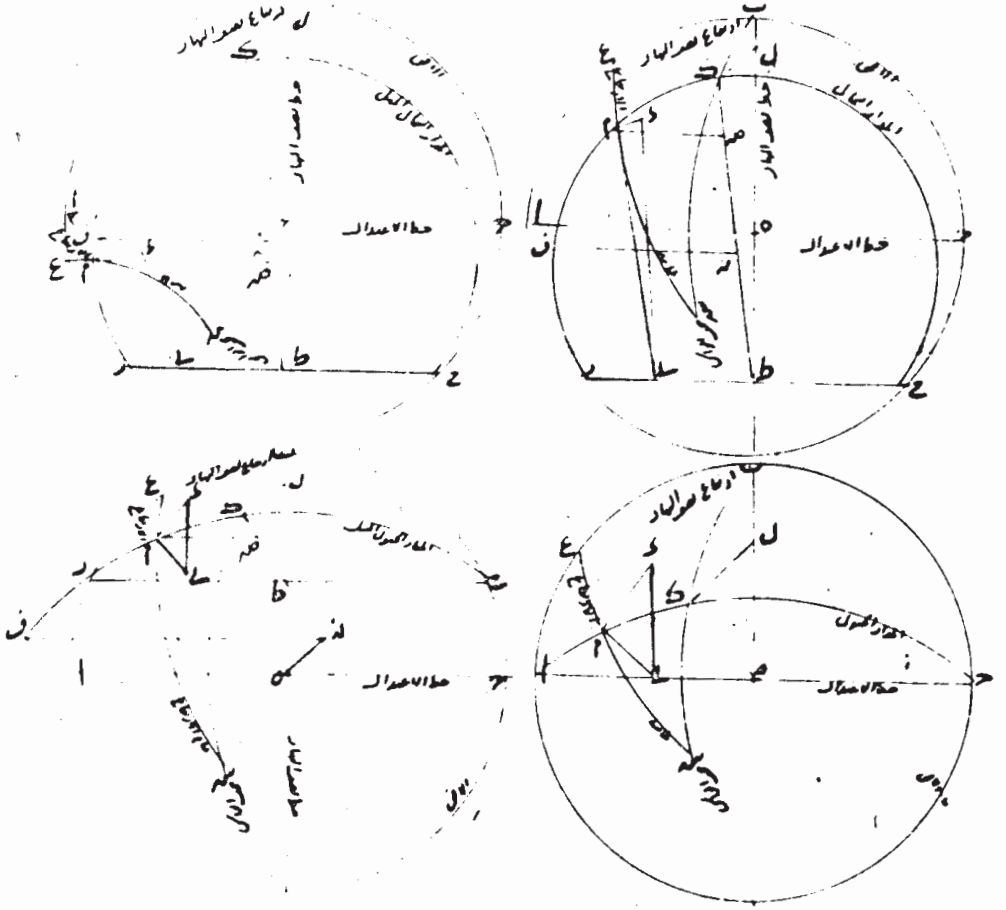
صفحه بیست‌وشش «مقالید»



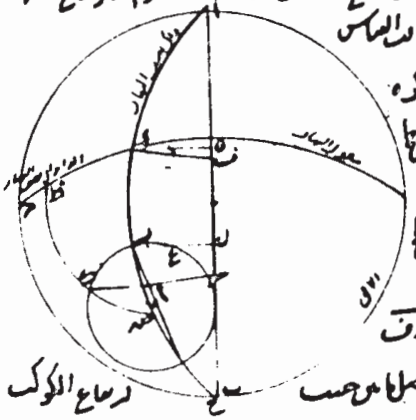
الاعلی و یکون ح الدرجه التی یلوح مع کوکب ط و من الفلک الماشی بنصف النهار فی الصوره الاولی معدل نهار و من مشارق درجه
سهیل فلتکن ط ک و ردنا علیها فی الصوره الثانیه اعنی الی نقطه ز و هی التی تعارب درجه ح فی البلدین و لکنا
ردنا معدل النهار لدرجه الطلوع فی الصوره الاولی و نصفناه من الثانیه لکی تعارب الدرجه مساویه لمشارق نظائرها
فی جمیع البلاد فاول ما وجدنا علی مشارق درجه الحمل و سمیناها نقطه ک نصف قوس نهار الکوکب و هو ک ت ح و ح د و
اعنی نظیر ح د ز اسمیناها الی نظیر نقطه ز من جهه المغرب و هی تکون سهیل مشارق الدرجه التی نطلع و قت غروب کوکب
ط فی البلد فاذا وقفنا ما خرج لنا نظیر درجه الغروب و ذلک مانه نظیر من النوع الخامس من المقاله الثانیه معلوم
ما دار من الفلک من لدن طلوع الشمس او الکوکب الی وقت ارتفاع له من وقت الی غروب فلنفرض ان ح ط معدل النهار
و ا ح من فلک نصف النهار و ح ت ز من الافق و ه ح ب من الوابل و ح موضع حلول الشمس او الکوکب المفروض و ح ز ارتفاعه
الموجود بالعباس و ح ه مقام ارتفاعه و لتکن نقطه ز و نظیر معدل النهار و نجز ح ط ح ط مثل نقطه ح علی معدل
النهار و ط آ ما بین از نمه دوره ان الی موافاته فلک نصف النهار صار علی نقطه ز و نظیر مداری و ک ح ل

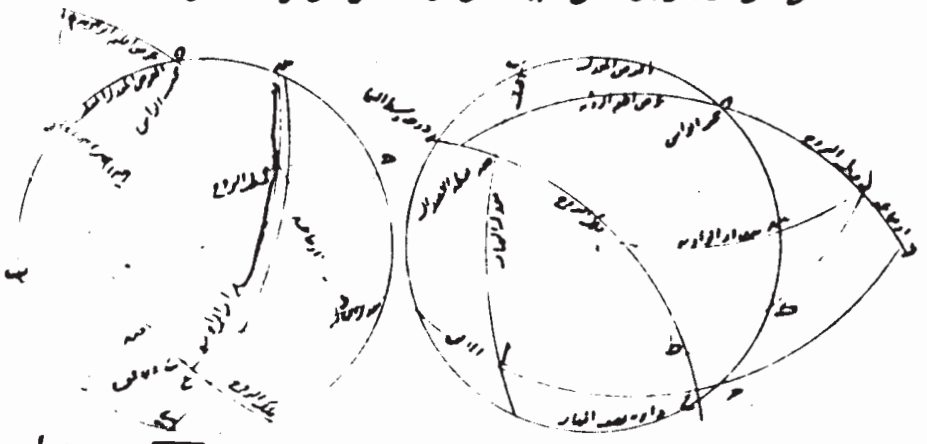


صفحهٔ بیست‌وهشت «مقالید»

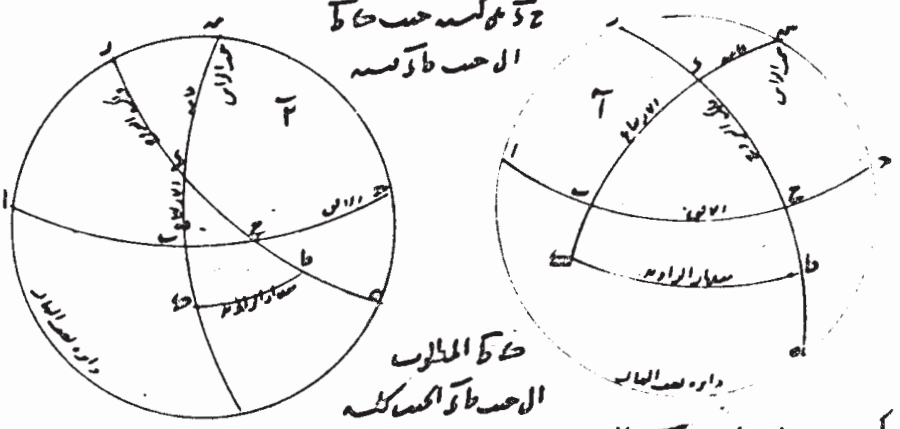


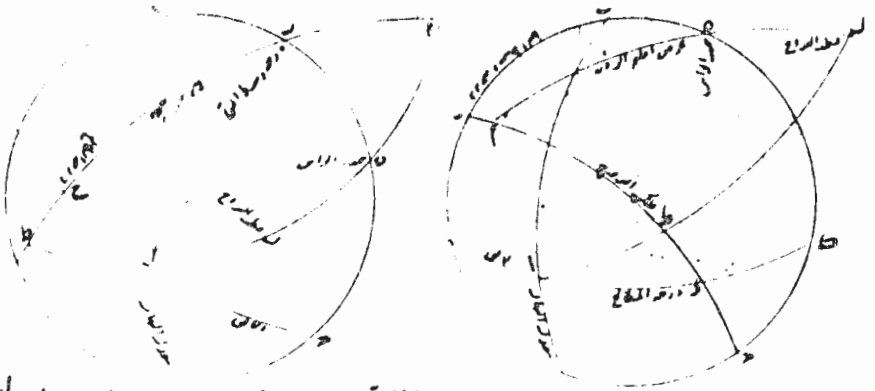
صفحهٔ بیست‌ونه «مقالید»

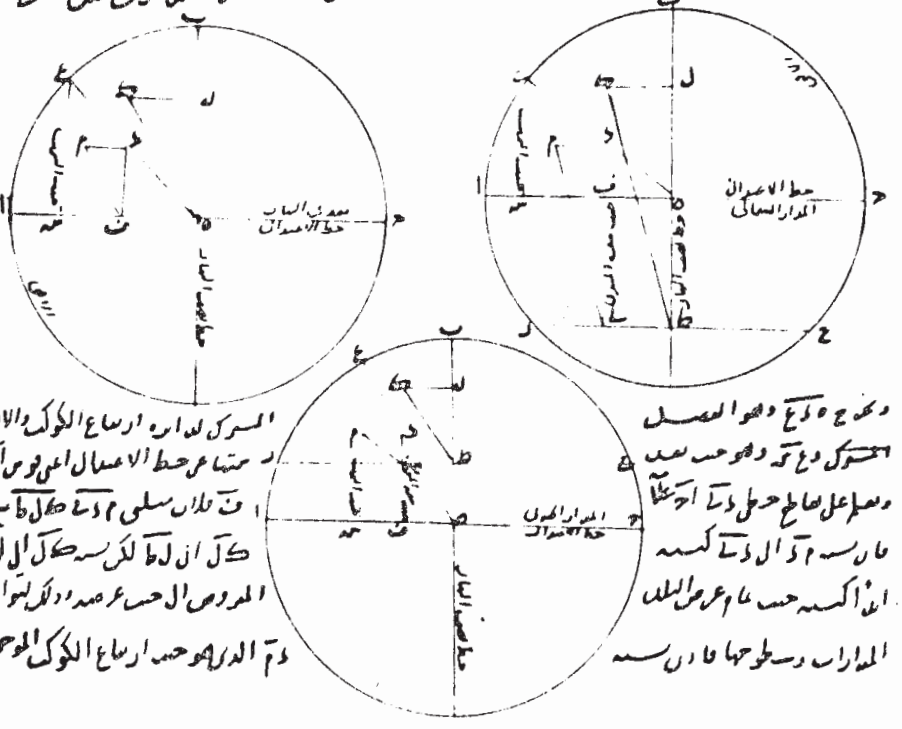




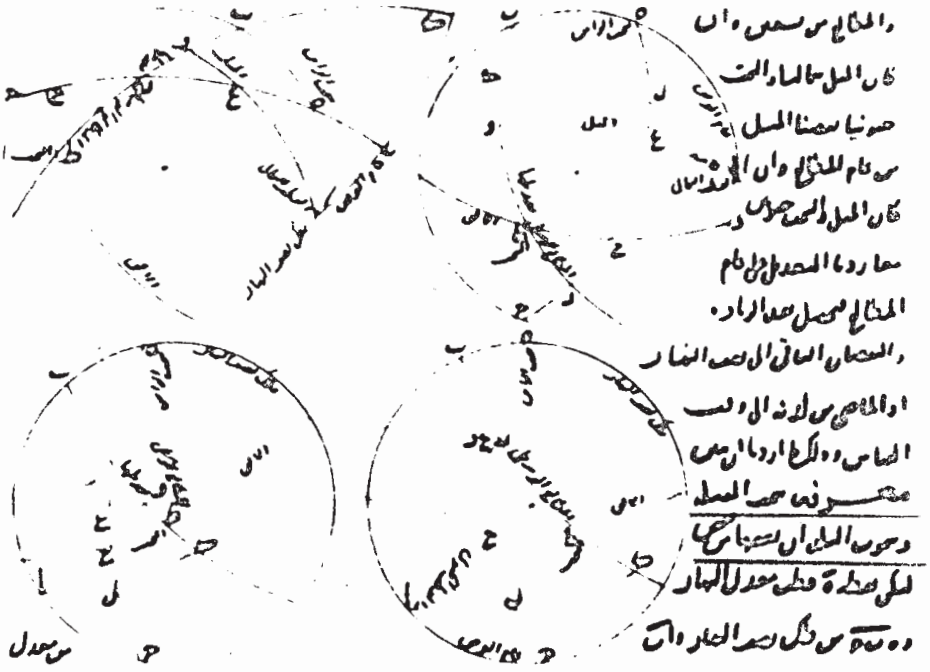
صفحهٔ سی ویک «مقالید»



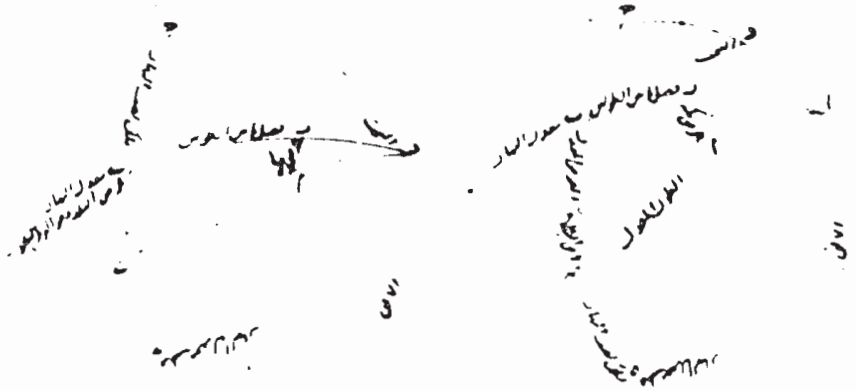




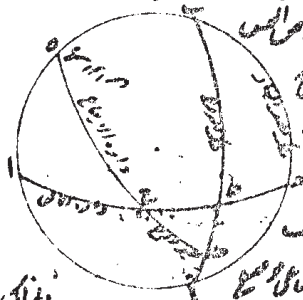
صفحهٔ سی و سه «مقالید»

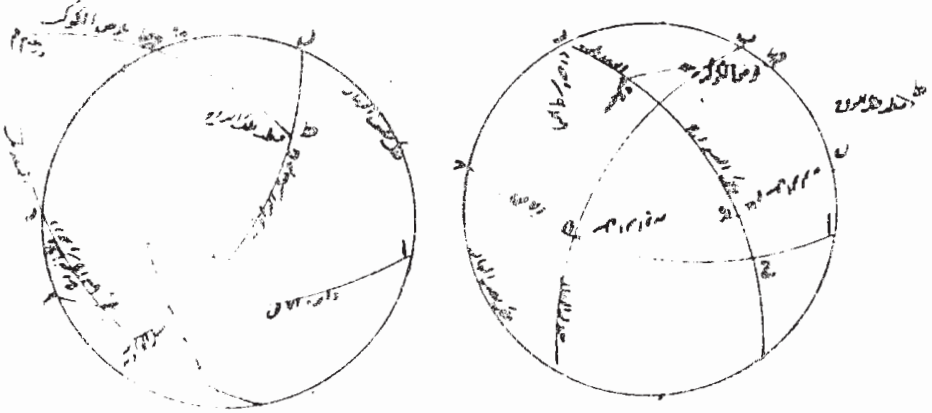


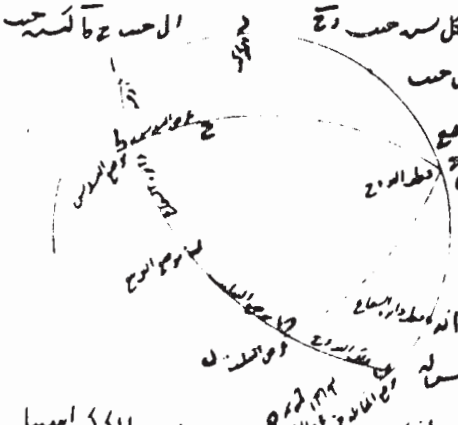
صفحهٔ سی‌وچهار «مقالید»

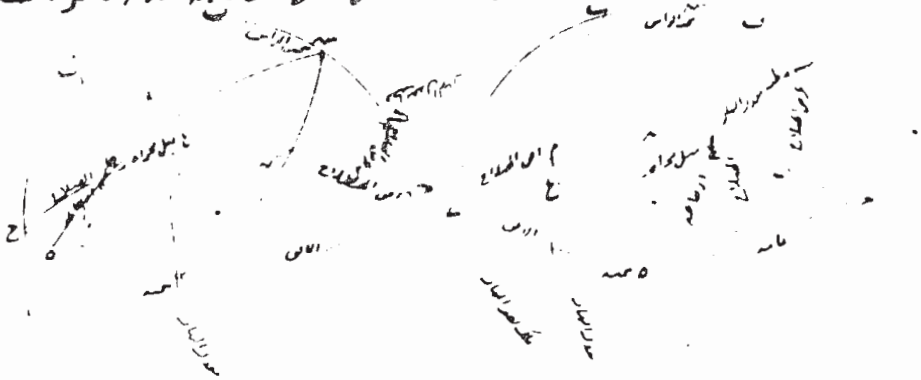


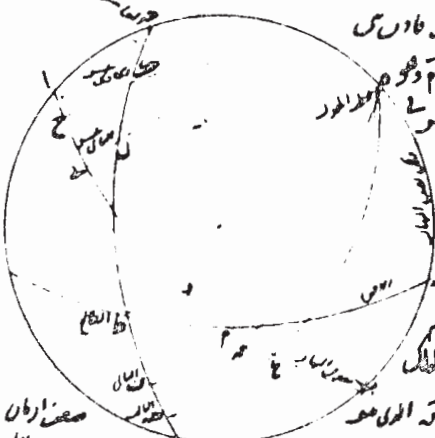
صفحهٔ سی و پنج «مقالید» [illegible]

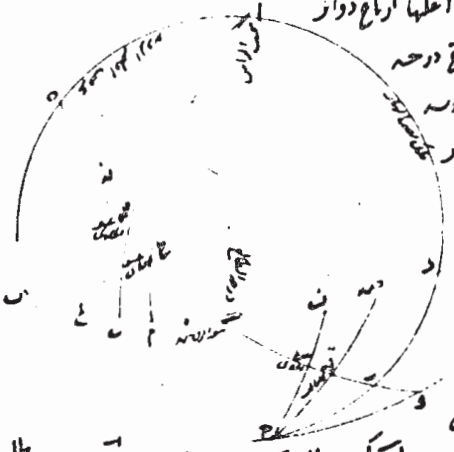




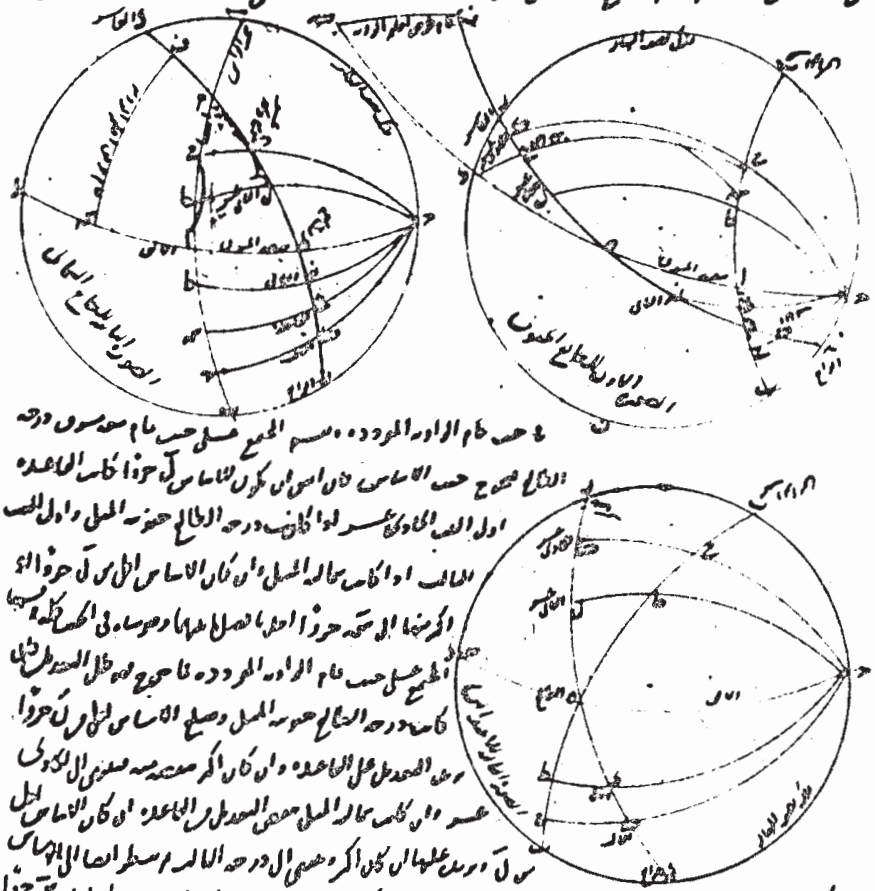


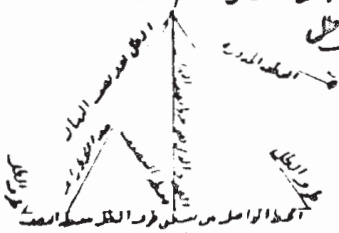




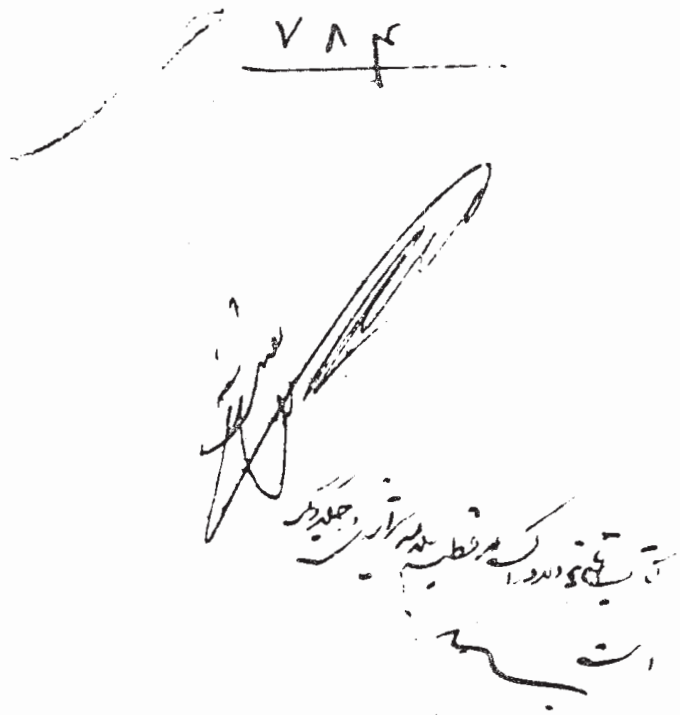


صفحهٔ چهل و یک «مقالید»





صفحه چهل و سه «مقالید»



صفحهٔ چهل‌وچهار «مقالید»

بخش هشتم

شخصیت ریاضی بیرونی

مشتمل بر: بیرونی ریاضی‌دان- یادآوری بعضی‌ازکارهای ریاضی استاد- بیرونی وریاضیات‌یونانی‌وهندی- بیرونی وتاریخ ریاضیات.

دربند «ب» ازبخش اول‌کتاب حاضر (صفحات ۹ تا ۱۵) عقیدهٔ عده‌ای ازدانشمندان را دربارهٔ شخصیت علمی **استاد بیرونی** نقل‌کردم. اینك، برای حسن ختام‌کار، به ذکر چندنکته دربارهٔ شخصیت ریاضی این نابغهٔ بزرك‌می‌پردازم.

الف - بیرونی‌ریاضی‌دان

اگرچه **بیرونی** دراکثر رشته‌های علوم‌زمان خود به پژوهش‌پرداخته، اما اصولا به ریاضیات دلبستگی داشته وبیشتر وقت وهمت خود را صرف‌تحقیقات

ریاضی نموده است. او خود نوشته است [۱] که به علم ریاضی تعلق داشته و به آن دلبسته ومنسوب بوده و ازآن گاه که خود را شناخته از آن منصرف نشده است.

هرچند **استاد** درشعبه‌های مختلف علم به تصنیف و تألیف پرداخته ولی اصالت فکر ونبوغ وی درآثار ریاضی ونجومی [۲] که ازوی باقی مانده بهترظاهر وهویدا است. دلبستگی وی به ریاضیات از این‌رو معلوم می‌شود که هرجا در تصنیفات خود فرصت مناسبی به دست آورده ازپیش کشیدن مطالب ریاضی و بحث درآنها کوتاهی نکرده است [۳].

استاد ریاضی‌دانی بوده است بصیر ونکته سنج وپرکار که بیشترآثارش نتیجهٔ پژوهشها و کنجکاویها ورصدها ومحاسبات خود او است. نمونه‌ای ازنکته‌سنجیها وریزه‌کاریهای اورا درمسایل ریاضی می‌توان ازمطالعهٔ مقالهٔ سوم کتاب «قانون مسعودی» دریافت [۴] ومثلاسرتاسر کتاب «تحدیدنهایات‌الاماکن» [۵] وی مشتمل بر تحقیقات ورصدها. محاسباتی است که شخصاً دربارهٔ جغرافیای ریاضی انجام داده‌و نتایج آنها را با آثاردیگران مقایسه کرده است.

---

(۱)- «قانون مسعودی» صفحات ۳ و۴: «ثم‌کنت متعلقاً بطرف من اطراف‌العلم‌الریاضی، متمسکابه منتسباًالیه، لم‌تعده همتی مذ کنت»

(۲)-مقصودعلم‌نجوم تعلیمی (Astronomy) است‌ونه‌فن‌احکام‌نجوم (Astrology)

(۳)- مثلا درکتاب «آثارالباقیه»که موضوعش‌گاهشماری است وقتی خواسته‌است چگونگی ثبت ارقام را درطیلسان مضاعف شرح دهد به محاسبهٔ مجموع جمله‌های یك تصاعد هندسی پرداخته است (رجوع‌کنید به صفحات ۲۳۰ به بعدکتاب حاضر)

(۴)- رجوع‌کنید به بخش ششم‌کتاب حاضر

(۵)- رجوع‌کنید به شمارهٔ ۲/۱۹ صفحهٔ ۴۳ به بعدکتاب حاضر

برای کسی که بخواهد به عظمت مقام **استاد** درریاضیات پی ببرد بهترین راه مطالعهٔ دقیق آثارموجود اواست که با شمه‌ای ازآنها در بخشهای پیشین این کتاب آشنا شدیم. وهرچه دانشمندان بیشتر درآثاراوکاوش می کنند بهتر به مقام رفیع ومرتبهٔ بلند وی پی می‌برند .

برای آنکه پشت‌کار خارق‌العادهٔ استاد درتحقیقات ریاضی تا اندازه‌ای‌معلوم شود می‌توان‌ازآمار وارقام کمك گرفت .

دربخش دوم این کتاب دیدیم که از۱۵۳ کتاب ورساله ومقاله که **استاد** به رشتهٔ تحریر درآورده ۱۱۵ فقره دربارهٔ ریاضیات ونجوم واحکام نجوم بوده است. ازهمهٔ این۱۵۳ کتاب ورساله فقط ۳۵ اثرباقی مانده که ۲۲ جلد ازآنها دربارهٔ ریاضیات خالص وعملی است. ازطرف دیگر در کتاب حاضر فقط دربارهٔ قسمتهای مختصری ازپنج کتاب استاد گفتگو به میان آمده است که مثلا یکی ازآنها کتاب «قانون مسعودی» است. حال با درنظر گرفتن اینکه کتاب «قانون مسعودی»، چاپ حیدرآباد دکن، دارای ۱۴۸۷ صفحه است، ودربخش ششم کتاب حاضر فقط در حدود ۱۰۰ صفحه ازآن کتاب موردبحث قرار گرفته است، معلوم می‌شود که‌برای بررسی همهٔ آثار ریاضی و نجومی استاد چند جلد کتاب، نظیر کتاب‌حاضر ، باید نوشت .

با این حال می‌توان با مراجعه به‌آنچه دربخشهای پیشین این کتاب مورد بحث قرار گرفت تااندازه‌ای به اهمیت آثارریاضی استاد پی برد .

