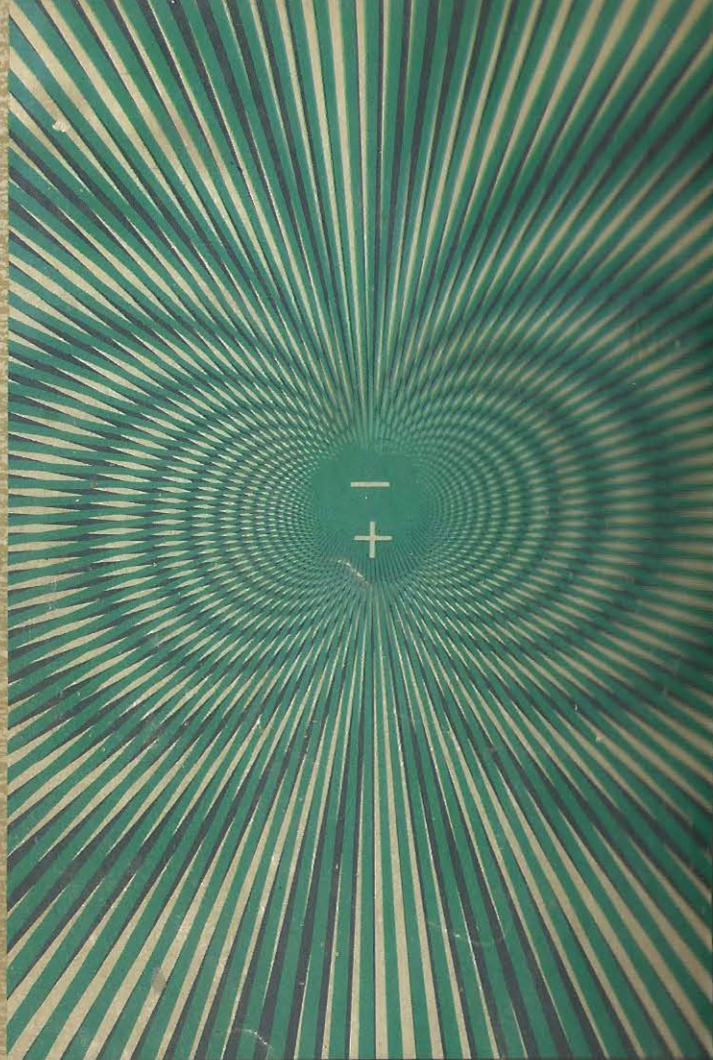


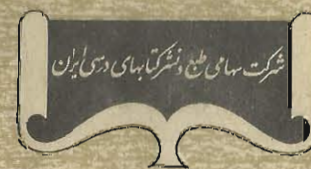


فیزیک

برای سال ششم ریاضی



توانا بود سکر وانا بود
وزارت آموزش پرورش



بها در تمام کشور ۵ ریال

توانا بود هر که دانا بود

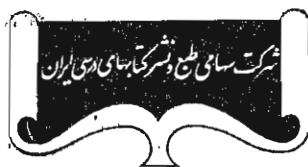
وزارت آموزش و پرورش

فیزیک

برای سال ششم ریاضی

حق چاپ محفوظ

چاپ و توزیع از :



۱۳۴۸

مدرسه

Handwritten signature and date: ۱۳۴۸/۲/۱۳

این کتاب که به وسیله آقایان : باروخ بروخیم، دکتر
نصرالله حاج سید جوادی، احمد رفیع زاده نگارش یافته،
بر طبق ماده ۳ قانون کتابهای درسی و اساتذات سازمان
کتابهای درسی ایران برای تدریس در دبیرستانها برگزیده
شده است.

توضیح

فصل صمیمه این کتاب، تسخیر فضا (هوش، ماه مصنوعی) برای اطلاع
یافتن دانش آموزان از پیشرفت دانش بشری در عصر حاضر، تهیه و در آخر
کتاب آورده شده است. امید است به یاری همکاران محترم و توضیحات بیشتر
آنان مورد استفاده کامل دانش آموزان قرارگیرد.

سازمان کتابهای درسی ایران

چاپ از : تهران مصور

کتاب یکی از ارکان اصلی آموزش و پرورش در
اجتماع کنونی بشری است. هر دانش پژوه که خواهان
حل مشکل یا درک حقیقتی باشد، از مصاحبت کتاب و
توسل بدین وسیله مطمئن و مشاور مؤتمن ناگزیر است.
دانش آموزان با استعانت از کتاب می توانند به
جهان بیکران علم دسترسی یابند و سرمایه لازم برای
رفاه حال خویش و تعالی جامعه خود کسب کنند.

وزارت آموزش و پرورش مساعی خویش را بکار
می برد تا برای استفاده دانش آموزان کتابهایی عرضه
کند که با پیشرفتهای علمی و فنی جهان مترقی امروز
هماهنگ و بر اساس جدیدترین اصول آموزش و پرورش
تنظیم شده باشد.

نباید از نظر دور داشت که با وسعت دامنه علوم در جهان امروز، هر اندازه کتب درسی جامع و کامل تهیه شده باشد کافی برای تجهیز علمی جوانان نیست و دانش آموزان گرامی نباید مطالعات خود را به این کتب محدود سازند، بلکه باید با راهنمایی معلمان خویش در ساعات فراغت به مطالعه کتاب در کنار دروس خود بپردازند و اوقات عزیز خویش را برایگان از کف ندهند. بر محققان و مؤلفان کشور فرض است که در راه تهیه اینگونه کتابها بکوشند. بخصوص در این عصر مترقی که به اراده شاهنشاه آریا مهر و در سایه انقلاب ششم بهمن ماه ۱۳۴۱ و با اجرای طرح سپاه دانش، اهالی نقاط دورافتاده مملکت نیز از نعمت سواد برخوردار گردیده و هر روز بر عده افراد کتابخوان کشور افزوده می شود فرصت را غنیمت شمرند و به تألیف کتابهایی مفید در رشته های مختلف علوم و فنون و ادب بپردازند و از این راه به پیشرفت فرهنگ و علوم و رشد اقتصادی کشور خدمتی ارزنده بنمایند.

وزیر آموزش و پرورش - دکتر فرخرو پارسای

فهرست منابع و مآخذ

صفحه	عنوان
	بخش اول - مکانیک
۲	فصل اول - بردار و محاسبات برداری
۱۶	فصل دوم - سینماتیک
۲۸	فصل سوم - سقوط اجسام در خلا و در هوا
۳۷	فصل چهارم - دینامیک
۳۹	وزن و جرم
۴۷	تحقیق در اصول دینامیک
۵۴	سطح شیبدار گاليله
۵۸	اصطلاك و نیروی اصطلاك
۶۴	حرکت آسانسور
۶۶	کشش نخ
۶۸	حرکت سقوطی اجسام در هوا - وزن ظاهری اجسام
۷۵	مقاومت هوا
۷۲	تأثیر مقاومت هوا در حرکت سقوطی اجسام
۷۴	هواپیما
۸۱	فصل پنجم - حرکت منحنی الخط
۸۵	ترکیب سرعتها
۸۹	حرکت دورانی متشابه
۹۷	حرکت نوسانی بر روی يك خط مستقیم
۱۰۳	فصل ششم - حرکت پرتابی گلوله در خلا

صفحه	عنوان	صفحه	عنوان
۱۱۲	فصل هفتم - آونگ (پاندول)	۲۸۳	مقایسه لوله‌های صوتی باز و بسته
۱۲۲	قانون جاذبه عمومی		موارد استعمال تارهای مرتعش و لوله‌های صوتی در
۱۲۴	موارد استعمال آونگ مرکب در اندازه‌گیری g	۲۸۴	ادوات موسیقی
۱۳۴	فصل هشتم - دستگاه واحدها	۲۹۵	فصل نهم - تشدید (Resonance)
۱۴۵	فصل نهم - کار و انرژی	۲۹۱	تشدید در صوت
۱۵۹	فصل دهم - اشکال مختلف انرژی	۲۹۸	فصل دهم - نور
۱۶۵	فصل یازدهم - انرژی مکانیکی و گرما	۳۰۰	فرضیه موجی نور
۱۷۶	فصل دوازدهم - اندازه‌گیری توان عملی يك ماشین	۳۰۲	فصل یازدهم - تداخل امواج نوری
۱۷۷	بازده یا راندمان	۳۱۲	فصل دوازدهم - طیفنما (اسپکتروسکوپ)
		۳۱۵	انواع طیفها
		۳۲۱	اشعه مرئی و نامرئی
	بخش دوم = فیزیک	۳۲۶	فصل سیزدهم - الکتروسیسته
		۳۲۷	جریان القایی
		۳۲۹	سوی جریان القایی - قانون لنز
۱۸۵	فصل اول - آثار تناوبی	۳۳۰	مقدار نیروی محرکه القایی
۲۰۸	فصل دوم - تداخل امواج	۳۳۳	روشهای مختلف ایجاد جریان القایی
۲۲۰	فصل سوم - انعکاس امواج	۳۳۷	فصل چهاردهم - جریان متناوب
۲۲۷	مطالعه تجربی امواج ساکن	۳۳۸	آثار جریان متناوب
۲۳۱	فصل چهارم - صوت	۳۴۴	اختلاف پتانسیل مؤثر و نیروی محرکه مؤثر
۲۳۳	انتشار صوت	۳۴۵	خودالقا
۲۳۴	سرعت صوت	۳۵۰	فصل پانزدهم - خازنها
۲۳۴	اندازه‌گیری سرعت صوت	۳۵۶	اتصال خازنها
۲۳۹	تحقیق تجربی نتایج بالا	۳۶۱	فصل شانزدهم - قوانین اهم
۲۴۲	انعکاس صوت	۳۷۱	محاسبه مقاومت ظاهری درحالت کلی
۲۴۶	فصل پنجم - خواص فیزیولوژیکی صوت	۳۷۴	توان جریان متناوب
۲۵۴	ماورای صوت	۳۷۶	قوانین جریان متناوب
۲۵۵	فصل ششم - صوتهای موسیقی	۳۸۱	فصل هفدهم - مولد جریان متناوب - آلترناتور
۲۶۷	فصل هفتم - تارهای مرتعش	۳۸۷	جریانهای چند فاز
۲۶۷	وضعیت ارتعاشی و فرمول تارهای مرتعش	۳۹۱	فصل هجدهم - مولد جریانهای يك طرفه - دینامو
۲۷۰	تحقیق تجربی قوانین تارهای مرتعش	۳۹۵	ماشین گرام
۲۷۵	فصل هشتم - لوله‌های صوتی		
۲۷۶	ارتعاش لوله‌های صوتی		
۲۷۹	تحقیق تجربی قوانین لوله‌های صوتی باز		

صفحه	عنوان
۴۵۳	موارد استعمال جریانهای چند فاز
۴۵۷	فصل نوزدهم - انتقال انرژی الکتریکی - مبدلها
۴۱۳	قرقره القا - بوبین رومکورف
۴۱۸	فصل بیستم - نوسانات الکتریکی - جریان با تواتر زیاد (پرتواتر)
۴۲۵	تولید نوسانهای الکتریکی
۴۲۵	امواج الکترومغناطیسی یا امواج هرتز
۴۲۷	خواص امواج الکترومغناطیسی
۴۲۹	اثر ادیسون
۴۳۳	فصل بیست و یکم - طرق تبدیل جریان متناوب به جریان یک طرفه
۴۳۶	فصل بیست و دوم - تلگراف و تلفن بیسیم - تلگراف بیسیم
۴۳۹	تلفن بیسیم
۴۴۳	فصل بیست و سوم - فتو الکتریسیته
۴۵۰	فصل بیست و چهارم - تخلیه الکتریکی در گازها
۴۵۵	اشعه کاتدیک و اشعه X
۴۶۶	فصل بیست و پنجم - ساختمان اتم
۴۸۱	فصل بیست و ششم - رادیو اکتیویته (Radio - activité)
۴۸۵	دسته های اجسام رادیو اکتیو
۴۹۱	موارد استعمال مواد رادیو اکتیو
۴۹۲	شکافت اتم و استفاده از انرژی اتمی
۴۹۴	پیل اتمی
۴۹۹	فصل بیست و هفتم - فیزیک در زندگی جدید
۴۹۹	دستگاه تقویت صوت - بلندگو
۵۰۲	دستگاه ثبت صوت
۵۰۴	سرعت سنج اتوموبیل
۵۰۵	تلفن
۵۰۷	تلفن خودکار
۵۱۱	تواتر سنج (فرکانس متر) - نوسان سنج (اسیلوگراف)
۵۱۴	رادار
۵۱۶	ارسال تلگرافی تصاویر
۵۱۸	تلویزیون

صفحه	عنوان
۵۲۳	فصل ضمیمه - تسخیر فضا - موشک - ماه مصنوعی
۵۲۴	مقدار حرکت
۵۲۵	ضربه و مقدار حرکت
۵۲۸	بقای مقدار حرکت
۵۳۵	ساختمان موشک
۵۳۷	پرتاب موشک
۵۴۴	ماه مصنوعی
۵۵۲	سفینه های فضایی
۵۵۵	مسائل امتحانات نهایی

فصل اول

بردار و محاسبات برداری

۱- انواع کمیتها - کمیتها بر دو نوعند :

الف - کمیت اسکالر - بعضی از کمیتها مانند طول، جرم، دما و گرما با یک مقدار عددی کاملاً مشخص می شوند . مثلاً وقتی که می گوئیم جرم جسمی ۵ کیلوگرم است، این کمیت (جرم جسم) کاملاً مشخص می شود. در فیزیک چنین کمیتهایی را **کمیتهای اسکالر** می نامند .

ب - کمیت برداری - بعضی از کمیتهای دیگر مانند نیرو، سرعت، میدانهای الکتریکی و مغناطیسی، تنها با یک مقدار عددی مشخص نمی شوند و برای آنکه کاملاً مشخص شوند باید راستا، سو و گاهی مبدأ (مثلاً نقطه ای که نیرو در آنجا اثر می کند) آنها نیز معین شود. مثلاً اگر بگوئیم که سرعت جسمی ۵ متر در ثانیه است، این کمیت کاملاً مشخص نخواهد شد، چه معلوم نیست که این جسم بر روی چه راستا و در کدام سوی آن حرکت می کند. در فیزیک چنین کمیتهایی را **کمیتهای برداری** می نامند .

آزمایش نشان داده است که در محاسبات این قبیل کمیتها همواره نمی توان همان تعاریف و محاسبات معمول در کمیتهای اسکالر را بکار

بست، بلکه باید تعاریف و محاسبات دیگری اختیار کرد که آنها را **محاسبات برداری** می نامند و در اینجا باختصار به شرح آن می پردازیم .

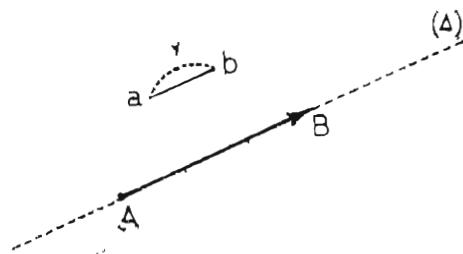
۲- تعریف بردار - هر قطعه خط جهت دار را **بردار** می نامند . بردار را با علامتهایی مانند : $\vec{AB}$ ، $\vec{V}$ ، $\vec{I}$ و ... نشان می دهند . یک بردار با خاصه های زیر مشخص می شود :

الف - راستا - خطی که بردار روی آن قرار دارد (خط Δ در شکل ۱)، راستای آن بردار است ؛

ب - سو - بر روی هر راستا دو سو می توان معین کرد، سوی بردار را با یک سهم در انتهای آن نشان می دهند (شکل ۱) ؛

ج - بزرگی - بزرگی بردار، اندازه طول آن است که آن را برابر بزرگی کمیتی که بردار معرف آن است اختیار می کنند . بزرگی بردار $\vec{AB}$ را با AB (بدون سهم) نشان می دهند ؛

د - مبدأ - ابتدای بردار را مبدأ می گویند (نقطه A در شکل ۱).

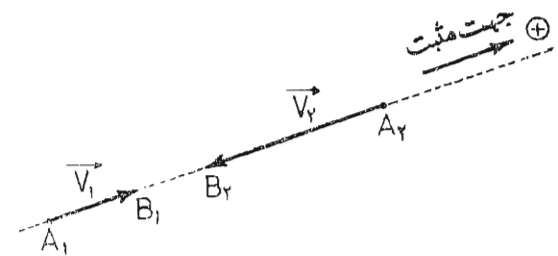


شکل ۱

می بینیم که در شکل ۱ راستای بردار $\vec{AB}$ خط Δ ، سوی آن از A به B ، بزرگی آن اندازه طول قطعه خط AB یعنی ۳ و مبدأ آن نقطه A است.

اگر راستای بردار، محوری جهت دار باشد، بد بردار اندازه

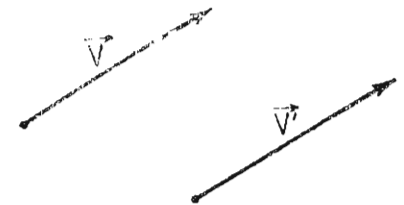
جبری نسبت می‌دهند. مثلاً اندازه جبری بردار $\vec{A_1B_1}$ (شکل ۲) برابر است با $V_1 = +2$ و اندازه جبری بردار $\vec{A_2B_2}$ برابر است با $V_2 = -3$.



شکل ۲

۳- بردارهای همسنگ - بردارهای همسنگ بردارهایی را

گویند که همسو و دارای یک بزرگی هستند و راستاهای آنها به یکدیگر موازی است. مانند بردارهای $\vec{v}$ و $\vec{v'}$ (شکل ۳).



شکل ۳

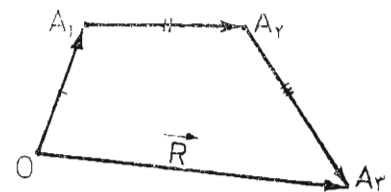
۴- جمع بردارها - چند

بردار $\vec{v_1}$ و $\vec{v_2}$ و $\vec{v_3}$ و ... مفروض است. از نقطه اختیاری o بردار

$\vec{OA_1}$ را همسنگ با $\vec{v_1}$ رسم می‌کنیم (شکل ۴). از A_1 بردار

$\vec{A_1A_2}$ را همسنگ با $\vec{v_2}$ و از A_2 بردار $\vec{A_2A_3}$ را همسنگ با $\vec{v_3}$

رسم می‌کنیم. بردار $\vec{R}$ را که مبدأ آن o و انتهایش A_3 یعنی انتهای آخرین بردار همسنگ



شکل ۴

است مجموع هندسی یا منتجه یا برآیند این بردارها می‌نامند، و آن را چنین می‌نویسند:

$$\vec{R} = \vec{v_1} + \vec{v_2} + \vec{v_3} + \dots$$

ثابت می‌شود که مقدم و مؤخر شدن بردارها تأثیری در مجموع هندسی آنها ندارد.

نتیجه ۱- اگر انتهای آخرین بردار همسنگ بر o منطبق شود، مجموع هندسی بردارها صفر است.

نتیجه ۲- اگر بردارها متوازی باشند، جمع هندسی به جمع جبری منجر می‌شود.

نتیجه ۳- برآیند دو بردار متقاطع $\vec{OA_1}$ و $\vec{OA_2}$ برداری است

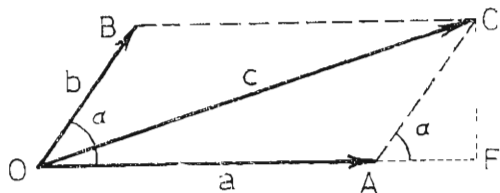
مانند $\vec{OA}$ که منطبق بر قطر متوازی الاضلاعی است که با $\vec{OA}$ و $\vec{OB}$ ساخته می‌شود (شکل ۵).

زیرا:

$$\vec{OA_1} + \vec{OA_2} = \vec{OA_1} + \vec{A_1A} = \vec{OA}$$

تمرین - بردار $\vec{OA}$ به بزرگی a و بردار $\vec{OB}$ به بزرگی b با یکدیگر زاویه ای برابر α می‌سازند. مطلوب است بزرگی برآیند این دو بردار.

حل - برآیند این دو بردار منطبق بر $\vec{OC}$ است. مطابق شکل ۶



شکل ۶

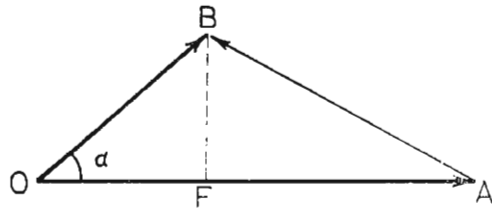
بردار اول بدست آید. مثلاً برطبق شکل ۷ تفاضل هندسی دو بردار $\vec{AB}$ و $\vec{CD}$ برابر است با $\vec{MN}$:

$$\vec{MN} = \vec{AB} - \vec{CD}$$

تمرین - بردار $\vec{OA}$ به بزرگی a و بردار $\vec{OB}$ به بزرگی b با یکدیگر زاویه‌ای برابر α می‌سازند. مطلوب است بزرگی $\vec{AB}$ تفاضل هندسی این دو بردار.

حل - برطبق شکل ۸ می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} AB^2 &= BF^2 + FA^2 \\ &= (OB \sin \alpha)^2 + (OA - OB \cos \alpha)^2 \\ &= OA^2 + OB^2 - 2OA \cdot OB \cos \alpha \end{aligned}$$



شکل ۸

اگر بزرگی $\vec{AB}$ را به c نمایش دهیم، می‌توان نوشت:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha$$

۶- تجزیه یک بردار - بردار $\vec{AR}$ مفروض است، می‌خواهیم آن را به دو بردار دیگر تجزیه کنیم که امتداد آنها معلوم است (Δ و Δ') و با بردار مزبور در یک صفحه واقعند. از نقطه A ، مبدأ بردار $\vec{AR}$ ، دو خط Ax و Ay را موازی با دو امتداد مفروض رسم کرده متوازی‌الاضلاعی بدقطر AR روی آنها می‌سازیم. بدین ترتیب دو بردار

می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} OC^2 &= OF^2 + FC^2 \\ &= (OA + AC \cos \alpha)^2 + (AC \sin \alpha)^2 \\ &= OA^2 + 2OA \cdot AC \cos \alpha + AC^2 \end{aligned}$$

بنابراین اگر بزرگی برآیند این دو نیرو را به c نمایش دهیم، می‌توان نوشت:

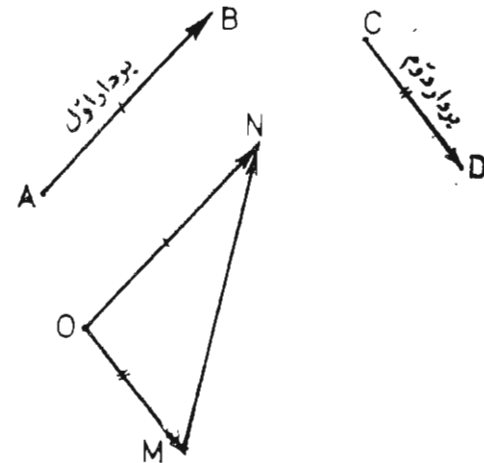
$$c^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos \alpha$$

بدیهی است که اگر زاویه بین دو بردار $\alpha = 0^\circ$ باشد، یعنی دو بردار همراستا و همسو باشند $c^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ یا $c = a + b$ می‌باشد؛ یعنی بزرگی بردار برآیند برابر است با مجموع بزرگی دو بردار.