ب- یادآوری برخی ازکارهای ریاضی بیرونی

اینك به ذکرچند نمونه ازکارهای ریاضی **استاد** می‌پردازم :

یك- محاسبهٔ مجموع $\sum_{1}^{۶۳} ۲^{k}$- این مجموع را در کتاب «آثارالباقیه» به کمك‌دوقضیه حساب کرده وآن را مساوی با:

$$\sum_{1}^{۶۳} ۲^{k} = \sum_{1}^{۶۴} ۲^{k-۱} = ۱۸\ \ ۴۴۶\ \ ۷۴۴\ \ ۰۷۳\ \ ۷۰۹\ \ ۵۵۱\ \ ۶۱۶$$

به دست‌آورده است (رجوع کنید بـه صفحات ۲۳۴ تـا ۲۴۸ از کتاب حاضر- در شمارهٔ ۵۱۳، صفحهٔ ۲۴۶، رقم سمت راست عدد فوق اشتباهاً ۵چاپ شده است)

دو- اختراع چند نوع تصویر جسم‌نما- در پایـان کتاب «آثـارالباقیه» چند روش بدیع برای تصویر نقاط متعلق به سطح کره بریك صفحه اختراع کرده ومزیت آنها را برروشهای دیگر شرح داده است (رجوع کنید به صفحات ۲۴۹ تا ۲۶۷ از کتاب حاضر)

سه- اثبات دستورمحاسبهٔ وتر $\overset{\alpha}{۲^{n+۱}}$ - درمقـالـهٔ سوم کتاب «قـانـون مسعودی»، پس‌ازبیان دستورمحاسبهٔ وتر یك چهارم قوسی که وترآن معلوم است ، آن دستوررا تعمیم داده وصحت دستورزیر را ثابت کرده است :

$$\frac{\alpha}{۲^{n+۱}} = \sqrt{r \times \frac{\left(\frac{\alpha}{۲^{n}}\text{وتر}\right) \times \left(\frac{\alpha}{۲^{n-۱}}\text{سهم}\right)}{\left(\frac{\alpha}{۲^{n-۱}}\text{نصف‌وتر}\right) + \left(\frac{\alpha}{۲^{n}}\text{وتر}\right)}}$$

دراین دستور α اندازهٔ یك قوس و n عددی‌است طبیعی‌و r شعاع دایره‌است.

(رجوع کنید به‌صفحات۳۱۵ تا ۳۲۰از کتاب‌حاضر)

چهار ـ محاسبهٔ تقریبی $C_۹$ ـ اندازهٔ تقریبی‌ضلع نه ضلعی منتظم محاطی را با روشهای مختلف وازجمله به وسیلهٔ حل معادلهٔ درجهٔ سوم

$$۱ + ۳x = x^۳$$

تا خامسه یعنی با پنج رقم کسری شصتگانی حساب کرده است (رجوع کنید به صفحات ۳۲۶ تا ۳۳۸ از کتاب حاضر)

پنج ـ بررسی مسألهٔ تثلیث زاویهٔ ـ استاد این مسأله را به بیش ازدوازده مسألهٔ هندسی دیگرمعادل با آنها تبدیل کرده است (رجوع کنید به صفحات۳۳۹ تا ۳۵۸از کتاب‌حاضر)

شش ـ محاسبهٔ تقریبی وتر یك درجه ـ این مسألهٔ مهم را **استاد** با دو روش حل کرده و اندازهٔ وتر یك درجه را تاخامسه، یعنی با پنج رقم کسری شصتگانی، حساب کرده ونتیجهٔ محاسبات خودرابا محاسبات **بطلمیوس** دراین باره مقایسه کرده است (رجوع کنید به صفحات ۳۶۰ تا ۳۷۲ از کتاب حاضر)

هفت ـ محاسبهٔ تقریبی نسبت $\frac{۱}{\pi}$ ـ مقدار تقریبی نسبت قطردایره به محیط آن را **استاد** با روشی بدیع به دست آورده است (رجوع کنید به صفحات ۳۷۲ تا ۳۷۸ کتاب حاضر)

هشت- تشکیل جدول جیبها به فرض آنکه شعاع دایره واحد باشد- **استاد**، همچنانکه امروزه معمول است، شعاع دایره را مساوی باواحد گرفته وجیبها را ۱۵ دقیقه به ۱۵ دقیقه با چهار رقم کسری شصتگانی حساب کرده است (رجوع کنید به صفحات ۳۷۹ تا ۳۸۶ از کتاب حاضر)

نه- تدوین مثلثات کروی به صورت مستقل - علم مثلثات کروی نخستین بار توسط **استاد** در کتاب «مقالید علم الهیئة» به صورت مستقل تدوین و تنظیم شد. **استاد** قضایای معروف به «شکل مغنی» و «شکل ظلی» را که معاصران ایرانی وی اختراع کرده بودند با شرح تاریخچهٔ آنها ومورداستعمال آنها درعلم هیأت جمع آورده و به‌کاربردن آن دوقضیه را به جای «شکل قطّاع» به ریاضی‌دانان توصیه کرده است. ودرآن کتاب استدلال ساده وزیبایی برای قضیه زیر درمثلثات مسطحه ازخود آورده است :

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}$$

(رجوع کنید به بخش هفتم کتاب حاضر)

ج- بیرونی وریاضیات یونانی و هندی

بیرونی نه تنها همهٔ ریاضیات نظری وعملی یونانی را که از راه ترجمه به دست ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی رسیده بود به حد کمال می‌دانسته بلکه مطالب آنها را با نکته‌سنجشی خاص خود مورد دقت وموشکافی قرار داده است. درآنچه ازآثار **استاد** باقی مانده است بارها به اسامی دانشمندان معروف یونانی برمی‌خوریم.

مانند :

ابرخس (Hpparchus). مثلا در«ترجمهٔ فارسی کتاب تحدید» صفحات ۶۳ و ۶۵ و ۲۶۱

اراطسثانس (اراتستن = Eratosthenes). مثلا در «ترجمهٔ فارسی کتاب تحدیه» صفحات ۶۳ و ۶۵

ارسطرخس (Aristarchus). مثلادر«قانون‌مسعودی» صفحات ۸۹ و ۶۴۱ و ۶۴۲

ارشمیدس (Archimedes). مثلادر«قانون‌مسعودی» صفحات ۲۷۳ و ۶۱۷ و ۹۸۸ و ۱۳۰۲

اقلیدس (Euclides) مثلا در «قانون مسعودی» صفحات ۲۷۵ و ۳۶۳

بطلمیوس (Ptolemaeus). مثلا۱۷۲ بار در«قانون مسعودی» و۱۷ باردر کتاب «التفهیم» و۱۶ باردر کتاب «تحدید نهایات‌الاماکن» (رجوع کنید به فهرست اعلام کتابهای‌مذکور)

ثاون اسکندرانی (Theon) مثلا در کتاب «قانون مسعودی» صفحات ۸۷ و ۱۲۹ و ۱۳۳ و در «ترجمهٔ فارسی کتاب تحدید» صفحهٔ ۲۵۶

مانالاوس (Menelaus). مثلادر «مقالید علم‌الهیئة» صفحهٔ ۱ و در «استخراج‌الاوتار»،چاپ حیدرآباد،صفحهٔ۴۹

گذشته ازاین **استاد** بعضی ازاسامی کتابهای ریاضی یونانی را درآثار خود آورده که درهیچیك ازتاریخهای ریاضی ذکری ازآنها نشده است. مثلا درکتاب «استخراج‌الاوتار» (۱) از« کتاب سارینوس‌الثیبائی فی‌الاصول الهندسیة» استدلالی برای یك قضیهٔ هندسی نقل کرده ونیز در کتاب «قانون مسعودی»(۲) استدلالی از

(۱)ـ «استخراج‌الاوتار»، چاپ حیدرآباد، ص۷

(۲)ـ «قانون مسعودی» صفحات ۲۰۰ و۱۲۸۳

همین شخص ذکر کرده است .

مقصود از این **سارینوس ثیبائی** [۱] به احتمال قوی همان

Serenus of Antinoeia

است که به قول **سارتن** [۲] درقرن چهارم میلادی می‌زیسته[۳] ومورخان‌ریاضی دو کتاب ازوی دربارهٔ «مقطع استوانه» و«مقطع‌مخروط» ذکر کرده‌اند، ولی هیچیك ازآنان از«کتاب فی‌الاصول‌الهندسیه» وی اطلاعی به دست نداده‌اند .

همچنین **استاد** در کتاب«استخراج‌الاوتار» [۴] از« کتاب‌الدوائر لارشمیدس» گفتگو به‌میان آورده است. نام‌کامل این کتاب « کتاب‌الدوائر المتماسه»است که **ابن‌ندیم** در کتاب «الفهرست» در ذیل نام **ارشمیدس** ثبت کرده است. معلوم می‌شود که این کتاب تا زمان **بیرونی** وجود داشته است ولی بعداً مفقود گردیده . مورخان ریاضی نوشته‌اند[۵] که نام کتاب فوق فقط در آثار ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی ذکر شده است واثری ازآن در دست نیست .

* * *

درزمانی که **استاد** درهند اقامت داشته آثار مهم ریاضی ونجومی هندیان‌را

---

(۱)- ثیبا (= تبس-طیبه) رجوع‌کنید به «ترجمهٔ فارسی‌کتاب تحدید»ص۲۶۸

(۲)- رجوع‌کنید به «سارتنI» ج۱ ص۳۵۳

(۳)- دربارهٔ احوال وآثار«سرنوس» رجوع‌کنید به: «کانتورV» ج ۱ ص ۴۸۹ تا ۴۹۱ (بهترین مرجع)- «مونتوکلاH» ج۱ ص۳۱۴ و۳۱۵-«هیثH» ج۲ص۵۱۹ تا۵۲۶- «کاژوریH» ص۴۵ و۴۶

(۴)- «استخراج‌الاوتار»، چاپ حیدرآباد، ص۷

(۵)- رجوع‌کنید به«هیثA» صفحهٔ ۳۸ مقدمه

مطالعه و بررسی کرده وعده‌ای ازآن آثار را به عربی نقل نموده[۱] ودر بارهٔعده‌ای دیگر ازآنها در کتابهای خود به بحث ونقادی پرداخته [۲] ودرضمن بعضی‌ازآثار مهم ریاضی یونانی را به لغت سانسکریت بر گردانده است[۳] ، وریاضیات‌یونانی را به هندیان آموخته ودربعضی از رسالات خود مشکلات منجمان هندی را حل کرده است[۴] .

اماکار **استاد** دراین زمینه به ترجمهٔ کتابهای ریاضی ازیك زبان به زبان دیگر پایان نمی‌پذیرد. وی درنتیجهٔ تبحری که درریاضیات و تسلطی که به زبانهای عربی وسانسکریت داشته توانسته است آثار ریاضی یونانی وهندی را با یکدیگر مقایسه کند و کوشیده است که ریاضیات عملی را با ریاضیات استدلالی یونانی در هم آمیزد. کتاب «راشیکات‌الهند» وی یکی ازنمونه‌های بارزاین کوشش است که آن را دربخش چهارم کتاب حاضرمورد بررسی قرار داده‌ام .

* * *

برای آنکه مطلب فوق بهترروشن شود لازم است که تباین بارز و آشکاری را که بین ریاضیات قدیم یونانی وریاضیات قدیم هندی مشهود است شرح دهم :

---

(۱)ـ مانند «غرةالزیجات» و«فی‌سنکلت‌الاعداد» و«ترجمهٔکتاب‌موالیدبراهیمهر» رجوع‌کنید به شماره‌های ۲/۲۹ و ۲/۳۸ و ۲/۱۲۰ کتاب حاضر

(۲)ـ مانند «کیفیة رسوم‌الهندفی‌تعلم‌الحساب». رجوع‌کنید به شمارهٔ ۲/۳۶کتاب حاضر.و«فی‌ان‌رأی‌العرب‌فی‌مراتب‌العدد اصوب‌من‌رأی‌الهندفیها» رجوع‌کنیدبه‌شمارهٔ ۲/۳۷

(۳)ـ مانند «ترجمهٔ اصول‌هندسهٔ اقلیدس» رجوع‌کنید به شمارهٔ ۲/۴۳ و «ترجمهٔ کتاب اصطرلاب» رجوع‌کنید به شماره ۱۰۵کتاب حاضر

(۴)ـ مانند«الجواباب‌عن‌المسائل‌الوارده من‌منجمی‌الهند»رجوع‌کنیدبه‌شمارهٔ۲/۶۶ و نیزرجوع کنید به شمارهٔ ۲/۶۷ کتاب حاضر

ریاضی‌دانان هندی بیشتر ریاضیات را بـرای مورد استعمال آن در نجـوم می‌خواستند و بیشتر آنان منجمانی بودند که ریاضیات‌را به‌خدمت نجوم‌می گرفتند. اما نزد یونانیان ریاضیات وجودمستقلی داشت و آنـان ریاضیات را برای خود آن می‌خواستند ونه به عنوان افزاری برای علم نجوم .

درهند فقط پیشوایان فرقه‌های مذهبی بودند که به ریاضیات می‌پرداختندو حال آنکه دریونان‌هر کس علاقه‌مند به تحصیل ریاضیات بود مـی‌توانست بـه آن دسترسی پیدا کند. علاوه براین هندیان محاسبان خوبی بودند که درهندسه‌چندان دست نداشتند وحال آنکه یونانیان درهندسه نبوغ درخشانی ازخودنشان‌می‌دادند و کمتر به محاسبات عملی توجه می کردند . حتی مثلثات که بخش جالب توجهی از ریاضیات هندی است بر اساس محاسبه پایه‌ریزی شده بود. درصورتی که مبنای مثلثات یونانی برهندسه قرار داشت .

هندیان کتابهای خـودرا بیشتربـه شعر می‌نـوشتند ومفاهیم ریاضی را بـا عباراتی مبهم واسرارآمیزبیان می کردند. وحال آنکه یونانیان برای بیان روشن‌و منطقی مفاهیم ریاضی بریکدیگر سبقت می گرفتند .

ریاضیات هندی بیشترجنبهٔ تجربی داشت وبـه ندرت درآن بـه استدلال و استنتاج توجه می‌شد. درصورتی که یکی ازمشخصات ریاضیات یونانی پافشاری در بیان مطالب با استدلالهای دقیق ومنطقی بود .

ریاضیات هندی یك دست نیست ودرآن مفاهیم مهم و مطالب پیش پا افتاده دوش بـه دوش یکدیگر دیده می‌شود. اما گویی یونانیان با غریزهٔ خـاصی مطالب مهم و اساسی ریاضی را از سایر مطالب جدا می کردند وبیشتر به قسمتهای‌اساسی

آن می‌پرداختند[۱].

* * *

استاد کوشیده است که هم ریاضیات یونانی و هم ریاضیات هندی را که تا زمان‌وی به وسیلهٔ ترجمهٔ کتابها ورسالات به دست ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی‌رسیده بود بررسی کند. وی ازریاضیات هندی آنچه را جالب توجه و بدیع دیده، مانند شماراعشاری[۲] وبه‌کاربردن جیب[۳] به جای وتر وغیره، درآثارخود مورد استفاده قرار داده وآنچه را نپسندیده مورد انتقاد قرارداده است[۴]. گذشته‌ازاین تا آنجا که میسر بوده است این دوسبك را با هم مقایسه کرده ویا با هم درآمیخته است. مثلا در بخش چهارم کتاب حاضر دیدیم که **استاد** چگونه مسألهٔ نسبت و تناسب را هم ازجنبهٔ ریاضیات یونانی وهم ازحیث ریاضیات هندی مورد بحث‌قرار داده وآنها را با هم مقایسه کرده است[۵].

د ـ بیرونی وتاریخ ریاضیات

استاد تنها به مطالعه و بررسی کتابهای ریاضی ونجومی پیشینیان ومعاصران خود اکتفا نکرده بلکه دریکایك آنها غور وتفحص کرده‌وهرجا مطلب بدیع‌وجالب

(۱)ـ ورجوع‌کنید به «ایوزH» صفحهٔ ۱۹۱

(۲)ـ مثلاکتاب «تذکره فی‌الحساب‌والعدبارقام‌السندوالهند» را دربارهٔشماراعشاری نوشته بوده است (رجوع‌کنید به شمارهٔ ۲/۳۴ صفحهٔ ۶۸کتاب حاضرـ ونیز رجوع‌کنید به شمارهٔ ۲/۳)

(۳)ـ رجوع‌کنید به شمارهٔ ۶/۱۰ صفحهٔ ۲۷۸کتاب حاضر

(۴)ـ مثلاکتاب «فی‌ان‌رأی‌العرب فی‌مراتب‌العدد اصوب من‌رأی‌الهندفیها »دراین باره بوده است .

(۵)ـ رجوع‌کنید به صفحات ۲۰۸ به بعدکتاب حاضر

توجهی دیده آن را در آثار خود با ذکر نام مبتکر آن ستوده و هرجا لغزش یا خطایی دیده با کمال صراحت آن را متذکر شده و به اصلاح آن کوشیده است.

مثلا در بارهٔ «اسطرلاب زورقی» که **ابو سعید سجزی*** اختراع کرده بوده در کتاب «استیعاب الوجوه الممکنه فی صنعة الاصطرلاب» نوشته است(۱): «نوعی از اسطرلاب ساده و یگانه از ابوسعید سجزی دیدم که مرکب از شمالی و جنوبی نبود و آن را «اسطرلاب زورقی» نامیده بود. واورا به سبب این اختراع بسیار ستودم. چه اختراع او متکی بر اصل مستقلی بود که مبنای آن عقیدهٔ بعضی از کسانی است که معتقدند که حرکت کلی مرئی ناشی از حرکت زمین است و نه حرکت کرهٔ سماوی»

و نیز وقتی «سدس فخری» را که از اختراعات **ابومحمود خجندی*** است پسندیده در بارهٔ آن رساله‌ای تألیف کرده(۲) و در کتاب «تحدید نهایات الاماکن» آن را ستوده و نوشته است(۳): «این سدس، از لحاظ بزرگی و درستی، بر هرچه پیش و پس از آن به‌کار رفته برتری دارد»

بسیاری از تألیفات **استاد** در نقادی و تصحیح و تکمیل آثار دیگران است. مانند رساله‌هایی که نام آنها را در شماره‌های ۲/۴۹ و ۲/۵۰ و ۲/۵۱ و ۲/۵۲ و ۲/۵۴ و ۲/۶۰ و ۲/۷۱ و ۲/۷۲ و ۲/۸۰ کتاب حاضر ذکر کرده‌ام.

---

(۱)- «وقد رأیت لابی سعید السجزی اصطرلابا من نوع واحد بسیط غیر مرکب من شمالی وجنوبی سماه الزورقی، فاستحسنته جداً لاختراعه ایاه علی اصل قائم بذاته مستخرج مما یعتقده بعض الناس من ان الحرکة الکلیة المرئیة الشرقیة للارض دون الفلک»

(۲)- رجوع کنید به شمارهٔ ۲/۲۷ صفحهٔ ۵۸ کتاب حاضر

(۳)- رجوع کنید به «ترجمهٔ فارسی کتاب تحدید» صفحهٔ ۸۱

به این ترتیب **استاد** نام عده‌ای کثیر ازریاضی‌دانان ومنجمان معاصرخود یا کسانی را که درقرنهای پیش‌اززمان وی می‌زیسته‌اند وهمچنین نام تألیفات آنان را درآثارخود ثبت کرده وازاین راه خدمت بزرگی به تاریخ ریاضیات و نجوم انجام داده است. درنوشته‌های **استاد** به نام عده‌ای ازدانشمندان و تألیفات آنان برمی‌خوریم که اگراو ذکری ازآنان به میان نیاورده بود نامی از آنان باقی نمانده‌بود. وبه قسمتی ازتحقیقات آنان که اصل آنها ازبین رفته است از روی کتابهای **بیرونی** پی می‌بریم.

مثلادر کتاب «استخراج‌الاوتار» **استاد** برای یك قضیهٔ‌سادهٔ هندسی بیست‌ویك برهان ازخود وازریاضی‌دانان دیگرذکر کرده که نام بعضی ازآنان ویا نام‌تألیفات آنان درهیچ کتاب دیگری، غیرازآثار **بیرونی** ، نیامده‌است. مانند **آذر خورابن استاد جشنس** * و«کتاب‌فی‌الاصول‌الهندسیه» از **سارینوس ثیبائی** که قبلا به‌آن اشاره کردم وغیره.

گذشته ازاینها **استاد** دربسیاری ازتألیفات خود درضمن بحث ازموضوعات ریاضی‌ونجومی تاریخچهٔ آنها را ثبت کرده ومانند یك مورخ ریاضی امروزی‌سهمی را که هریك ازدانشمندان در کشف یا اختراع تازه‌ای داشته‌اند معین کرده است. مقدمهٔ کتاب «مقالید علم‌الهیئة» وی نمونهٔ بارزی از توجهی است که **استاد** به‌تاریخ علوم داشته است(۱).

استاد درقضاوت دربارهٔ آثار دیگران وثبت تاریخچهٔ آنها بسیارجدی بوده وازاینکه کسی‌کار دیگران را به خود نسبت دهد سخت برمی‌آشفته ومی کوشیده

(۱)- رجوع‌کنید به بند «ب» ازبخش هفتم‌کتاب حاضر، صفحات۴۱۱ به بعد

است که تا سرحد امکان حقیقت را روشن کند. با این حال هرگز دراین‌امرجانب انصاف را فرونگذاشته وتعصب به خرج نداده است.

مثلا دربخش هفتم کتاب حاضردیدیم که چگونه دربارهٔ ابداع «شکل‌مغنی» که**ابوالوفای بوزجانی*** و **ابومحمود خجندی*** مدعی کشف‌آن‌بوده‌اند، و **استاد** حق تقدم را در اختراع آن شکل از **ابونصر عراق** مـی‌دانسته،بیـن آنها قضاوت کرده وحق هر کس را درابداع‌این شکل معین کرده است. اما درعین‌حال جانب انصاف را ازدست نداده و بـا وجود آنکه **ابوالوفا** را بـه علت آنکـه آن اختراع را به خودنسبت داده سرزنش کرده[۱] باز درمـورد «شکل‌ظلّی» نـوشته است[۲] که‌این قضیهٔ بسیارمفید، بلامنازع،ازمخترعات **بوزجانی** است.

بیرونی وفن تألیف وتصیف

استاد در تصنیفات‌وتألیفات خود فضل فروشی نکرده ودرحالی کـه بـریك مطلب کلی وهمهٔ فروع ونکته‌های باریك آن وقوف‌کامل‌داشته وقتی خواسته است ازآن مطلب درموضعی از کتابهای خود گفتگو کند به همان اندازه که محل‌اقتضا داشته اکتفا کرده و احتیاجی به آنکه معلومات جامع خود را بـه رخ خـواننده بکشد نمی‌دیده است.

مثلادر کتاب«مقالیدعلم‌الهیئة»،هنگامی که خواسته‌استحق‌تقدم **استاد** خود **ابونصر عراق*** را دراختراع «شکل مغنی» به ثبوت برساند، بـه مناسبت مقام

(۱)- رجوع‌کنید به شماره ۷/۲۰کتاب حاضر

(۲)- رجوع‌کنید به شمارهٔ ۷/۱۰۴کتاب حاضر

استدلالهای مختلفی ازریاضی‌دانان‌معاصرخود برای آن قضیه ذکر کرده وخودنیز آن را درحالت کلی ثابت کرده است. اما وقتی درمقالهٔسوم کتاب «قانون‌مسعودی» خواسته است خلاصهٔ علم مثلثات را که مورد احتیاج منجمان است بـه زبان ساده شرح دهد، چون بنای‌کار او درآن کتاب به اختصار بوده، استدلالی بسیارساده از خود، هم‌درموردمثلث کروی وهم درمورد مثلث مسطح، بیان کرده ودیگر به تفصیل نپرداخته است .

درتصنیفاتی که در ریاضیات عالی دارد به شرح جـزئیات تـوجـه نکرده و خواننده را به تفکر وپژوهش واداشته است، تا آنجا که خواننده برای‌درك برخی ازمطالب ناچاراست مدتی‌به محاسبه وتفکر بپردازد. مثلا وقتی در«قانون‌مسعودی» خواسته است ضلع نه ضلعی منتظم محاطی را حساب کند[۱] واحتیاج به‌حل‌معادلهٔ

$$۱ + ۳x = x^۳$$

پیدا کرده روش حل این معادله را ننوشته (وایکاش‌می‌نوشت!) وفقط به ذکر جواب آن اکتفا کرده است .

اما در کتابهایی که برای مبتدیان نوشته ازآوردن تعاریف کوتاه ودقیق بـه زبان ساده دریغ نورزیده است. گویی اصرار داشته کـه عبارات اوساده ودر گـوش خواننده خوش‌آهنك باشد. مثلا در التفهیم» می‌نویسد:

عدد چیست ؟ جمله‌ایست ازیکها گردآمده...[۲]

عدداول کدامست؟ این آنست که اورا جزیکی نشمرد...[۳]

---

(۱)- رجوع‌کنید به صفحهٔ ۳۳۴کتاب حاضر

(۲)- رجوع‌کنید به شمارهٔ ۳/۱۰۸ صفحهٔ ۱۳۴

(۳)- » » ۳/۱۰۹ » ۱۳۵

فلك چیست ؟ جسمی است چون گوی گردنده اندرجای خویش...[۱]

با این‌حال تا آنجا که میسر بوده دردقت تعاریف کوشیده است. مثلادر کتاب «التفهیم» در تعریف مثلثهای متشابه، تساوی زوایای دومثلث را برای تشابه آنها کافی دانسته وتناسب اضلاع آنها را به صورت حکمی اثبات‌پذیر بیان کرده است[۲] . و حال آنکه در برخی از کتابهای هندسه که درزمان ما، یعنی هزارسال بعداز **بیرونی** ، نوشته شده می‌خوانیم : «دومثلث درصورتی متشابه هستند که زوایای آنها با هم مساوی واضلاع آنها نظیر به نظیر با هم متناسب باشند» .

همچنین در کتاب «استخراج‌الاوتار» که آن‌را برای تمرین وممارست مبتدیان تألیف کرده دوقضیهٔ ساده را ازیونانیان گرفته وازآنها دوقضیهٔ دیگر استنتاج کرده واستدلالهای متعددو گوناگون از ریاضی‌دانان دیگر با ذکر اسامی آنان آورد و مورد استعمال آن‌قضایا را درحل مسائل متنوع ازجبر ومثلثات وهیأت ونجوم به‌کار برده تا ریزه‌کاریهای هندسه‌وروش حل وبحث مسایل‌ریاضی را به خواننده بیآموزد.

(۱)- رجوع‌کنید به «التفهیم‌فارسی» صفحهٔ ۵۶

(۲)- رجوع‌کنید به شمارهٔ ۳/۱۶۹ صفحهٔ ۱۷۶کتاب حاضر

بخش نهم

زندگینامهٔ مختصر ریاضی‌دانان

اسامی عدهٔ زیادی ازریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی‌درمتن کتاب حاضرآمده وبا علامت* ممتاز شده است. چون در تـألیفات دیگر خود شرح احوال و آثار عده‌ای ازآنان را نوشته‌ام در اینجا به ذکرمختصری دربارهٔ هریك ازآنان اکتفاکرده مراجعی راکه می‌توان اطلاعات بیشتری راجع به آنان به‌دست آورد معین می‌کنم .

آذرخورابن استاد جشنس، ابوالحسن

ریاضی‌دانی بوده‌است معاصر با بیرونی، زیرا بیرونی دربعضی‌ازمواضع کتاب «آثارالباقیه» مطالبی راکه از اوشنیده نقل کرده است. نام او در «آثـارالباقیه» ، چاپ زاخاو، درسه موضع به صورتهای «ابـوالحسن آذرخـورای یزدانخسیس» و ابوالحسن آذر،المهندس» و«آدرخورا المهندس» ودر «استخراج‌الاوتار» چاپ‌حیدر

آباد، دردوموضع به صورت «آذرخورابن‌اشتاذجشنس» ثبت شده است .

آملی ← محمدبن‌محمودآملی

ابراهیم‌بن سنان

ابواسحاق ابراهیم‌بن سنان‌بن ثابت بن قره - مانند پدرش (سنان‌بن‌ثابت)وجدش ثابت‌بن قره* درعلوم فلسفه وریاضی ونجوم وطب مهارت داشت ومخصوصاً در هندسه زبردست بود ودر زمان او کسی دراین علم بروی تقدم نداشت. در سال ۲۹۶/۹۰۸ دربغداد به دنیا آمد ونزدپدر ومعلمان دیگرفنون وعلوم آن زمان را فراگرفت وکتابهای بسیار تألیف کرد ودرجوانی به سن ۳۸ سالگی در سال ۳۳۵/۹۴۶ درگذشت .

پنج رساله ازوی به سال ۱۳۶۷/۱۹۴۸ درحیدرآباد دکن‌با عنوان «رسائل ابن‌سنان» به چاپ رسیده است که ازآن جمله است«مساحةقطع‌المخروط‌المکافی». این رساله به زبان آلمانی نیزترجمه شده است. روشی که ابراهیم‌بن‌سنان در این رساله برای محاسبهٔ مساحت سهمی به‌کاربرده است بسیارساده‌ترازروش ارشمیدس و بهترین روشی است که پیش از اختراع حساب انتگرال در این مسأله به کار می‌رفت .

ابن‌بامشاد ← ابوالحسن، ابن‌بامشاد

ابن‌البغدادی

ابوعبدالله‌حسن‌بن محمدبن‌حمله معروف به ابن‌البغدادی- (شرح‌احوال وی را در هیچیك ازمنابع معتبری که دراختیار دارم نیافتم)

بیرونی در کتاب «مقالیدعلم‌الهیئة» نام وی را به طورخلاصه «ابن‌البغدادی» ودرجزو ریاضی‌دانان محدث وهمردیف با سلیمان‌بن عصمة* و ابوسعیدسجزی* آورده وازاین‌رو معلوم می‌شود که وی معاصر با بیرونی بوده ویا کمی پیش‌ازوی می‌زیسته است. کتاب «فی‌المقادیر المشترکة والمتباینة» ازتألیفات ابن‌البغدادی در سال ۱۹۴۷/۱۳۶۶ درجزو «الرسائل المتفرقة فی‌الهیئة للمتقدمین ومعاصری‌البیرونی» درحیدرآباد دکن به چاپ رسیده است (در ۱۰۸ صفحه). بنابه گفتهٔ بیرونی (در مقدمهٔ کتاب مقالید) وی کتاب یا مقاله‌ای دربارهٔ «شکل قطّاع» نوشته بوده است.

ابن‌ترك ← عبدالحمیدبن‌واسع‌جیلی

ابن‌سالار ← علی‌بن‌فضل‌اله سالار

ابن‌سنان ← ابراهیم‌بن‌سنان

ابن‌سینا ← ابوعلی‌سینا

ابن عراق ← ابونصر عراق

ابوبکر کرجی

ابوبکرمحمدبن‌حسین (یا حسن) کرجی- تا چندی قبل به غلط وی‌را «کرخی» می‌نامیدند واورا به «کرخ» واقع در حومهٔ بغداد منسوب می‌دانستند و از اهل عراق می‌شمردند. ازریاضی‌دانان بزرك ایران درنیمهٔ دوم قرن چهارم و اوایل قرن پنجم هجری وازمردم کرج واقع درنزدیکی تهران کنونی بوده است. سال وفات اورا ۴۲۰/۱۰۲۹ نوشته‌اند.

ازتألیفات مهم اودر ریاضیات یکی کتاب «الفخری‌فی‌الجبروالمقابله» است

که **وپکه** منتخباتی ازآن به زبان فرانسوی فراهم آورده وبه‌چاپ رسانیده است. ودیگر کتاب «الکافی‌فی‌الحساب» است که به زبان آلمانی ترجمه شده و بر آن دو شرح به زبان عربی نوشته‌اند. تألیفات دیگروی درریاضیات عبارتنداز: «البدیع فی‌الحساب»ـ «علل‌حساب‌الجبر والمقابلةوشرحها» ـ «مختصر فی‌الحساب‌والمساحة»ـ «فی‌الحساب‌الهند» وغیره.

برای کسب اطلاع بیشتر دربارهٔ وی رجوع کنید به «قربانی: ریاضیدانان» صفحات ۲۶۹ تا ۳۱۰

ابوالجودمحمدبن‌لیث

ازریاضی‌دانان بزرك نیمهٔ دوم قرن چهارم هجری ومعاصر با بیرونی بوده و با وی وعده‌ای دیگرازریاضی‌دانان زمان خود رابطهٔ علمی داشته وچنین می‌نماید که درقلمرو پادشاهان سامانی یعنی خراسان وماوراءالنهر می‌زیسته ودرنزدآنان عزت واعتبار داشته است (رجوع کنید به«قربانی: ریاضیدانان» ص۲۱۴). سال رفات اورا درحدود ۴۰۰/۱۰۰۹ دانسته‌اند. وی درحل معادلهٔ درجهٔ سوم مطالعاتی داشته وظاهراً ازنخستین کسانی بوده است که درصدد برآمده که براساس روشهای هندسی قدیمی راه حل کلی برای معادلات درجهٔ سوم بـه دست آورد. از او هفت رساله‌یا مقاله که‌موضوع‌همهٔ آنهامسایل هندسی‌است‌دردست‌است(برای کسب‌اطلاع بیشتر ازاو وتألیفات وی رجوع کنید به صفحات ۲۱۴ تـا ۲۲۰ کتاب «قـربـانی: ریاضیدانان»)

ابوجعفر خازن

ابوجعفرمحمدبن حسین خراسانی خازن- یکی‌ازبزرگترین رجال نجوم و ریاضی درنیمهٔ اول قرن چهارم هجری بود که درخراسان متولد شد ودراواخـرعمر ویـا تمام‌آن دررری می‌زیست وعمرطولانی یافت ودربین سالهای ۹۶۱/۳۵۰ و۹۷۱/۳۶۰ درگذشت. درحساب وهندسه خبیر وعالم بـه تسییر وارصاد بـود ودرساختن‌آلات نجومی وعمل به آنها بسیار مهارت داشت ودرزمان خویش دراین فن مشهور بـود. ازتألیفات‌وی‌درریاضیات «زیج‌الصفائح»و« کتاب المسائل‌العددیة» و«تفسیرالمجسطی» و«تفسیر صدرالمقالةالعاشره من کتاب‌اقلیدس» را می‌توان ذکر کرد.

بـرای کسب اطلاع بیشتر در بـارهٔ آثار وی رجـوع کنید بـه «قربـانی: ریاضیدانان» صفحات ۸۸ تا ۹۴

ابوحامد صاغانی

ابوحامد احمدبن‌محمدبن حسین صاغانی اسطرلابی- اصلاازاهل صاغان(قریه‌ای ازمرورود خراسان) بود ودربغداد می‌زیست ودر۹۹۰/۳۷۹ درگذشت. از منجمان بزرك وعلمای ریاضی‌ودرعلم هندسه وهیأت‌ازاساتید مسلم‌عصر خود بود ودرساختن اسطرلاب وآلات رصد مهارتی به سزا داشت وبه همین جهت به اسطرلابی مشهور بود. کتاب «فی‌التسطیح‌التام» را به نام عضدالدولهٔ دیلمی نوشت.

برای کسب اطلاع بیشتر دربارهٔ وی رجوع کنید به «قربانی : ریاضیدانان» صفحات ۱۱۳ تا ۱۱۵

ابوالحسن، ابن‌بامشاد

ابوالحسن علی‌بن عبدالله‌بن محمدبن‌بامشاد قاینی- ازمنجمان و ریاضی‌دانان ایرانی که درزمان بیرونی ویا پیش‌ازوی می‌زیست. دومقاله ازوی دردست است که ازروی آنها نام و کنیه ونسبت اوبه طور دقیق معلوم می‌شود. ومی‌توان دانست که وی لااقل قسمتی ازعمرخود را درزادگاه خود یعنی شهرقاین درخراسان گذرانیده است. این دومقاله عبارتنداز: « مقالةفی‌استخراج ساعات‌مابین طلوع‌الفجروطلوع الشمس کل‌یوم من‌ایام‌السنة بمدینة قاین» و «مقالة فی‌استخراج‌تاریخ‌الیهود». این هردومقاله درحیدرآباددکن‌درجزو«الرسائل‌المتفرقةفی‌الهیئة» به چاپ‌رسیده‌است.

بیرونی در کتاب «استخراج‌الاوتار» برهان دوقضیهٔ هندسی را از ابن‌بامشاد نقل کرده است .

ابوالحسن اهوازی

ریاضی‌دان ومنجم ایرانی بود که به احتمال قوی درنیمهٔ دوم قرن‌چهارم و شاید نیز دربع اول قرن پنجم هجری می‌زیست وصاحب رساله‌ای است در شرح مقالهٔ دهم «اصول اقلیدس». رجوع کنید به «قربانی: ریاضیدانان» صفحات ۲۴۲ تا ۲۴۵

ابوالحسن ثابت ← ثابت‌بن قره

ابوالحسن شمسی هروی

ازاحوال وآثار وی اطلاعی در دست نیست. ابوسعید سجزی* (قرن چهارم هجری) یك راه حل تقریبی برای حل مسألهٔ تثلیث زاویه از وی نقل کرده‌است.

رجوع کنید به«قربانی: نسوی‌نامه» صفحات ۲۴ و۲۶.

ابوالحسن قلصادی ← علی قلصادی

ابوالحسن نسوی ← علی نسوی

ابوالحسین صوفی← عبدالرحمان صوفی

ابوداود سلیمان ← سلیمان بن عصمة

ابوسعید سجزی

ابوسعید احمدبن‌محمدبن‌عبدالجلیل سجزی- ازمردم سیستان واز مشاهیر ریاضی دانان و معاریف منجمان قرن چهارم هجری و معاصر با ابوریحان بیرونی و عضدالدولهٔ دیلمی بوده وظاهراً بیشترعمرخودرا درشیراز گذرانده وبیرونی با وی (ظاهراً دررى) ملاقات کرده است. می‌دانیم که وی تا سال ۳۸۹/۹۹۹ زنده بوده و بنابرقرائنی سال تولد اورا می‌توان درحدود۳۳۰/۹۴۱ دانست.

ازآثارریاضی سجزی پیداست که وی مخصوصاً درهندسه بسیارمهارت‌داشته وتحقیقاتی دربارهٔ تقاطع قطوع مخروطی به‌عمل آورده است. دربین ریاضیدانان و منجمان دورهٔ اسلامی نخستین کسی که عملا عقیده به حرکت وضعی کرهٔ زمین را به‌کاربست ابوسعید سجزی بود.

ازآثار وی درحدود سی‌وهشت کتاب ورساله می‌شناسیم که درحدودبیست‌اثر ازآنها مربوط بـه مسایل ریـاضی ازقبیل وصف قطوع مخروطی وتثلیث زاویـه و ساختن اسطرلاب وترسیم هفت ضلعی محاطی وشکل قطّاع‌وغیره وبقیهٔ آثارش در بارهٔ احکام نجوم است.

برای کسب اطلاع ازفهرست آثاروی رجوع کنید به: «قربانی:ریاضیدانان»

صفحات ۲۵۰ تا ۲۶۸

ابوسهل کوهی

ابوسهل ویجن (بیژن) بن رستم کوهی- اصلا از اهل طبرستان بود و در بغداد در ایام عضدالدوله و شرف‌الدوله می‌زیست و در سال ۳۷۸/۹۸۸ به دستور شرف‌الدوله رصد خانه‌ای در بغداد بنا کرد و در آن به رصد پرداخت. سال وفات او را ۴۰۵/۱۰۱۴ ثبت کرده‌اند. ابوسهل کوهی، علاوه بر آنکه منجمی دقیق و زبردست بود، در ریاضیات و به خصوص در هندسه مقامی شامخ داشت و به قول سارتن (در کتاب مقدمهٔ تاریخ علم) هم خود را مصروف آن عده از مسایلی می کرد که ارشمیدس و آپولونیوس طرح کرده بودند و منجر به معادلات بالاتر از درجهٔ دوم می‌شد و تحقیقات او در این باره جزو بهترین آثار هندسی دورهٔ اسلامی است.

از آثار کوهی ۲۳ رساله و کتاب می‌شناسیم که البته بعضی از آنها بسیار مختصر است. کتاب «البرکار التام» او به زبان فرانسوی ترجمه شده و سایر آثارش همواره مورد استفاده و ارجاع ریاضی‌دانان بزرگ بوده است.

برای کسب اطلاعات بیشتر دربارهٔ وی و آثارش رجوع کنید به «قربانی: ریاضیدانان» صفحات ۱۹۵ تا ۲۱۳

ابوسهل مسیحی

ابوسهل عیسی بن یحیی مسیحی ایرانی - مولد او جرجان و منشاء وی بغداد است. و در اقسام حکمت نظری به جودت ذهن معروف و در ادب و حسن خط مشهور بود و در ۳۹۰ یا ۴۰۱ ه.ق. در گذشت. وی معاصر با بیرونی و ابوعلی سینا* و به قول بعضی استاد ابوعلی بود. اثر عمده‌اش دایرة‌المعارف طبی است موسوم به «کتاب المائة

فی‌الطب» . رجوع کنید به لغت‌نامه مقالهٔ «ابوسهل مسیحی»

ابوالعباس فرغانی

ابوالعباس احمدبن محمدبن‌کثیرفرغانی- یکی از بزرگترین منجمان قرن سوم هجری بود که درفرغانه ازبلاد ماوراءالنهرمتولدشد ودرزمان مأمون خلیفه‌شهرت یافت وتاسال درگذشت‌المتوکل (۲۴۷/۸۶۱)هنوز زنده بود.مهمترین‌اثراوعبارت است از«کتاب‌فی‌الحرکات‌السماویه وجوامع علم‌النجوم» که درقرن دوازدهم‌میلادی به زبان لاتینی ترجمه شد ودرنجوم اروپا تأثیرفراوان کرد .

ابوالعباس نیریزی

ابوالعباس فضل‌بن‌حاتم نیریزی- درنیمهٔ دوم قرن سوم واوایل قرن چهارم هجری شهرت واعتبار داشت‌ومعاصر با المعتضد خلیفهٔ عباسی بود. مترجمان‌لاتینی وی را Anaritius می‌نامیدند. محققان اروپایی سال وفات اورا ۲۳ـ۳۱۰/۹۲۲ دانسته‌اند. ابن‌ندیم در «الفهرست» نوشته است که نیریزی درعلم نجوم وبه ویژه‌در علم هیأت انگشت‌نما بود. ریاضی‌دانان بزرك مانند بیرونی وخیام* وکمال‌الدین فارسی* درآثارخود ازوی نام برده و به تحقیقات وی ارجاع کرده‌اند. از تألیفات او است :

شرح کتاب اصول اقلیدس- رساله فی‌بیان‌المصادرةالمشهوره‌لاقلیدس- تفسیر کتاب‌المجسطی (این تفسیر بین ریاضی‌دانان ومنجمان بسیارمعروف بوده وبهترین تفسیرمجسطی خوانده شده است)- «زیج کبیر»و«زیج صغیر »وغیره

برای کسب اطلاعات بیشتر دربارهٔ وی رجوع کنیدبه «قربانی: ریاضیدانان» صفحات ۷۳ تا ۸۵)

ابوعبدالله الشنی

ابوعبدالله محمدبن احمدالشنی- ریاضی‌دانی عالی‌قدر و معاصر با بیرونی و ابوالجودمحمدبن‌لیث* بوده‌ویا پیش‌اززمان آنان‌می‌زیسته‌است. حکیم‌عمرخیام* در کتاب جبرخود اورا مهندسی فاضل‌معرفی کرده وبیرونی در کتاب «استخراج‌الاوتار» چندین استدلال برای‌قضایای هندسی ازوی ذکر کرده است.

ابوعبدالله محمدبن جابر← بتّانی

ابوعبدالله محمدبن موسی← خوارزمی

ابوعلی حبوبی

حسن‌بن‌حارث حبوبی خوارزمی، ابوعلی- فقیه وازعلمای نیمهٔ دوم قرن چهارم هجری ومعاصر با ابوالوفای بوزجانی وابوریحان بیرونی وابونصر عراق بوده و در ریاضیات دست داشته وکتابی دربارهٔ به‌کاربردن جبر وخطأین درحساب‌وصایا نوشته است موسوم به «کتاب‌الاستقصاء» که نسخهٔ خطی آن موجود است.(رجوع کنید به «قربانی: ریاضیدانان» ص۲۴۰ و۲۴۱)

ابوعلی سینا

ابوعلی‌حسین‌بن عبدالله‌بن‌سینا- دانشمند وفیلسوف وطبیب وریاضی‌دان‌ایرانی ومعروفترین دانشمندان اسلام ویکی‌ازبزرگترین دانشمندانی است که تاکنون‌پا به عرصهٔ وجودگذاشته‌اند. درسال ۳۷۰/۹۸۰درقریهٔ افشنه نزدیك بخارا چشم به جهان‌گشود ودرسال ۴۲۸/۱۰۳۷ درهمدان وفات یافت.مهمترین اثرریاضی ابوعلی سینا همان است که «در کتاب‌الشفا» آورده وشامل سه جزو است: ارثماطیقی -

موسیقی وهیأت. ونیز ازاوست:

«رسالة فی تحقیق الزاویه» و «رساله فـی تحقیق مبادی‌الهندسة»ـ «مختصر فـی الهیئة»ـ «مختصر المجسطی» وغیره. (رجوع کنید به «قربانی:ریاضیدانان» صفحات ۳۱۱ تا ۳۲۲)

ابوالفتح خازنی

ابوالفتح عبدالرحمان خازنی- مولد ومنشأش دیار روم (یونان) بودوبـه غلامی علی خازن مروزی‌درآمد ودرتحت توجه وی درمروپرورش یافت وریاضیات‌وفلسفه آموخت ودرسال ۲۲ـ۵۱۵/۱۱۲۱ کتاب «میزان‌الحکمة» راکه یکی ازجـالبترین کتابهای دورهٔ اسلامی درمکانیك وفیزیك است‌نوشت. ودیگرازآثارش «زیج معتبر سنجری» است که آن را به‌نام سنجربن ملکشاه‌بن‌الپ‌ارسلان تألیف کرده. ویکی دیگرازتألیفات او«کتاب‌الآلات‌العجیبة‌الرصدیه» است. «میزان‌الحکمه» بـه چاپ رسیده وترجمهٔ مختصری ازآن نیزبه فارسی چاپ شده است.

ابومحمودخجندی

ابومحمودحامدبن خضرخجندی- ازبزرگان علمای‌ریاضی وهیأت وبه‌قول بیرونی یگانهٔ عصرخویش درصنعت اسطرلاب وآلات نجومی بود. درزمان‌عضدالدولهٔ‌دیلمی دررری می‌زیست و«سدس فخری» را به نام فخرالدولهٔ دیلمی ساخت وبا آن در سال ۳۸۴/۹۹۴ میل کلی‌را اندازه گرفت. برهانی برامتناع معادلهٔ $x^3 + y^3 = z^3$ آورده ویکی ازکسانی است که مدعی اختراع «شکل‌مغنی» بوده است. وفـات وی را در حدود سال ۳۹۰/۱۰۰۰ دانسته‌اند.

برای کسب اطلاع از تألیفات او و شرح «سدس فخری» و حل معادلهٔ $x^3 + y^3 = z^3$ رجوع کنید به «قربانی: ریاضیدانان» ص۱۵۸ تا ۱۶۸

ابومعشر بلخی

ابومعشر جعفر بن محمد بن عمر بلخی- از علمای معروف احکام نجوم بود و آثارش بیش از سایر کتابهای احکام نجوم در اروپای قرون وسطی شهرت داشت. مترجمان لاتینی او را «البوماسار» (Albumasar) می‌نامیدند. وی در سن تقریباً صد سالگی در سال ۲۷۲/۸۸۶ درواسط درگذشت.

مهمترین اثر وی «المدخل الکبیر» در احکام نجوم است که نفوذ زیادی در اروپای قرون وسطی داشت و به زبان لاتینی نیز ترجمه شده است و در آن تأثیری که علوم ایرانی و هندی در علوم اسلامی داشته است هویدا است. چندین تألیف دیگر نیز در احکام نجوم دارد.

ابونصر عراق

ابونصر منصور بن علی بن عراق جیلانی- ریاضی‌دان و منجم بلند پایه و استاد ابوریحان بیرونی و از خاندان آل عراق بود و در نیمهٔ دوم قرن چهارم و اوایل قرن پنجم هجری قمری در خوارزم می‌زیست و معاصر با ابوعلی سینا* بود و مدتی با او و بیرونی در دربار خوارزمشاه ابوالعباس مأمون بن مأمون می‌زیست. در ریاضیات و نجوم دارای تألیفات نفیسی است که عده‌ای از آنها از دستبرد حوادث مصون مانده است.

حکیم عمر خیام در یکی از رسایل خود ابونصر عراق را در جزو ردیف اول

وطبقهٔ عالی علمای ریاضی برشمرده است. ازمهمترین آثار ریـاضی وی می‌تـوان «اصلاح کتاب مانالاوس فی الاشکال الکریة» و«تهذیب التعالیم» و «رسالة فی معرفة القسی الفلکیه» و «المجسطی الشاهی» را نام برد. ازآثار ابونصرعراق بیست وچهار کتاب ورساله شناخته شده که دوازده رساله ازآنها را به نام بیرونی نوشته است . بیشتر آثار او به چاپ رسیده ویا موجود است (رجوع کنید به «قربـانی : ریاضیدانان» صفحات۲۲۱ تا ۲۳۹)

ابوالوفای بوزجانی

ابوالوفا محمدبن‌محمدبن یحیی بوزجانی- یکی از مفاخـر علمی ایـران و از بزرگترین ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی‌است. درسال ۳۲۸/۹۴۰ درشهر بوزجان(تربت شیخ جام فعلی) تولد یافت ودرسال ۶۰ـ۳۴۸/۹۵۹ به عراق مهاجرت کرد وتاآخر عمر دربغداد می‌زیست ودرآنجا درحدودسال ۳۸۷/۹۹۷ درگذشت .

بوزجانی یکی ازمشهورترین‌منجمان ومهندسان زمان خود بوده ودرکارهای علمی با ابوریحان بیرونی مکاتبه داشته است. اهمیت‌آثارش بیشتربـه واسطهٔ سهم به سزایی است که وی درپیشرفت علـم مثلثات داشته است. کتاب «اعمال هندسی» وی بدیعترین وجالبترین اثری‌است که دردورهٔ اسلامی دربارهٔ هندسهٔ عملی پدید آمده است (برای کسب اطلاعات بیشتردربارهٔ اکتشافات ریاضی وفهرست آثار او وتحقیقاتی که دربارهٔآنها به عمل آمده است رجوع کنیدبه «قربانی: ریاضیدانان» صفحات ۱۲۱ تا ۱۵۷)

اخوان‌الصفا

جمعیت سری، فلسفی وعرفانی که درقـرن چهارم هجری قمری در بصره و

بغداد تشکیل یافت، وهدف ومرام آن ترویج اخوت وصفا بین مردم ورفع اختلاف فکری ومذهبی ازطریق ترویج حکومت عقل وتلفیق بین فلسفه ومذهب، وخلاصه ایجادیك نوع مدینه‌ی فاضله درعالم بوده است... اخوان‌الصفا را بعضی‌ازمحققان‌به اسماعیلیه وقرامطه وبعضی به شیعهٔ اثنی‌عشری منسوب داشته‌اند. حقیقت‌آنست که عقاید وآراء آنها بنحوی که ازرسائل اخوان‌الصفا برمی‌آید تلفیقی از مذاهب صوفیه و متکلمین و حکما است. (نقل به اختصار از «دایرةالمعارف فارسی» ج۱ ص ۶۹)

الغ بیگ

پسرشاهرخ تیموری وملقب‌به علاءالدوله‌وپادشاه سلسلهٔ تیموریان (از ۸۵۰ تا ۸۵۳ هجری قمری) بود. وی درریاضیات دست داشت و«زیج‌الغ بیگی» را به کمك علمای مشهوری‌مانند غیاث‌الدین جمشیدکاشانی* ومعین‌الدین‌کاشانی‌وقاضی‌زادهٔ رومی* که دردستگاه اوبودند در۸۴۱ هجری قمری به پایان رسانید (رجوع کنید به «دایرةالمعارف فارسی» ج۱ ص۲۱۰)

اهوازی ← ابوالحسن اهوازی

بتّانی

ابوعبدالله محمدبن جابربن سنان‌حرانی صابی- ازبزرگترین منجمان‌مسلمان که پیش‌از۸۵۸/۲۴۴ درحران یا نزدیك آنجا متولد شد. خاندانش‌اصلا صابئی بودند ولی خودش مسلمان بود. بیشتر عمر خود را در رقه (برساحل چپ فرات) گذرانید واز۸۷۷/۲۶۴ به بعد تمام وقت خود را صرف ارصاد نجومی کرد ودر

۳۱۷/۹۲۹ درنزدیك سامرا درگذشت. بزرگترین اثری که ازوی به جا مانده «زیج» اوست که به «زیج صابی» معروف است. وآن درقرن دوازدهم میلادی دوبار به لاتینی ودرقرن سیزدهم میلادی به‌اسپانیایی ترجمه شد. زیج بتّانی که‌مشتمل برنتایج رصدهای اواست نه فقط دربسط نجوم در دورهٔ اسلامی مؤثربوده بلکه در قرون وسطی و اوایل دورهٔ رنسانس درتکامل علم نجوم ومثلثات کروی دراروپا تأثیری عظیم داشته است. (نقل به اختصار از «دایرةالمعارف فارسی» ج۱ص۳۸۸)

بیرجندی ← عبدالعلی بیرجندی

ثابت‌بن قره

ابوالحسن ثابت‌بن‌قرةبن‌مروان‌الحرانی- به سال۸۳۶/۲۲۱ درحرّان از بلاد بین‌النهرین متولد شد و در۹۰۱/۲۸۸ درگذشت. ازبزرگترین دانشمندان حوزهٔ علمی بغداد وازبرجسته‌ترین مترجمان زبانهای یونانی وسریانی به عربی و ریاضی دان ومنجم زبردستی بود ودرطب نیزمهارت‌داشت. بسیاری ازآثار ریاضی‌ونجومی یونانیان به دست خودوی یا زیرنظروی به عربی ترجمه شد وبرخی ازترجمه‌های دیگران را اصلاح کرد. کتابها ورساله‌های متعدد به اومنسوب است که بعضی از آنها به زبانهای اروپایی ترجمه شده ودربارهٔ برخی دیگر ازآنها تحقیقاتی توسط پژوهندگان به عمل آمده است. ازجملهٔ‌کارهای برجسته او در ریاضیات یکی دستوری است که برای محاسبهٔ بعضی‌ازعددهای متحاب بیان کرده[۱] ودیگر روش بدیعی است که برای محاسبهٔ مساحت سهمی‌وحجم سهمیوار (Paraboloid) به‌کار برده است. فرزنداوسنان‌بن ثابت ونوهٔ او ابراهیم‌بن سنان[۲] نیزاز دانشمندان

(۱)- رجوع‌کنید به «قربانی: دوریاضی‌دان» صفحهٔ ۴۹

(۲)- رجوع‌کنید به نام وی درهمین فهرست

مشهور ودرریاضیات زبردست بودند .

گمان می کنم بهترین منبع برای کسب اطلاع ازاحوال وآثارثابت‌بن قره فعلا کتاب زیر است :

CARMODY و F. J. : The Astronomical Works of Thabit b. Qurra. University of California Press ، 1960

حامدبن خضر ← ابومحمود خجندی

حبش‌حاسب

احمدبن‌عبدالله مروزی ملقب به حبش حاسب- ازشخصیتهای برجستهٔ سده‌های نخستین اسلامی که اصلش ازمرو بود ودر بغداد می‌زیست ودر بین‌سالهای۸۶۴/۲۵۰ و۸۷۴/۲۶۰ درگذشت وعمرش نزدیك به صد سال رسید. ریاضی‌دانی بود زبردست وتردیدی نیست که تابعهای مثلثاتی جیب وجیب تمام وسهم وظل‌اول وظل‌ثانی‌را به خوبی می‌شناخته وبا مهارت‌کامل آنها را به‌کار می‌برده است. وی سه «زیج» تألیف کرد که مهمترین‌آنها «زیج ممتحن» است ونیز« کتاب فی‌معرفةالکره والعمل بها» و« کتاب‌العمل بذات‌الحلق لبطلمیوس من‌اعمال‌حبش‌بن‌عبدالله» ازتألیفات اواست.

(برای کسب اطلاعات بیشتردربارهٔ وی رجوع کنیدبه «قربانی:ریاضیدانان» صفحات ۴۳ تا ۵۰)

حبوبی ← ابوعلی حبوبی

حسام‌الدین سالار ← علی‌بن‌فضل‌الله سالار

حکیم عمرخیام ← خیام

خازن ← ابوجعفرخازن

خازنی ← ابوالفتح‌خازنی

خجندی ← ابومحمود خجندی

خواجه نصیرطوسی ← نصیرالدین طوسی

خوارزمی

ابوعبدالله محمدبن‌موسی خوارزمی- ریاضی‌دان و منجم و جغرافیادان ومورخ ایرانی ویکی‌اززبردست‌ترین دانشمندان مسلمان وبزرگترین عالم عصرخود بود که دوران فعالیت علمی اورا می‌توان دراواخرقرن دوم وثلث اول قرن‌سوم‌هجری دانست. وی در ریاضیات و مخصوصاً نجوم ایران قبل ازاسلام و تعالیم مکتب جندیشاپور، که‌درزمان وی هنوز ازخاطرها محونشده‌بود، دست داشت وآنها را با ریاضیات هندی درآمیخت ونخستین کتابهای حساب وجبر و نجوم (زیج) را به زبان عربی نوشت. آثاراو دربسط وپیشرفت ریاضیات، چه در کشورهای اسلامی و چه‌بعداً در کشورهای اروپایی، تأثیرفراوان داشت. ازتألیفات اوست، «مختصرمن حساب‌الجبروالمقابله» که به انگلیسی ترجمه‌شده ونیز« کتاب‌الجمع‌والتفریق» که به زبان لاتینی ترجمه گردیده است .

(برای کسب اطلاعات بیشتر دربارهٔ وی وسایر تألیفاتش وتحقیقاتی که در بارهٔ وی به عمل آمده رجوع کنید به «قربانی: ریاضیدانان» صفحات ۱ تا۳۳)

خیام

ابوالفتح (یا ابوحفص) غیاث‌الدین عمربن ابراهیم خیامی، معروف به حکیم عمرخیام- دربین سالهای ۴۳۰ تا ۴۴۰ هجری(۱۰۳۸ تا ۱۰۴۸ میلادی) درنیشابوریا حوالی آن متولد شد ودر۵۱۵ یا ۵۱۷ هجری (۱۱۲۱ یا ۱۱۲۳ میلادی)در گذشت.

وی یکی از بزرگترین ریاضی‌دانان ومنجمان دورهٔ اسلامی است ورسالهٔ جبراویکی ازبرجسته‌ترین آثارقرون وسطایی دراین‌علم شناخته شده است. درمشرق‌زمین به واسطهٔ سهم عمده‌ای که دراصلاح سال وماه برای وی قائل بودند شهرت داشت‌ودر اروپا به سبب ترجمهٔ انگلیسی رباعیات وی توسط فیتزجرالد (در۱۸۵۹ میلادی) شهرت یافت. نوشته‌اند که‌به سمرقندوبلخ وهرات وری واصفهان و حجازسفر کرد ودرسال ۴۶۷/۱۰۷۴ سلطان ملکشاه‌سلجوقی وی وعده‌ای دیگرازمنجمان‌رامأمور اصلاح سال وماه ایرانی کرد.

نتیجهٔ این اصلاح را «تاریخ جلالی» می‌نامند که‌آغازآن بنابرمشهور دهم ماه رمضان سال ۴۷۱ (۱۶ مارس ۱۰۷۹) بود. مهمترین تألیف خیام در ریاضیات رسالهٔ جبراو است که آن را به نام قاضی‌القضاة ابوطاهرتدوین کرده است. این رساله درسال ۱۸۵۱ میلادی‌توسط«فرانسوا وپکه» به زبان فرانسوی‌ترجمه وتفسیر شد. آقای دکترغلامحسین مصاحب آن را به فارسی‌ترجمه کرده است. این‌ترجمه با رسالات دیگری ازخیام وبحث درآنها درسال ۱۳۳۹ ه.ش. توسط انجمن آثار ملی ایران در کتاب «حکیم عمرخیام به عنوان عالم جبر» به چاپ رسیده است.