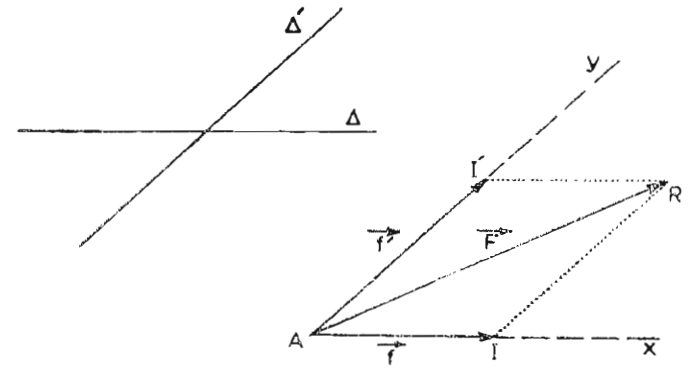
اگر زاویه بین دو بردار $\alpha = 90^\circ$ باشد، $c^2 = a^2 + b^2$ است و اگر زاویه بین دو بردار $\alpha = 180^\circ$ باشد، یعنی دو بردار همراستا ولی در سوی مخالف یکدیگر باشند $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab$ یا $c = a - b$ می‌باشد، یعنی بزرگی بردار برآیند برابر است با تفاضل بزرگی دو بردار.

۵- تفریق هندسی دو بردار - منظور از تفریق هندسی دو

بردار، بدست آوردن برداری است که اگر به بردار دوم افزوده شود،



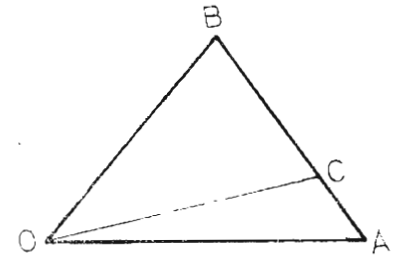
شکل ۷



شکل ۹

$\vec{f}$ و $\vec{f}'$ حاصل می‌شود که بردار $\vec{f}''$ نتیجه آنهاست (شکل ۹). $\vec{f}$ و $\vec{f}'$ را مؤلفه‌های $\vec{f}''$ در امتدادهای مفروض می‌نامند.

۷- ضرب یک عدد در یک بردار - حاصل ضرب عدد جبری
 m در یک بردار، مثلاً $\vec{v}$ ، برداری است مانند $\vec{v}$ که راستای آن همان راستای $\vec{v}$ و بزرگی آن m برابر بزرگی $\vec{v}$ است. اگر m مثبت باشد $\vec{v}$ و $\vec{v}'$ همسو و اگر m منفی باشد در سوتی مخالف یکدیگر روند.
تمرین - اگر مثلث OAB مثلثی دلخواه باشد، ثابت کنید که
 $m\vec{OA} + n\vec{OB} = (m+n)\vec{OC}$ به شرط آنکه C نقطه‌ای از AB باشد که $mAC = nCB$.



شکل ۱۰

حل - می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} m\vec{OA} + n\vec{OB} &= m(\vec{OC} + \vec{CA}) + n(\vec{OC} + \vec{CB}) \\ &= (m+n)\vec{OC} + m\vec{CA} + n\vec{CB} \end{aligned}$$

چون $\vec{CA}$ و $\vec{CB}$ هم‌راستا و غیر همسویند، و از طرفی $m\vec{CA} + n\vec{CB} = \vec{0}$ است، $mAC = nCB$ برای صفر خواهد بود.

توجه - اگر $m = n$ باشد، یعنی OC میانه مثلث OAB باشد، خواهیم داشت:

$$\vec{OA} + \vec{OB} = 2\vec{OC}$$

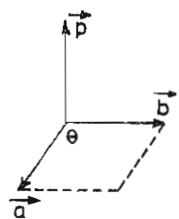
۸- حاصل ضرب عددی یا اسکالر دو بردار - بر حسب تعریف، حاصل ضرب عددی دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ که زاویه بین آنها مساوی θ است، کمیتی است جبری برابر با حاصل ضرب بزرگی بردار $\vec{a}$ در بزرگی بردار $\vec{b}$ و درکسینوس زاویه بین دو بردار، و آن را به صورت $\vec{a} \cdot \vec{b}$ نمایش می‌دهند. پس:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b \cos \theta$$

اگر زاویه θ حاده باشد این حاصل ضرب مثبت، اگر θ منفرجه باشد منفی، و اگر دو بردار عمود برهم باشند $(\theta = \frac{\pi}{2})$ مسازی صفر است.
 از تعریف بالا نتیجه می‌شود که حاصل ضرب عددی دو بردار بستگی به ترتیب دو بردار ندارد، یعنی

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$$

۹- حاصل ضرب برداری دو بردار - بنا بر تعریف، حاصل ضرب



شکل ۱۱

برداری بردار $\vec{a}$ در بردار $\vec{b}$ عبارت از برداری است مانند $\vec{p}$ (شکل ۱۱) که بزرگی آن برابر با $p = a \cdot b \sin \theta$ یعنی برابر با سطح متوازی-الاضلاعی که بر روی دو بردار ساخته شود (یا دو برابر سطح مثلث $a \cdot b \sin \theta$)، امتداد آن عمود

بر سطح دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ، و سوی آن طوری است که اگر ناظری بر راستا و در سوی بردار $\vec{p}$ بایستد، برای او سوی دورانی که بردار اولی $\vec{a}$ را بر روی بردار دومی $\vec{b}$ منطبق می‌کند (با دورانی کمتر از π)، سوی مثبت دوران باشد (خلاف سوی دوران عقربه ساعت).
حاصل ضرب برداری را با علامت $\wedge$ یا $\times$ نمایش می‌دهند:

$$\vec{p} = \vec{a} \wedge \vec{b}$$

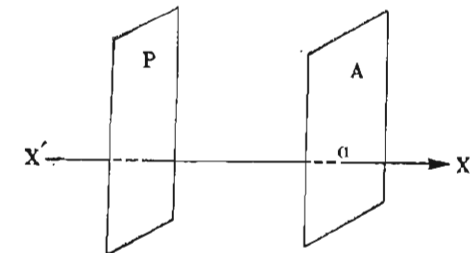
از این تعریف نتیجه می‌شود که حاصل ضرب برداری بستگی به ترتیب بردارها دارد، بطوری که $\vec{b} \wedge \vec{a} = -\vec{a} \wedge \vec{b}$.
حاصل ضرب برداری دو بردار هنگامی صفر است که یا یکی از دو بردار صفر باشد، یا دو بردار با یکدیگر متوازی باشند. بدیهی است که

$$\vec{a} \wedge (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \wedge \vec{b} + \vec{a} \wedge \vec{c}$$

تصویر یک بردار بر روی یک محور

۱۰- تعریف - محور $x'x$ و صفحه p که آن را قطع کرده مفروض

است. چون از نقطه‌ای مانند A صفحه‌ای به موازات p رسم کنیم، این صفحه محور را در نقطه a قطع می‌کند. نقطه a را تصویر نقطه



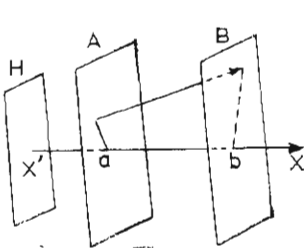
شکل ۱۲

A کویند و صفحه p را صفحه تصویر کننده و محور $x'x$ را محور تصویر

خوانند (شکل ۱۲).

تصویر بردار $\vec{AB}$ بر محور $x'x$ برداری است که مبدأ آن تصویر مبدأ و انتهایش تصویر انتهای بردار است (شکل ۱۳)، و آن را چنین نشان می‌دهند:

$$\vec{ab} = \text{proj} \vec{AB} / x'x$$



شکل ۱۳

تذکر - تصویر نتیجه چند بردار، نتیجه تصاویر آن بردارهاست، به عبارت دیگر اگر تصاویر چند بردار را جمع جبری کنیم، حاصل جمع، تصویر نتیجه بردارهای مزبور خواهد بود.

χ گشتاور بردار $\vec{AB}$ نسبت به نقطه O

۱۱- تعریف - گشتاور $\vec{AB}$ (Moment) نسبت به نقطه O

بردار است مانند $\vec{OG}$ با مشخصات زیر:

الف - مبدأ آن نقطه O است؛

ب - راستایش بر سطح OAB عمود است؛

ج - بزرگیش دو برابر سطح مثلث OAB است؛

د - سویش طوری است که چون ناظری چنان بر روی $\vec{OG}$ قرار

گیرد که سوی $\vec{OG}$ از پا رو به سر او باشد و متحرکی را نگاه کند که از

نقطه A (ابتدای بردار) رو به B (انتهای بردار) حرکت می‌کند، این

حرکت از راست به چپ او باشد.

این گشتاور را با علامت $M_{O\overrightarrow{AB}}$ (گشتاور $\overrightarrow{AB}$ نسبت به نقطه O) نشان می‌دهند.

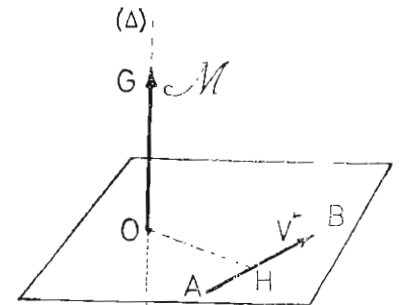
تذکره - گشتاور $\overrightarrow{AB}$ نسبت به نقطه O، حاصل ضرب برداری $\overrightarrow{OA}$ در $\overrightarrow{AB}$ است.

$$M_{O\overrightarrow{AB}} = \overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{AB}$$

این حاصل ضرب برداری، از لحاظ بزرگی، برابر است با حاصل ضرب طول AB در فاصله O از AB ، یعنی:

$$OG = AB \times OH$$

گشتاور یک بردار نسبت به نقطه O در صورتی صفر است که یا بردار صفر باشد، یا راستای بردار از نقطه O بگذرد.



شکل ۱۴

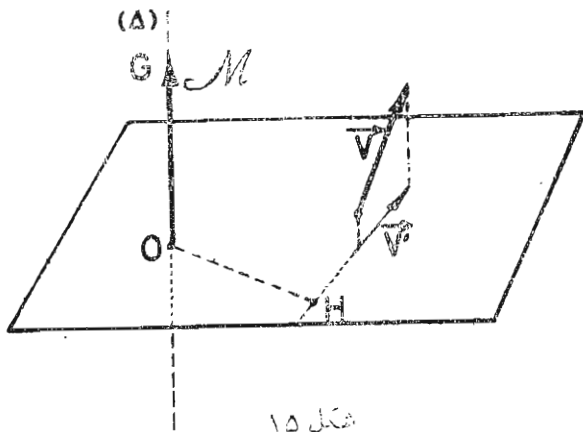
X گشتاور یک بردار نسبت به یک محور

۱۲- تعریف - بردار $\overrightarrow{V}$ و محور Δ مفروض است. از نقطه O بر محور Δ ، صفحه‌ای برای این محور عمود می‌کنیم. فرض کنیم که تصویر $\overrightarrow{V}$ بر روی این صفحه $\overrightarrow{V'}$ باشد. بر حسب تعریف، گشتاور $\overrightarrow{V}$ نسبت به محور Δ عبارت است از گشتاور $\overrightarrow{V'}$ نسبت به نقطه O. این گشتاور بر روی محور Δ است.

گشتاور یک بردار نسبت به یک محور عبارت است از گشتاور تصویر آن بردار بر روی صفحه‌ای عمود بر محور، نسبت به نقطه تلاقی صفحه با محور (شکل ۱۵)، یعنی:

$$M_{\Delta}\overrightarrow{V} = M_O\overrightarrow{V'}$$

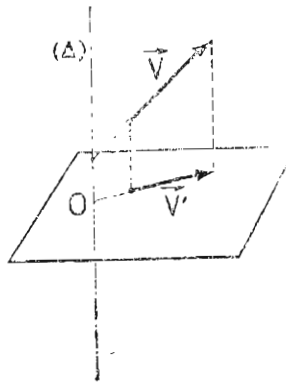
چنانکه ملاحظه می‌شود، در دومورد این گشتاور صفر است، یکی



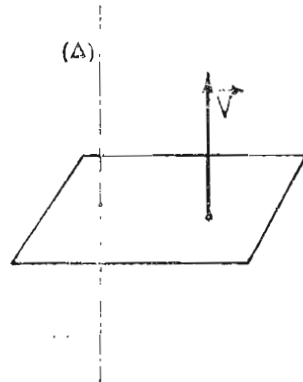
شکل ۱۵

وقتی که $V' = 0$ و یکی هم وقتی که $OH = 0$ باشد. در حالت اول $\overrightarrow{V}$ بر صفحه مزبور عمود است و بنابراین بردار و محور متوازی‌اند (شکل ۱۶). در حالت دوم $OH = 0$

یعنی V' از O می‌گذرد و بنابراین راستای $\overrightarrow{V}$ محور Δ را قطع می‌کند (شکل ۱۷).



شکل ۱۷



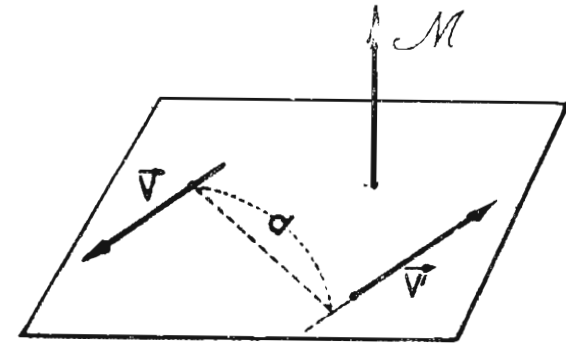
شکل ۱۶

X بردارهای زوج (کوپل) - گشتاور بردارهای زوج

۱۳- تعریف - دو بردار متوازی را که دارای یک بزرگی ولی

سویهای مختلف باشند ، زوج گویند (شکل ۱۸) .

ثابت می شود که بزرگی کشتاور زوج نسبت بدمحوری که عمود بر



شکل ۱۸

صفحه دو بردار باشد ، مقداری است ثابت و بستگی به جای محور ندارد .
این مقدار ثابت برابر است با بزرگی یکی از دو بردار درفاصله دو بردار
از یکدیگر :

$$M = d.V$$

تمرین

- سه بردار متساوی که زاویه آنها 120° است در يك نقطه متقاطعتند .
بر آیند آنها را حساب کنید .
- دو بردار که کمیت آنها مساوی ۵ واحد و زاویه بین آنها 60° است
مفروض است . بر آیند و تفاضل آنها را حساب کنید .
- بزرگی بر آیند دو نیرو را که یکی 3kgf و دیگری 4kgf و
زاویه بین آنها 90° است تعیین کنید .
 $R = 5\text{kgf}$
- نیروی برابر 500kgf را بر دو امتداد عمود برهم تجزیه کنید ،
بلوری که یکی از دو امتداد با امتداد نیرو زاویه 30° تشکیل دهد .

$$p_1 = 250\text{kgf} \quad , \quad p_2 = 250\sqrt{3}\text{kgf}$$

- شناگری با سرعت 40cm/s شنا می کند . هرگاه سرعت آب
 30cm/s باشد ، سرعت شناگر را در حالات زیر پیدا کنید :

- در صورتی که در سوی جریان آب شنا کند ؛
- در صورتی که در خلاف سوی جریان آب شنا کند ؛
- در صورتی که در امتداد عمود بر جریان آب شنا کند .

$$v_1 = 70\text{cm/s} \quad , \quad v_2 = 10\text{cm/s} \quad , \quad v_3 = 50\text{cm/s}$$

- G محل تلاقی سه میانه مثلث ABC است . مطلوب است تعیین

$$\vec{GA} \text{ و } \vec{GB} \text{ و } \vec{GC} \text{ . بر آیند سه نیرو}$$

- هرگاه A و B و C و D چهار نقطه دلخواه باشند ثابت کنید که
همیشه رابطه زیر موجود است :

$$\vec{AB} \cdot \vec{CD} + \vec{AC} \cdot \vec{DB} + \vec{AD} \cdot \vec{BC} = 0$$

- در مثلث ABC نقاط M و N و O بترتیب وسطهای اضلاع AB
و BC و CA می باشند . نقطه دلخواه D را در نظر می گیریم . صحت رابطه
زیر را تحقیق کنید :

$$\vec{DA} \wedge \vec{DN} + \vec{DB} \wedge \vec{DO} + \vec{DC} \wedge \vec{DM} = 0$$

راهنمایی : در این مسئله می توان نوشت :

$$\vec{DN} = \frac{1}{2}(\vec{DB} + \vec{DC})$$

فصل اول

سینماتیک

در مکانیک مبحثی را که در آن فقط حرکت اجسام مورد بررسی قرار می گیرد ، بی آنکه علت حرکت (نیرو) در نظر گرفته شود ، سینماتیک می نامند .

۱- تعریف حرکت - جسمی را در حال حرکت نامند که وضع آن در فضا نسبت به جسم دیگر با زمان تغییر کند . ممکن است جسمی نسبت به جسمی در حال حرکت ولی نسبت به جسمی دیگر در حال سکون باشد . مثلاً در قطاری که حرکت می کند ، یک واگون نسبت به درختهای اطراف در حال حرکت ، ولی نسبت به لوکوموتیو در حال سکون است . پس حرکت همیشه نسبی است و همواره باید دستگاهی به عنوان مقایسه در نظر گرفته شود .

۲- مسیر حرکت - مسیر یک حرکت مکان هندسی مواضع مختلفی است که متحرك ، ضمن حرکت ، در فضا اختیار می کند .

اگر مسیر خط مستقیم باشد ، حرکت را مستقیم الخط ، و اگر منحنی باشد حرکت را منحنی الخط نامند . مثلاً مسیر جسمی که آزادانه رها شود خطی است مستقیم و مسیر حرکت یک آتشگردان منحنی (دایره) است .

۳- معادله حرکت - رابطه بین وضع جسم متحرك و زمان را

معادله حرکت نامند .

حرکت بر دو قسم است : حرکت یکنواخت و حرکت متغیر یا نایکنواخت .

I - حرکت مستقیم الخط یکنواخت

در این حرکت متحرك مسافتهای متساوی را در مدت زمانهای متساوی می پیماید ، به عبارت دیگر مسافتهای طی شده متناسب با زمان است .

۴- سرعت در حرکت یکنواخت - در اینگونه حرکت مسافت

طی شده در واحد زمان را بزرگی سرعت می نامند . اگر مسافت را به x و بزرگی سرعت را به v و مدت زمانی را که در آن متحرك مسافت x را پیموده است به t نمایش دهیم ، سرعت چنین می شود :

$$v = \frac{x}{t}$$

مطابق تعریف : سرعت در حرکت یکنواخت مقداری است ثابت .

۵- معادله حرکت یکنواخت - رابطه بالا را به صورت

$x = vt$ (۱) نیز می توان نوشت . این رابطه معادله حرکت یکنواخت است ، چه x وضع متحرك را در هر لحظه مشخص می کند .

اگر متحرك در مبدأ زمان ($t=0$) ، به جای آنکه از مبدأ مکان

یعنی نقطه O ($x=0$) شروع به حرکت کند ، از نقطه O_1 به فاصله



شکل ۱

$OO_1 = x_0$ شروع به حرکت کند ، چنین خواهیم داشت (شکل ۱) :

$$OM = OO_1 + O_1M \quad \text{یا} \quad x = x_0 + vt \quad (2)$$

رابطه (۲) صورت کلی معادله حرکت یکنواخت است . چنانکه
ملاحظه می شود معادله حرکت یکنواخت تابعی است درجه اول نسبت به زمان.
تذکر - واحد سرعت در دستگاه C.G.S. ، سانتیمتر بر ثانیه
(cm/s) است .

II - حرکت مستقیم الخط متغیر

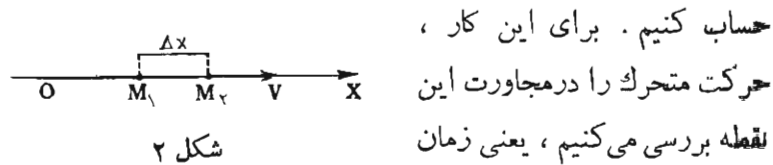
در اینگونه حرکت سرعت ثابت نیست و مسافت طی شده در مدت
زمانهای متساوی برابر نیستند . در حرکت متغیر ، معادله حرکت تابع
جبری از درجه دوم به بالا یا تابع مثلثاتی است ، مانند حرکت سقوطی که
تابع درجه دومی است از زمان و حرکت نوسانی که تابعی است مثلثاتی .
۶- سرعت متوسط - اگر متحرکی مسافت x را در مدت t
ثانیه با حرکتی متغیر پیموده باشد ، بطور متوسط در هر ثانیه مسافت $\frac{x}{t}$
را پیموده است . این مسافت را **سرعت متوسط** در این فاصله زمان
می نامند و آن را به v_m نمایش می دهند .

$$v_m = \frac{x}{t}$$

به عبارت دیگر سرعت متوسط متحرک M ، سرعت متحرکی است
مانند m که با حرکتی یکنواخت همان مسافت را پیماید که متحرک M در
همان مدت پیموده است .

۷- سرعت لحظه ای - متحرک M ، که معادله حرکت آن
 $x=f(t)$ است ، بر روی محور Ox از نقطه O شروع به حرکت کرده و
پس از مدت زمان t_1 ثانیه به نقطه M_1 به فاصله $OM_1 = x_1 = f(t_1)$

رسیده است (شکل ۲) . می خواهیم سرعت متحرک را در لحظه t_1



حساب کنیم . برای این کار ،
حرکت متحرک را در مجاورت این
نقطه بررسی می کنیم ، یعنی زمان
را اندکی تغییر می دهیم تا مساوی t_2 شود . در لحظه t_2 متحرک به نقطه
 M_2 رسیده و $OM_2 = x_2 = f(t_2)$ است . بنابراین متحرک M مسافت
 M_1M_2 را با حرکتی متغیر در مدت زمان $t_2 - t_1$ پیموده است و سرعت
متوسط متحرک بین دو لحظه t_1 و t_2 مساوی است با $v_m = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$.
اگر $x_2 - x_1$ را که نمو x است به Δx و $t_2 - t_1$ را که نمو t است به
 Δt نمایش دهیم ، v_m چنین می شود : $v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$. مقدار این سرعت
متوسط محصور است بین سرعت متحرک در لحظه t_2 و سرعت متحرک در
لحظه t_1 . پس هر قدر اختلاف بین t_1 و t_2 کمتر یعنی Δt کوچکتر شود ،
این مقدار به سرعت در لحظه t_1 نزدیکتر می شود . اگر Δt میل کند به سمت
صفر ، سرعت متوسط نیز میل می کند به سمت سرعت حقیقی متحرک در
لحظه t_1 که آن را **سرعت لحظه ای** می نامند . پس :

سرعت لحظه ای حد سرعت متوسط است وقتی که Δt به سمت صفر
میل کند .

یعنی : $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (v_m)_{\Delta t}$ یا $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)_{\Delta t}$ حد

می دانیم که این حد را مشتق تابع نسبت به متغیر زمان می نامند . پس :
سرعت لحظه ای مشتق مسافت است نسبت به زمان .

$$v = \frac{dx}{dt} = x' = f'(t)$$

۸ - شتاب در حرکت مستقیم الخط - در حرکت مستقیم الخط

اگر مقادیر سرعت متحرك M در لحظه t_1 مساوی v_1 و در لحظه t_2 مساوی v_2 باشد، بر حسب تعریف خارج قسمت $\frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$ را شتاب متوسط متحرك M بین دو لحظه t_1 و t_2 می نامند. پس اگر شتاب متوسط را با γ_m نشان دهیم خواهیم داشت:

$$\gamma_m = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

شتاب در واقع شدت تغییرات سرعت را در فاصله زمان Δt نشان می دهد. هر قدر شتاب بزرگتر باشد، تغییرات سرعت شدیدتر است. در حرکت مستقیم الخط یکنواخت شتاب صفر است.

۹ - شتاب لحظه ای - در اینجا نیز، مانند سرعت لحظه ای، گوییم که شتاب لحظه ای حد شتاب متوسط است هنگامی که Δt میل کند به سمت صفر. بنابراین:

$$\gamma = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta v}{\Delta t} \right) \quad \text{یا} \quad \gamma = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (\gamma_m)$$

و چون این حد مشتق سرعت نسبت به زمان است، شتاب لحظه ای مشتق سرعت نسبت به زمان یا مشتق دوم مسافت نسبت به زمان است.

$$\gamma = v' = x'' = f''(t)$$

تذکر - واحد شتاب در دستگاه C.G.S. سانتیمتر بر ثانیه بر ثانیه (cm/s^2) و در دستگاه متریک، متر بر ثانیه بر ثانیه (m/s^2) است (s^2 در مخرج برای این است که شتاب، تغییرات سرعت، تقسیم بر تغییرات زمان است و چون خود سرعت، تغییرات مسافت تقسیم بر تغییرات زمان است

پس زمان درمخرج به صورت درجه دوم ظاهر می شود).

مثال - اگر معادله حرکت متحركی $x = 3t^2 + 5t + 4$ باشد، سرعت آن از رابطه: $v = x' = 6t + 5$ و شتاب آن از رابطه: $\gamma = v' = 6$ بدست می آید.

۱۰ - حرکت مستقیم الخط متشابه تغییر - بر حسب تعریف،

حرکتی را متشابه تغییر نامند که در آن تغییرات سرعت یکنواخت باشد. معادله چنین حرکتی تابع درجه دومی است از زمان و شتاب آن مقداری است ثابت:

$$(۱) \quad x = at^2 + bt + c$$

$$(۲) \quad v = 2at + b$$

$$(۳) \quad \gamma = 2a$$

از رابطه (۳) نتیجه می شود که a (ضریب جمله درجه دوم) نصف

$$a = \frac{\gamma}{2} \quad \text{شتاب است:}$$

از رابطه (۲) نتیجه می شود که b سرعت متحرك است در لحظه

صفر ($t=0$). b را سرعت اولیه می نامند و به v_0 نمایش می دهند:

$$b = v_0$$

و از رابطه (۱) نتیجه می شود که c مسافت اولیه یعنی فاصله متحرك

است از مبدأ مکان در مبدأ زمان، یعنی در لحظه صفر ($t=0$). c را با

$$x_0$$
 نمایش می دهند: $c = x_0$

می بینیم که معادلات حرکت متشابه تغییر به صورت کلی زیر در-

می آید:

$$x = \frac{1}{2} \gamma t^2 + v_0 t + x_0 \quad \text{و} \quad v = \gamma t + v_0$$

اگر مبدأ زمان را لحظه‌ای اختیار کنیم که در آن لحظه متحرك در مبدأ مکان باشد یعنی به ازای $t=0$ ، $x=0$ باشد ، معادله حرکت و سرعت به صورت ساده زیر درمی آیند :

$$x = \frac{1}{\gamma} \gamma t^2 + v_0 t \quad \text{و} \quad v = \gamma t + v_0$$

از حذف t بین این دو رابطه نتیجه می شود :

$$v^2 - v_0^2 = 2\gamma x$$

در حرکت مستقیم الخط متشابه‌التغیر دو حالت اتفاق می افتد :

الف - شتاب و سرعت همسو هستند . در این صورت حرکت را **تند شونده** می نامند ، و چون معمولاً سوی مثبت را سوی حرکت که همان سوی سرعت است اختیار می کنند ، در حرکت تندشونده شتاب مثبت است و مقدار سرعت دائماً زیاد می شود . با این سوی مثبت ، معادلات حرکت تند شونده چنین می شود :

$$x = \frac{1}{\gamma} \gamma t^2 + v_0 t$$

$$v = \gamma t + v_0$$

$$v^2 - v_0^2 = 2\gamma x$$

و اگر t را حذف کنیم :

و اگر سرعت اولیه صفر باشد ($v_0 = 0$) ، خواهیم داشت :

$$x = \frac{1}{\gamma} \gamma t^2 , \quad v = \gamma t$$

$$v = \sqrt{2\gamma x}$$

یا

ب - شتاب و سرعت در يك سو نیستند و چون سوی مثبت را سوی سرعت اختیار کنیم ، در این حرکت شتاب منفی خواهد بود و مقدار سرعت کم می شود . این حرکت را **کند شونده** می نامند . بنا بر این معادلات حرکت و سرعت چنین می شود :

$$\begin{cases} x = -\frac{1}{\gamma} \gamma t^2 + v_0 t \quad \text{و} \quad v = -\gamma t + v_0 \\ v^2 - v_0^2 = -2\gamma x \end{cases}$$

در این حرکت ، پس از مدت زمان $t = \frac{v_0}{\gamma}$ سرعت صفر می شود .

مسافت طی شده در این مدت $x = \frac{v_0^2}{2\gamma}$ است که از قرار دادن $t = \frac{v_0}{\gamma}$ در رابطه مسافت بدست می آید .

در حرکت متشابه‌التغیر قضیه زیر صدق می کند :

۱۱ - در يك حرکت متشابه‌التغیر ، مسافت پیموده شده در فواصل زمان متساوی و متوالی يك تصاعد عددی (حسابی) تشکیل می دهند .

فرض کنیم که $x = \frac{1}{\gamma} \gamma t^2$ مسافت پیموده شده در مدت زمان t باشد (در اینجا مبدأ زمان را همان آغاز حرکت اختیار کرده ایم) . پس از مدت زمان t ، مدت زمانهای متساوی θ را در نظر می گیریم و مسافت پیموده شده را در این مدت زمانها بدست می آوریم :

$$x = \frac{1}{\gamma} \gamma t^2$$

$$x_1 = \frac{1}{\gamma} \gamma (t + \theta)^2 = \frac{1}{\gamma} \gamma t^2 + \gamma t \theta + \frac{1}{\gamma} \gamma \theta^2$$

$$x_2 = \frac{1}{\gamma} \gamma (t + 2\theta)^2 = \frac{1}{\gamma} \gamma t^2 + 2\gamma t \theta + 2\gamma \theta^2$$

$$x_3 = \frac{1}{\gamma} \gamma (t + 3\theta)^2 = \frac{1}{\gamma} \gamma t^2 + 3\gamma t \theta + \frac{9}{\gamma} \gamma \theta^2$$

پس مسافتات پیموده شده در مدت زمانهای متوالی θ چنین می شود :

$$x_1 - x = \gamma t \theta + \frac{1}{\gamma} \gamma \theta^2$$

$$x_2 - x_1 = \gamma t \theta + \frac{2}{\gamma} \gamma \theta^2$$

$$x_3 - x_2 = \gamma t \theta + \frac{5}{\gamma} \gamma \theta^2$$

مشاهده می شود که این مسافت تصاعدی حسابی تشکیل می دهند که قدر نسبت آن $\gamma \theta^2$ است. اگر فواصل زمانی θ برابر با واحد زمان اختیار شود، قدر نسبت این تصاعد γ خواهد شد.

تمرین

۱- معادله انتشار صوت به صورت $x = 340t$ است که در آن x بر حسب متر و t بر حسب ثانیه است. سرعت صوت و مسافت طی شده را پس از $\frac{1}{10}$ ثانیه پیدا کنید، و نیز تعیین کنید که پس از چه مدت صوت مسافت ۱۷۰۰ متر را طی می کند؟
 ۱) $v = 340 \text{ m/s}$ ۲) $x = 34 \text{ m}$ ۳) $t = 5 \text{ s}$
 ۲- متحرکی با سرعت ثابت 12 m/s بر مسیری مستقیم حرکت می کند. این متحرك در لحظه $t = 2 \text{ s}$ در فاصله ۵- متری از مبدأ مکان است. تعیین کنید که این متحرك در لحظه $t = 20 \text{ s}$ به چه فاصله ای از مبدأ مکان می رسد.
 ۲۱۱ m
 ۳- معادله حرکت مستقیم الخط یکنواختی را بنویسید که در آن، متحرك در لحظه $t = 2 \text{ s}$ در ۶ متری از مبدأ مکان و در لحظه $t = 5 \text{ s}$ در ۱۸ متری از مبدأ مکان است. و نیز تعیین کنید که این متحرك در مبدأ زمان در چه فاصله ای از مبدأ مکان می باشد.

$$1) x = 4t - 2 \quad 2) - 2 \text{ m}$$

۴- در مبدأ زمان متحرکی از نقطه A برای می افتد، و مسیر مستقیم AB را که طول آن ۳۶ متر است در مدت ۶ ثانیه طی می کند. این متحرك قسمتی از مسیر را با سرعت ثابت 5 m/s و بقیه مسیر را با سرعت ثابت 8 m/s طی کرده است. تعیین کنید که چه مسافتی را با سرعت 5 m/s طی کرده است.
 ۲۰ m

۵- معادله حرکت متحرکی در دستگاه متریک $x = 5t^2 + 3t$ است. معین کنید: ۱- معادله سرعت را، ۲- شتاب حرکت را، ۳- سرعت اولیه را،

۴- مسافت طی شده در ثانیه سوم را، و ۵- پس از چه مدت متحرك مسافت ۲۶ متر را می پیماید، و سرعت آن در این لحظه چقدر است؟

$$1) v = 10t + 3 \quad 2) \gamma = 10 \text{ m/s}^2 \quad 3) v_0 = 3 \text{ m/s}$$

$$4) x = 28 \text{ m} \quad 5) t = 2 \text{ s} \text{ و } v = 23 \text{ m/s}$$

۶- جسمی با شتاب ثابت 50 cm/s^2 از حال سکون برای می افتد. معین کنید: ۱- معادلات حرکت و سرعت متحرك را. ۲- پس از چه مدت سرعت به 8 m/s می رسد؟ ۳- مسافت طی شده در این مدت را.

$$1) x = 25t^2 \text{ و } v = 50t \quad 2) t = 16 \text{ s} \quad 3) x = 64 \text{ m}$$

۷- اتوموبیلی از حال سکون برای می افتد و سرعت آن پس از ۲ دقیقه به 72 km/h می رسد. در صورتی که حرکت اتوموبیل متشابه تغییر تندشونده فرض شود، معین کنید: ۱- شتاب حرکت را، ۲- مسافت طی شده در این مدت زمان را، و ۳- پس از چه مدت سرعت اتوموبیل به 10 m/s می رسد؟

$$1) \gamma = \frac{1}{6} \text{ m/s}^2 \quad 2) x = 1200 \text{ m} \quad 3) t = 60 \text{ s}$$

۸- گلوله ای با سرعت 720 m/s از دهانه تفنگی خارج می شود. در صورتی که طول لوله تفنگ 80 cm و حرکت گلوله متشابه تغییر باشد، معین کنید مدت حرکت گلوله در لوله و شتاب حرکت را.

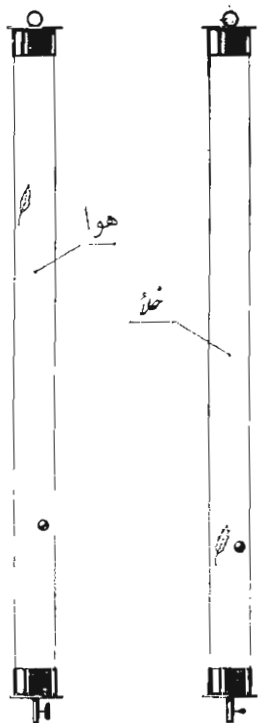
$$t = \frac{1}{450} \text{ s} \text{ و } \gamma = 324000 \text{ m/s}^2$$

۹- اتوموبیلی با سرعت 20 m/s بطور یکنواخت حرکت می کند. در يك لحظه راننده ترمز می کند و اتوموبیل پس از طی مسافت ۵ متری ایستد. معین کنید: ۱- شتاب حرکت را پس از ترمز شدن، ۲- معادلات حرکت و سرعت را در صورتی که حرکت پس از ترمز شدن متشابه تغییر کندشونده فرض شود.
 $\gamma = 40 \text{ m/s}^2$

نیروی مقاومی از طرف هوا بر آن وارد می شود که در سوی مخالف با جهت حرکت است و در نتیجه از شتاب حرکت می کاهد ، و بعداً به ذکر آن خواهیم پرداخت . هم اکنون خواهیم دید که بر اثر همین مقاومت هواست که اجسامی مانند پر مرغ ، و کاغذ در هوا آهسته تر از اجسامی مانند سنگ ، سقوط می کنند :

سقوط اجسام در خلأ و در هوا

آزمایش نیوتن - لوله نیوتن لوله ای است شیشه ای به طول



تقریباً ۲ متر که در آن می توان خلأ ایجاد کرد. این لوله محتوی چیزهای مختلفی از قبیل يك گلوله فلزی و يك پر مرغ است . اگر لوله را بر سر دست وارونه کنیم ، مشاهده می شود که گلوله با سرعت زیادتر و پس از آن پر مرغ فرو می افتند . اگر همین آزمایش را پس از تخلیه لوله از هوا تکرار کنیم ، می بینیم که همه این اجسام با يك سرعت سقوط می کنند و در يك زمان به انتهای لوله می رسند (شکل ۴) . از این آزمایش نتیجه می گیریم که :

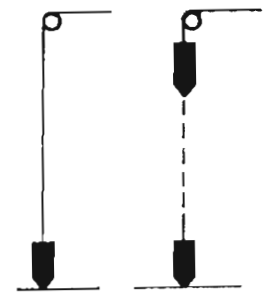
قانون دوم : در خلأ تمام اجسام با هم سقوط می کنند ، یعنی سرعت سقوط در خلأ بستگی به جنس و جرم و شکل جسم ندارد .
قانون سوم : حرکت سقوطی در خلأ ، مشابه تغییر تندشونده است .

شکل ۴

چون آزمایش در خلأ کمایش مشکل است ، برای تحقیق در قوانین سقوط در خلأ ، آزمایشها را در هوا صورت می دهند ولی جسم را مخروطی و ساین و کوچک اختیار می کنند تا تأثیر هوا بر روی آن ناچیز باشد .

۱۲- نیروی جاذبه زمین بر اجسام اثر می کند و آنها را به سوی

مرکز زمین می کشاند . وزن یا سنگینی اجسام همان نیروی جاذبه زمین است ، و در نتیجه تأثیر این نیروست که اجسام سقوط می کنند . از طرف دیگر آزمایش نشان می دهد که هر جسمی که آزادانه رها شود ، در امتداد قائم (شاقول) سقوط می کند (شکل ۳) . از این مشاهدات



شکل ۳

نتیجه می گیریم که :

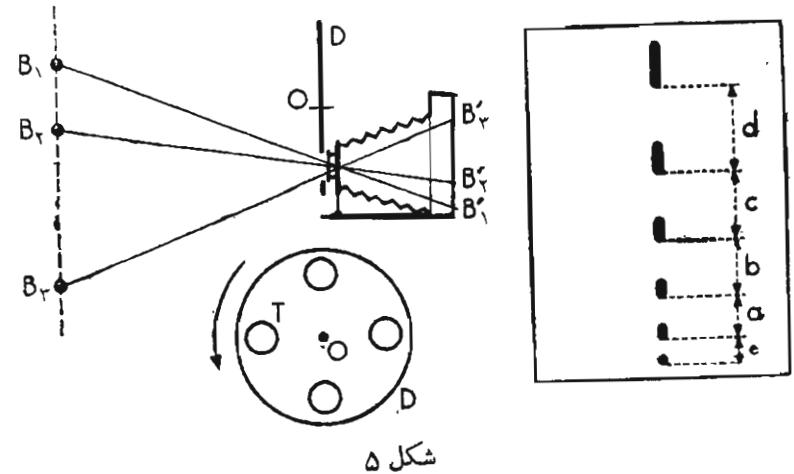
قانون اول : حرکت سقوطی اجسام ، در امتداد قائم و از بالا به

پایین است .

ولی گاهی مشاهده می شود که بعضی از اجسام ، مانند بالون ، به جای آنکه پس از رها شدن سقوط کنند ، بالا می روند . علت این امر وجود هواست ؛ زیرا اجسام غوطه ور در هوا ، تحت تأثیر نیرویی از پایین به بالا و برابر با وزن هوای هم حجم خود قرار می گیرند (قانون ارشمیدس) . پس اگر وزن جسمی از وزن هوای هم حجمش کمتر باشد ، پس از رها شدن صعود می کند . از طرف دیگر هر جسمی که در هوا حرکت می کند ،

یکی از روشهایی که در تحقیق قوانین سقوط بکار می رود ، روش عکسبرداری است .

۱۳- روش عکسبرداری (کرونوفتوگرافی)- قرص سوراخدار D حول محور O که از مرکز آن می گذرد حرکت دورانی یکنواخت می کند . در مقابل این قرص يك دورين عكاسی چنان قرار داده شده که سوراخهای قرص به فواصل زمانی متساوی از برابر دریچه آن می گذرند (شکل ۵) . اگر در پشت این قرص گلوله ای را که به وسیله يك چراغ پرنور روشن شده آزادانه رها کنیم ، عکس گلوله ، هر بار که یکی از



شکل ۵

سوراخهای قرص D از برابر دریچه دورين می گذرد ، به فواصل زمانی متساوی در دورين برداشته می شود .

به این ترتیب تصاویری مانند $B'_1, B'_2, B'_3, \dots$ که مربوط به مواضع $B_1, B_2, B_3, \dots$ گلوله است برداشته می شود . پس از ظاهر کردن فیلم خطوط کوتاهی تاریکی بر روی فیلم دیده می شود (علت اینکه عکس گلوله به جای نقطه خط می افتد این است که در مدت کوتاهی که

عکسبرداری انجام می گیرد ، گلوله این فرصت را داشته است که اندکی جابجا شود) ؛ ولی آغاز هر حرکت در فواصل زمانی متساوی بوده که مربوط است به مسافتات $a, b, c, \dots$ در عکس مشاهده می شود که $b-a=c-b=d-c=\dots$ یعنی طول قطعات $a, b, c, \dots$ يك تصاعد حسابی تشکیل می دهند ؛ و این از خواص حرکت متشابه التغییر است . پس : سقوط اجسام حرکت متشابه التغییر تندشونده است و بنابراین مسافتات پیموده شده متناسب است با مجذور زمان .

۱۴- معادله حرکت - چنانکه گفته شد ، معادله حرکت متشابه التغییر يك تابع درجه دوم است از زمان . پس معادله حرکت $x = Kt^2$ و معادله سرعت $v = 2Kt$ و معادله شتاب $\gamma = 2K$ خواهد بود ، و چون طبق آزمایش نیوتن همه اجسام با هم سقوط می کنند ، شتاب حرکت سقوطی برای تمام اجسام مقداری ثابت است . این مقدار ثابت را که شتاب ثقل می نامند ، به g نمایش می دهیم : $K = \frac{g}{2}$ و معادله های حرکت سقوطی اجسام بدون سرعت اولیه چنین می شود :

$$(۱) x = \frac{1}{2}gt^2 \quad (۲) v = gt \quad (۳) v = \sqrt{2gx}$$

خلاصه - قوانین سقوط آزاد به صورت زیر خلاصه می شود :

قانون ۱ - حرکت سقوطی آزاد اجسام در امتداد قائم است ؛

قانون ۲ - حرکت سقوطی آزاد اجسام بستگی با جنس و جرم جسم ندارد ؛

قانون ۳ - حرکت سقوطی آزاد اجسام متشابه التغییر تندشونده است . معادلات حرکت و سرعت چنین است :

$$v = \sqrt{2gx} \quad \text{و} \quad v = gt \quad \text{و} \quad x = \frac{1}{2}gt^2$$

مثال - از ارتفاع ۳۰۰ متری زمین سنگی را بدون سرعت اولیه رها می‌کنیم. چه مدت طول می‌کشد تا سنگ به زمین برسد؟ سرعت سنگ هنگام رسیدن به زمین بر حسب کیلومتر بر ساعت چقدر است؟ از مقاومت هوا صرف نظر می‌کنیم ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$).

حل - بر طبق فرمول $x = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t$ می‌توان نوشت:

$$300 = \frac{1}{2} \times 9.81 t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{600}{9.81}} \quad \text{و از آنجا}$$

$$t = 2.47 \text{ s}$$

سرعت سنگ هنگام رسیدن به زمین از فرمول $v = gt$ بدست می‌آید؛ ولی ممکن است آن را از فرمول $v = \sqrt{2gx}$ نیز بدست آورد. بر طبق فرمول اخیر:

$$v = \sqrt{2 \times 9.81 \times 300} \Rightarrow v = 24.3 \text{ m/s}$$

$$v = \frac{24.3 \times 3600}{1000} = 87.5 \text{ km/h} \quad \text{با}$$

به علت مقاومت هوا سرعت سنگ هنگام رسیدن به زمین از این مقدار کمتر است.

۱۵ - حرکت سقوطی اجسام با سرعت اولیه v_0 - الف -

اگر جسمی با سرعت اولیه v_0 از بالا به پایین در امتداد قائم پرتاب شود، معادله‌های حرکت و سرعت چنین می‌شود:

$$x = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t \quad \text{و} \quad v = gt + v_0$$

$$v^2 - v_0^2 = 2gx$$

و بنا بر این

ب - اگر جهت سرعت اولیه از پایین به بالا باشد، شتاب حرکت

همان g است و چون سوی مثبت را سوی حرکت اختیار کنیم خواهیم داشت:

$$x = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t \quad \text{و} \quad v = -gt + v_0$$

$$v^2 - v_0^2 = -2gx \quad \text{و بنا بر این:}$$

در این حرکت سرعت در لحظه $t = \frac{v_0}{g}$ صفر می‌شود و مسافتی که

متحرک در این مدت پیموده $x = \frac{v_0^2}{2g}$ است. از این لحظه بد بعد حرکت

جسم از بالا به پایین و متشابه تغییر تندشونده می‌شود.

مثال - گلوله‌ای با سرعت اولیه 6 m/s در امتداد قائم به طرف بالا پرتاب می‌شود. پس از چه مدتی گلوله مجدداً به نقطه پرتاب می‌رسد؟ گلوله تا چه ارتفاعی از نقطه پرتاب بالا می‌رود؟ ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$).

حل - فرض می‌کنیم که در مبدأ زمان گلوله به طرف بالا پرتاب شود، پس معادله حرکت به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$x = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t$$

v_0 سرعت اولیه پرتاب و x فاصله گلوله از نقطه پرتاب در لحظه t است. هنگامی که گلوله مجدداً به نقطه پرتاب می‌رسد $x = 0$ است. بنا بر این:

$$-\frac{1}{2} \times 9.81 t^2 + 6t = 0$$

از حل این معادله دو جواب بدست می‌آید: $t = 0$ و $t = \frac{12}{9.81} = 1.22 \text{ s}$

$t = 0$ لحظه پرتاب گلوله است و $t = 1.22 \text{ s}$ لحظه‌ای است که گلوله مجدداً به نقطه پرتاب رسیده است. بنا بر این 1.22 ثانیه طول می‌کشد تا گلوله به نقطه پرتاب برسد.

هنگامی که گلوله به بالاترین نقطه خود می‌رسد، سرعتش صفر می‌شود.