برای کسب اطلاعات مفصل ودقیق دربارهٔ آثار ریاضی خیام رجوع کنید به کتاب مذکور.

سجزی ← ابوسعیدسجزی

سلیمان‌بن عصمة

ابوداودسلیمان‌بن عصمة سمرقندی- ریاضی‌دان ومعاصر با ابوجعفرخازن* بوده است. به قول بیرونی وی مؤلف رساله‌ای بوده موسوم به «رسالة فی مساحة ذوات

النواحی» ونیز زیجی نوشته بوده است موسوم به «زیج‌عمل‌النیرین» وبه قول نسوی* تفسیری نوشته بوده است برمجسطی بطلمیوس. رساله‌ای درشرح و تفسیر قسمتی ازمقالهٔ دهم اصول اقلیدس ازوی موجود است.

شمس‌الدین آملی ← محمدبن‌محمودآملی

شمسی هروی ← ابوالحسن‌شمسی هروی

الشنّی ← ابوعبدالله‌الشنّی

صاغانی ← ابوحامد صاغانی

صوفی ← عبدالرحمان‌صوفی

طبری ← عمربن‌فرخان طبری

طبری ← محمدبن‌ایوب طبری

طوسی ← نصیرالدین طوسی

عبدالحمیدبن‌واسع جیلی، ابوالفضل

قفطی در«تاریخ‌الحکماء» نوشته است: به علم حساب عالم ودرآن شیوه متقدم بود واورا «ابن‌ترك‌الجیلی»خواندندی ومکنی به «ابی‌محمد» نیز بود. تصانیف مشهوره درعلم حساب دارد. ازآن جمله است کتاب «الجامع‌فی‌الحساب» و آن مشتمل برشش کتاب است ودیگر «نوادرالحساب وخواص‌الاعداد»

ابن‌ندیم در«الفهرست» کتاب «المعاملات» (یعنی حساب عملی) را نیز به نام او ثبت کرده است.

تنها رساله‌ای که ازوی با عنوان «الضرورات فی‌المقترنات‌من کتاب‌الجبر و المقابله» در دست است به زبانهای ترکی وانگلیسی ترجمه شده است.

عبدالرحمان خازنی ← ابوالفتح خازنی

عبدالرحمان صوفی

ابوالحسین عبدالرحمان بن عمر صوفی رازی - فاضلی جلیل ومنجمی عالی مقام و اصلا ازفسای فارس بود. درسال ۲۹۱/۹۰۳ در ری چشم به جهان گشود ودر سال ۳۷۶/۹۸۶ به رحمت ایزدی پیوست. بنا به گفته خودوی درسال۴۹ـ۳۳۷/۹۴۸ در اصفهان درصحبت ابن‌عمید (ابوالفضل محمد بن حسین)، وزیر معروف آل بویه، به سر می برد ودرسال ۶۱ـ۳۴۹/۹۶۰ دردربار عضدالدولهٔ دیلمی دراصفهان می‌زیست. وی منجم دربارعضدالدوله بود واثر بسیار نفیس ومعروف خود «صورالکواکب» را به نام آن پادشاه نوشت.

عضدالدوله به شاگردی وی درشناختن صور کواکب افتخار می کرد. شش کتاب ازتألیفات وی دربارهٔ اسطرلاب واحکام نجوم وغیره می‌شناسیم که مهمترین آنها همان «کتاب صورالکواکب‌الثابته» است که بارها به چاپ رسیده و خواجه نصیرطوسی* آن را به فارسی ترجمه کرده است.

(برای کسب اطلاعات بیشتر دربارهٔ وی رجوع کنید به «قربانی:ریاضیدانان» صفحات ۹۵ تا ۱۱۲)

عبدالعلی بیرجندی

ملاعبدالعلی بن محمد بن حسین، نظام‌الدین بیرجندی- ازریاضی‌دانان ومنجمان قرن دهم هجری بود که درسال ۹۳۴/۱۵۲۷ وفات یافت. بیشتر آثارش، درریاضیات و نجوم، شرحهایی است که برآثار دیگران نوشته وتألیف مستقل وی «بیست‌باب‌در تقویم» و«رسالهٔ ابعادواجرام» است. ازشرحهای وی می‌توان «شرح‌شمسیةالحساب»

و«شرح تحریر مجسطی» و«شرح زیج الغ بیك» به فارسی و«شرح تذکرهٔ نصیریه» و «حاشیهٔ شرح ملخص چغمینی» را نام برد.

علی بن احمد ← علی نسوی

علی بن فضل الله سالار، حسام الدین

ازعلمای ریاضی قرن ششم‌هجری‌است. نصیرالدین‌طوسی نام‌وی را در کتاب «کشف‌القناع» آورده ومطالبی دربارهٔ «شکل‌قطّاع»ازوی نقل کرده‌است: ازاواست: «مقدمات‌لتبیین‌المصادرةالتی‌ذکرهااوقلیدس فی‌صدرالمقالةالاولی‌فیمایتعلق بالخطوط المتوازیة» (رجوع کنید به «خیامی نامه» صفحات ۲۸۱ تا ۲۹۴) و نیز کتاب «جامع قوانین‌علم‌الهیئة» که نسخهٔ خطی آن دراستانبول موجود است ظاهراً از تألیفات او است (←«کراوزه St» ص ۵۱۱) وی نیز زیجی تألیف کرده بوده است به نام «زیج شاهی»

علی قلصادی

ابوالحسن علی‌بن محمد قرشی بسطی مشهور به قلصادی وملقب به نورالدین‌ـ دانشمند وریاضی‌دان مسلمان عرب اندلسی که در قرن نهم هجری می‌زیست. وی آخرین ریاضی‌دان مهم ازاعراب اسپانیا بود که ازخود آثار بسیار باقی گذاشت. وی دریکی از آثار خود موسوم به «کشف‌الاستارعن‌علم‌الغبار» علامات و رموز جبری به‌کاربرده است. از تألیفات او است: «التبصره فی‌علم‌الحساب» و«کشف الجلباب عن علم‌الحساب» و«کشف‌الاستارعن‌علم‌حروف‌الغبار» و«قانون‌الحساب» و «شرح کتاب تلخیص‌ابن‌البناءمراکشی» وغیره. برخی ازآثار وی به‌زبان فرانسوی ترجمه شده است.

علی نسوی

ابوالحسن علی‌بن‌احمد نسوی - ریاضی‌دان ومنجمی عالی‌قدر وبـه خصوص در هندسه متخصص بود ودرمنطق وفلسفه وپزشکی نیز دست داشت. اصل وی ازنسای خراسان بود وبه سال ۳۹۳/۱۰۰۲ درشهرری متولدشد وبخش مهمی‌ازعمرخویش را درآن شهر گذرانید و عمرش نزدیك به صدسال رسید. به سبب مهارتی کـه در ریاضیات داشت‌دانشمندان‌وی‌را استادمختص‌نامیده‌اند. تألیفات مهم وی درریاضیات عبارتنداز :

۱ـ «المقنع فی‌الحساب‌الهندی» (برای کسب اطلاع ازمحتویات ایـن کتاب رجوع کنید به «قربانی: نسوی‌نامه» صفحات ۱۱ تا ۱۴۵)

۲ـ «کتاب‌الاشباع فی‌شرح‌الشکل‌القطّاع»

۳ـ «تفسیر کتاب مأخوذات ارشمیدس»

۴ـ «التجریدفی‌الهندسه»

۵ـ «الزیج‌الفاخر»

۶ـ «اختصارالمجسطی»

برای کسب اطلاع مفصل دربـارهٔ احوال وآثـار نسوی رجـوع کنید بـه «قربانی: نسوی‌نامه»

عمربن فرخان طبری، ابوحفص

منجم ومهندس ایرانی ازاهل طبرستان ویکی‌ازمترجمان زبردست ازفارسی به عربی بود. درخدمت یحیی‌بن خالدبن برمك به سرمی‌برد. فضل‌بـن‌سهل وزیـر

مأمون اورا به ترجمهٔ کتب عربی واداشت. وی در حدود ۲۰۰/۸۱۵ درگذشت. هشت کتاب ورساله درفن احکام نجوم به وی نسبت داده‌اند.

عمرخیام ← خیام

غیاث‌الدین جمشید کاشانی

ریاضی‌دانی عالی‌قدر ومحاسبی ماهرومنجمی زبردست ومؤلفی توانا ومخترع آلات دقیق رصدبود ومی‌توان اورا به حق ازبرجسته‌تن ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی دانست. وی از حدود سال ۸۰۸/۱۴۰۶ تا پایان عمرش یعنی سال ۸۳۲/۱۴۲۹ فعالیت علمی داشت ودراین مدت به تصنیف وتألیف رسالات وکتب ریاضی ونجومی پرداخت که مهمترین آنها «زیج خاقانی» و«مفتاح‌الحساب» و«رسالهٔ محیطیه» و و«رسالهٔ وتر وجیب» است. آلت «طبق‌المناطق» را برای تعیین عروض کواکب اختراع کرد وکتاب «نزهة‌الحدائق» را درشرح آن نوشت. ازجملهٔ شاهکارهای ریاضی وی این است که اونخستین مخترع کسرهای اعشاری است وعدد پی (π) را با دقتی که تقریباً تا صدوپنجاه سال بعداز وی در دنیا بی‌رقیب ماند حساب کرد وجیب زاویهٔ یك درجه را باروش تکراری حلّ نوعی معادلهٔ درجهٔ سوم به‌وجه‌بسیار جالب توجهی که تا زمان وی سابقه نداشت به دست آورد. کاشانی درحدود سال ۸۲۴/۱۴۲۱ به دعوت الغ‌بیك ازکاشان به سمرقند رفت ومدیر رصدخانهٔ سمرقند و مورد احترام الغ‌بیگ وریاضی‌دانان دیگری که در سمرقند می‌زیستند بود (جامعترین و مفصلترین کتابها در شرح احوال وآثار او کتاب «قربانی: کاشانی‌نامه» است).

فارسی ← کمالدین فارسی

فرغانی ← ابوالعباس فرغانی

فزاری ← محمدبن ابراهیم فزاری

فضل‌بن‌حاتم ← ابوالعباس نیریزی

قاضی‌زادهٔ رومی

موسی‌بن محمدبن قاضی محمود رومی- ازعلمای ریاضی قرن نهم هجری بود. در بروسه (Brussa) از بلاد ترکیه متولد شد. برای کسب علم به خراسان و ماوراءالنهر سفر کرد. درسمرقند به‌خدمت سلطان الغ بیگ درآمد و پس ازغیاث‌الدین جمشیدکاشانی مدیر رصدخانه سمرقندشد ودرتألیف زیج الغ بیگ شرکت جست. سال وفات اورا بین‌سالهای ۸۴۰/۱۴۳۶ و۸۵۰/۱۴۴۶ دانسته‌اند. ازتألیفات‌اویکی شرح کتاب «اشکال‌التأسیس» تألیف شمس‌الدین‌محمدبن اشرف سمرقندی ودیگری شرح کتاب «المخلص‌فی‌الهیئة» تألیف محمودبن‌محمد چغمنی است.

قاینی← ابوالحسن ،ابن‌بامشاد

قطب‌الدین شیرازی

محمودبن مسعودبن‌مصلح،قطب‌الدین شیرازی - ریاضی‌دان ومنجم و نورشناس و طبیب وفیلسوف ویکی ازبزرگترین دانشمندان ایرانی درادوار تاریخ بود. به سال ۶۳۴/۱۲۳۶_۳۷ درشیراز متولد شد. ازخاندانی دانشمند بود وقسمتی از معلومات طبی را ازپدر وخویشاوندانش درشیرازفرا گرفت. بعدها درحلقهٔ شاگردان‌خواجه نصیرالدین طوسی* درآمد وازفاضلترین ومعروفترین شاگردان وی شد. بارها به خراسان وعراق عجم وعراق عرب و آسیای صغیر سفر کرد و بالاخره در سال ۶۸۱/۱۲۸۲_۸۳ قاضی سیواس وملطیه‌شد ودرسال ۷۱۰/۱۳۱۱ درتبریزدرگذشت.

تـألیفات متعدد دارد کـه مهمترین آنها «نهایةالادراك فی درایـةالافلاك»و«التحفة الشاهیة فی الهیئة» و«زیج سلطانی»است.

برای کسب اطلاعات بیشتر دربـارهٔ وی رجوع کنید بـه مقالـهٔ «قـربانی: قطب‌الدین شیرازی»)

قلصادی← علی قلصادی

کاشانی ← غیاث‌الدین جمشید کاشانی

کرجی ← ابوبکر کرجی

کمال‌الدین فارسی

حسن بن علی بن حسن کمال‌الدین (ابوالحسن) فارسی- ازعلمای بزرك ریاضی و فیزیك ایران وعالم اسلام درنیمهٔ دوم قرن هفتم واوایل قـرن هشتم هجری است. وی ازاهل فارس وشاگرد قطب‌الدین شیرازی بود ودرسال ۶۶۵/۱۲۶۶ متولد شد ودر نوزدهم ذیقعدهٔ سال ۷۱۸/۱۳۱۸درسن۵۳سالگی درگذشت. نام وی‌رابه‌صورت محمدبن‌حسین‌نیز ثبت کرده‌اند. ازتألیفات مهم وی یکی کتاب «تنقیح‌المناظر لذوی الابصاروالبصائر»است که‌آن را در تنقیح« کتاب‌المناظر» ابن‌هیثم بصری‌نوشته‌ودیگر « تذکرةالاحباب فی‌بیان‌التحـاب » دربارهٔ عدد های متحـاب که نسخهٔ خطی آن موجود است .

برای کسب اطلاعات بیشتر دربارهٔ آثار کمال‌الدین فارسی رجوع کنید بـه «قربانی: دو ریاضیدان »

کوشیار گیلی

کیا ابوالحسن کوشیار بن لبان گیلی- از ریاضی‌دانان ومنجمان بزرك ایران است که آثار ارزندهٔ علمی خودرا درنیمهٔ دوم قرن چهارم هجری پدیدآورده است. زمان زندگی اورا می‌توان تقریباً درحدود بین سالهای ۳۳۰/۹۴۱ تا ۴۰۰/۱۰۰۹ دانست. تألیفات ریاضی مهم اوعبارتند از«کتاب فی‌اصول‌حساب‌الهند» و «عیون الاصول فی‌الحساب» ودوزیج یعنی «زیج‌جامع» و«زیج بالغ» وچندین کتاب ورساله دربارهٔ احکام نجوم. کتاب حساب هندی وی مخصوصاً ازاین جهت حائزاهمیت‌است که دربین کتابهای حسابی که ازدورهٔ اسلامی به دست ما رسیده قدیمترین کتابی است که درآن ارقام هندی درضمن اعمال حساب به‌کار رفته است و گذشته‌ازاین آن کتاب درنشروبسط مفاهیم واصطلاحات ریاضی نیزاهمیت دارد.

(برای کسب اطلاعات بیشتر دربارهٔ آثار ریاضی وی وعکس نسخهٔ خطی کتاب «عیون‌الاصول» رجوع کنید به «قربانی: ریاضیدانان» صفحات۱۶۹تا۱۹۴)

کوهی← ابوسهل کوهی

مجریطی← مسلمة‌بن‌احمد مجریطی

محمد باقر یزدی

محمدباقربن زین‌العابدین یزدی- ازریاضی‌دانان دورهٔ صفویه ومعاصر با شاه عباس اول‌وشاه‌صفی وشاه‌عباس دوم بوده ومی‌دانیم که در ۱۰۴۷/۱۶۳۷ زنده بوده و کمی پیش‌ازسال ۱۰۶۹/۱۶۵۸ درگذشته است. درحدود ده کتاب و رساله ازوی می‌شناسیم که ازهمهٔ آنها معروفتر کتاب «عیون‌الحساب» وی است. نوهٔ او نیز

ریاضی‌دان بوده وشرحی بر«عیون‌الحساب» نوشته موسوم بـه «کفایة‌اللباب». کتاب «عیون‌الحساب» که به زبان عربی است به فارسی نیز ترجمه شده ونسخهٔ خطی از آن دردست است.

برای کسب اطلاع بیشتر ازاحوال وآثارمحمدباقریزدی رجـوع کنید بـه کتاب «قربانی: دوریاضیدان»

محمدبن ابراهیم فزاری

دانشمند ومنجم مسلمان کـه خلیفه «المنصور» درسال ۳ـ۱۵۷/۷۷۲ وی را مأمور ترجمهٔ کتاب «سدهانتا» ازسانسکریت به عربی کرد. ظاهراً به وسیلهٔ همین ترجمه بود که ارقام هندی وارد کشورهـای اسلامی شد. تاریخ وفـات محمدبـن ابراهیم را دربین سالهای ۱۸۰/۷۹۶ تا ۱۹۱/۸۰۶ نوشته‌اند.

محمدبن ایوب طبری، ابوجعفر

ریاضیدان ومنجم وازاهل‌آمل وملقب به «حاسب» بـود ودرنیمهٔ دوم قـرن پنجم هجری (ونه چنانکه‌بعضی نوشته‌اند دراواخر قرن چهارم هجری)می‌زیست. ازتألیفات‌ریاضی وی کتاب «شمارنامه» و کتاب«مفتاح‌المعاملات» که هردو به فارسی است به چاپ رسیده است.

محمدبن جابر ← بتّانی

محمدبن عبدالعزیزهاشمی، ابوعلی

ازاحوال وی درهیچیك ازمنابع اطلاع دقیقی نیافتم. مطابق با تحقیقی کـه به عمل آورده‌ام وی ازریاضیدانان ومنجمانـی بـوده که درنیمهٔ اول قـرن چهارم

هجری شهرت واعتبار داشته است. زیرا بیرونی در کتاب «تحدیدنهایات الاماکن» نوشته است که وی درذوالقعدهٔ سال ۳۲۰هجری کسوفی رادرشهر رقه رصد کرده است. گذشته ازاین رساله‌ای ازوی دربارهٔ «حساب‌جذورالاصم» در دست است که آن را به نام ابوالفضل جعفربن‌المکتفی نوشته واین جعفربن‌المکتفی بالله به‌قول قفطی (درتاریخ‌الحکماء) درسال ۲۹۴/۹۰۶ متولد شده ودرسال ۳۷۷/۹۸۷ وفات یافته است.

بیرونی نام دو کتاب ازآثارمحمدبن عبدالعزیز هاشمی را ذکر کرده است. یکی کتاب «الزیج‌الکامل» که ازآن در«آثارالباقیه» نام برده ودیگری«کتاب‌تعلیل زیج‌الخوارزمی» که ازآن در کتاب «استخراج‌الاوتار» یاد کرده است.

محمدبن لیث ← ابوالجودمحمدبن لیث

محمدبن محمود آملی

شمس‌الدین محمدبن محمود آملی- فیلسوف ودانشمند شیعهٔ ایرانی که در حدود سال۷۵۳/۱۳۵۲در گذشت. معروفترین اثرش کتاب «نفایس‌الفنون فی‌عرایس العیون» است که دایرةالمعارفی است به زبان فارسی، وآن را دربین سالهای ۷۳۵/۱۳۳۴ و ۷۴۳/۱۳۴۲ نوشته است. «نفایس‌الفنون» درسال ۱۳۱۶هجری‌قمری درتهران به چاپ سنگی رسیده‌است. (دردوجلد، ۵۱۲ صفحه)

محمدبن‌موسی ← خوارزمی

مسلمةبن احمد مجریطی، ابوالقاسم

ازاهل مادرید (مجریط) بود ودرقرطبه نشوونما کرد. نخستین دانشمند مسلمانی بود که دراسپانیا به شهرت رسید. منجم وریاضی‌دان اما معتقد به طلسم و

جادو بود ودر بین سالهای ۳۹۵/۱۰۰۴ و ۳۹۸/۱۰۰۷ در گذشت. وی زیج خوارزمی را تحریر کرد ودر آن تاریخهای فارسی را به سنوات هجری تبدیل نمود، کتابهایی دربارهٔ اسطرلاب وحساب (المعاملات) و کیمیا وغیره تألیف کرد که یکی از آنها کتاب «غایة‌الحکیم» است که در آن دربارهٔ خواص خرافی عددهای متحاب ۲۲۰و ۲۸۴ مطالبی نوشته است.

نسوی ← علی نسوی

نصیرالدین طوسی

ابوجعفرمحمدبن‌محمد معروف به‌خواجه نصیرالدین طوسی- فیلسوف وریاضیدان و منجم ودانشمند ایرانی ویکی از بزرگترین ریاضیدانان وحکمای اسلامی که‌درسال ۶۷۲/۱۲۷۴ در گذشت. فهرست همهٔ آثار ریاضی ونجومی وی دراین مختصر نمی گنجد. اوهمهٔ «کتب‌متوسطات» یعنی کتابهای ریاضی ونجومی را که محصلان قدیم بین هندسهٔ اقلیدس ومجسطی بطلمیوس می‌خواندند به بهترین وجه تحریر کرد. ازجملهٔ تألیفات مهم‌اودرریاضیات کتاب «کشف‌القناع‌عن‌اسرارشکل‌القطّاع» است که به زبان فرانسوی ترجمه شده وشهرت جهانی دارد. بسیار کتابها ومقالات دربارهٔ احوال وآثار اونوشته‌اند. در زبانهای اروپایی جامعترین شرح‌حال او را سارتن در کتاب «مدخل تاریخ علم» (سارتن، ج ۲ صفحات ۱۰۰۱ تا ۱۰۱۲) نوشته است.

نیریزی ← ابوالعباس نیریزی

هاشمی ← محمدبن عبدالعزیز

یزدی ← محمدباقر یزدی

فهرستها

فهرست منابع و مآخذ (۱)

به ترتیب الفبایی علائم اختصاری آنها

آثار الباقیه

«الآثار الباقیة عن القرون الخالیة» تألیف ابی الریحان محمد بن احمد البیرونی الخوارزمی» چاپ ادوارد زاخاو، لایپزیك ۱۸۷۸ م. با مقدمه‌ای به زبان آلمانی ـ درمنابع اروپایی ازاین کتاب با عنوان زیرياد می‌کنند:

«Chronolgie Orientalischer Völker» von Albiruni.
Herausgegeben von Dr. C. Eduard Sachau.
Leipzig , 1878

احوال وآثار بیرونی

«احوال وآثار ابوریحان بیرونی» تألیف دکتر ذبیح‌الله صفا. ازانتشارات ادارهٔ کل نگارش وزارت فرهنگ وهنر. تهران. ۱۳۵۲ ه . ش .

استخراج الاوتار (چاپ حیدرآباد)

«استخراج الاوتار فی الدائره بخواص الخط المنحنی الواقع فیها» تألیف بیرونی، چاپ

---

(۱)ـ نام کتابها یـا مقاله‌های دیگری که مـورداستفاده واقـع شده و درایـن فهرست نیامده درمتن کتاب حاضر یا درذیل صفحات آن آمده است .

حیدرآباد دکن،توسط جمعیت دائرةالمعارف عثمانیه،۱۳۶۷ ه.ق. = ۱۹۴۸ میلادی.
رجوع کنید به شمارهٔ ۲/۱۲ ومخصوصاً صفحات ۳۶ و۳۷ کتاب حاضر

استخراج الاوتار (چاپ مصر)

«استراج الاوتار فی الدائرة بخواص الخط المنحنی الواقع فیها» تألیف بیرونی، چاپ مصر، سال ۱۹۶۵ میلادی، مشتمل برمتن عربی وشرح ممزوج آن توسط احمد سعید الدمرداش به زبان عربی (در ۳۱۰ صفحه).
رجوع کنید به صفحهٔ ۳۷ کتاب حاضر ونیزبه صفحات ۳۹ تا ۴۱ همین کتاب.

اسمیث H

SMITH, D. E.: «History of Mathematics», 2 vol. Vol. I, 1951; Vol. II, 1953. Ginn and Company. U. S. A.

اصول اقلیدس = اصول هندسهٔ اقلیدس
رجوع کنید به «تحریر اقلیدس» درهمین فهرست

افراد المقال فی امر الاظلال

رسالهٔ دوم از «**رسائل البیرونی**» در۲۲۶ صفحه که در۱۳۶۷ ه. ق. مطابق با ۱۹۴۸ میلادی درحیدرآباد دکن به چاپ رسیده است. درمتن کتاب حاضربه عده‌ای از اشتباهات این چاپ اشاره شده است. (رجوع کنید به شمارهٔ ۲/۲۳ صفحات ۴۷ تا ۵۱ کتاب حاضر).

التفهیم عربی (وترجمهٔ انگلیسی آن)

کتاب التفهیم لاوائل صناعة التنجیم، تصنیف ابی الریحان محمدبن احمدالبیرونی، المکتوب فی غزنة سنة ۴۲۰، قدالتزم طبعه وترجمه الی اللغة الانکلیزیة فی اکسفورد سنة ۱۹۳۴، رمزی ریت.

«The book of instruction in the elememts of the art of astrology». By Abû, l-Rayhan Muhammad ibn Ahmad

al-Biruni. Written in Ghaznah , 1029 A. D. Reproduced from Brit. Mus. MS. Or. 8349. The Translation facing the Text by R. Ramsay Wright. XVIII + 674 p. London , Luzac , 1934

جورج سارتن این کتاب را درمجلهٔ ایسیس ، ج ۲۳ سال ۱۹۳۵ صفحات ۴۴۸ تا ۴۵۰ مورد نقادی قرارداده است .

التفهیم فارسی

«کتاب التفهیم لاوائل صناعة التنجیم تألیف استاد ابوریحان محمدبن احمد بیرونی» - با تصحیح ومقدمه وشرح وحواشی توسط استاد جلال همائی ، ازسال ۱۳۱۶ تا سال ۱۳۱۸ خورشیدی درتهران به چاپ رسیده است .

رجوع کنید به بخش سوم کتاب حاضر صفحات ۸۰ تا ۲۰۵

الفهرست

تألیف ابن‌ندیم، چاپ فلوگل : جلداول،لایپزیك ۱۸۷۱ م

ایسیس

ISIS: «Official Quarterly Journal of the History of Science Society».

مجلهٔ ایسیس را دانشمند فقیدجورج سارتن در۱۹۱۳ میلادی تأسیس کرد وهنوزهم منتشر می‌شود .

ایندکس ایسلامیکوس

PEARSON , J. D. : «Jndex Islamicus 1906 - 1955» , Cambridge 1958 - «Supplement 1956-1960» . Cambridge 1962 - «Second Supplement 1961 -1965», Cambridge 1967

ایوز H

HOWARD EVES: «An Introductin to the History of Mathematics». Revised Editiom , 1964 , Holt , Rinehart and Winston , Inc.

بررسیهایی دربارهٔ بیرونی

« بررسیهایی دربارهٔ ابوریحان بیرونی بمناسبت هزارهٔ ولادت‌او» شمارهٔ ۱۱ از انتشارات شورای عالی فرهنگ وهنر. تهران ۱۳۵۲ ه . ش .

بروکلمان G ـ بروکلمان S

BROCKELMANN , Carl. «Geschichte der Arabischen Litteratur»

ازچاپ دوم (۱۹۴۹-۱۹۴۳م) جلدهای اول ودوم‌کتاب فوق با عنوانهای «بروکلمان G_1» و «بروکلمان G_2» وازمتممهای آن با عنوانهای «بروکلمان S_1» و «بروکلمان S_2» نام برده‌ام .

بوآلو O

BOILOT , D. J. : «L'oeuvre d'al_Biruni : essai bibliographique» (Mélange de l' Institut Dominicaine d' e'tudes orientales du Caire , vol. 2, 1955, p p. 161-25. Corrigenda et addenda, aol. 3, 1956, pp.391-396)

تاریخ بیهقی

تصنیف خواجه ابوالفضل محمدبن حسین بیهقی دبیر، باهتمام دکترغنی و دکتر فیاض، تهران ۱۳۲۴

تاریخ الحکماء

تألیف‌جمال‌الدین قفطی، چاپ‌لیپرت، لایپزیك۱۹۰۳م.

تاریخ نجوم اسلامی

تاریخ نجوم اسلامی، ترجمهٔ‌کتاب «علم‌الفلك،تاریخه عندالعرب فی‌القرون‌الوسطی» تألیف‌کرلوالفونسونلینو، ترجمهٔ احمدآرام، تهران ۱۳۴۹ شمسی .

ورجوع کنید به «علم‌الفلك» درهمین فهرست .

تحدید نهایات الاماکن

«کتاب تحدید نهایات الاماکن لتصحیح مسافات المساکن» تألیف بیرونی- یك نسخهٔ خطی از متن عربی این کتاب در کتابخانهٔ سلطان فاتح استانبول به شمارهٔ ۳۳۸۶ موجود است که در تاریخ ماه رجب سال ۴۱۶، هجری قمری (در زمان حیات بیرونی) نوشته شده است. عکس این نسخه را دوست ارجمندم آقای دکتر منوچهر ستوده به من اهداء کرده است.

در متن کتاب حاضر بیشتر از «ترجمهٔ فارسی کتاب تحدید» استفاده کرده‌ام ولی گاهی نیز به متن عربی آن ارجاع کرده‌ام (رجوع کنید به «ترجمهٔ فارسی کتاب تحدید» در همین فهرست)

تحریر اقلیدس

«تحریر اقلیدس فی علم الهندسة» توسط خواجه نصیر الدین طوسی، چاپ سنگی، تهران ۱۲۹۸ ه. ق.

تحقیق ماللهند

«فی تحقیق ما للهند من مقولة مقبولة فی العقل او مرذوله» تألیف بیرونی، چاپ حیدر آباد دکن، ۱۹۵۸ (برای کسب اطلاع از سایر چاپها و ترجمه‌های این کتاب رجوع کنید به «نصر: کتابشناسی بیرونی» ص ۱۰)

ترجمهٔ انگلیسی التفهیم

رجوع کنید به «التفهیم عربی» در همین فهرست.