پس:

$$v = -9.81t + 6 = 0 \Rightarrow t = \frac{1/22}{2} = 0.618$$

مقدار t را که از این معادله بدست می‌آید در معادله حرکت، یعنی معادله زیر می‌گذاریم:

$$x = -\frac{1}{2} \times 9.81t^2 + 6t$$

$$x = -\frac{1}{2} \times 9.81 \times (0.61)^2 + 6(0.61)$$

نتیجه می‌شود:

$$x = 1.83m$$

تمرین

۱ - جسمی را از ارتفاع $78/4$ متر در خلأ بدون سرعت اولیه رها می‌کنیم. در صورتی که سرعت متحرک پس از نیم ثانیه به $4/9m/s$ برسد، معین کنید: ۱ - شتاب ثقل را در آن نقطه؛ ۲ - معادلات حرکت و سرعت را؛ ۳ - سرعت پس از مدت یک ثانیه، و مسافت پیموده شده در همین مدت؛ ۴ - مسافت طی شده در ثانیه دوم، و سرعت متحرک در آخر ثانیه دوم و ۵ - مدت زمان سقوط و سرعت جسم در موقع رسیدن به زمین.

$$1) g = 9.8m/s^2 \quad 3) v = 9.8m/s \text{ و } x = 4.9m$$

$$4) x = 14.7m \text{ و } v = 19.6m/s \quad 5) 4s \text{ و } 39.2m/s$$

۲ - در امتداد قائم OAB و از نقطه O بدون سرعت اولیه گلوله‌ای را رها می‌کنیم. در صورتی که سقوط آزاد فرض شود و متحرک مسافت

$$AB = 19.6cm \text{ را در مدت } \frac{1}{50} \text{ ثانیه پیماید، معین کنید فاصله } OB \text{ و}$$

سرعت جسم را در موقع رسیدن به زمین، در صورتی که $g = 9.8m/s^2$ باشد.

۳ - سنگی را در چاهی می‌اندازیم و صدای برخورد آن را با ته چاه پس از $5/36$ ثانیه می‌شنویم. معین کنید در صورتی که سرعت صوت مساوی

340 متر در ثانیه باشد، عمق چاه چقدر است ($g = 9.8m/s^2$)؟

$$122/5m$$

۴ - جسمی از ارتفاع $30/6m$ با سرعت اولیه 5 متر در ثانیه از بالا به پایین و در امتداد قائم پرتاب می‌شود. در صورتی که متحرک پس از یک ثانیه مسافت $9/9$ متر را طی نموده باشد معین کنید:

۱ - شتاب ثقل را در آن محل؛ ۲ - سرعت را پس از یک ثانیه؛

۳ - سرعت جسم را در موقع برخورد با زمین.

$$1) g = 9.8m/s^2 \quad 2) v = 14.8m/s \quad 3) v = 25m/s$$

۵ - گلوله‌ای از دهانه تفنگی که لوله آن بطور قائم قرار گرفته با سرعت $200m/s$ خارج می‌شود، در صورتی که $g = 10m/s^2$ باشد معین کنید:

۱ - تا چه ارتفاعی گلوله بالا می‌رود، و زمان این حرکت چقدر است؟

۲ - در برگشت و در برخورد با زمین سرعت آن چقدر است؟

$$1) x = 2000m \text{ و } t = 20s \quad 2) v = 200m/s$$

۶ - گلوله‌ای بطور آزاد سقوط می‌کند، و در ثانیه دوم سقوط، مسافت

$14/7$ متر را طی می‌کند. معین کنید: ۱ - مقدار g را در آن محل.

۲ - سرعت را در آخر ثانیه دوم.

$$1) g = 9.8m/s^2 \quad 2) v = 19.6m/s$$

۷ - مطلوب است محاسبه زمان سقوط جسمی از ارتفاع 500 متری از

سطح سیاره‌ای که شتاب ثقل آن $400cm/s^2$ است.

$$t = 15/8s$$

۸ - جسمی به حالت آزاد سقوط می‌کند. مطلوب است: ۱ - مسافت

طی شده پس از 5 ثانیه؛ ۲ - سرعت در این لحظه؛ ۳ - سرعت متوسط در

مدت پنج ثانیه اول سقوط در صورتی که $g = 10m/s^2$ باشد.

$$1) x = 125m \quad 2) v = 50m/s \quad 3) v_m = 25m/s$$

دینامیک

۱۶ - دینامیک - در مکانیک مبحثی را که در آن از رابطه بین حرکت و نیرو گفتگو می‌شود دینامیک می‌نامند. علم دینامیک مبتنی بر پنج اصل زیر است:

I - اصل ماند یا اصل جبر - هرگاه نقطه‌ای مادی تحت تأثیر هیچ نیرویی واقع نشود، اگر ساکن است همواره ساکن می‌ماند و اگر در حال حرکت است، حرکتش مستقیم‌الخط و یکنواخت خواهد بود. مثلاً اگر یک گلوله کوچک شیشه‌ای را بر روی سطح افقی نامحدود و بدون اصطکاک به وسیله ضربه‌ای بحرکت درآوریم، گلوله حرکت خود را یکنواخت و در امتداد همان سرعت اولیه پیوسته ادامه خواهد داد. تعریف نیرو را می‌توان بیان دیگری از اصل ماند دانست، زیرا چنانکه می‌دانیم:

نیرو عاملی است که جسم ساکنی را متحرک یا جسم متحرکی را ساکن می‌کند، یا در حرکت جسم تغییر می‌دهد.

II - اصل نیروی ثابت - هرگاه يك نقطه مادی از حال سکون، تحت تأثیر نیروی ثابتی از حیث راستا، سو، و بزرگی واقع شود، حرکتی خواهد داشت مستقیم‌الخط و متشابه‌التغییر تندشونده در امتداد نیرو. مثال - در حرکت سقوطی اجسام چنانکه دیدیم نیرو در تمام طول مدت سقوط همان وزن جسم است که از حیث راستا، سو، و بزرگی ثابت می‌ماند و در نتیجه حرکت متشابه‌التغییر است.

III - اصل متناسب بودن نیرو با شتاب، یا اصل اساسی دینامیک - در هر لحظه شتاب متناسب با نیرو و همسو با آن است. یعنی اگر نیرویی مانند $\vec{f}$ بر نقطه‌ای مادی وارد شود، شتاب ایجاد شده در جسم همسو با نیرو و متناسب با آن خواهد بود، بطوری که اگر بزرگی نیرو ۲ یا ۳ یا ۴ برابر شود، شتاب همان نقطه مادی ۲ یا ۳ یا ۴ برابر خواهد شد. بنا براین می‌توان گفت که:

خارج قسمت نیرو بر شتاب حاصل از آن در يك نقطه مادی مقداری است ثابت، و این مقدار ثابت را، بر حسب تعریف، جرم جسم می‌نامند.

اگر نیرو را به $\vec{f}$ و شتاب را به $\vec{\gamma}$ و جرم جسم را به m نشان دهیم، این اصل به وسیله رابطه برداری $\vec{f} = m\vec{\gamma}$ (۱) بیان می‌شود.

تذکر - این اصل شامل دو اصل پیشین نیز هست، چه اگر نیرو مساوی صفر باشد ($f=0$)، شتاب نیز مساوی صفر ($\gamma=0$) و حرکت یکنواخت خواهد بود (اصل ماند) و اگر $\vec{f} = Cte$ ، یعنی نیرو ثابت باشد، شتاب نیز ثابت و حرکت متشابه‌التغییر خواهد بود (اصل ۲).

IV - اصل ترکیب چند نیرو - هرگاه نقطه‌ای مادی تحت تأثیر چند نیرو قرار گیرد، شتاب حاصل در جسم برآیند شتابهایی است که هر يك از نیروها بتنهايي در جسم ایجاد می‌کنند.

یعنی اگر نقطه‌ای تحت تأثیر نیروی $\vec{f}_1$ شتاب $\vec{\gamma}_1$ و تحت تأثیر نیروی $\vec{f}_2$ شتاب $\vec{\gamma}_2$ را بدست آورد، اگر نیروهای $\vec{f}_1$ و $\vec{f}_2$ باهم بر آن اثر کنند، شتابی برابر با $\vec{\gamma}$ به آن خواهند داد که برآیند شتابهای $\vec{\gamma}_1$ و $\vec{\gamma}_2$ است. یعنی: $\vec{\gamma} = \vec{\gamma}_1 + \vec{\gamma}_2$.

V - اصل تساوی عمل و عکس‌العمل (کنش و واکنش) - هنگامی که جسمی بر جسم دیگر نیرو وارد می‌کند، این اثر همواره متقابل است.

یعنی جسم دوم نیز بر جسم اول نیرو وارد می‌کند. در فیزیک یکی از این دو نیرو را **عمل** و دیگری را **عکس‌العمل** می‌نامند. اصل تساوی عمل و عکس‌العمل چنین می‌گوید: همواره عمل و عکس‌العمل مساوی و در سوی مخالف یکدیگرند (دو نیروی متقابل). در مثال گلوله، مربوط به اصل جبر، که بر سطح افقی دارای حرکت یکنواخت است، در حقیقت نیروی وزن که نیروی وارد از طرف جسم بر صفحه است با نیروی عکس‌العمل سطح خشی می‌شود و در نتیجه برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است.

نقطه مادی - دستگاه مادی - نقطه مادی، که تا کنون از آن گفتگو کردیم، نقطه هندسی وزینی است که وجود خارجی ندارد و مفهومی کاملاً مجرد است که به منظور سهولت و امکان بررسی موضوعات مربوط به مکانیک در نظر گرفته می‌شود. هر جسم از مجموعه یا دستگاهی از نقاط مادی تشکیل شده است. اصول دینامیک برای هر یک از نقاط پذیرفتنی است؛ بنابراین چگونگی حرکت دستگاهی که تحت اثر نیروی خارجی قرار گرفته است، در صورتی که دستگاه تغییر شکل ندهد، کاملاً مشخص است. به همین دلیل در اینجا دستگاههایی را در نظر می‌گیریم که **صلب** یعنی جامد و تغییر شکل ناپذیر باشند.

وزن و جرم

۱۷ - چنانکه تعریف کردیم، جرم جسم عبارت از نسبت ثابتی است بین نیروی وارد بر جسم و شتاب حاصل از آن:

$$\frac{\vec{f}_1}{\gamma_1} = \frac{\vec{f}_2}{\gamma_2} = \frac{\vec{f}_r}{\gamma_r} = \text{Cte} = m$$

چون همین جسم تحت تأثیر نیروی ثقل یعنی وزن $\vec{P}$ قرار گیرد و به حالت آزاد سقوط کند، شتابی مساوی $\vec{g}$ در آن ایجاد می‌شود. پس نسبت $\frac{\vec{P}}{\vec{g}}$ نیز باید مثل نسبتهای سابق و مساوی جرم این جسم باشد،

$$\frac{\vec{f}_1}{\gamma_1} = \frac{\vec{f}_2}{\gamma_2} = \frac{\vec{f}_r}{\gamma_r} = \frac{\vec{P}}{\vec{g}} = m \quad \text{یعنی:}$$

از تصویر بردارهای $\vec{g}$ و $\vec{P}$ بر امتداد قائم رابطه بین بزرگی بردارهای وزن و شتاب ثقل را پیدا می‌کنیم:

$$P = mg$$

۱۸ - خواص جرم - در مکانیک کلاسیک جرم جسم مقداری است ثابت و تغییرات سرعت و فشار و دما و حالات فیزیکی و شیمیایی تغییری در مقدار آن نمی‌دهد، در صورتی که ممکن است همین تغییرات در سایر مشخصات جسم از قبیل حجم و غیره مؤثر باشد.

جرم در حقیقت بستگی با مقدار ماده‌ای دارد که در جسم وجود دارد، در صورتی که وزن نیرویی است که از زمین بر این مقدار ماده وارد می‌شود. از فرمول $\vec{P} = m\vec{g}$ و اینکه طبق آزمایش نیوتن شتاب همه اجسام در سقوط آزاد یکسان است، نتایج زیر بدست می‌آید:

۱- در هر نقطه معین از زمین، وزن هر جسم متناسب با جرم آن است و ضریب تناسب، شتاب ثقل در آن نقطه از زمین است.

$$\frac{P_1}{m_1} = \frac{P_2}{m_2} = g \text{ پس } P_2 = m_2 g \text{ و } P_1 = m_1 g$$

۲- نسبت دو جرم برابر با نسبت وزن آنهاست و این نسبت بستگی به محل آزمایش ندارد :

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{P_1}{P_2}$$

از این رو در عمل برای اندازه گیری جرم از ترازو استفاده می کنند. ترازو که نسبت دو وزن را تعیین می کند ، نسبت دو جرم را نیز تعیین می کند . می دانیم که با ترازو نمی توان وزن جسمی را در نقاط مختلف زمین اندازه گیری کرد، چه وزن هر وزنه از يك نقطه زمین به نقطه دیگر فرق می کند (چون $\vec{g}$ تغییر می کند). اگر وزن جسمی را با نیروسنج اندازه بگیریم، مشاهده می کنیم که نیروسنج در نقاط مختلف زمین مقادیر مختلف نشان می دهد ، مثلاً اختلاف وزن هر جسم در قطب و استوا برابر با $\frac{1}{400}$ وزن آن است .

بر طبق نظریات جدید جرم جسم به سرعت حرکت جسم بستگی پیدا می کند . این بستگی بر طبق رابطه زیر است :

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

که در آن m_0 جرم جسم را در حالت سکون نشان می دهد و m جرم جسم است هنگامی که با سرعت v حرکت می کند و c سرعت نور است که مقدار آن برابر است با $300000000 \text{ km/s} = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$.

رابطه بالا نشان می دهد که وقتی که سرعت جسم از سرعت های معمولی

است جرم جسم نسبت به جرم آن در حالت سکون تفاوت زیادی نمی کند. مثلاً اگر سرعت جسم 30 km/s باشد جرم جسم :

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{30^2}{10^8}}} \approx m_0 (1 + \frac{1}{2} \times 10^{-8})$$

تغییرات نسبی جرم :

$$\frac{\Delta m}{m_0} = \frac{m - m_0}{m_0} = \frac{1}{2} \times 10^{-8}$$

این تغییر جرم بسیار کوچک است . به همین علت است که تغییرات جرم را در مکانیک کلاسیک ، تا قبل از اظهار نظریات جدید ، در نظر نمی گرفته اند .

در فیزیک اتمی خواهیم دید که بعضی از پرتابها دارای سرعتی فوق العاده زیاد هستند بطوری که سرعت آنها با سرعت نور قابل مقایسه است . مثلاً الکترون می تواند سرعتی در حدود $\frac{9}{10}$ سرعت نور بدست آورد . در چنین سرعت هایی نمی توان از تغییرات جرم صرف نظر کرد .

بنابراین قوانین مکانیک کلاسیک را فقط در سرعت های کم می توان تقریباً درست دانست .

۱۹- واحدهای جرم - واحد جرم کیلوگرم (kg) است .

کیلوگرم عبارت از جرم استوانه ای است از آلیاژ پلاتین و ایریدیوم که در موزه سور محفوظ است .

گرم (0.001 کیلوگرم) و تن (1000 کیلوگرم) نیز از واحدهای جرم هستند .

واحدهای نیرو - اگر در فرمول $\vec{f} = m\vec{\gamma}$ داشته باشیم :

$m = ۱$ (واحد جرم) ، و $\gamma = ۱$ (واحد شتاب) ، در این صورت

$f = ۱$ (واحد نیرو) است .

اگر $m = ۱ \text{ kg}$ و $\gamma = ۱ \text{ m/s}^2$ باشد ، نیرو برابر است با یک

نیوتن : $f = ۱ \text{ N}$.

اگر $m = ۱ \text{ g}$ و $\gamma = ۱ \text{ cm/s}^2$ باشد ، نیرو برابر است با یک دین :

$f = ۱ \text{ dyn}$ پس : $۱ \text{ N} = ۱۰^۵ \text{ dyn}$

از واحدهای دیگر نیرو کیلو گرم نیرو (kgf) است و آن عبارت

از نیرویی است که زمین در شهر پاریس ، که در آنجا شتاب ثقل ۹۸۱ cm/s^2

است ، بزرگ کیلو گرم جرم وارد می کند . بنابراین :

$$\text{kgf} = ۹/۸۱ \text{ N} = ۹۸۱۰۰۰ \text{ dyn}$$

مثال ۱ - جرم جسمی ۵۰ kg است . وزن آن در قطب ، که

$g = ۹/۸۳ \text{ m/s}^2$ است ، چقدر است ؟ در استوا ، که $g = ۹/۷۸ \text{ m/s}^2$

است وزن آن چقدر است ؟

حل - وزن جسم در قطب :

$$P = m.g$$

$$P = ۵۰ \times ۹/۸۳ = ۴۹۱/۵ \quad \text{نیوتن}$$

وزن جسم در استوا :

$$P = ۵۰ \times ۹/۷۸ = ۴۸۹ \quad \text{نیوتن}$$

مثال ۲ - اتوموبیلی به جرم ۱۹۶۲ kg در جاده ای افقی از حال سکون

بحرکت درمی آید. موتور نیروی ثابتی وارد می کند و سرعت اتوموبیل پس از

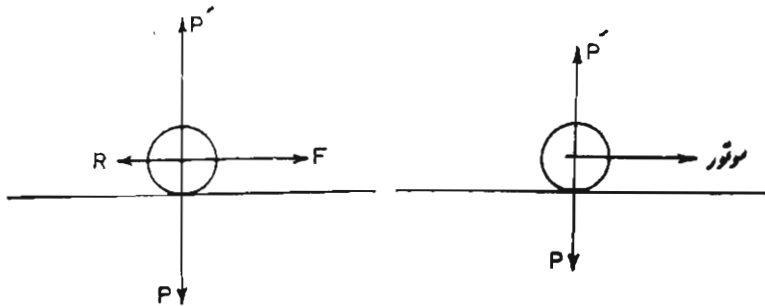
۱۰ ثانیه به ۷۲ km/h می رسد :

۱ - اگر از اصطکاک زمین صرف نظر شود ، معین کنید نیروی وارد از موتور را بر اتوموبیل .

۲ - اگر اصطکاک برابر ۲۰ kgf باشد ، نیروی وارد از موتور را در این حالت نیز حساب کنید. باید دانست که می توان جسم را چون نقطه ای مادی فرض کرد که در مرکز ثقل جسم قرار گرفته و جرم آن برابر با جرم جسم است و اصول دینامیک را در باره این نقطه بکار بست .

حل - سرعت جسم چنین است : $v = \frac{۷۲۰۰۰}{۳۶۰۰} = ۲۰ \text{ m/s}$. در حالت

اول اصطکاک قابل اغماض است و تنها نیرویی که در امتداد حرکت بر اتوموبیل وارد می شود نیروی موتور است ، زیرا وزن ، چون با عکس العمل خنثی می شود ، در حرکت افقی اثری ندارد (شکل ۶)



شکل ۶

شکل ۷

به موجب اصل اساسی دینامیک $f = m\gamma$ و چون حرکت اتوموبیل متشابه تغییر تندشونده است :

$$v = \gamma t \Rightarrow ۲۰ = \gamma \times ۱۰ \Rightarrow \gamma = ۲ \text{ m/s}^2$$

در دستگاه M.K.S. جرم جسم ۱۹۶۲ kg است ، پس :

$$f = ۱۹۶۲ \times ۲ \text{ N} = \frac{۱۹۶۲ \times ۲}{۹/۸۱} \text{ kgf} = ۴۰۰ \text{ kgf}$$

در حالت دوم چون اصطکاک همیشه در خلاف سوی حرکت اثر می کند (شکل ۷) ، اصل اساسی دینامیک در دستگاه M.K.S. چنین می شود :

$$F - R = m\gamma$$

پس :

$$F - 20 \times 9/81 = 1962 \times 2 \text{ و } F = 4120/2 \text{ N} = 2060 \text{ kgf}$$

تمرین

۱ - جسمی به جرم 294 kg تحت تأثیر نیروی ثابتی قرار گرفته است و سرعت آن پس از دو دقیقه به 72 km/h می رسد . معین کنید :

۱ - مقدار نیروی وارد بر جسم را ؛ ۲ - مسافت طی شده در این مدت را .

$$1) 49 \text{ N} \quad 2) 1200 \text{ m}$$

۲ - اتوموبیلی به جرم 1962 kg در جاده افقی از حال سکون بحرکت درآمده است (اصطکاک قابل اغماض) و سرعت آن پس از يك دقیقه به 20 m/s رسیده است . ۱ - معین کنید نیروی موتور را . ۲ - معادله حرکت و معادله سرعت اتوموبیل را بنویسید . ۳ - در این لحظه راننده موتور را خاموش می کند . چگونگی حرکت اتوموبیل را از این به بعد معین کنید ، و مسافت طی شده پس از ۲ ثانیه از خاموش کردن موتور را تعیین کنید .

$$1) 654 \text{ N} \quad 2) x = \frac{1}{6} t^2 \text{ و } v = \frac{1}{3} t \quad 3) x = 20t \text{ و } x_1 = 40 \text{ m}$$

۳ - اتوموبیلی به جرم 1600 kg در جاده ای افقی که اصطکاک آن 500 نیوتن است با شتابی مساوی 50 cm/s^2 حرکت می کند . ۱ - معین کنید نیروی وارد از موتور را . ۲ - پس از چه مدت و طی چه مسافتی سرعت اتوموبیل به 8 m/s می رسد ؟ ۳ - در این لحظه موتور خاموش می شود ، معادلات حرکت و سرعت اتوموبیل را از این پس بنویسید و تعیین کنید پس از چه مدتی اتوموبیل خواهد ایستاد (بر اثر نیروی اصطکاکی جاده) . ۴ - اگر علاوه بر خاموش کردن موتور، راننده ترمز می کرد و اتوموبیل پس از مدتی برابر با يك چهارم زمان سابق می ایستاد ، نیروی وارد از ترمز بر اتوموبیل چقدر بود .

$$1) 1300 \text{ N} \quad 2) 168 \text{ و } 64 \text{ m} \quad 3) 25/68 \quad 4) 1500 \text{ N}$$

۴ - اتوموبیلی در جاده ای افقی با سرعت ثابت 20 m/s حرکت می کند . اصطکاک در مقابل حرکت 150 کیلوگرم نیروست . ۱ - معین کنید نیروی موتور را . ۲ - در يك لحظه راننده موتور را خاموش کرده و ترمز می کند .

اتوموبیل پس از طی مسافت 5 متر می ایستد . نیروی ترمز را حساب کنید ، جرم اتوموبیل 1962 kg است ($g = 9/81 \text{ m/s}^2$) .

$$1) F = 150 \text{ kgf} \quad 2) R = 7850 \text{ kgf}$$

۵ - اتوموبیلی به جرم 1500 kg در جاده افقی از حال سکون شروع به حرکت می کند و پس از طی مسافت 50 متر سرعت آن به 36 km/h می رسد .