ترجمهٔ فارسی آثار الباقیه

«ترجمهٔ آثار الباقیهٔ ابوریحان بیرونی» توسط اکبر دانا سرشت متخلص به صیرفی، تهران ۱۳۲۱ ه. ش.

ترجمهٔ فارسی کتاب تحدید

«کتاب تحدید نهایات الاماکن لتصحیح مسافات المساکن» تألیف ابوریحان... بیرونی ترجمهٔ آقای احمد آرام. شمارهٔ ۱۳۹۲ ازانتشارات دانشگاه تهران ـ تهران ۱۳۵۲ ه.ش. (ونیزرجوع کنید به «تحدید نهایات الاماکن» درهمین فهرست)

ترجمهٔ فارسی مقدمهٔ ابن‌خلدون

«مقدمهٔ ابن‌خلدون» تألیف عبدالرحمن بن‌خلدون، ترجمهٔ محمدپروین گنابادی، در دو جلد، شماره‌های ۴۴ و ۸۰ ازانتشارات بنگاه ترجمه ونشرکتاب، تهران ۱۳۳۶ و ۱۳۳۷ ه. ش.

ترجمهٔ فارسی میزان‌الحکمة

«ترجمهٔ میزان‌الحکمة تصنیف ابوالفتح عبدالرحمن خازنی با مقدمه وتعلیقات توسط مدرس رضوی» شمارهٔ ۱۲ ازانتشارات بنیادفرهنگ ایران تهران، ۱۳۴۶ خورشیدی. از متن عربی کتاب میزان‌الحکمة بیشتر استفاده کرده‌ام. رجوع کنید به «میزان‌الحکمة» در همین فهرست.

ترجمهٔ فرانسوی کتاب کشف‌القناع

Traité du Quadrilatère, édite' et traduit par Alexandre Pacha Caratheodory, Constantinople, 1891

این‌ترجمه توسط Carra de Vaux درجلد بیستم دورهٔ هشتم مجلهٔ «روزنامهٔ آسیایی» (صفحات ۱۷۶ تا ۱۸۱) موردنقادی قرارگرفته است.

تعلیقات چهارمقاله

«تعلیقات چهار مقالهٔ نظامی عروضی» توسط دکتر محمد معین، چاپ سوم ۱۳۳۳ ه. ش.

تفهیم

رجوع کنید به «التفهیم فارسی» و «التفهیم عربی» درهمین فهرست .

جبر ومقابلهٔ خوارزمی(وترجمهٔ انگلیسی آن)

ROSEN , Frederic: «The Algebra of Mohammed ben Musa» London 1831

این کتاب مشتمل بر ترجمهٔ انگلیسی ومتن عربی کتاب «جبر ومقابلهٔ خوارزمی» ازروی نسخهٔ خطی موجود دراکسفورد است. (ورجوع کنید به قربانی: ریاضیدانان صفحات ۳۰ (م۲۳) و۳۲ (م۳۴) و۳۳ (م۳۵ وم۳۷ وم۳۸)

جمع الطرق السائره فی معرفة اوتار الدایره

تألیف بیرونی. رجوع کنید به شمارهٔ ۲/۱۳ صفحهٔ ۳۸ کتاب حاضر

خیامی‌نامه

تألیف استاد جلال‌الدین همائی، جلد اول، تهران ۱۳۴۶ هـ. ش.

داتا O

ADTTA , B. : Al-Biruni and the Origin of the Arabic numerals (15p). (Proceedings of the Benares Mathematical Society vol 7 , 1928)

دایرة‌المعارف اسلام

ENCYCLOPAEDIA OF ISLAM = ENCYCLOPEDIE DE L'ISLAM.

چاپ جدید. تاکنون سه جلد ازآن از ۱۹۶۰ به بعد به‌چاپ رسیده‌است .

دایرة‌المعارف اونیورسالیس

ENCYCLOPAEDIA UNIVERSALIS. Paris 1968-1974

دایرةالمعارف فارسی

به‌سرپرستی دکتر غلامحسین مصاحب ، جلد اول (۱ـس) چاپ اول ، تهران ۱۳۴۵ هـ. ش.

درةالتاج

«درةالتاج لغرةالدباج»تصنیف قطب‌الدین محمودشیرازی، بخش دوم، چاپ اول، تهران ۱۳۲۴ هـ. ش.

دیکسون H

DICKSON, L. E. «History of the Theory of Number.»
3 vol. 1966, Chelsea Publishing Company, New York

راشیکات

«راشیکات‌الهند»ـ رسالهٔ چهارم‌از «رسائل‌البیرونی» در ۳۰ صفحه که‌درسال۱۹۴۸ میلادی درحیدرآباد دکن به چاپ رسیده است .

رسائل ابن‌سنان

«رسائل‌ابن‌سنان،للعلامة ابراهیم‌بن‌سنان‌بن ثابت‌بن قرة...» مشتمل برهفت‌رسالهٔ زیر : الاسطرلاب‌ـ التحلیل والترکیب ـ حرکات‌الشمس ـ رسم‌القطوع ـ المساحة ـ الهندسة والنجوم .

این‌کتاب درسال ۱۳۶۷ هـ. ق مطابق با ۱۹۴۸ میلادی درحیدرآباددکن به چاپ رسیده است .

رسائل ابونصر

«رسائل ابی‌نصرمنصوربن عراق‌الی‌البیرونی» مشتمل بر۱۵ رسالهٔ زیر :

۱ـ الاسطرلاب ۲ـ امتحان‌الشمس ۳ـ تصحیح زیج‌الصفائح ۴ـ جدول‌التقویم ۵ـجدول‌الدقائق ۶ـرؤیةالاهلة ۷ـ ضمیمة‌کتاب‌الاصول ۸ـ القسی‌الفلکیة ۹ـکریةالسماء ۱۰ـ المسائل‌الهندسیة ۱۱ـ مطالع‌السمت ۱۲ـ اصلاح شکل مانالاوس ۱۳ـ منازعة

اعمال الاسطرلاب ۱۴- دوائر السموت فی الاسطرلاب ۱۵- صنعة الاسطرلاب

درسالهای ۱۹۴۷ و ۱۹۴۸ میلادی توسط جمعیت دایرة المعارف عثمانیه درحیدر آباد دکن به چاپ رسیده است .

رسائل البیرونی

مشتمل برچهار رساله: استخراج الاوتار فی الدائره- افراد المقال فی امر الظلال - تمهید المستقر لمعنی الممر- راشیکات الهند.

چاپ حیدرآباد دکن ۱۹۴۸ میلادی توسط جمعیت دایرة المعارف عثمانیه

الرسائل المتفرقة فی الهیئة

للمتقدمین و معاصری البیرونی، چاپ حیدرآباد، ۱۹۴۷م.

رسالهٔ جبر و مقابلهٔ خواجهٔ طوسی

شمارهٔ ۳۱۱ ازانتشارات دانشگاه تهران که ازروی نسخهٔ مکتوب درسال ۹۶۹ هجری به کوشش اکبر دانا سرشت درخرداد ماه ۱۳۳۵ ه. ش. به چاپ رسیده است (در ۲۳ صفحه)

رسالهٔ «فی حرکات الشمس»

تألیف ابراهیم بن سنان بن ثابت. رسالهٔ سوم از «رسائل ابن سنان». رجوع کنید به «رسائل ابن سنان» درهمین فهرست

رسالهٔ «القسی الفلکیة»

«رسالة فی معرفة القسی الفلکیة بعضها من بعض...» تألیف بیرونی. این رساله درسال ۱۳۶۶ ه. ق. توسط جمعیت دایرة المعارف عثمانی درحیدرآباد دکن درجزو «رسائل ابی نصر... الی البیرونی» به چاپ رسیده است (رسالهٔ هشتم ازمجموعهٔ رسائل ابونصر) در ۱۳ صفحه

رسالهٔ محیطیه

تألیف غیاث الدین جمشید کاشانی . عکس نسخهٔ خطی، به خط دست مؤلف، موجود در کتابخانهٔ آستان قدس رضوی. (رجوع کنید به «قربانی: کاشانی نامه» صفحات ۱۵۹ تا ۱۹۵)

رسالهٔ «المسائل الهندسیه»

تألیف ابونصرعراق. این رساله درمجموعهٔ «رسائل ابونصر» درسال ۱۳۶۶ ه.ق. درحیدرآباد دکن‌به چاپ رسیده است (رسالهٔ دهم ازمجموعه رسائل ابونصر)در۲۱صفحه

رضوی، صمدحسین

مقالهٔ : **«نسخهٔ واحدیك اثـر نامعلوم (= شناخته نشده) ابـوریحان البیرونی، غرةالزیجات یا ترجمهٔ عربی کرنه‌تلکه»** ترجمهٔ محمدیعقوب واحدی (مجلهٔ آریانا ، ج۲۱ ش۹ ص۱-۵)

(رجوع کنید به یادداشت شمارهٔ ۱ ذیل صفحهٔ ۶۱کتاب حاضر)

زاخاو A

SACHAU , E. : «Algebraisches über das Schach bei Biruni» (Zeitschrift der deutschen morgenlandischen Gesell - schaft , vol. 29, 1876 , pp. 148-156)

این مقاله دربارهٔ مسألهٔ شطرنج است- دربارهٔ مسألهٔ شطرنج نیزرجـوع کنید بـه «قربانی: مسألهٔ شطرنج» درهمین فهرست .

سارتن I

SARTON, Georges : «Introduction to the History of Science.» vol. I, 1950, vol II and III (each in 2 parts), 1953, Baltimore

سوتر A

SUTER, H: «Das Buch der Auffindung der Sehnen in Kreise von Abul-Raihan muh. el-Biruni» (Bibliotheca Mathematica, III Folge, 11 Band, 1910-1911,pp.11-78)

این مقاله مشتمل برترجمهٔ آلمانی متن کتاب «جمع الطرق السائره فی استخراج الاوتار الدائره» تألیف بیرونی (ازصفحهٔ ۱۱ تا صفحهٔ ۶۴ مقاله) وشرح وتفسیر آن است (ازصفحهٔ ۶۴ تا صفحهٔ ۷۸ مقاله)- این ترجمه وشرح بسیار استادانه انجام گرفته است. (و رجوع کنید به صفحهٔ ۳۸ کتاب حاضر)

سوتر P

SUTER, H.: Über die ProgeKtion der Sternbilder und Länder von al-Biruni (Abhandlungen zur Geschichte der Naturvissenschaften und Medizin, Heft 4, pp. 79-93, Erlangen, 1922)

این مقاله ترجمهٔ آلمانی رسالهٔ «فی تسطیح الصور و تبطیح الکور» تألیف بیرونی است.

شرح حال نابغهٔ شهیر ایران ابوریحان

نوشتهٔ علامه علی‌اکبر دهخدا. این مقاله درمجلهٔ آموزش و پرورش، جلد ۱۵ شماره‌های ۷/۶/۵/۴/۳ ص۱-۸۱ به چاپ رسیده وعین آن در«لغت‌نامه» ذیل عنوان **ابوریحان** نیزبه چاپ رسیده است. من از«لغت‌نامه» استفاده‌کرده ودر متن‌کتاب به آن ارجاع کرده‌ام.

شرح زیج الغ‌بیك

تألیف عبدالعلی‌بن محمدبن‌حسین نظام‌الدین بیرجندی. نسخهٔ خطی شمارهٔ ۴۷۳ کتابخانهٔ مرکزی دانشگاه تهران.

شمارنامه

تألیف محمدبن ایوب طبری، انتشارات بنیاد فرهنك ایران (شمارهٔ ۷) تهران ۱۳۴۵ هـ. ش.

شوی C

SCHOY, C.: «Al-Biruni's Computation of the Value of π.» (The American Mathematical Monthly, vol. 33;No 6, pp. 323-325)

این مقاله مشتمل برترجمهٔ باب پنجم ازمقالهٔ سوم کتاب «قانـون مسعودی» است (قانون مسعودی چاپی، ج۱ ص۳۰۳ و۳۰۴) که عنوان آن «الباب الخامس فی النسبة التی بین القطر و بین الدور» است .

شوی M

SCHOY , C.: «Al-Biruni's method of approximatin of chord 40°». (American Mathematical Monthly vol. 33, 1926, pp. 95-96)

شوی T

SCHOY, Carl: «Die trigonometrischen Lehren des persischen Astronomen Abu' l-Raihan Muh. ibn Ahmad al-Biruni», Hannover , 1927.

این کتاب را **کارل شوی** * درسال ۱۹۲۴م. نوشت ولی بعدازمرگ وی درسال ۱۹۲۷ توسط **روسکا** (J. Ruska) و ویلایتنر (H. Wieleitner) نشر یافت . شصت وسه صفحهٔ اول آن ترجمهٔ مقالهٔ سوم کتاب «قانون مسعودی» به زبـان آلمانـی است (← «قانون مسعودی» چاپی، ج۱ ص۲۷۱ تـا ۳۶۰) درصفحات ۶۴ تـا ۷۳ آن **کارل شوی**، به ترتیب، دربارهٔ بابهای دوم وچهاردهم وهفدهم ازمقالهٔ چهارم و باب ششم ازمقالـهٔ پنجم و باب یازدهـم از مقالهٔ چهارم «قانـون مسعودی» بحث کـرده است

* برای کسب اطلاع ازاحوال و آثار **کارل شوی** رجوع کنید به «مجلهٔ ایسیس» ج ۹ سال ۱۹۲۷ ص۸۳ تا ۹۵ .

(←«قانون مسعودی» چاپی، ج۱ص۳۶۹ و۴۴۲ و۴۵۶ و ج۲ ص۵۲۶وج۱ص۴۲۳).
درصفحات ۷۴ تا ۸۴، رسالهٔ «عمل‌الدائرةالمرسومةبسبعة اقسام‌متساويةلارشميدس‌ترجمهٔ **ابی‌الحسن ثابت‌بن قرة**» ازروی نسخهٔ خطی موجود درقاهره (فهرست خديويه، ج۵ ص۲۰۳) به زبان آلمانی ترجمه شده است. درصفحات ۸۵ تا ۹۱ **کارل‌شوی** رسالهٔ «فصل‌فی‌مقدمةضلع‌المسبع» تألیف **ابن‌هیثم** را از روی نسخهٔ خطی موجود در ایندیا افیس به زبان آلمانی ترجمه‌کرده است. صفحات ۹۲ تا ۱۰۰ کتاب مشتمل بر «بقیهٔ جدول‌جیب» ازروی «زیج الغ‌بیگ» وصفحات‌از۱۰۱ به بعدمشتمل‌برجداول ظل‌معکوس نیز ازروی همان زیج است. این‌کتاب توسط جورج سارتن درجلد دهم مجلهٔ ایسیس، سال ۱۹۲۸ صفحهٔ ۴۹۵معرفی شده است. سارتن نوشته است‌که این‌اثرکارل‌شوی‌مطالبی اساسی به معلومات ما دربارهٔ علم مثلثات در دورهٔ اسلامی می‌افزاید.

صابیلی L

SAYILI, Aydin: «Logical Necessities in Mixed Equations by Abd al Hamid ibn Turk and the Algebra of his time», Ankara, 1962

علم‌الفلك

«علم‌الفلك، تاريخه عندالعرب فی‌القرون‌الوسطی» ملخص‌المحاضرات‌التی‌القاها بالجامعةالمصرية حضرةالفاضل‌السنيوركرلونلينو. رم ۱۹۱۱م. این‌کتاب به‌فارسی ترجمه شده است. رجوع‌کنید به «تاریخ نجوم اسلامی» درهمین فهرست

عیون‌الحساب

تألیف ملامحمدباقر یزدی، نسخهٔ خطی. (راجع به‌این‌کتاب وشرح آن و ترجمهٔ فارسی آن ونسخه‌های خطی آن رجوع‌کنید به «قربانی: دو ریاضیدان ایرانی» صفحات ۳۴ و ۳۵)

فهرست‌الهیات

«فهرست نسخه‌های خطی‌کتابخانهٔ دانشکدهٔ الهیات ومعارف اسلامی». گردآوری

وتنظیم سیدمحمدباقرحجتی ومحمدتقی دانش‌پژوه . تهران ۱۳۴۵ هـ. ش.

فهرست دانشگاه

«فهرست نسخه‌های خطی‌کتابخانهٔ مرکزی دانشگاه تهران» تألیف محمدتقی دانش پژوه در۱۵ جلد.

فهرست سپهسالار

«فهرست‌کتابخانهٔ سپهسالار» از محمد تقی دانش پژوه و علینقی منزوی ، بخش سوم وچهارم .

فهرست لیدن

Catalogus cod. orient. bibl. acad. Batav. auctore R . Dozy , P. de Jong et M. J. Goeje. Leiden , 1851-77

فهرست مجلس

«فهرست‌کتابخانهٔ مجلس شورای ملی» در۱۹ جلد

فهرست میکروفیلمها

«فهرست میکروفیلمهای‌کتابخانهٔ مرکزی دانشگاه تهران»تألیف محمدتقی‌دانش‌پژوه، تهران ۱۳۴۸ هـ. ش.

فیورینی P

FIORINI, M.: «Le progezioni cartografiche di Albiruni» (Bollettino della societa geografcia italiana(3) , vol. 4, 1891, pp.287-294)

قانون مسعودی

«کتاب القانون‌المسعودی»، تألیف بیرونی، چاپ حیدرآباددکن، ۱۹۵۴-۱۹۵۶

میلادی درسه‌جزو. مجموعاً دارای ۱۴۸۷ صفحه به اضافهٔ ۵۹ صفحه فهرست .

رجوع کنید به بخش ششم کتاب حاضر

درپایان جلدسوم این چاپ از «قانون مسعودی» مقالهٔ زیر در۷۵ صفحه بـه چاپ رسیده ودرکتاب حاضر ازآن استفاده شده است :

BARANI, Seyed Hasan: «Al-Biruni and his Magnum Opus Al-Qanun u'l- Mas'udi. »

قربانی: تاریخ پی

قربانی، ابوالقاسم: «تاریخ عددپی درشرق وغرب»، مجلهٔ سخن دورهٔششم،شمارهٔ ۵، تیرماه ۱۳۳۴ خورشیدی. صفحات ۳۹۹ تا ۴۰۷

قربانی: دوریاضیدان ایرانی

قربانی،ابوالقاسم: «دوریاضیدانی ایـران وشمه‌ای دربارهٔ عـددهـای متحاب» از انتشارات مرکز تحقیقات علمی‌وتاریخی مدرسهٔ عالی دختران ایران، تهران دیماه۱۳۴۷

این کتاب مشتمل برشرح واحوال وآثارکمال‌الدین حسن فارسی ومحمدباقر یزدی‌و ومختصری دربارهٔ عددهای متحاب است .

قربانی: ریاضیدانان

قربانی. ابوالقاسم: «ریاضیدانان ایرانی- ازخوارزمی تا ابن‌سینا». نشریـه شمارهٔ ۱۴ مدرسه عالی دختران ایران، تهران ۱۳۵۰ خورشیدی- این کتاب مشتمل بـر شرح احوال وآثار بیست وپنج نفرازریاضی‌دانان ایرانی است .

قربانی: قطب‌الدین شیرازی

قربانی: ابوالقاسم: مقالهٔ، «قطب‌الدین شیرازی، ریاضیدان بزرگ ایـرانی»مجلهٔ راهنمای‌کتاب، سال یازدهم، شمارهٔ هشتم، صفحات ۴۲۹ تا ۴۳۵

قربانی: کاشانی‌نامه

قربانی، ابوالقاسم: «کاشانی‌نامه ـ تحقیق در احوال و آثـار غیاث‌الـدین جمشید

کاشانی ریاضی‌دان ومنجم بزرگ ایرانی» انتشارات دانشگاه تهران شمارهٔ ۱۳۲۲.
این کتاب جایزهٔ سلطنتی بهترین کتاب سال ۱۳۵۰ خورشیدی را بـه دست آورد و تحقیق علمی درجهٔ اول شناخته شد .

قربانی: مسألهٔ شطرنج

قربانی، ابوالقاسم: «مسألهٔ شطرنج» مجلهٔ سخن، دورهٔششم،شمارهٔ ۶ سال ۱۳۳۴ صفحات ۵۰۳ تا ۵۰۶

قربانی: نسوی‌نامه

قربانی، ابوالقاسم: «نسوی‌نـامه- تحقیق درآثار ریاضـی علی‌بـن‌احمد نسوی» - شمارهٔ ۱۴۵ ازانتشارات بنیاد فرهنگ ایران- تهران ۱۳۵۱خورشیدی.

کاژری H

CAJORI, F.: «A History of Mathematics». Second Editoin' New York , 1919

کاظم T

KAZIM, M. A.: Al-Biruni and trigonometry (Al-Biruni Commemoration volume, A. H. 1362, Calcutta «1951» pp. 161-170)

دراین مقاله اهمیت مقالهٔ سوم‌کتاب «قانون مسعودی» ازجهت تـاریخ علم مثلثات وپیشرفت آن علم مورد بحث قرارگرفته است. به عقیدهٔ نویسندهٔ مقالهٔ فـوق ، بیرونی بودکه نخستین بار علم مثلثات را به عنوان علمی مستقل مورد بحث قـرارداد و نـه ، چنانکه **براونموهل** (Braunmuhl, A.) در تـاریخ مثلثات خـود نـوشته است ، نصیرالدین طوسی .

کانتور V

CANTOR, M.: «Vorlesungen über Geschichte der Mathematik» Erster Band, Leipzig, 1907

کراوزه S

KRAUSE, M.: «Stambuler Handschriften islamischer Mathematiker» (Quellen und studien zur Geschichte der Math. Astr. und Physik, Abteilung B. Studien Band 3, 1936

کشاف اصطلاح الفنون

تألیف محمدعلی الفاروقی التهانوی. دوجلد، کلکته ۱۸۶۲ میلادی

کشف القناع

«کشف القناع عن اسرار شکل القطاع» تألیف خواجه نصیرالدین طوسی. عکس نسخهٔ خطی شمارهٔ ۶۷۰۳ کتابخانهٔ مرکزی دانشگاه تهران که اصل آن در کتابخانهٔ مدرسهٔ عالی سپهسالار تهران موجود است.

کندی M

KENNEDY, E. S.: «Al-Biruni' s Maqalid Ilm al-Hay' a». (Journal of Near Eastern Studies, vol. 30, 1971, pp. 308-314)

کهل G

KOHL, Karl.: «Zur Geschichte der Dreiteilung des Winkels» (Sitzunber. der Phys. med. Sozietät in Erlangen, 54 und 55 Band, 1922-1923, pp. 180-189)

گاهنامه

تألیف سیدجلال‌الدین طهرانی، سال ۱۳۱۱ خورشیدی.

لغت‌نامه

تألیف علامه دهخدا

لوکی R

LUCKEY, Paul : «Die Rechenkunst bei Gamshid b. Masûd al-Kashi, mit Ruckbliken auf die ältere Geschichte des Rechnens» (Abhandlungen fur die Kunde des Morgenlandes, XXXI, 1, Wiesbaden 1951

متفکران اسلام

CARRA DE VAUX, B.: «Les Penseurs de l Lslam», 5 vols., Paris, 1921-6.

مصاحب: ابوریحان

«ابوریحان بیرونی» تألیف دکترغلامحسین مصاحب. یادبود جشن تاجگذاری، آبان‌ماه ۱۳۴۶، دانشگاه ملی ایران.

مصاحب: حکیم خیام

«حکیم عمرخیام بعنوان عالم جبر» تألیف دکتر غلامحسین مصاحب، چاپ تهران ۱۳۳۹ خورشیدی، شمارهٔ ۳۸ ازسلسلهٔ انتشارات انجمن آثار ملی.

مفتاح‌الحساب

تألیف غیاث‌الدین جمشید کاشانی، چاپ سنگی تهران ۱۳۰۶ هـ. ق. به ضمیمهٔ رسالهٔ نزهةالحدائق وذیل‌نزهةالحدائق- درپایان بعض نسخه‌های این‌چاپ- رسالهٔ «فی‌استخراج جیب‌الدرجةالواحده» تألیف کاشانی وتحریر قاضی‌زادهٔ رومی راکه در ۱۱۹۹ هـ. ق. در تهران به چاپ سنگی رسیده است افزوده‌اند.

دراین کتاب هر جا به **مفتاح** ارجاع شده است مقصود «مفتاح‌الحساب» چاپی مذکور است .

مقالهٔ «فی تکسیر الدائره»

تألیف ارشمیدس وتحریر خواجه نصیرالدین طوسی. این مقاله درپایان کتاب«الکرة والاسطوانة» درجزو رسائل طوسی چاپ حیدرآباد دکن به طبع رسیده است . ترجمهٔ انگلیسی مقالهٔ تکسیردایره باعنوان «Measurement of a circle» درکتاب «هیثA» (صفحات ۹۱ تا ۹۸) آمده است .

مقالید علم‌الهیئة

«مقالید علم‌الهیئة مایحدث فی‌سطح بسیط‌الکرة» تألیف بیرونی. نسخهٔ خطی شمارهٔ ۵۹۷/۲۳ کتابخانهٔ مدرسه عالی سپهسالار تهران که فیلم آن‌به شمارهٔ ۳۵۹۷ درکتابخانهٔ مرکزی دانشگاه تهران موجود است. وعکس صفحات آن درصفحات ۴۶۱ تا ۵۰۴ کتاب حاضربه‌چاپ رسیده است. ورجوع کنید به بخش هفتم کتاب حاضر.

مقدمهٔ تاریخ علم

رجوع کنید به «سارتن I» درهمین فهرست .

«مونتوکلا H»

MONTUCLA, J. E.: «Histoire des mathematiques», 4 vols., Paris, 1799-1802

میزان‌الحکمة

متن عربی «**کتاب میزان‌الحکمة**» تألیف عبدالرحمن خازنی . چاپ حیدرآباد دکن سال ۱۳۵۹ هـ. ش.

قسمتی ازاین کتاب به فارسی ترجمه شده است. رجوع کنید به «ترجمهٔ فارسی میزان‌الحکمة» درهمین فهرست .

میه‌لی S

MIELI, Aldo: «La science arabe et son rôle dans l' évolution scientifique mondiale», Leiden, 1966

نصر: ابوریحان

ابوریحان بیرونی- معرفی یك دانشمند ومحقق برجسته. به قلم دکتر سیدحسین نصر، به مناسبت هزارهٔ ابوریحان تحریر یافته‌است، ۱۳۵۲ هـ. ش.

نصر: کتابشناسی بیرونی

«کتابشناسی توصیفی ابوریحان بیرونی» به قلم سیدحسین نصر. ازانتشارات شورای عالی فرهنگ وهنر. تهران ۱۳۵۲ هـ. ش.

نفایس‌الفنون

«نفایس‌الفنون فی‌عرایس‌العیون» تألیف علامه شمس‌الدین محمدبن محمود آملی. چاپ تهران، ۱۳۷۹ هـ. ق. درسه مجلد.

نه‌مقالهٔ هندسه

شامل هندسهٔ مسطحه وهندسهٔ فضایی‌ومخروطات وحاملها تألیف ابوالقاسم‌قربانی و حسن صفاری. کتابفروشی علی‌اکبر علمی. تهران ۱۳۳۲ هـ. ش.

وپکه: جبرخیام

WOEPCKE, F.: «l' Algèbre d'Omar Alkhayyamî, publiée, traduite et accomnpagnée d' extraits de manuscrits inédits», Paris, 1851

وپکه F

WOEPCKE, F.: «Extrait du Fakri, traité, d'algèbre précedé d' un mémoire sur l' algèbre indeterminée chez les Arabes», Paris 1853.

ویدمان P

WIEDEMANN, E.: «Über die Wage des Wechselns von al Châzinu und über bie Lehre von den Proportionen nach al-Biruni» (Sitzungsberichten der Physikalisch Medizinischen Sozietät zu Erlangen, vol. 48-49, 1916-17, pp. 1-15)

موضوع قسمتی ازاین مقاله (صفحات ۱ تا ۶) بحث دربارهٔ رسالهٔ «راشیکات هند» تألیف بیرونی است.

هندسهٔ کمیسر

COMMISSAIRE, H.: «Leçons de Géomètrie» و Paris 1932

هندسهٔ گیشارد

GUICHARD, C.: «Traite de Géomètrie», tome II, cinquième edition, Paris 1923

هیث A

HEATH, T. L.: «The Works of Archimedes», Dover Publications, New York

هیث E

HEATH, T. L: «The Thirteen books of Euclid's Elements», 3 vols. New York, 1956

هیث H

HEATH, T. L.: «A History of Greek Mathematics», 2 vols. Oxford 1921

یادنامهٔ بیرونی به انگلیسی

Al - Biruni Commemoration Volume, A. H. 1362 Calcutta, 1951

فهرست الفبایی اصطلاحات

دراین فهرست اعدادی‌که با حروف سیاه چاپ شده نمایندهٔ صفحاتی ازکتاب است که درآنها برای اصطلاح موردنظر توضیح بیشتری داده شده است. درترتیب الفبایی اصطلاحات عربی ، الف ولام (ال...) حرف تعریف درنظرگرفته نشده است .

آ ـ الف

آحاد : ۱۸۳
آلات نجومی : ۳۲
آلةالمخروطة : ۵۲
ابدال نسبت : ۸۶ - ۱۹۳ - ۲۱۰
ابعادالمکان : ۹۵
اثباتالاعداد بحروفالعرب : ۱۲۹
اجزای عدد : ۸۶ - ۱۳۶
اجسام افلاطونی : ۱۲۶
احکام نجوم : ۱۵ - ۱۶ تا ۲۶- ۳۰
۳۱ - ۳۲ - ۶۶
ادوار (جمع‌دور) : ۱۰۰
اربعهٔ متناسبه : ۱۰۳
ارتفاع شکل : ۸۷ - ۹۶ - ۱۶۰
ارقام شمار شصتگانی : ۹۳ - ۱۳۱-
ونیزرجوع کنید به «شمارشصتگانی»
استوانه : ۱۸۰
اسطرلاب مبطخ : ۲۵۴
الاسطوانةالقائمة : ۱۲۱
الاسطوانةالمائلة : ۱۲۲
اشخاص : ۲۷۶
اصل : ۲۳۴
اضعاف : ۸۷ - ۸۸ - ۱۱۴
اطول‌الاقصرین : ۸۷ - ۸۸
اعداد... ← عددهای ...
افق حسی : ۴۴۳
افق حقیقی : ۴۴۳
اقدار متناسبه : ۱۸۹
اقصرالاقصرین : ۸۷ - ۱۳۴ - ۱۶۲

۱۷۳
اکدش راشیك : ۲۲۷
الوف : ۱۸۳
الیپسیس : ۱۶۵
امثال : ۸۸ - ۱۰۵ - ۱۷۵
امهات اوتار: ۲۷۸-۲۷۹-۲۸۰

ب

برداشتن عدد : ۸۹ - ۱۱۶- ۱۸۵ - ۲۳۷
برك سنکلت : ۱۴۲
بسیار پهلو : ۹۵
بسیط : ۹۵ - ۱۱۲ - ۱۲۲
بعد مجاز : ۲۶۲ تا ۲۶۴
بعدهای جایگاه : ۹۵ - ۹۶ - ۳۴
بلندی : ۸۷ - ۹۶
بهر : ۱۶۱
بیست وجهی منتظم : ۱۲۵
بیضی : ۱۶۵ - ۱۶۶ - ۲۵۱

پ

پارابله : ۱۶۵
پارامتر : ۱۶۷
پهلو : ۹۶ - ۱۷۵
پهلوی ستون راست : ۱۲۱ - ۱۷۹
پهنا : ۹۵ - ۹۶
پی (عدد π) : ۲۰۹ - ۵۰۹

ت

تالی : ۹۶ - ۱۹۱
تاریخ جلالی : ۵۳۸
تألیف نسبت : ۲۱۳- ونیزرجوع کنیدبه «نسبت مؤلف»
تانژانت : ۴۶ - ۴۵۲
تتمهٔ قوس : ۳۸۸
تثلیث زاویه : ۳۳۹ تا ۳۵۸-۵۰۹
تجییب : ۳۸۷ - ۳۸۸ تا ۳۹۲
تجذیر : ۹۷ - ۱۷۳
تجنیس : ۹۷ - ۹۸
تحویل به ربع اول : ۳۸۸
تخطی : ۹۹
تراجعی (دستور) : ۳۲۰
ترکیب نسبت : ۱۰۰- ۱۹۳- ۲۱۰
تری راشیك ، ۲۱۰ - ۲۱۱
تسبیع دایره : ۴۱۳
تسطیح : ۲۴۹
تسهیم قوس : ۳۹۵ تا ۳۹۷
تصاعد هندسی: ۱۸۱ - ۲۳۶ - ۲۴۰ - ۲۴۴ - ۲۴۵
تصویر : ۲۴۹
تصویر استوانی : ۲۵۱ تا ۲۵۳
تصویر جسم‌نما : ۲۴۹ تا ۲۶۷
تصویردراسطرلاب مبطخ:۲۵۴تا۲۵۷
تصویرمخروطی : ۲۵۰ تا ۲۵۱

تضاعیف خانه‌های شطرنج: ۹۴ - ۲۴۷
ورجوع کنید به مسألهٔ شطرنج
تضاعیف زوج‌الزوج: ۲۴۲- ۲۴۳ - ۲۴۴
تضاعیف واحد : ۲۴۸
تضعیف مکعب : ۴۱۳
تضلیع : ۹۶-۱۰۰-۱۰۱-۱۷۳
تعدیل : ۲۳۴
تعدیل شمس : ۶۱
تعدیل‌عرض : ۴۱۸
تعدیل مابین‌السطرین : ۳۸۱
تعدیل معدل : ۴۱۸
تفصیل نسبت : ۱۰۱- ۱۹۳- ۲۱۰
تقویس : ۳۸۷-۳۹۲ تا ۳۹۵
تقویس سهم : ۳۹۷
تکافی‌النسبة : ۱۹۴ - ۱۹۵ - ۱۹۶ - ۲۲۶
تکریرنسبت : ۲۱۲
تکعیب : ۱۰۱ - ۱۰۲
تکملهٔ قوس : ۳۸۸
تمام جیب : ۱۰۲ - ۱۷۵
تمام قوس : ۱۰۲-۳۸۸
تمویل : ۹۷ - ۱۰۲
تناسب : ۱۰۳-۱۱۴-۱۹۰-۱۹۳
تناسب مرکب : ۲۲۲ تا ۲۲۷
تناسب معکوس : ۱۹۶-۲۲۶
تنقیح قوس : ۳۸۸
تیرستون : ۱۰۳-۱۲۱-۱۷۹
تیرمخروط : ۱۰۳

ج

جبر : ۱۰۳-۱۰۴
جبر ومقابله : ۱۰۳-۱۸۷
جداول جیب = جدول جیبها : ۳۷۳- ۲۸۳ تا ۳۸۶-۵۱۰
جدول ظلها : ۲۷۳
جذر : ۹۷-۱۰۴-۱۳۳-۱۸۱-۱۸۲
جذر اصم : ۱۰۴
جذر منطق : ۱۰۴
جرم مخصوص : ۵۱-۵۲- ۵۳
جزو : ۸۶-۸۸-۸۹-۱۰۵-۱۶۱
جسم : ۱۰۵
جغرافیای ریاضی : ۳۲
جفت : ۱۲۰
جهت : ۱۰۴
جیب : ۱۰۶-۱۰۷-۵۱۵
جیبا : ۲۷۸
الجیب‌الاعظم : ۱۰۷-۳۸۰
جیب باشکونه : ۱۰۶
جیب بزرگتر: ۱۰۷
جیب راست : ۱۰۲-۱۰۷
جیب‌کلی : ۳۸۰
الجیب‌المستوی : ۱۰۷
الجیب‌المعکوس : ۱۰۶-۱۰۹

جیب منکوس : ۳۹۵-۳۹۷

ج

چگالیسنج : ۵۲
چند ضلعی محیطی : ۱۲۷
چندوجهی محاط درکره : ۱۲۶
چند وجهی منتظم : ۱۲۶
چهارسوها : ۱۰۹-۱۷۳-۱۷۷-۱۸۰-۱۸۵-۱۸۶
چهار ضلعی : ۱۱۰
چهاروجهی منتظم : ۱۲۶

ح

حروف جمل : ۹۱
حساب : ۳۱-۱۲۹
حساب خطأین : ۱۱۱
حساب درم ودینار: ۱۱۱-۱۳۴
حساب جمل : ۱۳۰-۱۳۱
حصه : ۳۸۷
ّحط (عمل...) : ۳۹۸
حل مثلثهای‌کروی : ۴۵۶ تا ۴۶۰

خ

خارج قسمت : ۸۶-۱۰۵-۱۶۱
خط : ۱۱۲
خط اندرخط زدن : ۱۱۲
خط راست : ۱۱۳
خط‌المستقیم : ۱۱۳
خطهای متوازی : ۱۱۳-۱۷۵
خلاف نسبت : ۱۱۴-۱۵۷

د

دایره : ۱۱۴-۱۶۴-۱۷۷-۱۸۵
دایرهٔ ارتفاع : ۴۴۴-۴۴۷
دایره برشکل : ۱۱۴
دایرهٔ بزرك : ۱۱۴
دایرةالبروج : ۲۵۴
دایرهٔ خرد : ۱۱۵
دایره‌های خرد وبزرك : ۱۱۴
دایره‌های طول : ۲۵۸-۲۶۰
دایره‌های عرض : ۲۵۹-۲۶۵
درازا : ۹۵-۹۶-۱۱۵
درازتر هردوخرد : ۸۸-۱۱۵
درم ودینار←حساب درم ودینار
درهم : ۱۱۱
دستور اقلیدس : ۱۳۶
دوازده ضلعی منتظم : ۱۲۷
الدوایرالعظام والصغار : ۱۱۴
دوتوها : ۸۸-۱۱۵
دور : ۱۰۰-۱۱۴-۱۱۵

ذ

ذواتالاربعةاضلاع : ۱۰۹-۱۱۵
ذوزنقه : ۱۱۰

ر

رأس : ۱۷۵
راشیك : ۲۱۱
رفع العدد : ۸۹-۱۱۶-۳۹۸
روش هورنر : ۳۲۹
رؤوس : ۲۷۸-۲۷۹

ز

زاویه : ۱۱۶-۱۷۳-۱۷۵
زاویهٔ تیز : ۱۱۷
الزاویة التی تقبلها القوس : ۱۱۶
الزاویة الحاده : ۱۱۷
زاویهٔ خارج ازمثلث : ۱۱۸
زاویهٔ خارج ازخطهای راست: ۱۱۷
زاویهٔ خارجه : ۱۱۸
الزاویة الخارجة من الخطین المتوازیین: ۱۱۷
الزاویة الخارجة من المثلث: ۱۱۸
زاویهٔ متقابل داخل وخارج : ۱۱۸
زاویة مستقیمة الخطین : ۱۱۶
زاویهٔ مقابلهٔ اندرونی: ۱۱۸-۱۱۹
زاویه‌های راست به تبادل : ۱۶۸-۱۶۹
زاویه‌های متبادل : ۱۱۹
زاویه‌های متقابل : ۱۱۹-۱۲۰
زدن : ۱۲۰-۱۳۴
زوج : ۱۲۰
زوج الزوج : ۱۲۰
زوج الزوج والفرد: ۱۲۰-۱۲۱
زوج الفرد : ۱۲۱
زیج - زیجات : ۲۷۸

ژ

ژرفا : ۹۵-۹۶

س

سابق : ۳۹۰
سپت راشیك : ۲۲۶
ستون راست : ۹۶-۱۲۱
ستون کژ : ۱۲۲-۱۲۷
سدس فخری : ۵۸ تا ۵۹-۵۱۶-۵۳۱-۵۳۲
سطح : ۱۲۲
سطح راست : ۱۲۲
السطح المستقیم : ۱۲۲
سعهٔ مشارق : ۴۱۲
سنکلت : ۶۹-۱۵۰
سنکلت سنکلت : ۱۵۳
سهم : ۱۲۳-۱۷۹-۴۱۳-۳۹۵-۳۹۶-۳۹۷
سهم الاسطوانة : ۱۰۳
سهم المخروط : ۱۰۳
سهمی : ۱۶۵-۱۶۶-۲۵۱
سهمیوار : ۵۳۵
سینوس : ۱۰۸

ش

شستگانی (کسرهای): ۸۹-۱۲۴
شش‌پهلو: ۱۲۴
شش‌جهت: ۱۰۴-۱۲۵
شش ضلعی منتظم: ۱۸۶
شصتگانی (کسرهای): ۸۹-۱۲۴
شکل آبی: ۱۲۵
شکل آتشی: ۱۲۵
شکل اندرکره: ۱۲۶-۱۲۹
شکل بردایره: ۱۲۷
شکل بسیارپهلو: ۱۲۷
شکل زمینی: ۱۲۷-۱۹۱
شکل ظلی: ۴۰۷-۴۱۹-۴۲۲-۴۲۴ - ۴۴۳-۴۵۴ تا ۴۵۵-۵۱۰-۵۱۷
شکل فلکی: ۱۲۷
شکل‌قطاع: ۱۲۷-۱۲۸-۱۲۹-۱۶۱ -۴۰۳-۴۰۴-۴۰۶-۴۰۷-۴۱۰-۴۱۳ -۴۱۶-۴۱۷-۴۱۸-۴۲۰-۴۲۲-۴۳۷ ۵۱۰-۵۲۳-۵۴۱
الشکل‌المائی: ۱۲۵
الشکل‌المحیط‌بالدایره: ۱۲۷
الشکل‌المحیط‌به‌الدایره: ۱۱۴
الشکل‌المحیط‌به‌الکره: ۱۲۶
شکل مغنی: ۱۱-۴۲-۴۰۳ - ۴۰۴ - ۴۰۷-۴۰۸-۴۱۳-۴۱۶-۴۱۷-۴۱۹ -۴۲۰-۴۲۱-۴۲۲-۴۲۳-۴۲۴-۴۲۷ تا ۴۴۳-۵۱۰-۵۱۷-۵۳۱
الشکل‌الناری: ۱۲۵
شکل هوائی: ۱۲۹
شکلهای بسیارپهلو: ۱۲۲
شمار: ۱۲۹-۱۳۰
شماردهگانی (اعشاری): ۲۳۱-۵۱۵
شمار شصتگانی: ۹۱-۹۳-۲۳۱- ونیز رجوع کنید به «ارقام شمارشصتگانی»
شمارنده: ۸۹-۱۳۳-۱۳۶-۱۳۷
شماره‌ها به حروف تازی: ۱۲۹
شمردن (= عدکردن): ۱۳۲
شیء: ۱۱۱-۱۳۳

ص

صفحه: ۱۱۳-۱۲۲
صفر: ۱۸۴
صورت نسبت: ۹۶-۱۹۱

ض

ضد موازی: ۱۶۹
ضرب: ۱۲۰-۱۳۴
ضرب‌الخط فی‌الخط: ۱۱۲
ضلع: ۹۶-۱۳۴-۱۴۱-۱۵۲-۱۷۵
الضلع‌الاعظم: ۱۳۴
ضلع اول: ۱۸۲
ضلع قائم: ۱۶۷
ضلع مهین: ۸۷-۱۳۴

ط

طول: ۹۶-۱۳۴-۱۷۰

طول معدل : ۴۱۸
طی : ۲۰۳
طیلسان مضعف : ۹۴-۲۳۰ تا ۲۳۴-۵۰۶

ظ

ظل (وانواع آن) : ۴۴۵ تا ۴۵۵
ظل بسیط = ظل‌مبسوط = ظل مستوی : ۴۴۵-۴۴۸-۴۴۹-۴۵۰-۴۵۱-۴۵۲
ظل معکوس = ظل‌منتصب: ۴۴۶-۴۴۸-۴۴۹-۴۵۰-۴۵۱-۴۵۲

ع

عامل : ۱۳۳
عدد : ۱۳۴
عدد اول : ۱۳۵
عدد تام : ۱۳۶
عدد زاید : ۱۳۷-۱۴۶
عدد غیری : ۱۳۸-۱۴۱
عدد فرد : ۱۳۹-۱۶۰
عدد لبنی : ۱۴۵-۱۵۲
عدد مربع : ۱۴۰
عددمرکب : ۱۴۰
عدد مستطیل : ۱۳۹-۱۴۰-۱۴۱
عدد مسطح : ۱۰۴-۱۳۸-۱۳۹-۱۴۰-۱۸۰
عدد ناقص : ۱۴۱-۱۴۶
عدد مکعب : ۱۵۱
عددهای اجنبی : ۱۵۲
عددهای‌اهرامی : ۱۴۲تا۱۴۴-۱۵۳
عددهای تیری : ۱۵۲
عددهای طبیعی : ۱۴۵
عددهای لوحی : ۱۴۵-۱۵۲
عددهای متباین : ۱۴۵
عددهای متحاب : ۱۴۶-۱۴۷-۱۴۸-۱۴۹-۵۳۵
عددهای متوالی : ۱۴۵
عددهای مثلث: ۶۹-۱۵۰-۱۵۱-۱۵۳-۱۵۸
عددهای مجسم : ۱۳۴-۱۴۵-۱۵۱ - ۱۵۲-۱۷۳
عددهـای مجسم ناری : ۱۵۳
عددهای مخروط : ۱۴۳-۱۵۲-۱۵۳
عددهای مربع (متوالی) : ۶۹-۱۵۳-۱۵۴-۱۵۵-۱۵۸
عددهای مشترك : ۱۵۶-۱۸۶
عددهای مصور : ۶۹
عددهای منشوری : ۱۵۲
عددهای نوردیده : ۱۵۶-۱۵۷
عرض : ۹۶-۴۳۵
عرض معدل : ۴۱۸
عشرات : ۱۸۳
عشرات‌الوف : ۱۸۳
عقرب (درقپان) : ۱۹۵
عقود : ۳۷۷
عکس‌نسبت : ۱۱۴-۱۵۷-۱۹۳-۲۱۰
علاقه (درقپان) : ۱۹۵

عَلَم : ۱۵۷-۱۵۸
علم تنجیم : ۱۵
علم نجامت : ۱۵
عمق : ۹۶
عمود : ۱۱۹-۱۶۰
عمود مثلث : ۱۶۰

ف

فرد ← عددفرد
فردالفرد : ۱۶۱
فلك‌البروج : ۲۵۴
فیزیك ریاضی : ۳۲

ق

قاعده : ۱۶۱
قاعدهٔ مثلث : ۱۶۰
قسم : ۱۱۱-۱۶۱
قسمت : ۸۶-۱۰۵-۱۶۱
قطاع : ۱۶۱- ورجوع کنید به «شکل قطاع»
قطاع سطحی : ۱۲۸
قطاع کروی : ۱۲۸
قطب: ۱۱۵-۱۶۱-۱۶۲-۱۷۷-۴۳۶
قطر : ۸۷-۸۸
قطر(اختیارعدد...) : ۳۷۹ تا ۳۸۰
قطر دایره : ۱۶۲
قطردرمثلث قائم‌الزاویه : ۱۶۲
قطر ظل : ۴۴۵-۴۴۶-۴۴۸-۴۵۲
قطر متوازی‌الاضلاع : ۱۶۲- ۱۶۶ - ۱۷۵
قطع زاید : ۱۶۲-۱۶۳-۱۶۵-۱۶۶- ۱۶۷-۱۶۸-۲۵۱
قطع مکافی : ۱۶۳-۱۶۴-۱۶۵-۱۶۶- ۱۶۷-۱۶۸-۲۵۱
قطع‌ناقص : ۱۶۳-۱۶۴-۱۶۵-۱۶۶- ۱۶۷-۱۶۸-۲۵۱
قطوع مخروط : ۱۶۳-۱۶۶
قلب نسبت : ۱۷۰-۱۹۳-۲۱۰
قوت وطول : ۹۶-۱۳۴-۱۷۰
قوس : ۱۷۰
قوس ارتفاع : ۴۴۴-۴۴۷
قوس درخورزاویه : ۱۱۷
قوس مجاز : ۲۶۶
قوسهای متشابه : ۱۷۱
قوه : ۱۸۲

ک

کتانژانت : ۴۶-۵۲؟
کره : ۱۷۲
کسر(وانواع آن) : ۱۷۸-۱۷۹
کسر مجرد : ۲۷۹
کسرهای ستینی (= شصتگانی) : ۹۰ - ۹۸-۱۲۴-۱۸۷
کسور شستگانی : ۱۷۳

کعب : ۱۰۱-۱۵۲-۱۷۳-۱۸۱-۱۸۲-۱۸۳-۱۹۱
کعب‌کعب : ۱۸۱-۱۸۲-۱۸۳
کهن سنکلت : ۱۴۲

گ

گاهشماری : ۳۲
گوشه : ۱۷۳-۱۷۵

ل

لوزی : ۱۱۰

م

مئین : ۱۸۳
مال : ۹۷-۱۳۳-۱۷۳-۱۸۱-۱۸۲-۱۸۳-۲۳۷
مال‌کردن : ۱۷۳
مال‌کعب : ۱۸۱-۱۸۲
مال مال : ۱۸۱-۱۸۲
مانندهٔ معین : ۱۱۰-۱۷۳
متماس : ۱۷۴
متمم : ۱۵۷-۱۷۴
متمم قوس: ۱۰۲-۱۷۵-۳۸۸
متوازی : ۱۷۵
متوازی‌الاضلاع: ۱۱۰-۱۷۳-۱۷۵
مثل : ۱۷۵
مثلث : ۹۶-۱۳۴-۱۷۳-۱۷۵
مثلثة بالتکریر ← نسبت مثلثة بالتکریر
مثلث حادالزوایا : ۱۷۶
مثلث راست‌پای : ۱۷۶
مثلث راست‌پهلو : ۱۷۵-۱۷۶
مثلث قائم‌الزاویه : ۱۷۶
مثلث متساوی‌الاضلاع : ۱۷۵-۱۷۶
مثلث متساوی‌الساقین : ۱۶۴-۱۷۶
مثلث مختلف‌الاضلاع : ۱۷۶
مثلث منفرج‌الزاویه : ۱۷۶
مثلث نه راست پهلو : ۱۷۶
مثلثات : ۳۱
مثلثات‌کروی : ۴۰۳-۴۰۴
مثلثهای متشابه : ۱۷۶
مثمن : ۱۱۰-۱۷۷
مثناه‌بالکتریر : ۱۷۷
مجذور : ۱۸۲
مجوع امثال : ۸۹
محاسبهٔ $\sum_{1}^{63} 2^k$: ۲۲۸-۲۳۴ تا ۲۴۸-۵۰۸
محور : ۱۶۲-۱۷۷
محیط : ۱۱۴-۱۷۷
مخرج : ۱۷۷
مخرج نسبت : ۹۶
مخروط : ۱۷۹
مخروط دوار : ۱۶۳-۱۶۶

مخروط‌کژ : ۱۶۳-۱۶۸
مخروط‌مستدیرمایل : ۱۶۳-۱۶۸-۱۷۰
مخمس : ۱۱۰-۱۸۰
مدارات : ۱۸۰
مربع : ۱۰۹-۱۷۰-۱۸۰-۱۸۲
مربعة بالتکریر ← نسبت‌مربعه‌بالتکریر.
مرتبه‌های طبیعی : ۱۷۳-۱۸۱-۱۸۳
مرتبه‌های وضعی : ۹۱-۱۸۳
مرفوع (مرتبهٔ یك یا چندبار...): ۹۲
مرکز : ۱۱۴-۱۸۵
مسألهٔ شطرنج : ۲۲۹-۲۳۴-۲۴۸
مسبع : ۱۱۰-۱۸۵
مستطیل : ۱۱۰-۱۸۵
مسدس : ۱۱۰-۱۸۶
مسقط حجر : ۱۸۶
مضرب : ۸۸
مضلع : ۱۱۰-۱۲۷
مضلعات : ۱۰۱-۱۱۰-۱۸۶
مطوی : ۱۵۶-۱۸۶
معین (= لوزی) : ۱۸۶
مفردات برابریکدیگر : ۱۸۶-۱۸۷
المفردات‌المتعادله : ۱۸۶
مقابله : ۱۰۳-۱۰۴-۱۸۷
مقترنات برابریکدیگر : ۱۸۷-۱۸۸-۱۸۹
مقدارهای متناسب : ۱۸۹-۱۹۰
مقدم : ۹۶-۱۹۰-۱۹۱
مقرن ← مقترنات برابریکدیگر
مقسوم : ۱۶۱
مقسوم علیه : ۸۶-۸۹-۱۶۱
مقطع استوانه : ۵۱۲
مقطع مخروط : ۵۱۲
مقیاس : ۲۷۶-۴۴۵-۴۴۶-۴۴۸-۴۵۰-۴۵۱-۴۵۲
مکعب: ۱۲۶-۱۲۷-۱۵۱-۱۸۲-۱۹۱
مکمل قوس : ۳۸۸
منحرف : ۱۱۰-۱۹۱
منشور : ۱۹۱-۱۹۲
منطقهٔ حرکت : ۱۹۲
مولد استوانهٔ دوار : ۱۲۱
میل اول : ۴۳۳ تا ۴۳۴
میل‌ثانی: ۴۳۴ تا ۴۳۵-۴۵۳-۴۵۴

ن

ناره : ۱۹۵
نسبت : ۱۰۳-۱۱۴-۱۹۳-۲۰۸ تا ۲۱۰
نسبت ذات وسط وطرفین : ۱۹۴
نسبت‌متکافی: ۱۹۳-۱۹۴-۱۹۵-۲۲۶
نسبت‌مثلثة‌بالتکریر: ۱۷۷-۱۹۶-۱۹۷-۱۹۹-۲۱۳
نسبت مثناة : ۲۰۲-۲۱۵
نسبت مثناة‌بالتکریر: ۱۷۷-۱۸۱-۱۹۳-۱۹۷-۲۱۲

نسبت محیط دایره به قطرآن : ۳۷۲ تا ۳۷۸
نسبت مربعة بالتکریر : ۱۸۰-۱۹۷ - ۱۹۹-۲۱۳
نسبت مساوات : ۱۹۳
نسبت مساوات مضطرب : ۱۹۹
نسبت مساوات منتظم : ۲۰۰
نسبت مساوات ناهموار : ۲۰۰-۲۰۱
نسبت مساوات هموار : ۲۰۱
نسبتمؤلف : ۱۹۳-۲۰۲-۲۰۷-۲۱۳ تا ۲۲۲-۴۱۶-۴۱۷-ونیزرجوع کنیدبه «تألیف نسبت»
نسبتهای معطوف : ۲۲۲
نقطه : ۲۰۲-۲۰۳
نواراشیك : ۲۲۷
نوردیدن عدد : ۱۵۷-۲۰۳
نیم قطر : ۱۰۷-۲۰۴

و

واحد : ۲۰۴-۲۰۵
واسطتین ؛ ۲۴۴
وتر: ۸۷-۸۸-۱۶۲-۲۰۴
وتر $\frac{\alpha}{2}$ (دستورمحاسبهٔ...) : ۳۱۱
وتر $\frac{\alpha}{4}$ (دستورمحاسبهٔ...): ۳۱۲ تا ۳۱۸
وتر $\frac{\alpha}{8}$ (دستورمحاسبهٔ..): ۳۱۸ تا ۳۱۹
وتر $\frac{\alpha}{2^{n+1}}$ (دستورمحاسبهٔ...) : ۳۱۵-۳۲۰-۵۰۹
وترمثلث قائم‌الزاویه : ۸۷-۲۰۴
وترقائمه : ۸۷-۲۰۴
وترهای اصلی : ۲۷۸-۲۷۹-۳۰۶
وتریك‌پنجم‌دایره (C_5) : ۲۸۱-۲۹۴-۳۰۳
وتریك‌چهارم‌دایره (C_4) : ۲۸۱-۲۸۹
وتریك‌درجه : ۳۶۰ تا ۳۷۲-۵۰۹
وتریك‌دهم دایره (C_{10}) : ۲۸۵-۲۹۴-۳۰۰-۳۰۱
وتریك‌سوم دایره (C_3) : ۲۸۰-۲۹۶-۲۹۷
وتریك‌ششم دایره (C_6) : ۲۸۲
وتریك نهم دایره (C_9) : ۲۸۴-۳۲۶-۳۲۷-۳۳۱-۳۳۴-۳۵۹
وتر یك هجدهم دایره (C_{18}) : ۳۳۱-
وتریك‌هشتم‌دایره (C_8): ۲۸۴-۳۰۴-۳۰۶
وتریك هفتم‌دایره (C_7) : ۲۸۲-۳۵۹
وفق (عددهای مشترك) : ۱۵۶
ویست تری راشیك : ۲۲۶

ه

هذلولی : ۱۶۵-۱۶۶-۲۵۱
هشت‌ضلعی منتظم : ۱۷۷
هشت‌وجهی منتظم : ۱۲۹
همچند : ۲۰۴
همه جیب : ۱۰۷
هندسه : ۳۱-۲۰۴
هورنر (روش...) : ۳۲۹
هیپربله : ۱۶۵

ی

یکی (= واحد) : ۲۰۴-۲۰۵

فهرست اسامی کتابها و مقالات و رسالات

دراین فهرست برای یافتن اسامی کتابها و رساله‌ها و مقاله‌هایی که عنوان آنها با «کتاب فی» یا «رسالة فی» یا «مقالة فی» یا «فی» شروع می‌شود باید به کلمهٔ بعداز «فی» رجوع شود. درترتیب الفبایی اسامی کتابها غالباً الف ولام حرف تعریف درنظر گرفته نشده است. برای یافتن عنوان کامل مآخذ ومنابع که دراین فهرست اسامی آنها با علائم اختصاری چاپ شده باید به فهرست منابع ومآخذ (صفحات ۵۵۳ تا ۵۷۴) رجوع شود. شماره‌هایی که دربین دو پرانتز قرار گرفته شمارهٔ صفحاتی ازکتاب حاضر است که درآنها دربارهٔ کتاب موردنظر تحقیق به عمل آمده ویا توضیح بیشتری داده شده است.