اصطکاک $\frac{25}{100}$ نیروی موتور است . ۱ - معین کنید شتاب حرکت و نیروی وارد از موتور بر اتوموبیل را . ۲ - در این موقع راننده ترمز می کند بطریقی که این سرعت ثابت بماند . معین کنید نیروی وارد از ترمز را .

$$1) \gamma = 1 \text{ m/s}^2, F = 2000 \text{ N} \quad 2) R = 1500 \text{ N}$$

۶ - اتوموبیلی به جرم 1962 kg در جاده ای افقی از حال سکون بحرکت درمی آید . اصطکاک 50 kgf است و پس از طی مسافت 50 متر سرعت اتوموبیل به 10 m/s می رسد . معین کنید : ۱ - شتاب حرکت را ، ۲ - نیروی موتور را . ۳ - در این موقع راننده نیروی موتور را طوری تنظیم می کند که حرکت یکنواخت شود . معین کنید نیروی موتور و معادله حرکت را در این حالت . ۴ - در يك لحظه راننده موتور را خاموش می کند . معین کنید اتوموبیل تحت تأثیر نیروی اصطکاک زمین پس از چه مدت می ایستد .

$$(g = 9/81 \text{ m/s}^2)$$

$$1) \gamma = 1 \text{ m/s}^2 \quad 2) F = 250 \text{ kgf} \quad 3) F = 50 \text{ kgf}, x = 10t$$

$$4) t = 40 \text{ s}$$

۷ - اتوموبیلی به جرم يك تن بر روی جاده ای افقی با شتاب ثابت 50 cm/s^2 از حال سکون برآه می افتد . پس از 30 ثانیه حرکت ، موتور خاموش می شود و راننده ترمز می کند . معین کنید نیروی ترمز و زمان کل حرکت را ، در صورتی که مسافت کل پیموده شده از شروع حرکت تا توقف اتوموبیل $337/5$ متر باشد (از اصطکاک جاده صرف نظر می شود) .

$$R = 1000 \text{ N}, t = 45 \text{ s}$$

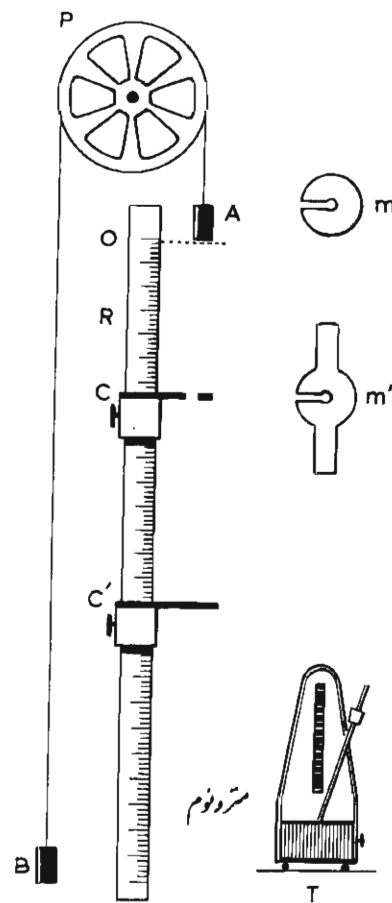
تحقیق در اصول دینامیک

I - ماشین آتوود

۲۰- ماشین آتوود (Atwood) - ماشین آتوود (شکل ۸)

تشکیل شده است از قرقره کوچکی که حول محوری افقی می تواند دوران کند . از روی قرقره آن نخ می گذرد که به دو انتهای آن دو وزنه هموزن A و B آویزان است (از وزن نخ صرف نظر می شود) ، و در نتیجه در هر وضعی که وزنه ها را قرار دهیم دستگاه به همان حالت قرار می گیرد . در مقابل یکی از وزنه ها خط کش مدرجی است که وزنه A برابر درجه صفر آن قرار گرفته است .

زمان را به وسیله مترونوم (Metronome) اندازه می گیرند (شکل ۸) . مترونوم آونگی است که فواصل ثابت زمان را با صدای ضربه اعلام می کند . این آونگ میله ای است که یک وزنه در طول آن می تواند بلغزد . با جابجا



شکل ۸

کردن این وزنه می توان مدت نوسان میله را تغییر داد .

بر روی خط کش يك صفحه C' و يك حلقه C سوار شده است که به وسیله پیچی می توان جای آنها را بدلیخواه در طول خط کش تغییر داد . اکنون اصول دینامیک را به وسیله این ماشین تحقیق می کنیم .

آزمایش ۱- بررسی اصل نیروی ثابت - يك سربار روی وزنه A می گذاریم ، دستگاه شروع به حرکت می کند و به صفحه C' رسیده متوقف می شود . با جستجو ، جای صفحه C' را چنان اختیار می کنیم که اگر وزنه A درست هنگام يك ضربه مترونوم شروع به حرکت کند ، در ضربه بعدی به صفحه C' برسد و بدین ترتیب راه پیموده شده در فاصله زمان دو یا سه یا چند ضربه برابر با طول OC' خواهد بود که آن را روی خط کش می خوانیم . این آزمایش نشان می دهد که اگر وزنه حامل سربار بدون سرعت اولیه از نقطه O (صفر خط کش) شروع به حرکت کند و مثلاً مسافت ۲۰ سانتیمتر را در مدت يك ضربه مترونوم پیماید (شکل ۹) در دو ضربه مترونوم مسافت ۸۰ سانتیمتر را طی می کند ، یعنی مسافت طی شده متناسب با مجذور زمان است . پس حرکت دستگاه متشابه تغییر تندشونده است :

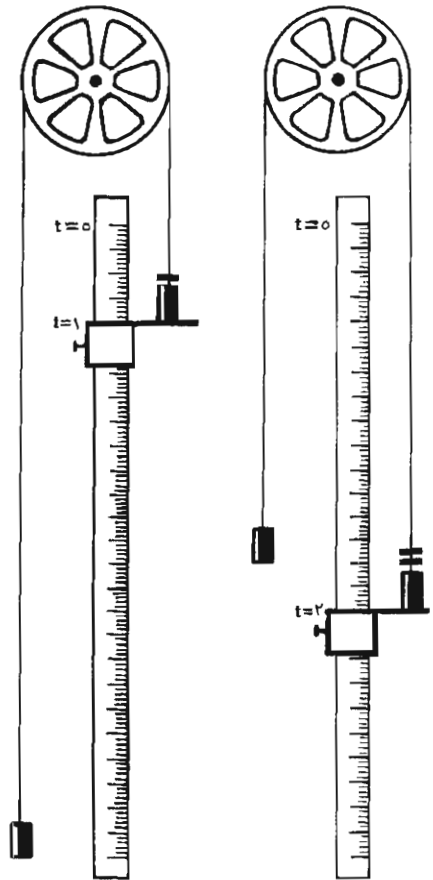
$$x = \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{و} \quad v = gt$$

حرکت دستگاه در این آزمایشها بر اثر وزن سربار p است که در مدت سقوط ثابت می ماند و ایجاد يك حرکت متشابه تغییر تندشونده می کند (تحقیق اصل ۲) .

آزمایش ۲- تحقیق اصل ماند - در آزمایش قبلی ، بالای صفحه C' ، حلقه ای سر راه وزنه A قرار می دهیم . این حلقه طوری است که

وزنه **A** از آن می‌گذرد ولی سربار از آن نمی‌گذرد. وزنه حامل سربار

A در حین عبور از حلقه، سربار را بر روی آن جا می‌گذارد و بتنهایی رد می‌شود. مشاهده می‌کنیم که دستگاه به حرکت خود ادامه می‌دهد ولی حرکتش از این به بعد یکنواخت می‌شود (شکل ۱۰)، مثلاً اگر وزنه، مسافت ۳۰ cm را در یک ضربه پس از حذف سربار طی کند، مسافت ۶۰ cm را، که دو برابر آن است، در دو ضربه متروном طی خواهد نمود. در این آزمایش پس از حذف سربار دستگاه، که تحت تأثیر نیروهایی واقع شده است که برآیندشان



شکل ۹

صفر است، حرکت یکنواخت، انجام می‌دهد (تحقیق اصل ۱). سرعت این حرکت یکنواخت، سرعتی است که متحرك در حین حذف سربار در حرکت مشابه‌التغییر پیدا نموده است.

آزمایش ۳- متناسب بودن شتاب با نیرو - برای آنکه بتوان نیروی

مؤثر را تغییر داد، بی‌آنکه جرم کل دستگاه تغییر کند، روی وزنه **A** سه سربار و روی وزنه **B** دو سربار می‌گذاریم (شکل ۱۱-۱). دستگاه تحت تأثیر وزن یک سربار **p** شروع به حرکت می‌کند و شتابی می‌یابد (γ_1)

که دو برابر مسافت طی شده در ثانیه اول است، یعنی:

$$\gamma_1 = 2OC_1$$

$$OC_1 = \frac{1}{2} \gamma_1 t^2$$

و چون $t=1$ است،

$$\gamma_1 = 2OC_1$$

جرم هر یک از

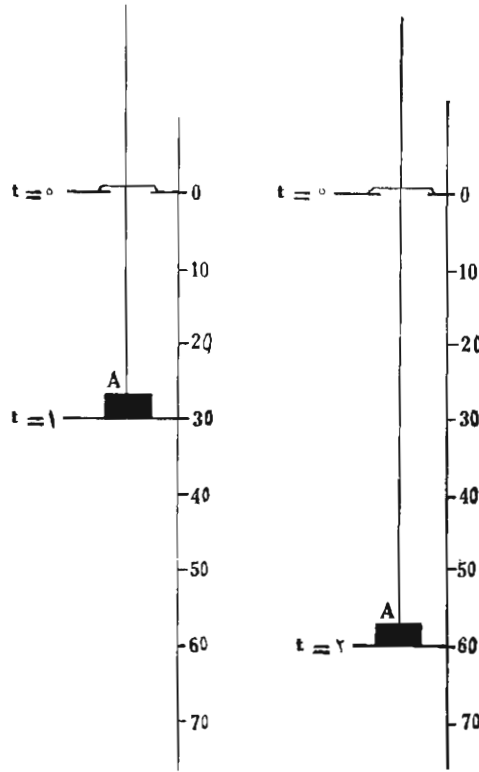
وزنه‌های **A** و **B** و **m**

جرم هر یک از سربارها

باشد، مشخصات

آزمایش اول عبارتند

از:



شکل ۱۰

$$f_1 = p \quad \text{جرم} = 2M + 5m \quad \gamma_1 = 2OC_1$$

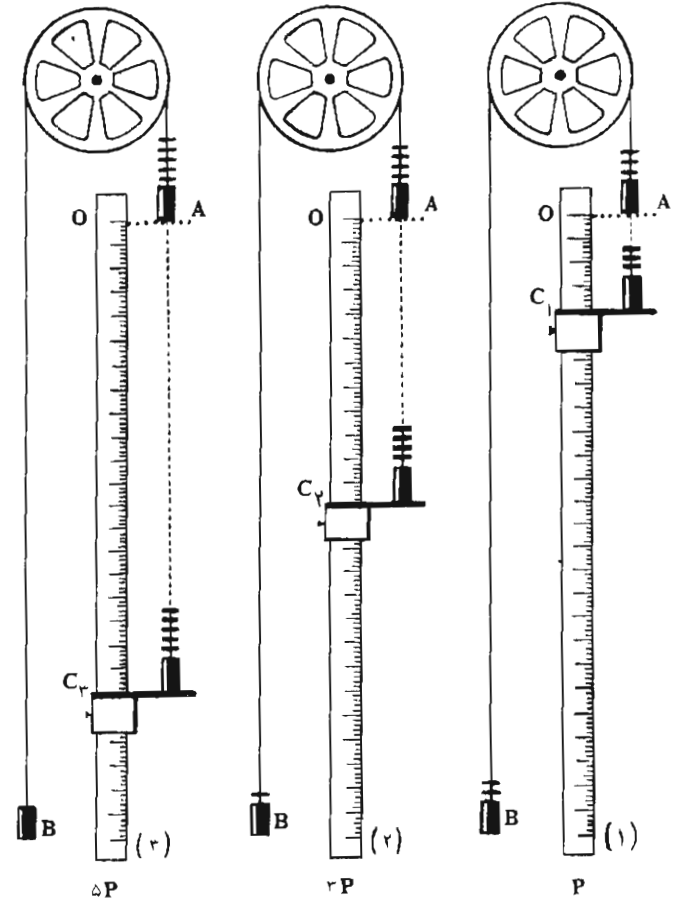
در آزمایش دیگر، یکی از سربارهای **B** را برداشته و روی **A**

می‌گذاریم. در این صورت نیروی مؤثر $3p$ می‌گردد و مشاهده می‌کنیم

که شتاب نیز سه برابر می‌شود (شکل ۱۱-۲). مشخصات این آزمایش

عبارتند از :

$$f_r = 2p \quad \text{جرم} = 2M + \Delta m \quad \gamma_r = 3\gamma_1$$



شکل ۱۱

و در آزمایش سوم، آخرین سربار B را هم روی A می گذاریم.
نیروی مؤثر $5p$ می شود و مشاهده می کنیم که شتاب نیز 5 برابر می گردد؛

مشخصات این آزمایش عبارتند از:

$$f_r = 5p \quad \text{جرم} = 2M + \Delta m \quad \gamma_r = 5\gamma_1$$

از مقایسه نتایج سه آزمایش بالا نتیجه می شود که :

$$\frac{f_1}{\gamma_1} = \frac{f_2}{\gamma_2} = \frac{f_3}{\gamma_3} = 2M + \Delta m = \text{ثابت}$$

یعنی شتاب متناسب است با نیروی مؤثر.

۲۱- محاسبه شتاب در ماشین آتوود - فرض کنیم که جرم سرباری که روی وزنه A گذاشته ایم m باشد. در این صورت نیروی مؤثر $p = mg$ و جرم دستگاه $(2M + m)$ خواهد بود. شتاب از رابطه: $mg = (2M + m)\gamma$ بدست می آید :

$$\gamma = \frac{mg}{2M + m}$$

تمرین

۱- جرم هریک از دو وزنه ماشین آتوودی 220 گرم است. ۱- چه سرباری باید روی یکی از دو وزنه گذاشت تا سرعت دستگاه پس از دو ثانیه به $2m/s$ برسد ($g = 980 cm/s^2$)؟ ۲- مسافت طی شده در این مدت چقدر است؟ ۳- اگر در این لحظه سربار را به وسیله حلقه ای حذف کنیم، چه مسافتی را متحرک پس از یک ثانیه خواهد پیمود؟

$$۱) m = 50g \quad ۲) x = 2m \quad ۳) x = 2m$$

۲- جرم هریک از دو وزنه ماشین آتوودی 100 گرم است. روی

وزنه A که مقابل صفر خطکش قرار گرفته سرباری به جرم ۴۵ گرم می‌گذاریم. معین کنید: ۱- مسافت طی شده و سرعت دستگاه را پس از ۲ ثانیه، ۲- مسافت طی شده در ثانیه دوم را. ۳- پس از دو ثانیه سربار دیگری برابر ۱۵ گرم روی B می‌گذاریم. معین کنید معادلات حرکت و سرعت دستگاه را از این به بعد ($g = 980 \text{ cm/s}^2$).

$$1) \quad x = 360 \text{ cm} \quad \text{و} \quad v = 360 \text{ cm/s} \quad 2) \quad x = 270 \text{ cm}$$

۳- در يك طرف مقتول ماشین آتوودی وزنه P را به جرم ۵۰ گرم و در طرف دیگر وزنه P' را به وزن ۴۸۰۶۹ دین آویزان می‌کنیم.

۱- معین کنید شتاب حرکت و سرعت را پس از يك ثانیه سقوط ($g = 981 \text{ cm/s}^2$). ۲- پس از آن، آزمایش را تکرار کرده و این دفعه سرباری به جرم ۱/۵ گرم روی P اضافه می‌کنیم. مطلوب است شتاب و سرعت دستگاه پس از يك ثانیه. ۳- فرض می‌کنیم که پس از يك ثانیه سقوط، سربار اضافی ۱/۵ گرم به وسیله حلقه‌ای حذف شود در حالی که P و P' به حرکت خود ادامه می‌دهند. معادلات حرکت و سرعت را در این مرحله از حرکت بنویسید و سرعت و مسافت طی شده را در ثانیه دوم از شروع حرکت حساب کنید. اگر وزنه‌های P و P' با یکدیگر مساوی بودند، حرکت پس از حذف سربار چگونه می‌شد؟

$$1) \quad \gamma_1 = \frac{981}{99} \text{ cm/s}^2 \quad \text{و} \quad v_1 = 9/91 \text{ cm/s}$$

$$2) \quad \gamma_2 = 24/4 \text{ cm/s}^2 \quad \text{و} \quad v_2 = 24/4 \text{ cm/s}$$

$$3) \quad x = 29/35 \text{ cm} \quad \text{و} \quad v = 34/31 \text{ cm/s} \quad \left\{ \begin{array}{l} x = 4/95 t^2 + 24/4 t \\ v = 9/91 t + 24/4 \end{array} \right.$$

۴- جرم هر يك از دو وزنه ماشین آتوودی ۴۵ گرم است. بر روی وزنه A سرباری به جرم ۱۰ گرم قرار می‌دهیم و پس از يك ثانیه، سرباری به جرم ۱۲ گرم روی وزنه B اضافه می‌کنیم، معین کنید چگونگی حرکت دستگاه را از این لحظه به بعد، معادلات حرکت را در مرحله‌های مختلف و

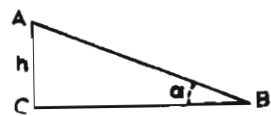
مدت زمانی که پس از آغاز حرکت، وزنه A مجدداً به صفر خطکش برمی‌گردد ($g = 980 \text{ cm/s}^2$) $t = 12/78$

۵- هر يك از دو وزنه ماشین آتوودی ۳۰ گرم جرم دارد. وزنه A در برابر صفر خطکش قرار گرفته و شامل دو سربار است که جرم هر يك مساوی ۴ گرم است. وزنه B شامل يك سربار به جرم ۴ گرم است. دستگاه را بدون سرعت اولیه رها می‌کنیم. حلقه در فاصله ۴۵ cm از صفر خطکش قرار گرفته است. حرکت دستگاه چگونه است؟ معادلات سرعت و مسافت را در مراحل مختلف حرکت تعیین کنید ($g = 980 \text{ cm/s}^2$).

$$\begin{array}{ll} \text{مرحله ۱} \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{245}{9} t^2 \\ v = \frac{490}{9} t \end{array} \right. & \text{مرحله ۲} \left\{ \begin{array}{l} x = -\frac{245}{8} t^2 + 70 t \\ v = -\frac{245}{4} t + 70 \end{array} \right. \\ \text{مرحله ۳} \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{245}{8} t^2 \\ v = \frac{245}{4} t \end{array} \right. & \text{مرحله ۴} \left\{ \begin{array}{l} x = -\frac{245}{9} t^2 + 70 t \\ v = -\frac{490}{9} t + 70 \end{array} \right. \end{array}$$

II - سطح شیب‌دار گالیله

تعریف - سطح شیب‌دار سطحی است که با سطح افقی زاویه‌ای



شکل ۱۲

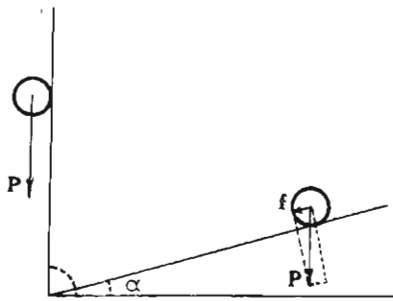
بسازد. شیب سطح سینوس زاویه‌ای را گویند که سطح شیب‌دار با سطح افقی می‌سازد (شکل ۱۲).

۲۲ - تحقیق در اصول دینامیک - الف - اصل نیروی ثابت -

ارابه کوچکی را بر روی سطح شیب‌داری بدون سرعت اولیه رها می‌کنیم. فرض کنیم که این ارابه مسافت e را در يك ضربه مترو نوم بپیماید (شکل ۱۳). مشاهده می‌کنیم که پس از ۲ و ۳ ضربه مترو نوم، متحرك

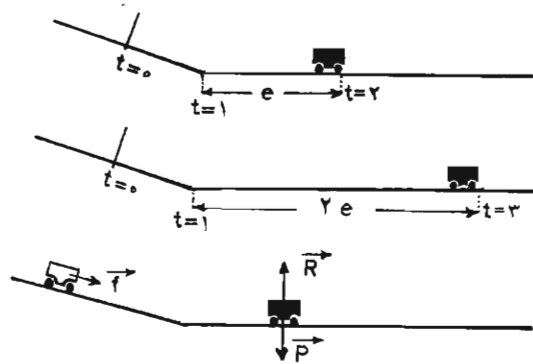
متشابه‌التغییر است. پس حرکت سقوطی ($\alpha = 90^\circ$) نیز متشابه‌التغییر است (شکل ۱۵).

ب - تحقیق اصل ماند - هر گاه جسم پس از طی مسافتی بر روی سطح شیبدار به سطح افقی برسد، آزمایش نشان می‌دهد که مسافت طی شده بر روی سطح افقی متناسب با زمان خواهد بود. یعنی پس از حذف شدن نیروی مؤثر، حرکت بطور یکنواخت ادامه می‌یابد (شکل ۱۶).



شکل ۱۵

ج - تحقیق متناسب بودن شتاب و نیرو - سطح شیبدار را اختیار می‌کنیم که بتوان شیب آن را تغییر داد. اکنون اگر مطابق شکل ۱۷ ارتفاع را

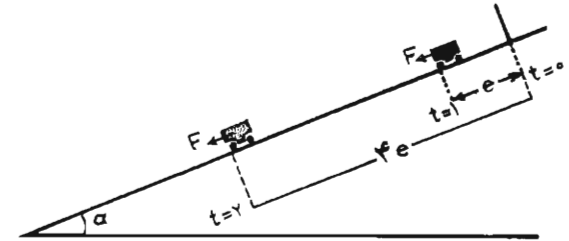


شکل ۱۶

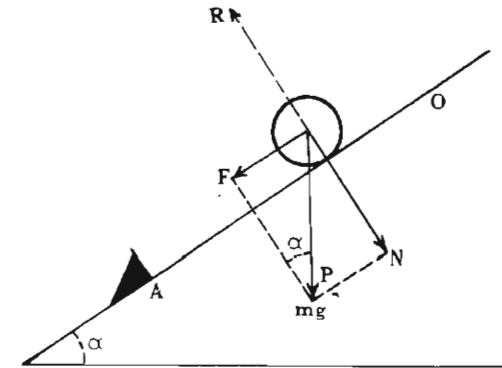
دو یا سه برابر کنیم، در نتیجه شیب دو یا سه برابر شده و بزرگی نیروی مؤثر $\vec{F}$ نیز دو یا سه برابر می‌شود. آزمایش نشان می‌دهد که شتاب (دو

مسافت $4e$ و $9e$ را می‌پیماید. پس مسافت طی شده متناسب با مجذور زمان است، یعنی

حرکت بر روی سطح شیبدار متشابه‌التغییر تندشونده است. وزن جسمی که بر سطح شیبدار قرار گرفته است به دو مؤلفه تجزیه می‌شود: یکی $\vec{F}$ در امتداد سطح شیبدار و دیگری $\vec{N}$ عمود بر سطح شیبدار (فشار جسم بر سطح). نیروی $\vec{F}$ که بزرگیش برابر



شکل ۱۳



شکل ۱۴

با $mg \sin \alpha$ است سبب حرکت جسم می‌شود (شکل ۱۴). نیروی $\vec{N}$ که بزرگیش $mg \cos \alpha$ است با عکس العمل سطح ($\vec{R}$) خنثی می‌شود. نیروی $\vec{F}$ ، چنانکه گفته شد، سبب حرکت جسم می‌شود و اگر شیب را ثابت نگاه داریم، چون $\vec{P}$ نیز ثابت است، $\vec{F}$ نیز ثابت خواهد بود و به این نتیجه می‌رسیم که جسم تحت تأثیر نیروی ثابتی (از حیث راستا و سو و بزرگی) حرکت متشابه‌التغییر تندشونده انجام می‌دهد.

تذکر - شیب سطح شیبدار هر اندازه باشد، همیشه حرکت

برابر مسافت طی شده در ثانیه اول) نیز دو یا سه برابر می شود. پس شتاب متناسب است با نیرو.

۲۳ - شتاب بر سطح شیبدار - شتاب حرکت يك جسم بر روی

سطح شیبدار، در همه

حال، از فرمول

$$\vec{f} = m\vec{\gamma}$$

می آید که در آن $\vec{f}$

بر آیند تصویر همه

نیروهایی است که به

جسم وارد می شود.

این نیروها معمولاً

عبارتند از نیرویی که

از طرف اجسام دیگر

(از قبیل موتور) وارد

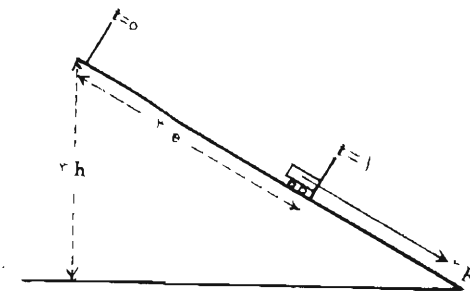
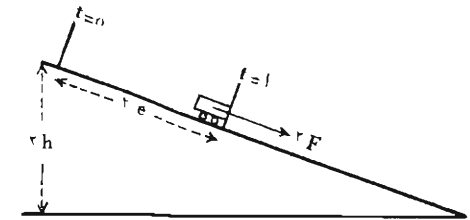
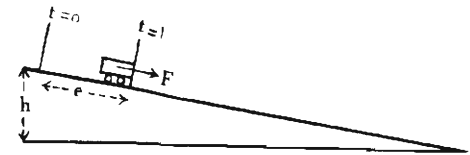
می شود، نیروی

اصطكاك سطح، و

نیروی ثقل $\vec{P}$ که

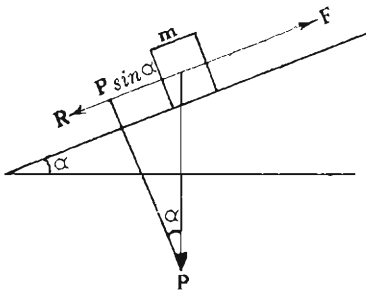
همواره وارد می شود

و تصویر آن بر روی سطح $P \sin \alpha$ است. نیروی اصطكاك همواره يك نیروی مقاوم و در سوی عكس حرکت است. نیروی $P \sin \alpha$ در حالتی که جسم رو به پایین حرکت کند، يك نیروی محرك و در حالتی که رو به بالا حرکت کند، يك نیروی مقاوم خواهد بود.

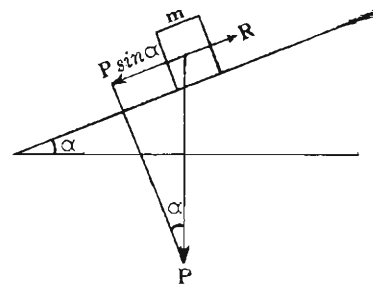


شكل ۱۷

مثلاً اگر جسم فقط تحت تأثیر نیرویی به بزرگی $P \sin \alpha$ واقع شود، شتاب حرکت $\gamma = g \sin \alpha$ است، زیرا طبق فرمول اساسی دیناميك $P \sin \alpha = m\gamma$ یا $m g \sin \alpha = m\gamma$ و بنا بر این $\gamma = g \sin \alpha$ است. در حالتی که جسم رو به پایین حرکت کند و سطح دارای اصطكاك باشد، بزرگی شتاب از رابطه $P \sin \alpha - R = m\gamma$ بدست می آید (شكل ۱۸ - الف).



شكل ۱۸ - ب



شكل ۱۸ - الف

اگر جسم از سطح شیبدار، تحت تأثیر نیروی موتور $\vec{F}$ ، بالا رود (شكل ۱۸ - ب) بزرگی شتاب از رابطه $F - (P \sin \alpha + R) = m\gamma$ بدست می آید.

تمرین

۱ - اتوموبیلی به جرم 1500 kg از بالای سطح شیبدار با موتور خاموش راه می افتد. شیب سطح مساوی $5/10$ است.

۱ - معین کنید پس از طی چه مسافتی سرعت جسم به 8 m/s می رسد؟
۲ - در این موقع راننده چنان ترمز می کند که این سرعت ثابت بماند.

معین کنید نیروی وارد از ترمز بر اتوموبیل را.

۳ - با این وضعیت ترمز، اتوموبیل به يك جاده افقی می رسد. معین کنید پس از طی چه مسافتی خواهد ایستاد (اصطكاك صفر و $g = 10 \text{ m/s}^2$)؟

۱) $x = 64 \text{ m}$ ۲) $R = 750 \text{ N}$ ۳) $x = 64 \text{ m}$

۲- اتوموبیلی به جرم ۱۶۰۰kg از بالای سطح شیب‌داری بدون اصطکاک و به شیب $۵/۵۳$ پایین می‌آید. موتور آن نیرویی برابر با ۱۲۰N بر آن وارد می‌کند. ۱- معین کنید پس از چه مدت و طی چه مسافتی سرعت اتوموبیل به ۳۶km/h می‌رسد؟ ۲- در این موقع اتوموبیل به یک جاده افقی می‌رسد و موتور خاموش می‌شود. اصطکاک این جاده برابر ۲۰۰۰N است. معین کنید پس از چه مدت اتوموبیل خواهد ایستاد ($g = ۱۰\text{m/s}^2$ فرض می‌شود)؟

۱) $t_1 = \frac{۸۰}{۳}\text{s}$ و $x_1 = \frac{۴۰۰}{۳}\text{m}$ ۲) ۸s

۳- اتوموبیلی به جرم ۲ تن که در جاده‌ای افقی با سرعت ثابتی حرکت می‌کند، به جاده شیب‌داری به شیب $۵/۵۵$ می‌رسد و در امتداد آن پایین می‌رود. می‌خواهیم سرعت اتوموبیل به همان میزان باقی بماند. با چه نیرویی باید اتوموبیل را ترمز کرد؟ ($g = ۹/۸۱\text{m/s}^2$)

$F = ۹۸۱\text{N}$

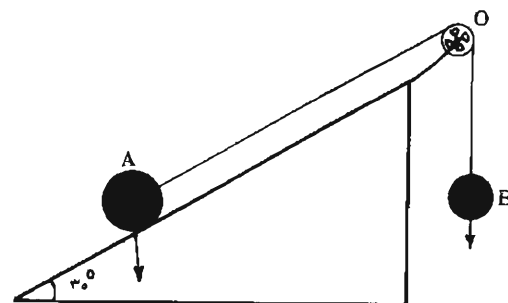
۴- قطاری به جرم ۵۰ تن که با سرعت ۷۲km/h در جاده‌ای افقی حرکت می‌کند به جاده شیب‌داری به شیب $۵/۵۲$ می‌رسد و در امتداد آن پایین می‌رود و در همین لحظه راننده ترمز می‌کند. قطار پس از طی مسافت ۸۰ متر می‌ایستد.

۱- نیرویی که قطار را از حرکت بازداشته چقدر است؟ ۲- نیروی وارد از ترمز چقدر است؟ ۳- پس از چه مدت قطار ایستاده است ($g = ۱۰\text{m/s}^2$ فرض می‌شود)؟

۱) $F = ۱۲۵۰۰۰\text{N}$ ۲) $R = ۱۳۵۰۰۰\text{N}$ ۳) $t = ۸\text{s}$

۵- بر روی سطح شیب‌داری که با سطح افقی زاویه ۳۰° می‌سازد گلوله A به جرم ۱۰۰ گرم قرار گرفته و بدان نخ متصل است (شکل زیر) که از روی قرقره O که در انتهای فوقانی سطح شیب‌دار نصب شده می‌گذرد. به سر دیگر نخ وزنه B به جرم ۶۰ گرم آویزان شده است. از اصطکاکها

سرف نظر می‌شود. دستگاه را بدون سرعت اولیه رها می‌کنیم. ۱- معین کنید شتاب و معادله حرکت و



سرعت دستگاه را پس از طی مسافت ۱۰ متر. ۲- اگر زاویه α مساوی ۶۰° باشد، مسافت طی شده را پس از ۳ ثانیه حساب کنید ($g = ۹۸۰\text{cm/s}^2$ و $\sqrt{۳} = ۱/۷۳۲$ فرض می‌شود).

۱) $\gamma = ۶۱/۲۵\text{cm/s}^2$ و $v = ۳۵۰\text{cm/s}$ ۲) $x = ۷۳۳\text{cm}$

۶- اتوموبیلی به جرم ۱۹۶۰kg از حال سکون در جاده‌ای افقی که اصطکاک آن ۵۰kgf است راه می‌افتد و پس از ۱۰ ثانیه سرعتش به ۳۶km/h می‌رسد. ۱- معین کنید نیروی وارد از موتور را بر اتوموبیل. ۲- در این لحظه اتوموبیل به جاده شیب‌داری به شیب $۵/۵۵$ می‌رسد و در امتداد آن بالا می‌رود. در صورتی که اصطکاک به همان مقدار سابق باشد، اگر بخواهیم که اتوموبیل با همان سرعت در این جاده حرکت کند، معین کنید نیرویی را که موتور باید به اتوموبیل وارد کند ($g = ۹/۸\text{m/s}^2$). ۳- در یک لحظه راننده موتور را خاموش کرده و ترمز می‌کند، و اتوموبیل پس از طی مسافت ۵ متر می‌ایستد. معین کنید نیرویی که اتوموبیل را از حرکت باز داشته است. ۴- نیروی ترمز را معین کنید.

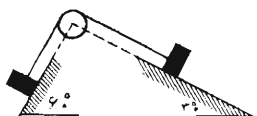
۱) $F = ۲۵۰\text{kgf}$ ۲) $F = ۱۴۸\text{kgf}$

۳) $R = ۲۰۰۰\text{kgf}$ ۴) $R_1 = ۱۸۵۲\text{kgf}$

۷- از بالای سطح شیب‌داری که با سطح افقی زاویه α می‌سازد، جسمی بدون سرعت اولیه رها شده است، متحرک مسافت $۳۹/۲$ متر را در ۴ ثانیه پیموده است. ۱- معین کنید زاویه α و سرعت متحرک را در آخر این مدت. ۲- در این موقع جسم به سطح شیب‌دار دیگری می‌رسد که با سطح افقی زاویه ۶۰° می‌سازد. معین کنید تا چه مسافتی جسم بر روی این سطح بالا می‌رود. ($g = ۹۸۰\text{cm/s}^2$ و اصطکاکها قابل اغماض است).

۱) $\alpha = ۳۰^\circ$ و $v = ۱۹/۶\text{m/s}$ ۲) $x = ۲۲/۶\text{m}$

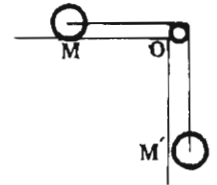
۸- دو وزنه یکی به جرم M و دیگری به جرم M' بر روی دو سطح شیب‌دار قرار دارند. وزنه اول بر روی سطحی به شیب ۳۰° و وزنه دوم بر روی سطحی به شیب ۶۰° قرار گرفته است. این دو وزنه به وسیله نخ بی‌وزنی که از روی قرقره‌ای می‌گذرد به یکدیگر



متصلند (شکل پایین صفحه ۴۳) : ۱- تعیین کنید نسبت $\frac{M}{M'}$ را برای آنکه دستگاه در حال تعادل باشد (سطحها بدون اصطکاک فرض شده اند) ، ۲- اگر جرم دو وزنه را برابر بگیریم، حرکت در کدام جهت و شتاب دستگاه چه مقدار خواهد بود ؟ ۳- اگر پس از يك ثانیه حرکت ، ناگهان شیب دو سطح را با یکدیگر برابر کنیم ، حرکت چگونه خواهد شد ، و مسافت طی شده پس از ۳ ثانیه چقدر خواهد بود ($g = 980 \text{ cm/s}^2$ فرض می شود) ؟

۱) $\frac{M}{M'} = \sqrt{3}$ ۲) $\gamma \neq 179 \text{ cm/s}^2$ ۳) $x = 5/37 \text{ m}$

۹- دو وزنه هر يك به جرم M که یکی بر روی سطح افقی و دیگری به حالت قائم است، به وسیله رشته ای بدون وزن که از روی قرقره ای می گذرد به یکدیگر متصلند (شکل زیر) .



۱- در صورتی که فرض کنیم که اصطکاک سطح افقی صفر باشد ، معین کنید شتاب حرکت را . ۲- در صورتی که فرض کنیم که هر يك از جرمها 50 kg و اصطکاک سطح 30 kgf باشد ، شتاب حرکت و سرعت آن را پس از ۲ ثانیه حرکت حساب کنید ($g = 9.8 \text{ m/s}^2$) .

۱) $\gamma = 4/9 \text{ m/s}^2$ ۲) $\gamma = 1/96 \text{ m/s}^2$ و $v = 3/92 \text{ m/s}$

۱۰- یکی از وزنه های ماشین آتوودی روی سطح شیبدار قرار گرفته است و جرم سرباری که روی آن گذاشته شده است به اندازه جرم هر يك از وزنه ها است . دستگاه در حال حرکت یکنواخت است . زاویه شیب را حساب کنید . $\alpha = 30^\circ$

حرکت سقوطی اجسام در هوا - وزن ظاهری اجسام

۲۴- وزن ظاهری اجسام - چنانکه پیش از این گفته شد، در حرکت سقوطی اجسام در هوا ، علاوه بر وزن ، دو نیروی دیگر نیز مؤثر است : یکی نیروی ارشمیدس و دیگری مقاومت هوا . در این مبحث از مقاومت هوا ، با وجود آنکه بسیار مهم است ، صرف نظر می کنیم و فقط نیروی ارشمیدس را در نظر می گیریم . بنا بر قانون ارشمیدس : هر جسمی که در سیالی (اعم از گاز یا مایع) غوطه ور شود ، تحت تأثیر نیرویی از پایین به بالا قرار می گیرد که برابر است با وزن سیال هم حجم جسم .

بنابراین ، برای اجسام غوطه ور در هوا ، بیان قانون ارشمیدس چنین است : هر جسم که در هوا قرار گیرد دارای وزنی ظاهری است که مساوی است با وزن حقیقی آن در خلا منهای نیروی ارشمیدس . مقدار این نیرو برابر است با $V \cdot a$ که در آن a وزن مخصوص هوا و V حجم جسم است ، پس :

$$P' = P - V \cdot a$$

چون $V = \frac{P}{d}$ ، که در آن P وزن جسم و d وزن مخصوص آن

$$P' = P - \frac{P}{d} a = P \left(1 - \frac{a}{d} \right) \text{ است،}$$

و چون شتاب ظاهری ثقل را در هوا به g' نمایش دهیم: $P = mg$

$$mg' = mg \left(1 - \frac{a}{d} \right) \quad , \quad P' = mg'$$

از این رو شتاب ظاهری ثقل در هوا بدست می آید:

$$g' = g \left(1 - \frac{a}{d} \right)$$

بخت - اگر $d > a$ باشد، $g' > 0$ و حرکت تندشونده است (سوی مثبت به طرف پایین). اگر $d = a$ باشد، $g' = 0$ است، یعنی اگر جسم ساکن باشد در هوا ساکن می ماند و اگر سرعت اولیه ای داشته باشد بطور یکنواخت حرکت می کند. اگر $d < a$ باشد، $g' < 0$ است و جسم صعود می کند (بالون محتوی گاز سبک، هوای گرمتر از هوای مجاور).

تذکر - این مطالب درماینات و گازهای دیگر و بطور کلی هرگونه سیالی نیز صادق است و، به شرط آنکه از مقاومت سیال در مقابل حرکت و نیز از نیروهای مقاوم دیگر صرف نظر کنیم، شتاب حرکت طبق همان فرمول $g' = g(1 - \frac{a}{d})$ بیان می شود که در آن شتاب جسم در آن محیط، g شتاب در خلأ و a وزن مخصوص سیال و d وزن مخصوص جسم است.

مقاومت هوا

۲۵ - هرگاه جسمی در هوا حرکت کند، در جلو خود هوا را متراکم

و در عقب ایجاد خلأ نسبی می کند، اختلاف فشار هوا در دو قسمت جلو و عقب جسم نیروی مقاومی تولید می کند که عمود است بر سطح جسم و آن را مقاومت هوا می نامند. شکل ۱۹ مقاومت هوا را بر روی یک برگ نشان می دهد. آزمایش نشان می دهد که مقاومت هوا

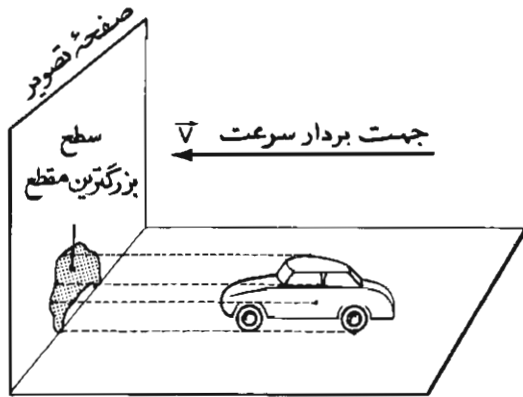


شکل ۱۹

به این عوامل بستگی دارد:

الف - سطح - مقاومت هوا با سطح بزرگترین مقطع عمود بر حرکت جسم (سطحی از جسم که در مقابل حرکت عرضه می شود، یعنی تصویر

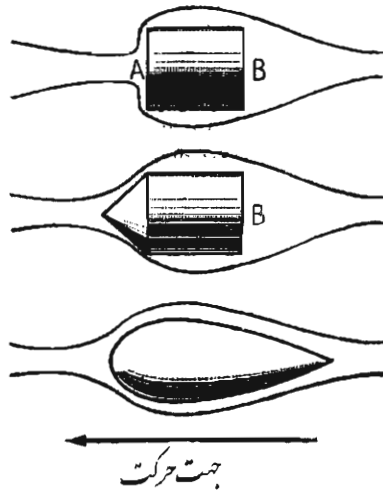
جسم بر صفحه ای عمود بر امتداد حرکت) متناسب است (شکل ۲۰).
ب - شکل جسم - در شکل ۲۱ مقاومت هوا برای استوانه



شکل ۲۰

بیش از مقاومت هوا برای اجسام مخروطی است، با آنکه سطح بزرگترین مقطع آنها برابر است. مثلاً اگر مقاومت هوا برای استوانه R فرض شود، برای دو جسم دیگر

بترتیب $R/۰.۴$ و $R/۰.۵$ خواهد بود. چنانکه از شکل پیداست علت



شکل ۲۱

این اختلاف مقاومت این است که اختلاف فشار هوا در دو طرف استوانه بیش از اختلاف فشار هوا در دو طرف جسم دوم، و در جسم دوم بیش از اختلاف فشار هوا در دو طرف جسم سوم است. اجسامی را که شکلشان مانند شکل جسم سوم و در نتیجه مقاومت هوا و آب در برابر حرکت آنها خیلی کم است، اجسام

آئرو دینامیک می نامند (مانند ماهیها، بدنۀ هواپیما، زیر دریایی).
ج - سرعت - برای سرعت های کم (بین ۵ تا ۵۰ cm/s) مقاومت با

سرعت متناسب است و برای سرعتهای متوسط (بین 50 cm/s تا 50 m/s) متناسب با مجذور سرعت، و برای سرعتهای زیاد مقاومت هوا با قوهای سوم یا بالاتر سرعت متناسب است.

د - جرم مخصوص هوا - مقاومت هوا بستگی به جرم مخصوص (چگالی) و در نتیجه بستگی به دما و فشار آن دارد.

این قوانین را می توان برای سرعتهای متوسط در فرمول زیر خلاصه کرد:

$$R = k \cdot a \cdot S \cdot V^2$$

که در آن R مقاومت هوا، a چگالی هوا، S سطح بزرگترین مقطع و V سرعت جسم و k ضریبی است که به شکل جسم بستگی دارد و ارتباطی بدانتخاب دستگاه واحدهای اندازه گیری ندارد.

ضریب k برای کره 0.25 ، برای صفحه 0.64 و برای اجسام آئرو دینامیک 0.23 است.

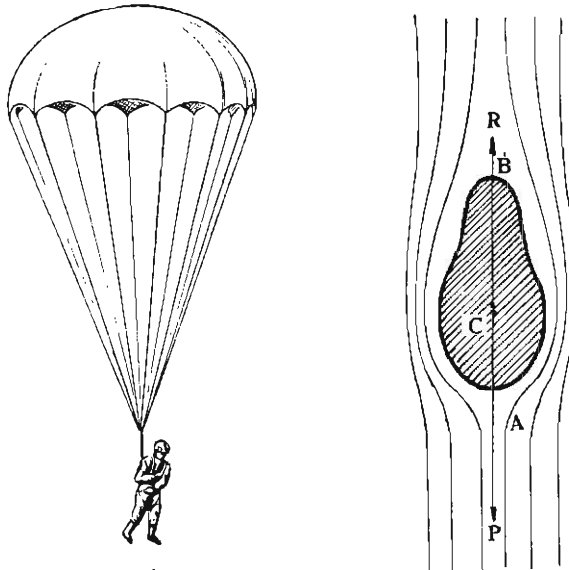
تبصره - اغلب فرمول مقاومت هوا را به صورت $R = K \cdot S \cdot V^2$

می نویسند که در آن $K = k \cdot a$ ضریب مقاومت نامیده می شود که علاوه بر آنکه به شکل جسم بستگی دارد به شرایط هوا و دستگاه واحدها نیز بستگی دارد. مثلاً در دستگاه $M.K.S$ قدیمی، که در آن واحد طول m ، واحد نیرو kgf و واحد سطح m^2 است، در شرایط معمولی K برای کره 0.03 و برای صفحه 0.85 و برای اجسام آئرو دینامیک 0.03 است.

تأثیر مقاومت هوا در حرکت سقوطی اجسام

۲۶ - سرعت حد - هرگاه جسمی را بدون سرعت اولیه در هوا رها کنیم، در لحظات اولیه که هنوز مقاومت هوا، به علت کم بودن سرعت، ناچیز

است، حرکت جسم متشابه تغییر تندشونده است، ولی بر اثر زیاد شدن درجهی سرعت، مقاومت هوا نیز زیاد می شود و شتاب در هر لحظه از رابطه $P - R = m\gamma$ یا $P - KSV^2 = m\gamma$ بدست می آید (شکل ۲۲). ولی چون با زیاد شدن سرعت، مقاومت هوا زیاد می شود، هنگامی می رسد



شکل ۲۳

شکل ۲۲

که بر آیند نیروهای وارد بر جسم صفر و از این پس حرکت یکنواخت می شود (V و R ثابت می مانند) و جسم با سرعتی که در آن لحظه پیدا کرده است، یکنواخت به حرکت خود ادامه می دهد. این سرعت را **سرعت حد** می نامند. مقدار این سرعت از رابطه $P = R$ یا $P = KSV^2$ ،

$$v^2 = \frac{P}{KS} \quad \text{یا} \quad v = \sqrt{\frac{P}{KS}} \quad \text{بدست می آید.}$$

مثلاً وقتی که خلبانی با چتر نجات فرود می آید، اندکی پس از باز شدن چتر، حرکت یکنواخت می شود و خلبان با سرعت کم سقوط می کند (شکل ۲۳).