آ ـ الف

آثار الباقیه : ۳-۵-۹-۲۵-۳۲-۳۴-۳۵
-۳۸-۴۲-۴۳-۶۶-۷۲-۷۴-۷۵-۷۶-۹۴
-۲۲۸ تا ۲۶۷)-۵۰۶-۵۰۸-۵۲۱-۵۴۸
- (۵۵۳)

الآلات العجیبة الرصدیة : ۵۳۱

ابطال البهتان بایراد البرهان علی اعمال ـ الخوارزمی : ۷۱

ابطال ظنون فاسده خطر علی قلوب... : ۷۶

ابعاد واجرام : ۵۴۰

ابوریحان نامه : ۴۰۱-۴۱۱

الاجوبة والاسئلة لتصحیح سمت القبله : ۷۶

احوال وآثار ابوریحان بیرونی : ۱۵-(۵۵۳)

اختصار المجسطی : ۷۴-۵۴۲

اختلاف الاقایل لاستخراج التحاویل : ۷۲

اختلاف ذوی الفضل فی استخراج الارض و المیل : ۷۶

الاختلاف الواقع فی تقاسیم الاقالیم : ۷۷

الارشاد الی تصحیح المبادی اشتمل علی النموذارات : ۷۸

الارشاد الی صوم النصاری والاعیاد : ۷۷

الارشاد الی ما یدرک ولا ینال من الابعاد: ۷۴
ارشاد فی احکام النجوم : ۷۹
استخراج اعداد المتحابه : ۱۴۸
استخراج الاوتار فی الدائره ...: ۳۱- (۳۴ تا ۴۱)-۴۷-۶۱-۶۲-۶۳-۶۶-۷۰-۷۱ -۷۲-۷۳-۷۶-۲۸۵-۲۸۶-۲۸۷-۲۸۸- ۲۹۱-۳۰۹-۳۱۱-۳۲۳-۵۱۱-۵۱۲- ۵۱۷-۵۱۹-۵۲۶-۵۳۰-۶۴۸-(۵۵۳و ۵۵۴)
استخراج تاریخ الیهود : ۵۲۶
استخراج ساعات ما بین طلوع الفجر... : ۵۲۶
استخراج قدر الارض : ۳۲-(۴۵)
استخراج الکعاب و اضلاع ما ورائه ... : ۶۸
الاستشهاد باختلاف الارصار : (۷۴-۷۵)
استعمال الاصطرلاب الکری: ۵۹-۷۷
استعمال دوائر السموت لاستخراج مراکز- البیوت : ۷۳
الاستقصاء ، ۵۳۰
استیعاب فی تسطیح الکره : ۷۱
الاستیعاب فی علم الاسطرلاب : ۶۰
استیعاب الوجوه الممکنة فی صنعة الاسطرلاب: ۳۲-(۵۳تا۵۶)
اسمیث H : ۱۲۶-۳۷۸-(۵۵۴)
الاشباع فی شرح شکل القطاع : ۵۴۲
اشکال التأسیس : ۵۴۴
الاصطرلاب : ۳۰-۳۲-(۵۹تا۶۰)
اصلاح کتاب ما نالاوس فی الاشکال الکریة : ۵۳۳
اصول حساب الهند : ۵۴۶
اصول اقلیدس = اصول هندسهٔ اقلیدس : ۱۳۵-۱۳۶-۲۸۲-۲۸۸-۲۸۹-۲۹۱- ۲۹۳-۲۹۴-۳۴۳-۵۲۶-(۵۵۴)-و نیز رجوع کنید به «تحریر اقلیدس»
الاصول الهندسیة : ۵۱۱-۵۱۲-۵۱۷
اعتبار مقدار اللیل و النهار بطریق تبعد عن مواضعات المنجمین : ۷۵
اعتبار مقدار اللیل و النهار فی جمیع الارض : ۷۴
الاعتذار عما سبق لی فی تاریخ الاسکندر: ۷۷
اعمال اللیل بالکواکب الثابته : ۴۳۶
اعمال هندسی : ۵۳۳
افراد المقال فی امر الاظلال : ۳۲-۳۶- (۴۶تا۵۱)-۶۰-(۵۵۴)
التفهیم ← تفهیم
المجسطی ← مجسطی
المشرق ← مجلهٔ المشرق
امر الممتحن و تبصیر ابن کیسوم المفتتن: ۷۲
الانبعاث لتصحیح القبله : ۷۷
ان رأی العرب فی مراتب العدد اصوب من رأی الهند فیها : ۶۸-۵۱۳-۵۱۵
ان لوازم تجزی المقادیر : ۳۶-۷۰
ایسیس : ۲۷۵-۵۵۵

ایضاح الادله علی کیفیة سمت القبله : ۷۶
ایندکس ایسلامیکوس : ۲۷۰- ۲۷۱ - (۵۵۵)
ایوز H: ۱۳۷-۱۵۰-۲۷۹-۳۲۰-۳۷۸ (۵۵۵)-۵۱۵

ب

البحث عن الطریقة المتعرفة المذکوره... : ۷۶
البدیع فی الحساب : ۵۲۴
بررسیهایی دربارهٔ بیرونی : ۱۴-۴۴ - (۵۵۶)-۲۲۹
البرکار التام : ۵۲۸
بروکلمان G وS : ۴۲-۴۳-۴۵-۵۴ - (۵۵۶)
البرهان المنیر فی اعمال التسییر : ۷۹
بوآلو: ۲۸-۳۴-۳۵-۴۲-۴۵-۵۱-۵۴- ۵۶-۵۷-۵۸- ۶۱-۶۶-۶۸-۲۰۶-۲۲۹- (۵۵۶)-۲۷۱
بیان المصادرة المشهوره لاقلیدس : ۵۲۹
بیرونی به عنوان یك متفکر : ۱۲
بیست باب درتقویم : ۵۴۰

ت

تاریخ بیهقی : ۲۴-(۵۵۶)
تاریخ الحکماء : ۵۳۹-۵۴۸-(۵۵۶)
تاریخ نجوم اسلامی: ۵۷-۵۸-۷۱-۲۷۱-(۵۵۶)
التبصره فی علم الحساب : ۵۴۱
تبیین رأی بطلمیوس فی السالخداه : ۷۸
تجرید الشعاعات والانوار : ۷۸
التجرید فی الهندسه : ۵۴۲
تحدید المعموره وتصحیحها فی الصورة: ۷۷
تحدید = تحدید نهایات الاماکن: ۳۲-(۴۳ تا۴۵)-۵۸-۴۰۲-۵۰۶-۵۱۶-۵۴۸-(۵۵۷)
تحریر اقلیدس : ۱۱۲-۱۱۷-۱۲۵-۱۲۷ - ۱۳۵-۱۹۲-۱۹۹-۲۰۰-۲۰۸-۲۰۹-۲۱۰ -۲۱۴-۵۵۴-(۵۵۷)
تحصیل الآن من الزمان عند الهند : ۷۷
تحصیل الراحة بتصحیح المساحة : ۷۰
تحصیل الشعاعات بابعد الطرق عن الساعات: ۷۸
التحفة الشاهیه فی الهیئة : ۵۴۵
تحقیق الزاویة : ۵۳۱
تحقیق ماللهند : ۷-۱۰-۱۶-۶۰- ۲۲۶ - ۲۶۹-۵۵۷
تحقیق مبادی الهندسه : ۵۳۱
تحقیق منازل القمر : ۷۳
التحلیل والتقطیع : ۳۰-۳۲-۳۶-۴۷ - (۶۱تا۶۶)
تذکرة الاحباب فی بیان التحاب: ۱۴۹-۵۴۵
تذکرة فی الحساب والعدبارقام السندوالهند: ۶۸-۲۴۱-۵۱۵
تذکرة فی المساحة للمسافر المقوی : ۷۱

تربیع دایره : ۳۷۸
ترجمهٔ انگلیسی التفهیم: ۱۶-۸۱-۸۴-۹۹-(۵۵۷)
ترجمهٔ فارسی آثار الباقیه : ۵-۲۲۹-۲۳۳-۲۴۹-(۵۵۷)
ترجمهٔ فارسی کتاب تحدید : ۳-۴-۷-۱۸-۲۰-۲۱-۲۲-۲۳-۲۴-۴۳-۴۵-۵۷-۵۸-۸۱-۵۱۱-۵۱۶-(۵۵۸)
ترجمهٔ فارسی مقدمهٔ ابن خلدون : ۱۴۸-(۵۵۸)
ترجمهٔ فارسی کتاب میزان الحکمة: ۲۳۴-۲۳۷-۲۴۷-(۵۵۸)
ترجمهٔ فرانسوی کتاب کشف القناع: ۴۰۵-(۵۵۸)
ترجمهٔ کتاب فی الاصطرلاب: ۷۷-۵۱۳
ترجمهٔ کتاب فی اصول الهندسة لاقلیدس الی لغة الهند : ۷۰-۵۱۳
ترجمهٔ کتاب المجسطی لبطلمیوس الی لغة الهند : ۷۵
ترجمهٔ کتاب الموالید الصغیر لبر هیمهر : ۷۹-۵۱۳
ترجمة مافی براهم سدهاند من طرق الحساب: ۶۹
التسطیح التام : ۵۲۵
تسطیح الصور وتبطیح الکور : ۳۲-۴۳
تسطیح الکره : ۷۱
تسهیل التصحیح الاصطرلابی : ۳۲-(۵۶ تا ۵۸)
تصحیح الطول والعرض لمساکن المعمره من الارض : ۷۶
تصحیح المقول بین العرض والطول : ۷۶
تصحیف المنقول من العرض والطول : ۷۶
تصفح کلام ابی السهل القوهی ... : ۷۵
تصور امر الفجر والشفق فی... : ۷۵
التطبیق الی تحقیق حرکة الشمس : ۷۳
تعالیم منجم ایرانی ابوریحان بیرونی در مثلثات: ۲۷۴-ورجوع کنید به «شوی T»
تعبیر المیزان لتقدیر الازمان : ۷۷
تعلیقات چهار مقاله: ۳-۴-۹-(۵۵۸)
تعلیل الزیج الخوارزمی : ۷۱-۵۴۸
تعیین البلد من العرض والطول : ۷۶
تفسیر صدر المقالة العاشره من کتاب اقلیدس : ۵۲۵
تفسیر کتاب مأخوذات ارشمیدس : ۵۴۲
تفسیر المجسطی : ۵۲۵-۵۲۹
تفهیم = التفهیم عربی : ۶۹-۸۸-۱۴۶-۱۵۳-۱۵۹-(۵۵۴)
تفهیم = التفهیم فارسی : ۱۶-۱۷-۱۸-۲۶-۳۰-۳۱-۳۴-۶۸-۶۹-(۸۰ تا ۲۰۵)-۲۱۳-۲۱۴-۲۳۱-۲۵۴-۴۱۲-۵۱۱-۵۱۹-۵۲۰-(۵۵۵)
تقاسیم الاقالیم : ۷۷
تقسیط القوی والدلالات بین اجزاء البیوت الاثنی عشر : ۷۸

تقویم القبلة ببست : ۷۷
تکسیر الدائره : ۵۷۱
تکمیل زیج حبش بالعلل و تهذیب ... : ۷۲
تکمیل صناعة التسطیح : ۷۰
تلافی عوارض الزلة فی کتاب دلائل القبله : ۷۷
تلخیص اعمال الحساب : ۱۴۹
تمهید المستقر لتحقیق معنی الممر : ۳۲-۶۰ ۶۶
التنبیه علی صناعة التمویه : ۷۹
تنقیح المناظر لذوی الابصار و البصائر : ۵۴۵
تنقیح التواریخ و امثال ذلك : ۷۷
تنویر المنهاج الی تحلیل الازیاج : ۷۳
تهذیب الاقوال فی تصحیح العروض و الاطوال ۷۶
تهذیب التعالیم : ۴۱۳-۴۱۹-۵۳۳
تهذیب زیج الارکند : ۷۲
تهذیب شروط العمل لتصحیح سموت القبل : ۷۷
تهذیب الطرق المحتاج الیها فی استخراج هیئة الفلك... : ۷۲
تهذیب الفصول الفرغانی : ۴۶-(۷۳)

ج

الجامع فی الحساب : ۵۳۹
جامع قوانین علم الهیئة : ۵۴۱
جبر و مقابلهٔ خوارزمی : ۱۸۸-(۵۵۹)
الجماهر فی معرفة الجواهر : ۸
جمع الطرق السائره فی استخراج الاوتار فی الدائره : ۳۰-۳۱-۳۵-(۳۸تا۴۱)-۲۸۶-(۵۵۹)
الجمع و التفریق : ۵۳۷
الجوابات عن المسائل العشر الکشمیریه : ۷۳
الجوابات عن المسائل الوارده من منجمی الهند : ۷۳-۵۱۳
جوامع الموجود لخواطر الهنود : ۷۲

ح

حاشیهٔ شرح ملخص چغمینی : ۵۴۱
حساب جذور الاصم : ۵۴۸
الحساب و العدد بارقام السند و الهند : ۶۸
الحرکات السماویه و جوامع علم النجوم : ۵۲۹
حرکات الشمس : ۴۷-۴۸-۴۹-(۵۶۱)
حکایة الالة المسماة السدس الفخری : ۳۲-(۵۸تا۵۹)
حکیم عمر خیام به عنوان عالم جبر : ۵۳۸
و رجوع کنید به «مصاحب: حکیم خیام»

خ

خیال الکسوفین عند الهند : ۷۲
خیامی نامه : ۵۴۱-(۵۵۹)

د

داتاO : (مقدمهٔ کتاب حاضر)- (۵۵۹)
دایرةالمعارف اسلام: ۵-۸-۱۳۰-۲۵۳-(۵۵۹)
دایرةالمعارف اونیورسالیس : ۶-(۵۵۹)
دایرةالمعارف فارسی : ۱۵-۵۲- ۱۳۰-۲۵۳-۲۷۸-۵۳۴-۵۳۵-(۵۶۰)
درةالتاج : ۱۳۷- ۱۴۹-۱۵۲- ۱۵۳ - (۵۶۰)
الدرر فی سطح الاکر : ۳۲-۶۶
دلالةالاثارالعلویه علی الاحداث السفلیه : ۷۵
الدوائر : ۵۱۲
الدوائر المتماسه : ۵۱۲
دیکسونH: ۱۳۷-۱۳۸-۱۵۰-(۵۶۰)

ر

راشیکات = راشیکات الهند : ۳۱ - ۳۴ - (۲۰۶تا۲۲۷)-۴۱۰-۵۱۳-(۵۶۰)
رسائل ابن‌سنان : ۳۶-۴۷-۴۸-۵۵۲ - (۵۶۰)
رسائل ابی‌نصر : ۴۱۵-(۵۶۰)
رسائل‌البیرونی : ۴۷-۴۹-۶۶-۲۰۶ - ۵۵۴-(۵۶۱)
الرسائل‌المتفرقة فی‌اللهیئة : ۵۲۳-۵۲۶ (۵۶۱)
رسالهٔ‌جبر ومقابلهٔ خواجهٔ‌طوسی: (۵۶۱)
رسالة فی‌حرکات‌الشمس ← حرکات‌الشمس
رسالهٔ‌القسی‌الفلکیه ← «القسی الفلکیة»
رسالهٔ محیطیه ← «محیطیه»
رسالهٔ المسائل‌الهندسیه ← المسائل - الهندسیة
روزنامهٔ آسیایی : ۴۰۵-۴۰۹

ز

زاخاو A : ۲۲۹-۲۳۶-۲۳۸- ۲۴۰ - ۲۴۷-(۵۶۲)
زیج الغ بیگ : ۵۳۴-۵۴۴
زیج بالغ : ۵۴۶
زیج جامع : ۵۴۶
زیج خاقانی : ۵۴۳
زیج سلطانی : ۵۴۵
زیج شاهی : ۵۴۱
زیج صابی : ۵۳۵
زیج صغیر : ۵۲۹
زیج صفائح : ۴۱۲-۴۱۳-۴۲۳-۴۳۷-۵۲۵
الزیج الفاخر : ۵۴۲
الزیج الکامل : ۵۴۸
زیج کبیر : ۵۲۹
زیج عمل‌النیرین : ۵۳۹
زیج مسعودی : ۷۴
زیج معتبر سنجری : ۵۳۱

زیج ممتحن : ۵۳۶

س

سارتن I : ۱۴۷-۲۷۵-۳۶۷- ۴۰۹ - ۵۱۲-۵۴۹-(۵۶۲)
سدهانتا : ۵۴۷
سنکلت‌الاعداد : ۶۸-۵۱۳
السموت : ۴۱۵-۴۱۷-۴۱۸-۴۲۲
سوتر A : ۳۸-(۵۶۲)
سوتر P : (مقدمهٔ کتاب حاضر)-(۵۶۳)

ش

شرح تحریر مجسطی : ۵۴۰
شرح تذکرهٔ نصیریه : ۵۴۰
شرح‌حال نابغهٔ شهیر ایران ابوریحان : (۵۶۳)
شرح‌زیج الغ‌بیگ: ۱۲۳-۵۴۱-(۵۶۳)
شرح شمسیة‌الحساب : ۵۴۰
شرح کتاب اقلیدس : ۵۲۹
شرح کتاب تلخیص ابن‌البناء مراکشی : ۵۴۱
شرح مجسطی : ۲۱۶
الشفا : ۵۳۰
شمارنامه : ۱۰۰-۵۴۷-(۵۶۳)
الشموس‌الشافیة‌للنفوس : ۷۹
شوی C : (مقدمهٔ کتاب حاضر)-(۵۶۴)
شوی M : (مقدمهٔ کتاب حاضر)-(۵۶۴)
شوی T : ۲۷۴-۲۹۲-۳۲۰- ۳۲۱ - ۳۲۹-۳۳۱-۳۴۶-۳۵۲-۳۵۹-۳۶۰-۳۷۸-۳۹۱-(۵۶۴)

ص

صابیلی L : ۱۸۹-(۵۶۵)
صفة‌اسباب‌السخونه الموجوده فی‌العالم : ۷۸
صفیحة‌التسییر : ۷۹
صورالکواکب : ۵۴۰
الصیدلة‌فی‌الطب : ۸-۱۴

ض

الضرورات فی‌المقترنات‌من‌کتاب‌الجبرو المقابلة : ۵۳۹

ط

طالع‌قبة‌الارض وحالات‌الثوابت : ۷۳
طبق‌المناطق : ۵۴۳
طریق‌التحلیل‌والترکیب : ۳۶
طریق‌الهندفی‌استخراج‌العمر : ۷۸

ع

علة‌علامات‌البروج‌فی‌الزیجات... : ۷۵
علل حساب‌الجبرو‌المقابله‌وشرحها: ۵۲۴
علل‌زیج جعفرالمکنی‌بابی‌معشر : ۷۴
علم‌الفلک : ۵۷-۷۱-۸۸-۵۵۶-(۵۶۵)
انعمل‌بذات‌الحلق لبطلمیوس : ۵۳۶

عیون‌الاصول فی‌الحساب : ۱۰۰-۵۴۶
عیون‌الحساب : ۲۴۷- ۵۴۶ - ۵۴۷ - (۵۶۵)

غ

غایة‌الحکم : ۱۴۹-۵۴۹
غروب‌الشمس‌عندمنارة‌اسکندریه : ۷۵
غرة‌الازیاج = غرة‌الزیجات : ۳۰-۳۲ (۶۰تا۶۱)-۵۱۳

ف

الفحص‌عن‌نوادرابی‌حفص عمربن‌الفرخان: ۷۳
فخری = الفخری‌فی‌الجبرو المقابلة: ۱۱۱-۵۲۳
الفهرست : ۵۲۹-۵۳۹-(۵۵۵)
فهرست‌الهیات : ۴۶-۵۴-۶۰-(۵۶۵)
فهرست دانشگاه : ۴۶-۵۹-(۵۶۶)
فهرست سپهسالار : ۵۴-(۵۶۶)
فهرست لیدن : ۴۲-(۵۶۶)
فهرست‌مجلس: ۵۴-(۵۶۶)
فهرست میکروفیلمها : ۴۴-۵۴-(۵۶۶)
فیورینی P (مقدمهٔ کتاب‌حاضر)-(۵۶۶)

ق

قانون‌الحساب : ۵۴۱
قانون مسعودی : ۳-۸-۱۹-۲۰-۲۱-۲۹-۳۰-۳۱-۴۰-۵۷-۶۰-۷۴-۱۰۸-۲۰۹-(۲۶۸تا۳۹۹)-۴۰۷- ۴۰۸ - ۴۰۹-۴۱۲-۴۲۷-۴۳۱-۴۴۱-۴۴۳-۴۴۶-۵۰۶-۵۰۸-۵۱۱-۵۱۹-(۵۶۶)
قانون هیأت : ۴۱۷-۴۳۵-۴۳۶- ۴۳۷
قربانی، تاریخ‌پی : ۳۷۸-(۵۶۷)
قریانی، دوریاضی‌دان‌ایرانی: ۱۴۹-۱۵۰-۵۴۵-(۵۶۷)
قربانی، ریاضیدانان : ۷-۵۹- ۱۰۰-۵۲۴-۵۲۵-۵۲۶-۵۲۷-۵۲۸-۵۲۹-۵۳۰-۵۳۱-۵۳۲-۵۳۳-۵۳۶-۵۳۷-۵۴۰-۵۴۵-۵۴۶ - ۵۴۷ - ۵۴۹ - (۵۶۷)
قربانی،قطب‌الدین‌شیرازی:۵۴۵-(۵۶۷)
قربانی، کاشانی‌نامه : ۹۰-۹۷-۹۸-۱۰۰-۱۰۴-۱۲۷-۱۳۴-۲۴۸-۲۶۹-۲۷۹-۳۷۴-۳۷۷-۳۸۰-۵۳۴-(۵۶۷)
قربانی، مسألهٔ شطرنج : (۵۶۸)
قربانی، نسوی‌نامه : ۱۲۹-۴۲۱-۵۲۷-۵۴۲-(۵۶۸)
قسمة‌الزاویة‌المستقیمة‌الخطین بثلثة اقسام متساویة : ۳۵۴
القسی‌الفلکیة : ۴۱۵-۴۱۶-۴۲۱-۴۴۰-۵۳۳-(۵۶۱)

ك

کاژری H : ۱۷۹-۳۲۰-۵۱۲-(۵۶۸)
کاظم T : (مقدمهٔ کتاب‌حاضر)-۵۶۸
الکافی فی‌الحساب : ۵۲۴

کانتور V : ۱۶۰-۳۶۷-۵۱۲-(۵۶۸)
کتاب ابی ریحان الی ابی سعید : ۳۱-(۴۲)
کتاب الی المتعلمین فی النسبة المؤلفه: ۲۱۶
کراوزه S : ۵۴-(۵۶۹)
کرنه‌تلکه : ۶۰
کشاف اصطلاحات الفنون: ۱۸۰-(۵۶۹)
کشف الاستار عن علم الغبار : ۵۴۱
کشف الجلباب عن علم الحساب : ۵۴۱
کشف القناع عن اسرار شکل القطاع: ۴۰۵
۴۰۶-۴۰۷-۴۰۸-۴۰۹-۴۱۰-۴۳۲
۵۴۱-۵۴۹-(۵۶۹)
کفایة اللباب : ۵۴۷
الکلام علی الکواکب ذوات الاذناب و الذوائب
۷۵
کندی M : ۴۰۱-(۵۶۹)
کهل G : ۲۴۹-(۵۶۹)
کیفیة رسوم الهند فی تعلم الحساب: ۶۸-۵۱۳

گ

گاهنامه : (۵۶۹)

ل

لغت‌نامه : ۳-۸-۱۰-۲۷-۲۸-۲۷۸ -
۵۲۸-(۵۷۰)
لوازم الحرکتین : ۷۴
لوکی R : ۹۴-(۵۷۰)

م

المائة فی الطب : ۵۲۸
ما اخرج ما فی قوة الاصطرلاب الی الفعل: ۷۷
ماللهند ← تحقیق ماللهند
متفکران اسلام : ۱۱-(۵۷۰)
مجسطی : ۶۵-۷۵-۹۴-۴۱۲-۴۱۶ -
۴۱۷-۴۲۳
مجسطی ابوالوفا : ۴۱۶-۴۲۰
مجلهٔ آریانا : ۶۱
مجلهٔ آموزش وپرورش : ۲۶۹
مجلهٔ المشرق : ۵۸
محیطیه : ۳۷۴-۵۴۳-(۵۶۱)
مختصر فی الحساب و المساحة : ۵۲۴
مختصر فی الهیئة : ۵۳۱
مختصر المجسطی : ۵۳۱
مختصر من حساب الجبر و المقابله : ۵۳۷
المدخل الی علم النجوم : ۷۹
المدخل الکبیر : ۵۳۲
مدخل تاریخ علم : ۵۴۹
مرزبان‌نامه : ۵-۴۰۱
مسائل البلخیة : ۷۸
المسائل العددیة : ۵۲۵
المسائل المفیده و الجوابات السدیده..: ۷۱
المسائل الهندسیه : ۴۲۸-۴۲۹-(۵۶۲)
مساحة ذوات النواحی : ۵۳۸
مساحة قطع المخروط المکافی : ۵۲۲
المساحة للمسافر المقوی : ۷۱

مسامره‌فی اخبار الخوارزم : ۲۴
المشرق ← مجلهٔ المشرق
مصاحب ، ابوریحان : ۷-۱۱-۱۲-۱۳ ۲۲۹-(۵۷۰)
مصاحب ، حکیم خیام : ۱۶۶-۱۶۸ - (۵۷۰)
مضیئآت الجو الحادثة فی العلو : ۷۶
مطرح الشعاع ثابتاً علی تغیر القباع : ۷۸
المعاملات : ۵۳۹
معرفة سمت القبله : ۳۰-۳۲-۴۶
معرفة القسی الفلکیه ← القسی الفلکیة
معرفة الکرد و العمل بها : ۵۳۶
مفتاح الحساب : ۹۷-۱۰۰-۱۰۱-۱۰۸ ۱۱۰-۱۱۱-۱۲۴-۱۲۷-۱۴۹-۱۸۰ ۲۴۹-۵۴۳-(۵۷۰)
مفتاح علم الهیئة : ۷۲
مفتاح المعاملات : ۵۴۷
المقادیر المشترکة و المتباینه : ۵۲۳
مقالهٔ سوم قانون مسعودی : ۴۱-(۲۷۳ تا ۳۹۹)
مقالة فی تکسیر الدائره : (۵۷۱)
مقالید علم الهیئة : ۳-۴-۵-۱۱-۳۰-۳۱- ۴۱-۴۲-۷۸-۷۹-۲۷۷-۳۹۹-(۴۰۰ تا ۵۰۴)-۵۱۰-۵۱۱-۵۱۷-۵۱۸-۵۲۳- (۵۷۱)
مقدمات لتبین المصادرة التی ذکرها اوقلیدس ... : ۵۴۱
مقدمهٔ تاریخ علم = سارتن I : ۲۷۳ - ۵۲۸- ورجوع کنید به «سارتن I»
المقنع فی الحساب الهندی : ۱۰۰-۵۴۲
المکاییل و الموازین و شرائط الطیار و الشواهین : ۷۷
الملخص فی الهیئة : ۵۴۴
المناظر : ۵۴۵
منصوبات الضرب : ۶۹
مونتوکلا H : ۱۶۰-۵۱۲-(۵۷۱)
میزان الحکمة : ۵۱-۵۲-۱۹۶-۲۳۴ - ۲۴۷-۵۳۱-(۵۷۱)
میه‌لی S : ۵۲-(۵۷۲)

ن

نزهة الحدائق : ۵۴۳
النسب التی بین الفلزات ... : ۳۲-(۵۱ تا ۵۳)
النسبة المؤلفة : ۲۱۶
نصر ، ابوریحان : ۱۴-(۵۷۲)
نصر ، کتابشناسی بیرونی : ۲۷۱- ۲۷۴ (۵۷۲)
نفایس الفنون فی عرایس العیون : ۱۴۹ - ۵۴۸-(۵۷۲)
نقل خواص الشکل القطاع ... : ۷۰
نوادر الحساب و خواص الاعداد : ۵۳۹
نهایة الادراک فی درایة الافلاک : ۵۴۵
نه‌مقالهٔ هندسه : ۱۲۱-۲۸۹-(۵۷۲)

و

وپکه ، جبرخیام : ۲۴۹-۳۵۴-۳۵۵-۳۵۶-۳۵۷-۳۵۸-(۵۷۲)

وپکه F : ۱۱۱-(۵۷۳)

وتروجیب : ۵۴۳

الوساطة : ۷۲

ویدمانP : (مقدمهٔ کتاب‌حاضر)-(۵۷۳)

ه

هندسهٔ کمیسر : ۱۶۹-(۵۷۳)

هندسهٔ گیشارد : ۱۶۹-(۵۷۳)

هیث A : ۵۱۲-(۵۷۳)

هیث E: ۸۶-۱۰۱-۱۰۵-۱۱۲-۱۱۳-۱۱۶-۱۴۱-۱۴۴-۱۴۵-۱۵۲-۱۵۹-۱۶۰-۱۶۶-۱۷۵-۱۹۲-۱۹۳-۱۹۹-۲۰۰-۲۰۳-۲۰۵-۲۱۰-۲۱۴-۲۸۸-۲۸۹-۲۹۵-(۵۷۴)

هیثH: ۱۳۸-۱۶۶-۱۶۸-۳۶۷-۵۱۲-(۵۷۴)

ی

یادنامهٔ بیرونی به انگلیسی : ۵۷-۵۸-(۵۷۴)

فهرست اسامی اشخاص و شهرها و کتابخانه‌ها وغیره

دراین فهرست اعدادی که بین دوپرانتز گذاشته شده شمارهٔ صفحاتی است که درآنها برای نام موردنظر توضیحاتی داده شده است .

آ ـ الف

آپولونیوس : ۱۶۵-۱۶۶-۵۲۸

آذرخوراین استادجشنس : ۲۸۷-۵۱۷ - (۵۲۱)-۵۲۲

آرال (دریاچهٔ) : ۳

آرام، احمد : ۱۹-۴۵-۴۱۱-۵۵۶-۵۵۸

آرثرآپم پوپ : ۱۲

آسیای صغیر : ۵۴۴

آکسفورد : ۸۱

آل‌باوند : ۵-۴۰۱

آل‌بویه : ۵۴

آل‌عراق : ۳-۴-۵۳۲

آمل : ۵۴۷

آملی ← محمدبن‌محمودآملی

آمودریا : ۳

آنکارا : ۴۵

ابراهیم‌بن‌سنان‌بن‌ثابت : ۳۶-۴۷-۴۸ - ۶۲-۵۲۲-۵۲۳-۵۳۵

ابرخس : ۵۱۱

ابن بامشاد ← ابوالحسن، ابن بامشاد

ابن‌البغدادی : ۲۱۶-۴۱۳-۵۲۲-۵۲۳

ابن ترک ← عبدالحمیدبن واسع جیلی

ابن‌خلدون : ۱۴۹

ابن‌الخمار : ۶

ابن سالار ← علی‌بن فضل‌الله سالار

ابن‌سنان← ابراهیم بن‌سنان
ابن‌سینا← ابوعلی سینا
ابن‌عراق← ابونصر عراق
ابن‌عزرای اسرائیلی : ۷۱
ابن‌عمید : ۵۴۰
ابن‌ندیم : ۵۲۹-۵۳۹
ابن‌هیثم : ۳۷۸-۵۴۵
ابوبکر کرجی : ۱۱۰-(۵۲۳ تا۵۲۴) - ۵۴۵
ابوجعفر← خازن
ابوالجود محمدبن‌لیث : ۳۶۰-(۵۲۴)- ۵۳۰-۵۴۸
ابوالحسن آذرخور← آذرخورابن استاد جشنس
ابوالحسن، ابن بامشاد : ۲۹۱-۵۲۲ - (۵۲۶)-۵۴۴
ابوالحسن اهوازی : ۷۲-(۵۲۶)-۵۳۴
ابوالحسن، ثابت‌بن‌قره← ثابت‌بن‌قره
ابوالحسن شمسی هروی : ۳۴۹-(۵۲۶) ۵۳۹
ابوالحسن علی‌بن‌مأمون : ۶
ابوالحسن علی (فقیه...) : ۸
ابوالحسن قلصادی← علی‌قلصادی
ابوالحسن کوشیار← کوشیاربن‌لبان
ابوالحسن مسافربن‌حسن : ۴۶-۷۱-۷۳
ابوالحسن نسوی← علی‌نسوی
ابوالحسین صوفی← عبدالرحمان صوفی
ابوحفص عمر← عمربن‌فرخان
ابوداود← سلیمان‌بن‌عصمة
ابوریحان بیرونی : بیشتر صفحات کتاب حاضر
ابوسعیدسجزی : ۴۲-۲۱۶-۳۳۹-۳۵۴ ۴۱۳-۴۱۴-۵۱۶-۵۲۳-(۵۲۷)-۵۳۸
ابوسهل‌کوهی: ۷۵-۳۶۰-(۵۲۸)-۵۴۶
ابوسهل‌مسیحی (عیسی‌بن‌یحیی): ۶-۷- ۲۸-۵۳-۵۲۸-۵۲۹
ابوالعباس فرغانی : ۴۶-۶۴-۶۶-۷۳- (۵۲۹)-۵۴۴
ابوالعباس‌مأمون‌بن‌مأمون : ۶
ابوالعباس مرزبان‌بن‌رستم : ۶
ابوالعباس نیریزی : ۵۸-۲۱۶-۴۱۲ - ۴۲۳-۴۳۷-(۵۲۹)-۵۴۴-۵۴۹
ابوعبدالله‌الشنی : ۳۴۹-(۵۳۰)-۵۳۹
ابوعبدالله خوارزمی← خوارزمی‌محمد- ابن‌موسی
ابوعبدالله محمدبن‌احمد : ۴
ابوعلی حسن‌بن‌علی‌جیلی : ۲۸
ابوعلی حبوبی : ۴۱۵-(۵۳۰)- ۵۳۶
ابوعلی‌سینا : ۳-۶-۷-۱۲-۵۲۳-۵۲۸- (۵۳۰ و۵۳۱)-۵۳۲
ابوالفتح‌خازنی← خازنی، ابوالفتح
ابوالفضل جعفربن‌المکتفی : ۵۴۸
ابوالفضل‌محمدبن‌حسین : ۵۴۰
ابومحمودخجندی← خجندی، ابومحمود

ابومحمود سیفی : ۵۵
ابومعشر بلخی : ۷۴-(۵۳۲)
ابونصرعراق، منصوربن‌علی: ۳-۶-۷-
۱۱-۲۸-۴۲-۵۶-۷۵-۴۰۹-۴۱۳-
۴۱۴-۴۱۵-۴۱۶-۴۱۷-۴۱۹-۴۲۰
۴۲۱-۴۲۲-۴۲۸-۴۲۹-۴۳۶-۴۴۰
۵۱۸-۵۲۳-۵۳۰-(۵۳۲و۵۳۳)
ابوالوفای بوزجانی، محمدبن‌محمد: ۵-
۱۱-۲۳-۴۲-۴۱۴-۴۱۵-۴۱۶-۴۱۷
۴۱۸-۴۲۰-۴۲۱-۴۲۲-۴۳۵-۴۳۶
۴۳۷-۴۵۱-۴۵۴-۵۱۸-۵۳۰-(۵۳۳)
احمدآبادهند : ۲۹-۶۰
احمدآرام ← آرام، احمد
احمدبن‌المثنی‌بن‌عبدالکریم: ۷۱
احمدسعیدالدمرداش : ۳۷-۶۳-۵۵۴
اخوان‌الصفا : ۱۴۹-(۵۳۳-۵۳۴)
ادوارزاخاو ← زاخاو
اراتستن : ۱۳۵-۵۱۱
اراطسثانس : ۵۱۱
ارسطرخس : ۳۶۷-۵۱۱
ارشمیدس: ۴۰-۵۱۱-۵۱۲-۵۲۲-۵۲۸
اسپانیا : ۵۴۱
استانبول : ۳۵-۳۷-۴۴-۲۷۰-۵۴۱
استراباد : ۵
اسمیث ۳۷۲ ورجوع کنید به«اسمیث» »
درفهرست منابع
اصبهبدالجلیل..: ۴۱۳
اصفهان : ۵۳۸-۵۴۰
افشنه : ۵۳۰
افغانستان : ۷
اقلیدس: ۱۳۵-۱۳۶-۱۳۷-۲۰۹-۲۱۰
۲۱۴-۲۹۲-۵۱۱ - و رجوع کنید به
«اصول اقلیدس» درفهرست منابع
البوماسار : ۵۳۲
الدومیه‌لی: ۵۲-ورجوع کنیدبه«میه‌لیS»
درفهرست منابع
الغ‌بیگ: ۲۶۹-(۵۳۴)-۵۴۳-۵۴۴-و
رجوع کنید به‌زیج‌الغ بیگ‌در فهرست
منابع
اولر : ۱۴۹
اهوازی ← ابوالحسن اهوازی
ایامبلیخوس : ۱۴۷

ب

بانارسی : ۶۱
بانکیپور ← کتابخانهٔ بانکیپور
بتانی، محمدبن جابر : ۶۴-۶۵-۷۴-
۲۵۵-۴۲۷-۵۳۰-(۵۳۴و۵۳۵)-۵۴۷
بجیاندبن جیانند : ۶۱
بخارا : ۵۳۰
بدیع‌الزمان فروزانفر : ۳
برلین : ۵۶ - ۳۲۹
برنی : ۵۷
بروسه : ۵۴۴
بصره : ۵۳۳

بطلمیوس : ۲۱- ۲۲ -۷۵ - ۷۸ -
-۹۴ - ۳۲۲ - ۳۶۵ - ۳۶۷ - ۳۶۸-
-۳۶۹ - ۳۷۲ -۳۷۶ - ۳۷۷ -۳۹۸-
-۴۱۲ - ۴۱۵-۴۱۷ - ۴۱۸ -۴۲۰ -
۴۲۲ - ۴۲۳ - ۵۱۱ - ۵۳۶-۵۴۹
بغداد : ۵ - ۲۳ - ۵۲۲ - ۵۲۳ -
۵۲۸ - ۵۳۳ - ۵۳۴ - ۵۳۵-۵۳۶
بلخ : ۵۳۸
بوآلو : ۲۸ - ۲۹ - ۳۰ - ۳۴ -
۳۵ - ۶۰-۶۸ - ۷۰-۲۷۱-ورجوع
کنید به «بوآلوo» درفهرست منابع.
بوزجان : ۵۳۳
بوشکانز : ۴
بیرجندی ، عبدالعلی : ۱۲۲ - ۱۲۳ -
۳۸۱ - ۵۳۵ - (۵۴۰)-۵۶۳
بیروت : ۵۱
بیرون : ۳
بین‌النهرین:۵۳۵
بیهقی :۵۶۶ -ورجوع کنید به«تاریخ
بیهقی» درفهرست منابع.

پ

پاریس : ۵۶
پوپ ، آرثرآپم← آرثرآپم پوپ
پی‌یر فرما : ۱۴۹

ت

تبریز : ۵۴۴
تبس : ۵۱۲
تربت شیخ جام : ۵۳۳
ترکیه : ۵۴۴
تیموریان (سلسله...) : ۵۳۴

ج

جرجان : ۵ - ۷ - ۵۲۸
جرجانیه : ۴-۶-۷
جعفربن‌المکتفی بالله : ۵۴۸
جلال‌الدین طهرانی : ۴۱۱-۵۶۹
جلال‌الدین همائی ← همائی
جمیل‌علی : ۴۵
جورج سارتن : ۱۲ - ۲۷۴-۵۲۸ -
۵۵۵ - ورجوع کنید به« سارتنI» در
فهرست منابع.
جیحون : ۴
جیهانی : ۲۲

چ

چغمینی ← محمودبن‌محمدچغمینی

ح

حبش حاسب : ۳ - ۶۱ - ۶۶-۷۲-
۴۱۸ - ۴۲۶ - ۴۲۷ - (۵۳۶)
حجاز : ۵۳۸
حران : ۵۳۴ - ۵۳۵
حسین نصر← نصر ، دکترسیدحسین
حکیم عمر خیام ← خیام
حیدرآباد دکن : ۳۵-۳۶-۳۷-۳۸-
-۳۹-۴۷-۴۸-۶۰-۶۱-۶۲-۶۳-۶۶-
-۷۰-۷۱-۷۲-۷۳-۲۰۶-۲۰۷-۲۱۹-
-۲۶۸-۲۷۳-۲۸۵-۳۰۹-۳۱۰-۴۱۵-

۵۲۲-۵۲۳-۵۲۶-۵۵۴ - ۵۶۰
خازن ، ابوجعفر : ۶۶-۲۱۶- ۲۹۱ - ۴۱۲ - ۴۲۳ -۴۳۷-(۵۲۵)-۵۳۶- ۵۳۸
خازنی ، ابوالفتح عبدالرحمان : ۵۱ - ۱۹۶-۲۴۷(۵۳۱)-۵۳۷-۵۵۸-۵۷۱
خجندی، ابومحمود : ۴-۵-۴۲- ۵۵ - ۵۸-۵۹-۴۱۶-۴۱۷ - ۴۱۸-۴۱۹- ۴۲۲-۴۲۳-۴۳۵-۴۳۶-۴۳۷-۵۱۶- ۵۱۷- (۵۳۱و۵۳۲)- ۵۳۶-۵۳۷
خراسان: ۳-۵۲۴-۵۲۵-۵۴۲ - ۵۴۴
خزر : ۵
خواجه نصیرالدین طوسی← نصیرالدین طوسی .
خوارزم : ۳ - ۴ - ۵ - ۶ - ۲۳- ۲۴- ۵۳۲
خوارزمشاه ، ابوالعباس‌مأمون‌بن‌مأمون: ۶-۲۴-۵۳۲
خوارمشاهیان : ۳
خوارزمی ، محمدبن موسی : ۶۴-۶۶ - ۷۱ - ۷۲ - ۱۸۸ - ۵۳۰- ۵۳۷ - (۵۴۸)
خیام : ۱۸۷-۵۲۹-۵۳۰-۵۳۲-۵۳۶- (۵۳۷ و۵۳۸)- ۵۴۳

د

داناسرشت ، اکبر: ۵۵۷-۵۶۱
دانش پژوه، محمدتقی : ۵۶۶
دایرةالمعارف عثمانیه : ۲۰۶-۵۵۴
دکارت : ۱۴۹
دهخدا ، علی‌اکبر : ۵۶۳

ذ

ذبیح‌الله صفا (دکتر) : ۱۵-۵۵۳

ر

رامپور : ۶۰
رضوی ، صمدحسین : ۶۱-۵۶۲
رقه : ۵۳۴
رمزی ریت : ۸۱-۸۴-۸۵-۸۶ - ۹۹ - ۱۰۱-۱۱۷-۱۳۸-۱۳۹-۱۶۰-۱۷۹- ۱۹۴-۱۹۹-۲۰۰-۲۰۵-۵۵۴ .
روم : ۵۳۱
روسکا : ۲۷۴
ری :۴-۵-۴۲-۵۸-۵۲۷-۵۳۸-۵۴۰- ۵۴۲ .
ریحانهٔ بنت‌الحسین:۸۱

ز

زاخاو ، ادوارد : ۹-۱۰-۱۱-۱۶-۲۵ - ۴۳-۶۶-۷۲-۲۲۶-۲۲۹-۲۳۱-۲۳۲- ۵۵۳ .
زیدبن‌بن‌علی‌بن‌حسین : ۳
زیدیه : ۳

س

سارتن ← جورج سارتن
سارینوس‌الثیبائی :۳۶۵-۵۱۱-(۵۱۲)- ۵۱۷ .
ساسانیان : ۱۰
سامرا : ۵۳۵

ستوده ، دکتر منوچهر : ۴۴-۵۵۷
سجزی ← ابوسعید سجزی
سجستان : ۷
سرنوس: ۵۱۲ -ورجوع کنید به‌سارینوس ثیبائی .
سلطان محمود غزنوی : ۶-۷-۸- ۲۴
سلطان مسعود : ۸-۲۷۰
سلیمان‌بن‌عصمة : ۶۴-۶۵-۶۶- ۴۱۳ - ۵۲۳-۵۲۷- (۵۳۸و۵۳۹)
سمرقند : ۵۳۸-۵۴۳-۵۴۴
سمیث ← اسمیث
سنان‌بن ثابت : ۵۲۲-۵۳۵
سنجربن‌ملکشاه الب‌ارسلان : ۵۳۱
سوتر : ۳۸- ۴۳- ۷۱ - ورجوع کنید به «سوترA » و «سوترP» درفهرست‌منابع
سیدحسن برنی : ۲۷۰
سیستان : ۵۲۷
سیواس : ۵۴۴

ش

شاهرخ تیموری : ۵۳۴
شاه صفی : ۵۴۶
شاه عباس: ۵۴۶
شرف‌الدوله : ۵۲۸
شمس‌الدین‌آملی ← محمدبن‌محمودآملی
شمس‌الدین محمد بن اشرف سمرقندی : ۵۴۴ .
شمس‌المعالی قابوس‌وشمگیر: ۵-۲۲۸
شهر زوری : ۸
شیراز : ۵۲۷-۵۴۴

ص

صفا (دکتر ذبیح‌الله) : ۱۵-۵۵۳
صفاری ، حسن : ۵۷۲
صفویه : ۵۴۶
صمدحسین،رضوی : ۶۱
صوفی ← ابوالحسین صوفی

ط

طبرستان : ۵-۵۲۸-۵۳۲
طبرك ،کوه... : ۵۸
طیبه : ۵۱۲

ع

عبدالحمیدبن واسع جیلی : ۱۸۹-۵۲۳- (۵۳۹)
عبدالرحمان خازنی← خازنی، ابوالفتح
عبدالرحمان صوفی : ۲۵۵-۴۲۶-۵۲۷- ۵۳۹- (۵۴۰)
عبدالعلی‌بیرجندی← بیرجندی،عبدالعلی
عراق : ۵۲۳-۵۳۳-۵۴۴
عضدالدوله : ۵۲۵-۵۲۷-۵۲۸-۵۳۱- ۵۴۰
علاء الدوله : ۵۳۴
عمربن فرخان : ۷۳
علی‌بن احمد← علی‌نسوی
علی‌بن‌فضل‌الله‌سالار: ۴۰۶-۵۲۳-۵۳۶- (۵۴۱)
علی‌بن مأمون، ابوالحسن : ۶

علی‌خازن مروزی : ۵۳۱
علی قلصادی : ۱۴۹-۵۲۷- (۵۴۱) - ۵۴۵
علی نسوی :۱۰۰-۵۲۷-۵۳۹-(۵۴۲)- ۵۴۹
عمربن فرخان طبری : ۵۳۹ - (۵۴۲ و ۵۴۳)
عیسی‌بن‌یحیی← ابوسهل مسیحی

غ

غزنه : ۷-۴۴-۵۵۴
غلامحسین‌مصاحب (دکتر) : ۱۳-۵۳۸- ۵۶۰
غنی (دکتر) : ۵۵۶
غیاث‌الدین جمشید کاشانی : ۹۷- ۱۰۰- ۱۱۰-۱۱۱-۱۲۶-۱۲۷-۱۴۹-۲۴۹ - ۲۶۹-۲۷۹-۳۷۴-۵۳۴-(۵۴۳)-۵۴۴- ۵۴۵-۵۶۱-۵۷۰

ف

فارس : ۵۴۰-۵۴۵
فاضل بیرجندی← بیرجندی ، عبدالعلی
فخرالدوله : ۵۸- ۵۳۱
فرات : ۵۳۴
فرانسوآ ویکه← ویکه
فرانسوآ ویت: ۳۲۰
فرغانی ← ابوالعباس فرغانی
فروزانفر، بدیع‌الزمان : ۳
فزاری← محمدبن ابراهیم فزاری
فسا : ۵۴۰
فضل‌بن حاتم ← ابوالعباس‌نیریزی
فضل‌بن سهل : ۵۴۲
فیتز جرالد : ۵۳۸
فیثاغورس : ۱۴۶- ۱۴۷
فیاض (دکتر) : ۵۵۶
فیورینی : ۴۳

ق

قابوس وشمگیر : ۵
قاضی‌زادهٔ رومی : ۲۶۹-۵۳۴-۵۴۴
قاضی‌القضاة،ابوطاهر : ۵۳۸
قاهره : ۳۵-۴۵
قاینی ← ابوالحسن ، ابن‌بامشاد
قرطبه : ۵۴۸
قسطنطنیه : ۴۰۵
قطب‌الدین شیرازی :۱۴۹-۱۵۲-۱۵۳- (۵۴۴ و ۵۴۵) - ۵۶۰
قفطی : ۵۳۹ - ورجوع کنید به « تاریخ الحکماء » درفهرست منابع
قلصادی ← علی قلصادی

ك

کاث : ۳
کارادوو : ۱۱-۴۰۹
کارل‌شوی : ۲۷۴-۲۷۵-۳۲۱-۳۲۹ - ۳۴۶-۳۵۲-۳۵۹-۳۶۰-۳۹۱-۳۹۲
کارل فردریك گاوس: ۲۸۳
کاشان : ۵۴۳

کاشانی ← غیاث‌الدین جمشید
کتابخانهٔ بانکیپور : ۳۴-۳۵-۳۶-۴۷-۶۶
کتابخانهٔ برلین : ۴۵
کتابخانهٔ بودلیان : ۶۶
کتابخانهٔ خدابخش بتنه : ۳۷
کتابخانهٔ دانشکدهٔ الهیات : ۴۶-۶۰
کتابخانه سلطان فاتح : ۴۴-۴۰۲
کتابخانهٔ لیدن : ۲۸-۴۲-۴۳
کتابخاقهٔ مجلس شورای‌ملی : ۴۶-۵۴
کتابخانهٔ مدرسهٔ عالی سپهسالار : ۵۴ - ۴۰۱ - ۴۰۵
کتابخانهٔ مراد ملا : ۳۵-۳۷
کتابخانهٔ مرکزی دانشگاه تهران : ۴۴-۴۶-۵۴-۵۹-۴۰۱-۴۰۵
کرج : ۵۲۳
کرخ : ۵۲۳
کمال‌الدین فارسی : ۱۴۹-۵۲۹-۵۴۳-(۵۴۵)
کندی (دکتر) : ۴۵-۴۰۱
کوشیاربن‌لبان، گیلی: ۵-۴۲-۱۰۰-۴۱۷-۴۱۹-۴۲۲-۴۲۳-۴۳۷-(۵۴۶)

گ

گاوس ← کارل فردریك گاوس

ل

لایپزیك : ۲۲۸-۵۵۳
لندن : ۲۲۸
لیدن ← کتابخانهٔ لیدن
لیندمان : ۲۰۹

م

مأمون‌بن محمد : ۴
مأمون‌بن مأمون، ابوالعباس : ۶-۵۳۲
مأمون خلیفه : ۵۲۹ - ۵۴۳
مأمونیان : ۶
مادرید : ۵۴۸
ماکس‌کراوزه : ۲۷۰ ، و رجوع کنید به «کراوزه S » درفهرست منابع
مانالاوس ← منلائوس
ماوراء النهر : ۵۲۴-۵۲۹-۵۴۴
المتوکل : ۵۲۸
مجتبی مینوی : ۱۴-۴۴-۲۲۹
مجریط : ۵۴۸
مجریطی ← مسلمة بن احمد مجریطی
محمد باقر یزدی : ۱۴۹-۲۴۷-(۵۴۶و ۵۴۷) - ۵۴۹-۵۶۵
محمدبن ابراهیم‌فزاری : ۶۴-۶۵-۵۴۴-(۵۴۷)
محمدبن ایوب طبری : ۱۰۰ - ۵۳۹ - (۵۴۷) -۵۶۳
محمدبن جابر ← بتانی
محمدبن زکریای رازی : ۲۴-۲۷
محمدبن عبدالعزیز هاشمی : ۶۵- (۵۴۷ و۵۴۸) - ۵۴۹
محمدبن‌لیث ← ابوالجود محمدبن‌لیث

محمدبن محمد ← ابوالوفای بوزجانی
محمدبن‌محمودآملی :۱۴۹-۵۲۲-۵۳۹-(۵۴۸)
محمدبن موسی ← خوارزمی
محمد پروین گنابادی : ۵۵۸
محمدعلی کاظم : ۲۷۵
محمد قزوینی (علامه ...) : ۹
محمد معین (دکتر) : ۳-۱۱۰-۵۵۸
محمودبن‌محمد چغمینی : ۵۴۴
محمود غزنوی ← سلطان‌محمود
مدرس رضوی : ۵۵۸
مرزبان بن رستم : ۵
مرو : ۵۳۱-۵۳۶
مرو رود : ۵۲۵
مسافر مقوی، ابوالحسن : ۴۶-۷۱
مسعود غزنوی ← سلطان مسعود
مسلمة بن احمد مجریطی : ۱۴۹-۵۴۶-(۵۴۸ و۵۴۹)
مصاحب (دکترغلامحسین) : ۱۳-۵۳۸-۵۶۰-۵۷۰ورجوع کنیدبه«مصاحب،ابو ریحان » ومصاحب، حکیم‌خیام» در فهرست منابع
مصر : ۳۷-۳۸-۶۳-۵۵۴
المعتضد : ۵۲۹
معین (دکتر محمد) : ۳- ۱۱۰- ۵۵۸
معین‌الدین کاشی : ۵۳۴
ملکشاه سلجوقی، سلطان : ۵۳۸
ملطیه : ۵۴۴
منصوربن‌علی ← ابونصرعراق
المنصور ، خلیفه : ۵۴۷
منصور دوم پسر نوح سامانی:۵
منلائوس : ۴۰۴- ۴۱۲-۵۱۱
منوچهر (دکترستوده) : ۴۴-۵۵۷
مودودبن مسعود : ۸
مینوی مجتبی : ۱۴-۴۴-۲۲۹

ن

نالینو : ۵۶-۸۸-۲۷۱-۵۵۶
نسا : ۵۴۲
نسوی ← علی نسوی
نصر(دکترسیدحسین):۱۴-۵۷۲ ورجوع کنید به «نصر : ابوریحان » و «نصر: کتابشناسی بیرونی» درفهرست منابع
نصیرالدین‌طوسی : ۱۱۷-۱۲۷ - ۱۸۹- ۱۹۱-۲۷۵-۴۰۵-۴۰۶-۴۰۷-۴۰۸- ۴۰۹-۴۱۰-۴۳۲-۵۳۷-۵۳۹-۵۴۰- ۵۴۱-۵۴۴- (۵۴۹)- ۵۵۷
نلینو ← نالینو
نیریزی ← ابوالعباس نیریزی
نیشابور : ۵۳۷
نیکولو پاگانی‌نی : ۱۵۰

و

وپکه ، فرانسوآ : ۵۲۴-۵۳۸-ورجوع کنیدبه «وپکه: جبرخیام» و «وپکهF» درفهرست منابع

ویدمان : ۲۸-۴۵-۵۱-۵۶
ویلایتنر : ۲۷۴
وینتر (پروفسو) : ۲۷۰

ه

هرات : ۵۲۸
همائی ، استادجلال‌الدین : ۶۹-۸۰-۸۱-۸۳-۸۵-۴۰۱-۵۵۵-۵۵۹
هند : ۷-۶۰-۶۱

ی

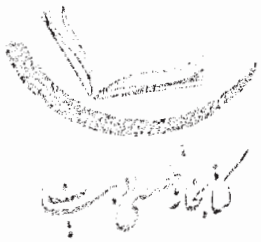
یعقوب سجزی : ۳۷۱-۳۷۲

فهرست اسامی به حروف لاتینی

Albumasar : ۵۳۲
Aldo Mieli : ۵۲
Anaritius : ۵۲۹
Apollonius : ۱۶۵
Archimedes : ۵۱۱
Aristarchus of Samos : ۳۶۷ - ۵۱۱
Arther Upham Pope : ۱۲
Barani ، S.H. : ۵۷ - ۲۷۰ - ۵۶۷
Boilot ، D.J. : ۲۸ - ۵۵۶
Brockelmann ، Carl. : ۵۵۶
Brussa : ۵۴۴
Cajori ، F. : ۵۶۸
Cantor ، M. : ۵۶۸
Carl Edvard Sachau : ۹ - ۲۲۹ - ۵۵۳ - ۵۶۲
Carl Friedrich Gauss : ۲۸۳
Carlo Alponso Nallino : ۲۷۱
Carmody ، F.J. : ۶۷ - ۵۳۶

Carra de Vaux : ۱۱ - ۵۵۸ - ۵۷۰
Cheikho ، L. : ۵۸
Commissaire ، H. :۵۷۳
Datta ، B. : ۵۵۹
Descartes : ۱۴۹
Dickson ، L.E. : ۵۶۰
Edward Sachau : ۹ - ۲۲۹ - ۵۵۳ - ۵۶۲
Eratosthenes : ۵۱۱
Euler : ۱۴۹
Euclides : ۵۱۱
Fiorini ، M. : ۵۵۶
François Viète : ۳۲۰
Gauss ، C.F. ، ۲۸۳
George Sarton : ۱۲ - ۵۶۲
Guichard ، C. : ۵۷۳
Hartner ، W. : ۲۵۳
Heath ، T.L. : ۵۷۳ - ۵۷۴
Howard Eves : ۵۵۵
Hipparchus : ۵۱۱
Iamblichus : ۱۴۷
Ifram ، A.: ۶۷
Kazim ، M.A. : ۲۷۵ - ۵۶۸
Kennedy ، E.S. : ۴۵ ، ۶۷ - ۵۶۹
Kohl ، K. : ۵۶۹
Krause ، M. : ۵۶۹
Lindelmann ، F. : ۲۰۹
Luckey ، Paul : ۵۷۰
Menelaus : ۵۱۱
Mieli ، A. : ۵۷۲

Montucla , J.E. : ۵۷۱
Nallino , C.A. : ۵۶ - ۲۷۱
Nicolo Paganini : ۱۵۰
Owen Gingerich : ۶۷
Pearson , J.D. : ۵۵۵
Ramsay Wright : ۸۱
Rosen , Frederic : ۵۵۹
Ruska , J. : ۲۷۴
Safouri , M. : ۶۷
Sarton , George : ۱۲ - ۵۶۲
Sayili , Aydin : ۵۶۵
Schoy , C. : ۲۷۴ - ۵۶۴
Serenus of Antinoeia : ۵۱۲
Smith , D.E. : ۳۷۲ - ۵۵۴
Suter , H. : ۲۸ - ۴۳ - ۵۶۲ - ۵۶۳
Theon : ۵۱۱
Wedemeyer : ۳۲۹
Widemann , E. : ۲۸ - ۴۵ - ۵۱ - ۵۶ - ۵۷۳
Wieleitner , H. : ۲۷۴
Winter , H. J.J. : ۲۷۰
Woepcke , F. : ۵۷۲ - ۵۷۳



غلطنامه

صفحه	سطر	نادرست	درست
۱۶	۸	زحمت	همت
۲۸	۷	Wiedeman	Wiedemann
۳۲	۱۰	(۱۲)	(۱۴)
۶۹	۷	Nambres	Nombres
۹۷	سوم ازپایین	لهندا	لهذا
۱۴۲	هفتم ازپایین	انکه	آنگه
۱۴۳	چهارم‌ازپایین	Nambers pnyramidaux	Nombres pyramidaux
۱۴۳	آخر	Nomlres	Nombres
۱۶۳	اول	قطع‌مکانی	قطع‌مکافی
۱۷۹	۹	Cane	Cone
۲۴۶	پنجم از پایین	رقم سمت راست	۶ به‌جای ۵
۲۷۳	۶	تیسیر	تسییر
۲۸۸	پایین‌صفحه	شکل ۵۳ چاپ نشده	رسم‌آن ساده‌است
۲۹۲	۷	نقطهٔ وسط	نقطهٔ B وسط

صفحه	سطر	نادرست	درست
۳۴۹	هشتم‌ازپایین	« وپکه ج خیام »	«وپکه: جبرخیام»
۳۵۳	سوم ازپایین	تحققات	تحقیقات
۳۷۲	دهم از پایین	ص۲ ۳	ص۳۰۲
۳۸۹	۴	هست′	هست′α
۴۰۰	۲	تحقیق دربار	تحقیق دربارهٔ
۴۰۶	۹	عیسی‌بن‌فضل‌الله	علی‌بن‌فضل‌الله
۴۰۹	دوم‌ازپایین	Trautê	Traité
۴۱۴	هشتم‌ازپایین	بوزحانی	بوزجانی
۵۰۶	۱۳	رصدها.	رصدها و
۵۱۳	سوم‌ازپایین	۱۰۵	۲/۱۰۵
۵۱۶	سوم‌ازپایین	الکلرة	الکرة
۵۱۸	۱۰	بیرونی وفن...	۵ ـبیرونی‌وفن...
۵۴۱	دوم‌ازپایین	ابن‌النباء	ابن‌البناء
۵۴۹	پنجم‌ازپایین	سارتن،ج۲	سارتن I ،ج۲
۵۵۹	نهم‌ازپایین	ADTTA	DATTA