هواپیما

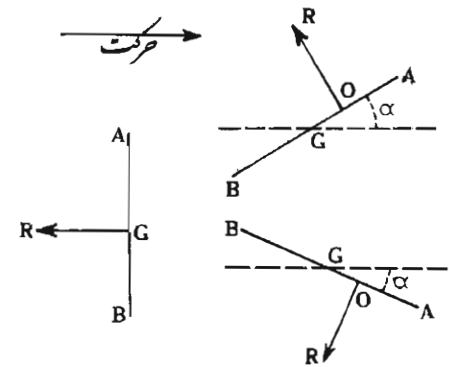
۲۷- اساس هواپیما - صعود هواپیما و سقوط نکردن آن در نتیجه

مقاومت هوا بر روی بالهاست و حرکت آن بر اثر چرخیدن ملخهاست که موتور هواپیما آنها را بکار می‌اندازد.

برای آنکه به طرز کار هواپیما پی ببریم، بالهای هواپیما را مستطیل فرض کرده و مقاومت هوا را بر روی چنین صفحه‌ای بررسی می‌کنیم.

مقاومت هوا بر يك صفحه مستطیل در حال حرکت - فرض کنیم که يك صفحه مستطیل $\vec{AB}$ (شکل ۲۴) در سطح افقی با سرعت v حرکت کند. آزمایش نشان می‌دهد که

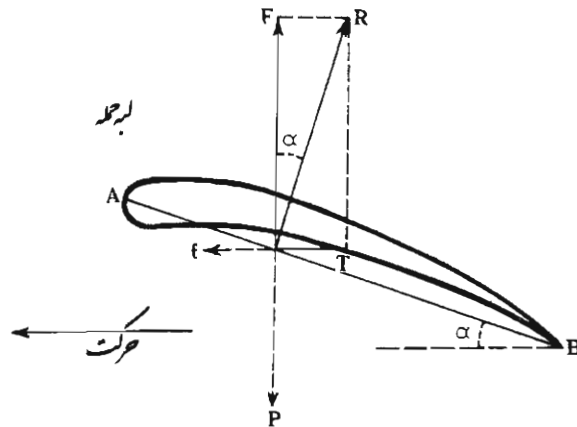
مقاومت هوا بر این صفحه نیرویی است مانند $\vec{R}$ عمود بر صفحه. اگر صفحه قائم باشد نقطه اثر نیروی $\vec{R}$ به علت تقارن بر مرکز صفحه منطبق است (محل تلاقی قطرهای). ولی اگر صفحه



شکل ۲۴

زاویه α با سرعت تشکیل دهد (α را زاویه حمله نامند)، نقطه اثر نیروی مقاوم $\vec{R}$ در نقطه‌ای مانند O است که بر مرکز صفحه منطبق نیست و نزدیکتر به لبه‌ای است از صفحه که در سوی حرکت لبه جلو است (لبه A که آن را لبه حمله نامند). نیروی مقاوم $\vec{R}$ را می‌توان به دو مؤلفه تجزیه کرد: یکی $\vec{F}$ در امتداد قائم که می‌خواهد صفحه را بلند کند و

دیگری $\vec{T}$ در امتداد حرکت (افقی) که مانع حرکت صفحه می‌شود. آشکار است که برای ادامه حرکت صفحه باید نیروی $\vec{T}$ را به وسیله نیروی کششی (مثلاً نیروی کشش موتور $\vec{f}$) خنثی کرد (شکل ۲۵).



شکل ۲۵

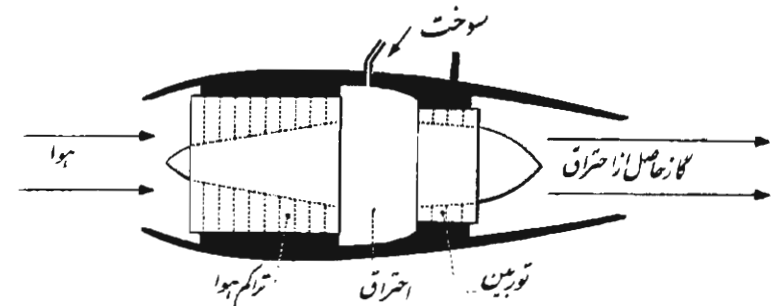
حرکت هواپیما - در ابتدا هواپیما مدتی روی زمین حرکت می‌کند.

در نتیجه بالها تحت تأثیر نیروی مقاومت هوا $\vec{R}$ که مؤلفه قائم آن $\vec{F}$ است قرار می‌گیرند. چون بتدریج سرعت افزایش یابد، بزرگی نیروی $\vec{F}$ زیاد می‌شود و هنگامی که برابر وزن هواپیما ($\vec{P}$) شد، هواپیما زمین را ترک می‌کند. برای آنکه هواپیما در ارتفاع ثابتی حرکت کند، باید نیروی $\vec{F}$ با نیروی وزن هواپیما برابر شود، و برای آنکه هواپیما در این ارتفاع حرکت خود را ادامه دهد، باید نیروی موتور $\vec{f}$ نیروی مقاوم $\vec{T}$ را خنثی کند. برای آنکه هواپیما بالاتر رود، باید بزرگی نیروی $\vec{F}$ را زیاد کرد و این عمل یا به وسیله ازدیاد سرعت یا به وسیله تغییر زاویه حمله α صورت می‌گیرد. ولی از آنجا که چگالی هوا در

ارتفاعات زیاد، کم می شود و در نتیجه مقاومت هوا و توان موتور نیز کاهش می یابد، عملاً هواپیما نمی تواند از ارتفاع معینی تجاوز کند. برای پایین آمدن، نیروی کشش موتور را کم می کنند تا در نتیجه سرعت کم و نیروی $\vec{F}$ کمتر از وزن جسم شود و هواپیما پایین آید.

۲۸- هواپیمای جت - اگر در قایقی يك توپ قرار دهیم و به سوی عقب قایق شلیک کنیم، قایق به سوی جلو حرکت می کند. اساس موتورهای جت (موتورهای عکس العملی) بر همین خاصیت استوار است.

در موتور جت (شکل ۲۶)، به وسیله يك کمپرسور هوای بیرون مکیده و متراکم می شود و سپس وارد قسمتی به نام اتاق احتراق می گردد



شکل ۲۶

و از طرف دیگر سوخت به وسیله مجرای سوخت وارد این اتاق می شود. گازهای حاصل از احتراق، که دما و فشار آنها زیاد است، با سرعت فوق العاده زیادی از عقب دستگاه خارج می شود و هواپیما را به قسمت جلو می راند. این گازها در ضمن خارج شدن، توربینی را که کمپرسور را بکار می اندازد بحرکت درمی آورند.

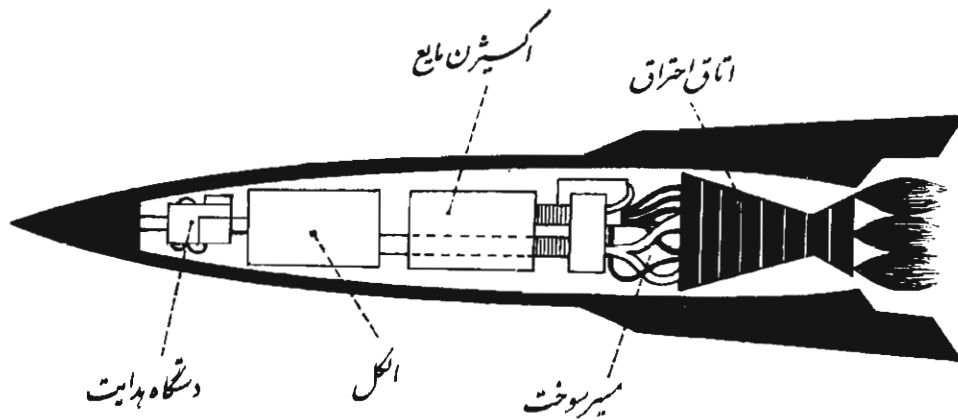
در ساختمان اینگونه موتورهای آلیاژی بکار می رود که بتواند دمای فوق العاده زیاد را تحمل کند و ذوب نشود.

هواپیماهای پروانه ای و جت فقط در ارتفاعات پایین جو می توانند پرواز کنند. برای دسترسی به ارتفاعات بالاتر، از وسایل نقلیه دیگری به نام موشک استفاده می شود.

موشک

اساس کار موشک نیز شبیه موتورهای جت است. با این تفاوت که موشک مجبور است، برای حرکت در خارج از جو، علاوه بر سوخت لازم، ماده ای را که برای احتراق لازم است، همراه ببرد. در موشکهای بزرگ، سوخت و ماده ای که برای سوختن بکار می رود غالباً به صورت مایع حمل می شوند. این دو مایع به کمک دستگاههای خودکار وارد اتاق احتراق می شوند و پس از سوختن از موشک خارج می شوند و موشک را به جلو می رانند.

محاسبه نشان می دهد که سرعت يك موشک در پایان دوره اشتعال بستگی دارد به نسبت جرم سوخت آن به جرم خود موشک. برای افزودن سرعت موشک دو راه وجود دارد: یکی بکار بردن موشک چند طبقه که



شکل ۲۷

ترکیبی است از چند موشك كه هريك كوچكتر از بعدی است و بالای آن قرار دارد (شكل ۲۸). پرواز موشك با آتش كردن موشك پيشران (موشك بزرگتر) آغاز می شود كه در هوا اوج می گیرد و به حداكثر سرعتی می رسد كه سوخت آن اجازه می دهد. این موشك در لحظه ای كه سوخت آن تمام می شود از دستگاه جدا می شود و سوخت موشك دوم آتش می گیرد. همین عمل با موشك سوم وغيره تكرر می شود تا سرانجام آخرين موشك (كوچكترین آنها)، بكار بیفتد. پس در ارتفاعات بالا كه مقاومت هوا فوق العاده ناچیز می شود و سرعتهای زیاد به دستگاهها آسیبی نمی رساند جرم كل موشك كم می شود و سرعت آن افزایش می یابد.



راه دیگر برای افزودن سرعت و بهبود عمل يك موشك استفاده از نیروی هسته ای برای پرتاب آن است. در يك موشك معمولی با سوخت شیمیایی، گازهایی كه از لوله آن خارج می شوند و فشار پرتاب موشك را فراهم می سازند، فراورده يك احتراقند كه بیشتر شامل گاز كربنك و بخار آب است. دانسته شده است كه به ازای مقدار معینی مواد دفع شده و به ازای يك دمای معین، يك گاز خروجی سبك، فشار پرتاب شدیدتری تولید می كند تا يك گاز سنگین. از آنجا كه گاز كربنك و بخار آب گازهای نسبتاً سنگین هستند، عمل موشك وقتی می تواند محسوساً بهبود یابد كه سبكترین گاز، یعنی گاز ئیدروژن، بتواند به عنوان ماده دفع شده بكار رود. ئیدروژن می تواند به حالت مایع در موشك حمل شود، ولی پیش از ورودش در لوله خروجی باید تا دمای 2000°C گرم شود،

و همینجاست كه نقش نیروی هسته ای مؤثر می افتد. در موشكهای آینده كه نیروی لازم را از هسته ای اتم بدست می آورند، ئیدروژن مایع از مخزن موشك به مجراهای يك راکتور هسته ای فرستاده می شود تا در آنجا به دمای مورد نظر برسد و سپس از لوله خروجی دفع شود.

تمرین

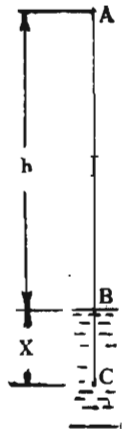
۱- از ارتفاع $73/5$ متر جسم كوچکی را با سرعت اولیه $9/8 \text{ m/s}$ رو به بالا در امتداد قائم پرتاب می كنیم، معین كنید: ۱- جسم پس از چه مدت به سطح زمین می رسد، و سرعت آن هنگام رسیدن به سطح زمین چقدر است؟ ۲- اگر در این لحظه به سطح آبی برسد و در آن فرو برود، پس از يك ثانیه در چه فاصله از سطح آب قرار می گیرد؟ جرم مخصوص جسم 3 g/cm^3 و جرم مخصوص آب 1 g/cm^3 و $g = 9/8 \text{ m/s}^2$ است.

$$1) t = 5 \text{ s} \quad 2) x = 42/4 \text{ m}$$

۲- گلوله كوچکی به جرم مخصوص 2 g/cm^3 از ارتفاع $4/9$ متر بدون سرعت اولیه در ظرفی پر از آب رها می شود. معین كنید: ۱- سرعت گلوله را در موقع رسیدن به سطح آب و مدت این حرکت را؛ ۲- معادله حرکت

گلوله در آب و سرعت گلوله را نیم ثانیه پس از ورود در آب (از تأثیر هوا و مقاومت آب صرف نظر شود، $g = 9/8 \text{ m/s}^2$).
 $1) v = 9/8 \text{ m/s}$ و $t = 1 \text{ s}$ ۲) $x = 2/45 t^2 + 9/8 t$
 $v = 12/25 \text{ m/s}$

۳- از ارتفاع $19/6$ متری در بالای طشتکی پر از جیوه گلوله ای به جرم مخصوص $6/8 \text{ g/cm}^3$ را بدون سرعت اولیه رها کرده ایم. ۱- در صورتی كه سقوط آزاد و شتاب ثقل $9/8 \text{ m/s}^2$ باشد، سرعت جسم را در موقع رسیدن به سطح جیوه بدست آورید. ۲- نوع حرکت گلوله را در جیوه تعیین كنید. ۳- اگر فرضاً طشتك عمیق می بود، گلوله تا چه عمق در جیوه فرو می رفت؟ جرم مخصوص جیوه $13/6 \text{ g/cm}^3$ است و از مقاومت جیوه صرف نظر می شود.



$$1) V = 19/6 \text{ m/s} \quad 2) \text{ متشابه تغییر كند شونده} \quad 3) x = 19/6 \text{ m}$$

۴- از نقطه A در بالای سطح آب گلوله ای به جرم مخصوص 2 g/cm^3

فصل چهارم

را بدون سرعت اولیه رها کردیم و پس از ۲ ثانیه گلوله به نقطه C از درون آب رسید. مسافت AC مساوی ۱۷/۱۵m است. در صورتی که شتاب ثقل 980 cm/s^2 باشد و از مقاومت آب و هوا صرف نظر شود، معین کنید در چه مدت گلوله مسافت BC را در آب پیموده است.

۵- جسمی به وزن 81 kgf از ارتفاع زیاد رها می شود. سرعت حد آن را حساب کنید، در صورتی که ضریب مقاومت K در دستگاه M.K.S. قدیمی 0.01 و سطح بزرگترین مقطع آن 1 m^2 باشد. 90 m/s

۶- اگر بدانیم که یک گلوله سربی کروی به قطر 1 cm و به جرم مخصوص $11/3 \text{ g/cm}^3$ سرعت حدی برابر 52 m/s در هوا دارد، سرعت حد سقوط یک دانه تگرگ کروی به قطر 5 mm را حساب کنید، در صورتی که جرم مخصوص یخ 0.917 g/cm^3 فرض شود. $10/5 \text{ m/s}$

۷- موتورسیکلت سواری که با موتور $112/5 \text{ kgf}$ وزن دارد از جاده شیب داری به شیب 0.06 پایین می رود. مقاومت هوا از رابطه $R = 0.03 V^2$ بدست می آید. (R بر حسب kgf و V بر حسب m/s). ۱- معین کنید سرعت حد موتورسیکلت سوار را در صورتی که موتور خاموش باشد. ۲- اگر موتور روشن باشد سرعت حد موتورسیکلت سوار به 21 m/s می رسد. معین کنید نیروی وارد از موتور را. ۱) 15 m/s ۲) $6/48 \text{ kgf}$

۸- خلبانی با چتر نجاتش 98 kgf وزن دارد. سطح بزرگترین مقطع چتر نجات 50 m^2 است، مقاومت هوا از رابطه $R = \frac{1}{10} S V^2$ در دستگاه M.K.S. قدیمی حساب می شود. معین کنید سرعت حد سقوط خلبان را.

تقریباً $6/26 \text{ m/s}$

۹- گلوله کوچکی به نخ آویزان است. هنگامی که سرعت باد مساوی 4 m/s باشد به اندازه 2° منحرف می شود. اگر سرعت باد به 8 m/s برسد، چه اندازه منحرف خواهد شد؟ 8°

۱۰- گلوله ای توخالی از آلومینیم به شعاع 10 cm و به جرم 89 گرم به نخ آویزان و در مسیر باد قرار گرفته است. هنگامی که سرعت باد 10 m/s باشد، به اندازه 45° منحرف می شود، معین کنید مقدار ضریب مقاومت K را در دستگاه C.G.S. ($g = 980 \text{ cm/s}^2$).

$$K = 277 \times 10^{-6}$$

حرکت دورانی متشابه

۲۹- تعریف - در این حرکت، متحرك دایره ای را با حرکت

یکنواخت می پیماید، یعنی قوسهای متساوی را در مدت های متساوی بر روی دایره طی می کند.

۳۰- سرعت زاویه ای - زاویه ای که متحرك در یک ثانیه

می پیماید سرعت زاویه ای آن متحرك نامیده می شود. این سرعت بر حسب رادیان بر ثانیه بیان می شود و معمولاً با حرف ω نشان داده می شود.

در این صورت $\omega = 2\pi N = \frac{2\pi}{T}$ خواهد بود که در آن N عدد دورهای است که متحرك در یک ثانیه می زند و T عبارت از مدت زمانی است که متحرك در آن مدت یک دور می زند.

۳۱- معادله حرکت - فرض کنیم که متحرك در مبدأ زمان، از

حال سکون، از نقطه A با سرعت زاویه ای ω حرکت آغاز کند. این متحرك پس از t ثانیه به نقطه M می رسد بطوری که $\widehat{AOM} = \alpha = \omega t$ (شکل ۲۹ - الف).

می بینیم که وضع متحرك در لحظه t به وسیله زاویه α که از رابطه $\alpha = \omega t$ (۱) بدست می آید، کاملاً مشخص می شود. ممکن است

فصل پنجم

را بدون سرعت اولیه رها کردیم و پس از ۲ ثانیه گلوله به نقطه C از درون آب رسید. مسافت AC مساوی ۱۷/۸۵m است. در صورتی که شتاب ثقل 980 cm/s^2 باشد و از مقاومت آب و هوا صرف نظر شود، معین کنید درجه انحراف گلوله مسافت BC را در آب پیموده است. $t=18$

۵- جسمی به وزن 8 kgf از ارتفاع زیاد رها می شود. سرعت حد آن را حساب کنید، در صورتی که ضریب مقاومت K در دستگاه M.K.S. قدیمی 0.01 و سطح بزرگترین مقطع آن 1 m^2 باشد. 90 m/s

۶- اگر بدانیم که یک گلوله سربی کروی به قطر 1 cm و به جرم مخصوص 11.3 g/cm^3 سرعت حدی برابر 52 m/s در هوا دارد، سرعت حد سقوط یک دانه تگرگ کروی به قطر 5 mm را حساب کنید، در صورتی که جرم مخصوص یخ 0.917 g/cm^3 فرض شود. 10.5 m/s

۷- موتورسیکلت سواری که با موتورش 112.5 kgf وزن دارد از جاده شیب داری به شیب 0.06 پایین می رود. مقاومت هوا از رابطه $R=0.03V^2$ بدست می آید. (R بر حسب kgf و V بر حسب m/s).
۱- معین کنید سرعت حد موتورسیکلت سوار را در صورتی که موتور خاموش باشد. ۲- اگر موتور روشن باشد سرعت حد موتورسیکلت سوار به 21 m/s می رسد. معین کنید نیروی وارد از موتور را. ۱) 15 m/s ۲) 6.48 kgf

۸- خلبانی با چتر نجاتش 98 kgf وزن دارد. سطح بزرگترین مقطع چتر نجات 50 m^2 است، مقاومت هوا از رابطه $R=\frac{1}{40}SV^2$ در دستگاه M.K.S. قدیمی حساب می شود. معین کنید سرعت حد سقوط خلبان را. تقریباً 6.26 m/s

۹- گلوله کوچکی به نخی آویزان است. هنگامی که سرعت باد مساوی 4 m/s باشد به اندازه 2° منحرف می شود. اگر سرعت باد به 8 m/s برسد، چه اندازه منحرف خواهد شد؟ 8°

۱۰- گلوله ای توخالی از آلومینیم به شعاع 10 cm و به جرم 89 گرم به نخی آویزان و در مسیر باد قرار گرفته است. هنگامی که سرعت باد 10 m/s باشد، به اندازه 45° منحرف می شود، معین کنید مقدار ضریب مقاومت K را در دستگاه C.G.S. ($g=980 \text{ cm/s}^2$)

$$K=277 \times 10^{-6}$$

حرکت منحنی الخط

در حرکت منحنی الخط، مسیر متحرك خطی است منحنی.

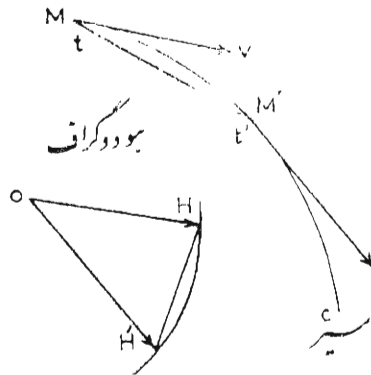
۵۵- سرعت - فرض می کنیم که معادله حرکت متحرك $s=f(t)$

باشد که در آن s طول قوسی است که متحرك می پیماید. اگر در لحظه t متحرك در نقطه M و در لحظه $t'=t+\Delta t$ در M' باشد (شکل ۵۲)،

سرعت متوسط متحرك که قوس MM' را در زمان $\Delta t=t'-t$ پیموده است، بر حسب تعریف، برابر است با:

$$v_{\text{متوسط}} = \frac{MM'}{t'-t}$$

این سرعت برابر است با سرعت متحركی که بطور یکنواخت وتر MM' را در همان مدت $t'-t$ پیماید. واضح است که این سرعت در امتداد وتر MM' است. حال اگر $t'-t=\Delta t$ بد سوی صفر میل کند، حد سرعت متوسط سرعت لحظه ای متحرك است. این



شکل ۵۲

سرعت در امتداد مماس بر مسیر است، زیرا حد قاطع MM' مماس

برمنحنی است. پس سرعت لحظه‌ای متحرك M برابر است با :

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (v_m) \Delta t$$

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\overline{MM'}}{\Delta t} \right) \Delta t$$

و چون درحد قوس با وتر مساوی است، می‌توان به جای $\overline{MM'}$ ، $\widehat{MM'}$ را قرار داد.

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\widehat{MM'}}{\Delta t} \right) \Delta t \quad \text{پس}$$

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta s}{\Delta t} \right) \Delta t$$

$$v = s' = f'(t) \quad \text{بنابراین}$$

یعنی : سرعت لحظه‌ای مشتق مسافت است نسبت به زمان و امتداد آن مماس برمسیر و سوی آن سوی حرکت است.

۵۶- شتاب در حرکت منحنی الخط - مقدمه - در حرکت

مستقیم الخط، بردار سرعت بر راستای مسیر قرار دارد و تغییرات سرعت فقط ناشی از تغییرات بزرگی آن است، چنانکه اگر این بزرگی ثابت بماند، سرعت نیز ثابت خواهد ماند. در حرکت منحنی الخط چون سرعت برمسیر مماس است، راستای آن دائماً تغییر می‌کند. می‌بینیم که در حرکت منحنی الخط بردار سرعت دائماً تغییر می‌کند، ولو آنکه بزرگی آن ثابت بماند. مثلاً اگر متحرکی روی یک دایره با حرکت متشابه (بزرگی سرعت ثابت) دوران کند، با آنکه بزرگی سرعتش ثابت است، چون راستای سرعتش دائماً درتغییر است، بردار سرعت آن ثابت نیست.

از این مقدمه این نتیجه بدست می‌آید که تعریف شتاب متوسط که در حرکت مستقیم الخط خارج قسمت نمو سرعت بد نمو زمان بود $(\gamma_m = \frac{v' - v}{t' - t})$ و شدت تغییرات سرعت را نشان می‌داد، نمی‌تواند به همین شکل عددی در حرکت منحنی الخط بکار رود، چه تغییرات بردار سرعت تنها ناشی از تغییرات مقدار عددی آن نیست. برای آنکه شدت تغییرات سرعت کاملاً مشخص شود، باید شتاب حرکت را به جای رابطه عددی بالا، با رابطه برداری زیر تعریف کرد (شکل ۵۲).

$$\vec{\gamma}_m = \frac{\vec{M V'} - \vec{M V}}{t' - t}$$

برای تعریف شتاب لحظه‌ای يك متحرك ابتدا به تعریف شتابنما (هودوگراف) می‌پردازیم :

۵۷- هودوگراف - از نقطه‌ای مانند O (شکل ۵۲)، در هر

لحظه برداری همسنگ با بردار سرعت لحظه‌ای نقطه متحرك رسم می‌کنیم (مثلاً $\vec{OH} = \vec{MV}$). ضمن تغییر محل M برمسیر MC ، نقطه H ، انتهای بردار همسنگ سرعت، نیز تغییر می‌کند و یک منحنی $\widehat{HH'}$ رسم می‌کند که هودوگراف یا شتابنما نامیده می‌شود. پس : **هودوگراف** مکان هندسی انتهای بردارهای همسنگ با بردارهای سرعت است که از مبدأ مشترکی رسم شده باشند.

۵۸- تعریف شتاب متوسط از روی هودوگراف- شتاب متوسط

متحرك M بین دو لحظه t و t' همسنگ با سرعت متوسط متحرك H (انتهای بردار همسنگ با بردار سرعت) روی منحنی هودوگراف و در همان فاصله زمانی $t' - t$ است، زیرا به موجب تعریف :

است . پس :

$$\gamma_n = \frac{v^2}{R} \text{ و } \gamma_t = \frac{dv}{dt}$$

ژرگیپ سرفهها

۶۱- مقدمه - حرکت نسبی است - حرکت یات جسم هنگامی

مشهود و محسوس است که فاصله‌اش از يك جسم دیگر در تغییر باشد . بسیار اتفاق می‌افتد که يك جسم مثلاً A نسبت به جسمی مانند B در حرکت ولی نسبت به جسم دیگر C بدون حرکت است . مثلاً شخصی که در اتاق يك قطار راه آهن نشسته است ، نسبت به اتاق ساکن ولی ، چون اتاق در حرکت است ، نسبت به زمین در حرکت است .

همچنین اجسام بر روی زمین ، نسبت به خود زمین ممکن است ساکن باشند ولی نسبت به فضا متحرکند، زیرا زمین خودش متحرک است . حرکاتی که اجسام دارند و نسبت به اجسام مجاور محسوس است حرکت حقیقی آنها نیست . مثلاً جسمی را در نظر بگیریم که بر روی زمین حرکت مستقیم‌الخط دارد . چون زمین دارای حرکت دورانی و انتقالی است و جسم را با خود می‌برد ، حرکت این جسم در فضا يك حرکت مستقیم‌الخط نیست .

از آنچه گفتیم چنین استنباط می‌شود که حرکت مطلق يك جسم متحرک هنگامی مفهوم دارد که فواصل را نسبت به يك جسم حقیقتاً ساکن بسنجیم . اینکه آیا چنین جسمی وجود دارد یا نه و آیا بدون

$$\vec{\gamma}_m = \frac{\vec{M}'\vec{V}' - \vec{M}\vec{V}}{t' - t}$$

و چون : $\vec{M}'\vec{V}' - \vec{M}\vec{V} = \vec{OH}' - \vec{OH} = \vec{HH}'$ است :

$$\vec{\gamma}_m = \frac{\vec{HH}'}{\Delta t}$$

که سرعت متوسط متحرك H بر روی منحنی هودوگراف است .

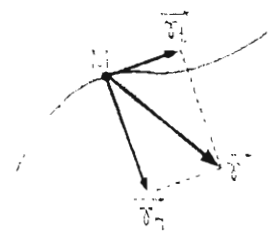
۵۹- تعریف شتاب لحظه‌ای - بنابر تعریف ، شتاب لحظه‌ای

حد شتاب متوسط است وقتی که Δt به سوی صفر میل کند . چون در حد، سرعت متوسط نیز به سوی سرعت لحظه‌ای میل می‌کند ، می‌توان گفت که: شتاب لحظه‌ای متحرك M برابر است با سرعت لحظه‌ای متحرك H بر روی هودوگراف .

$$\gamma(M) = V(H)$$

۶۰- شتاب مماسی و شتاب عمودی - برای بررسی يك حرکت

منحنی‌الخط ، شتاب $\vec{\gamma}$ را بر راستای سرعت (مماس بر مسیر) و عمود بر منحنی تصویر می‌کنند (شکل ۵۳) . تصویر شتاب را بر روی سرعت، شتاب مماسی می‌نامند و آن را با $\vec{\gamma}_t$ نشان می‌دهند و تصویر شتاب را بر روی عمود بر منحنی شتاب عمودی می‌نامند و با $\vec{\gamma}_n$ نشان می‌دهند . چنانکه از شکل پیداست : $\vec{\gamma} = \vec{\gamma}_t + \vec{\gamma}_n$. ثابت می‌شود که



شکل ۵۳

مقدار جبری γ_t برابر است با $\frac{dv}{dt}$ ، یعنی مشتق بزرگی سرعت است و

بزرگی γ_n برابر با $\frac{v^2}{R}$ است که در آن R شعاع انحناى منحنی در نقطه M

داشتن يك جسم ساكن مطلق ، تجسم هجورهای مقایسه ساكن ممتدور است یا نه ، از مباحثی است که در این مختصر نمی تواند مورد بحث قرار گیرد . فعلا قبول می کنیم که چنین دستگاهی موجود است و حرکت ، نسبت بد این دستگاه ساكن ، قابل تشخیص است .

حرکتهای نسبی و کشی و مطلق - مثالهای زیر مفهوم حرکتهای نسبی ، کشی و مطلق را نشان می دهند :

۱- هرگاه مورچه ای بر صفحه ای حرکت کند و صفحه نیز نسبت بد دستگاه دیگری که ساكن فرض می شود حرکت کند ، حرکت مورچه را نسبت بد صفحه ، حرکت نسبی و حرکت صفحه را نسبت بد دستگاه دیگر ، حرکت کشی و حرکت مورچه را نسبت بد دستگاه ساكن خارجی ، حرکت مطلق گوئیم .

۲- اگر مسافری در داخل قطار حرکت کند ، حرکت مسافر نسبت بدقطار ، حرکت نسبی ، حرکت قطار نسبت بدزمین حرکت کشی ، و حرکت مسافر نسبت بدزمین حرکت مطلق او نامیده می شود .

۳- برگ هنگام افتادن دارای حرکتی است نسبت بد هوا و اگر باد بوزد برگ را همراه می برد . در اینجا حرکت برگ را نسبت بد هوا حرکت نسبی و حرکت باد را حرکت کشی و حرکت برگ را نسبت بدزمین حرکت مطلق آن می نامند .

۴- قطره های باران يك حرکت نسبت بد هوا دارند و اگر باد بوزد همراه آن کشیده می شوند . پس حرکت باد حرکت کشی ، و حرکتی که برای قطره حاصل می شود حرکت مطلق آن است .

۶۲- ترکیب سرعتها - قضیه - هرگاه جسمی در آن واحد

چند حرکت با سرعتهای $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ داشته باشد ، سرعت کل آن برابر با مجموع هندسی سرعتهای $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ است :

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \dots$$

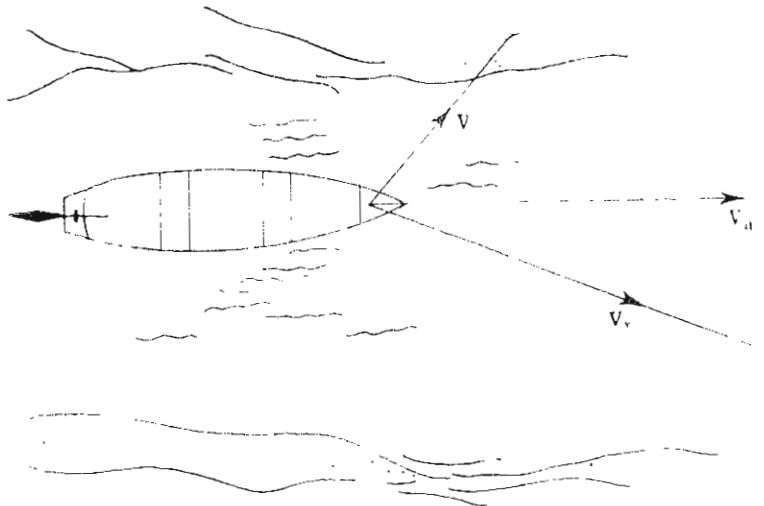
از این قضیه نتیجه می شود که سرعت مطلق يك جسم ($\vec{v}_a$) برابر است با مجموع هندسی سرعت نسبی ($\vec{v}_r$) و سرعت کشی آن ($\vec{v}_e$) .

$$\vec{v}_a = \vec{v}_r + \vec{v}_e$$

۶۳- تحقیق تجربی در باره ترکیب حرکات - مثال ۱ - اگر

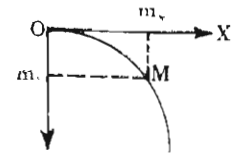
قایقی را با سرعت $\vec{v}_1$ از ساحل سمت راست و با سرعت $\vec{v}_2$ از ساحل سمت چپ بکشند ، آزمایش نشان می دهد که حرکت قایق در امتداد منحنی این دو بردار و سرعتش نیز منتهی دو بردار $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ است (شکل ۵۴) :

$$\vec{v}_a = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$$



شکل ۵۴

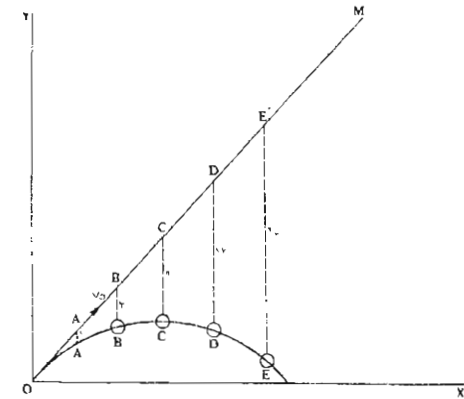
مثال ۲- اگر يك نقطه مادی را از نقطه O رها كنیم (شكل ۵۵)، در امتداد قائم با شتاب ثابت g حرکت می‌کند و مقدار سقوط از دستور $Om_1 = \frac{1}{2}gt^2$ بدست می‌آید. و اگر همین نقطه در امتداد خط افقی Ox ، مثلاً بربك سطح فلزی بدون اصطكاك، با سرعت v_0 پرتاب شود، مسافت پیموده شده با زمان متناسب است، و فاصله‌اش از O از دستور $Om_2 = v_0 t$ بدست می‌آید. حال اگر متحرك بتواند هر دو حرکت را انجام دهد، مثلاً اگر نقطه مادی را از نقطه O ، در امتداد افقی با سرعت v_0 در فضا پرتاب كنیم، مشاهده می‌شود که در لحظه t به نقطه M رسیده است (شكل ۵۵).



شكل ۵۵

مسافت $v_0 t$ و در امتداد قائم مسافت $\frac{1}{2}gt^2$ را پیموده است.

مثال ۳- اگر گلوله‌ای را در امتداد $\vec{OV_0}$ پرتاب كنیم (شكل ۵۶) می‌توان گفت که گلوله در آن واحد دو حرکت می‌کند: یکی حرکت مستقیم الخط یکنواخت در امتداد $\vec{OV_0}$ با سرعت v_0 ، و دیگری سقوط آزاد در



شكل ۵۶

می‌کنیم که در لحظه t به نقطه‌ای می‌رسد که از لحاظ حرکت اولی، بقدر $v_0 t$ در امتداد $\vec{OV_0}$ پیش رفته باشد، و از لحاظ سقوط آزاد در امتداد قائم بقدر $\frac{1}{2}gt^2$ پایین آمده باشد. مثلاً در شكل ۵۶ گلوله پس از دو ثانیه به نقطه‌ای (B) رسیده است که:

$$OB' = 2v_0 \text{ و } B'B = \frac{1}{2}g \times 4$$

حرکت دورانی مشابه

۶۴- تعریف- در این حرکت، متحرك دایره‌ای را با حرکت یکنواخت می‌پیماید، یعنی قوسهای متساوی را در مدت‌های متساوی بر روی دایره طی می‌کند.

۶۵- سرعت زاویه‌ای- زاویه‌ای که متحرك در يك ثانیه می‌پیماید سرعت زاویه‌ای آن متحرك نامیده می‌شود. این سرعت بر حسب رادیان بر ثانیه بیان می‌شود و معمولاً با حرف ω نشان داده می‌شود. در این صورت $\omega = 2\pi N = \frac{2\pi}{T}$ خواهد بود که در آن N عدد دورهایی است که متحرك در يك ثانیه می‌زند و T عبارت از مدت زمانی است که متحرك در آن مدت يك دور می‌زند.

۶۶- معادله حرکت- فرض کنیم که متحرك در مبدأ زمان، از حال سکون، از نقطه A با سرعت زاویه‌ای ω حرکت آغاز کند. این متحرك پس از t ثانیه به نقطه M می‌رسد بطوری که $\widehat{AOM} = \alpha = \omega t$ (شكل ۵۷).

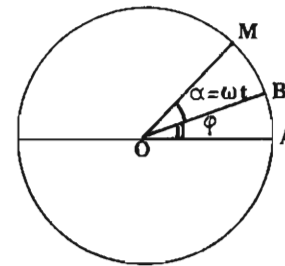
می‌بینیم که وضع متحرك در لحظه t به وسیله زاویه α که از رابطه $\alpha = \omega t$ (۱) بدست می‌آید، کاملاً مشخص می‌شود. ممکن است به جای زاویه α وضع متحرك را به وسیله قوس $s = \widehat{AM}$ مشخص کرد. در این صورت چنین خواهیم داشت:

$$(۲) \quad |\vec{s} = R\omega t|$$

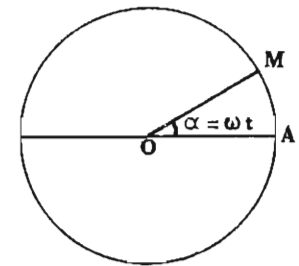
به جای زاویه α وضع متحرك را به وسیله قوس $s = \widehat{AM}$ مشخص کرد .
در این صورت چنین خواهیم داشت :

$$(۲) \quad s = R\omega t$$

که در آن R شعاع دایره مسیر است . رابطه‌های (۱) یا (۲) معادله حرکت متحرکند .



شکل ۲۹ - ب



شکل ۲۹ - الف

اگر متحرك در مبدأ زمان ، به جای آنکه از نقطه A حرکت آغاز کند ، از نقطه B (شکل ۲۹ - ب) شروع کند بطوری که زاویه $\widehat{BOA} = \varphi$ باشد ، پس از t ثانیه به نقطه M می‌رسد ، بطوری که $\widehat{AOM} = \omega t + \varphi$ و معادله حرکت چنین می‌شود :

$$s = R(\omega t + \varphi)$$

۳۲- سرعت خطی - مسافتی که متحرك در واحد زمان می‌پیماید سرعت خطی و مقدار آن برابر با قوسی است که زاویه مرکزی آن ω باشد . پس سرعت خطی از رابطه $v = R\omega$ بدست می‌آید .

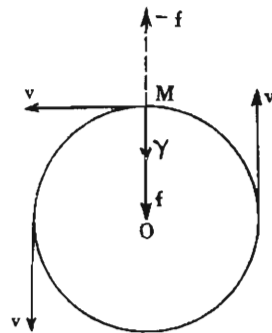
بنا بر این در حرکت دورانی متشابه ، سرعت خطی مساوی است با حاصل ضرب شعاع دایره دوران در سرعت زاویه‌ای متحرك .

این سرعت ، همان مشتق مسافت نسبت به زمان است : $v = s' = R\omega$
چون R و ω ثابتند ، سرعت در حرکت دورانی متشابه از حیث بزرگی ثابت است ولی چون در هر لحظه مماس با مسیر است ، دائماً راستای آن تغییر می‌کند (بردار سرعت تغییر می‌کند) .

پس گرچه بزرگی سرعت ثابت است ، شتاب حرکت دورانی متشابه صفر نیست .

۳۳- شتاب - حرکت دورانی متشابه ، برخلاف حرکت متشابه مستقیم الخط که شتاب آن صفر است ، دارای شتاب است ، زیرا در هر لحظه متحرك مایل است که مسیر خود را در امتداد مماس (سرعت) ترك کند . حال ، برای آنکه متحرك از روی مماس بر روی دایره کشیده شود و

همواره بر روی آن باقی بماند ، لازم است که نیرویی از مرکز دایره در امتداد شعاع بر آن وارد شود تا متحرك را همواره بر روی دایره بکشاند . این نیرو را نیروی جانب مرکزی می‌نامند و بنا بر اصل اساسی دینامیک شتابی تولید می‌کند که به نوبه خود ممتد است در جهت



شکل ۳۰

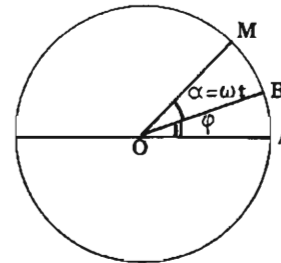
نیرو ، یعنی ممتد است به سوی مرکز دایره (شکل ۳۰) و مقدار آن از این رابطه بدست می‌آید :

$$f = \omega^2 R = \frac{v^2}{R}$$

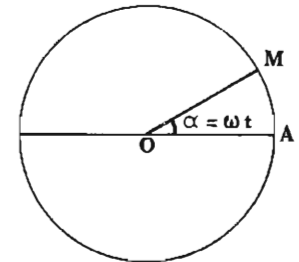
به جای زاویه α وضع متحرك را به وسیله قوس $s = \widehat{AM}$ مشخص کرد .
در این صورت چنین خواهیم داشت :

$$(۲) \quad s = R\omega t$$

که در آن شعاع R دایره مسیر است . رابطه‌های (۱) یا (۲) معادله حرکت متحركند .



شکل ۲۹ - ب



شکل ۲۹ - الف

اگر متحرك در مبدأ زمان ، به جای آنکه از نقطه A حرکت آغاز کند ، از نقطه B (شکل ۲۹ - ب) شروع کند بطوری که زاویه $\widehat{BOA} = \varphi$ باشد ، پس از t ثانیه به نقطه M می‌رسد ، بطوری که $\widehat{AOM} = \omega t + \varphi$ و معادله حرکت چنین می‌شود :

$$s = R(\omega t + \varphi)$$

۳۲- سرعت خطی - مسافتی که متحرك در واحد زمان می‌پیماید سرعت خطی و مقدار آن برابر با قوسی است که زاویه مرکزی آن ω باشد. پس سرعت خطی از رابطه $v = R\omega$ بدست می‌آید.

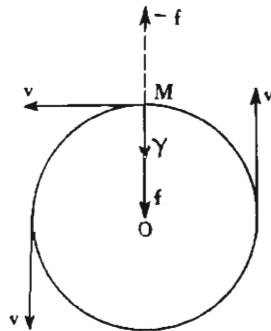
بنا بر این در حرکت دورانی متشابه ، سرعت خطی مساوی است با حاصل ضرب شعاع دایره دوران در سرعت زاویه‌ای متحرك .

این سرعت ، همان مشتق مسافت نسبت به زمان است : $v = s' = R\omega$ چون R و ω ثابتند ، سرعت در حرکت دورانی متشابه از حیث بزرگی ثابت است ولی چون در هر لحظه مماس با مسیر است ، دائماً راستای آن تغییر می‌کند (بردار سرعت تغییر می‌کند) .

پس گرچه بزرگی سرعت ثابت است ، شتاب حرکت دورانی متشابه صفر نیست .

۳۳- شتاب - حرکت دورانی متشابه ، برخلاف حرکت متشابه مستقیم‌الخط که شتاب آن صفر است ، دارای شتاب است ، زیرا در هر لحظه متحرك مایل است که مسیر خود را در امتداد مماس (سرعت) ترك کند . حال ، برای آنکه متحرك از روی مماس بر روی دایره کشیده شود و

همواره بر روی آن باقی بماند ، لازم است که نیرویی از مرکز دایره در امتداد شعاع بر آن وارد شود تا متحرك را همواره بر روی دایره بکشانند. این نیرو را نیروی جانب مرکز می‌نامند و بنا بر اصل اساسی دینامیک شتابی تولید می‌کند که به نوبه خود ممتد است در جهت



شکل ۳۰

نیرو ، یعنی ممتد است به سوی مرکز دایره (شکل ۳۰) و مقدار آن از این رابطه بدست می‌آید :

$$v = \omega' R = \frac{v'}{R}$$

۳۴ - نیرویی که ایجاد حرکت دورانی متشابه می کند -

مطابق اصل اساسی دینامیک این نیرو از رابطه $\vec{f} = m\vec{\gamma}$ بدست می آید .

$$f = m\omega^2 R = m \frac{v^2}{R}$$

پس :

این نیرو که در راستای شعاع دایره و سوی آن از M به O است . عکس - العمل این نیرو را نیروی گریز از مرکز نامند . بنا بر اصل تساوی عمل و عکس العمل :

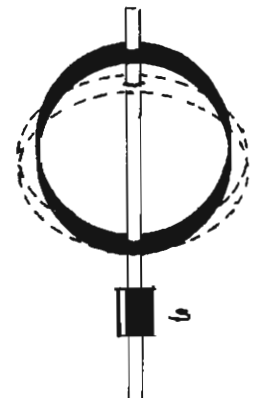
$$-m\omega^2 R = -m \frac{v^2}{R}$$

مثلاً اگر وزنه‌ای را به ریسمانی ببندیم و آن را با حرکت متشابه بچرخانیم ، دست ما به ریسمان و ریسمان به وزنه ، یک نیروی جانب مرکز وارد می کند (از وزن وزنه صرف نظر می شود) و وزنه نیز به ریسمان نیروی گریز از مرکز وارد می سازد .

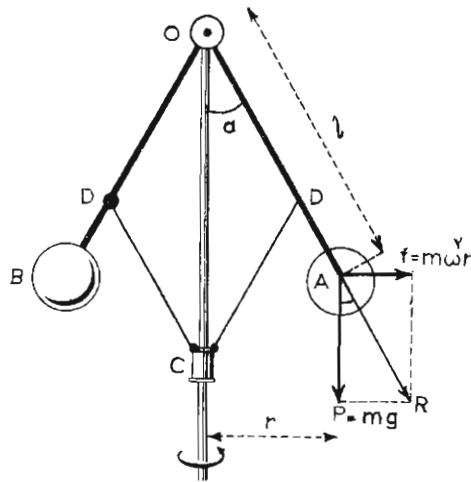
۳۵ - اثر و موارد استعمال حرکت دورانی و نیروی گریز از مرکز

الف - علت فرورفتگی زمین در قطبها و برآمدگی آن در استوا

نتیجه نیروی گریز از مرکز است . این موضوع را به وسیله آزمایش (شکل ۳۱) می توان نشان داد . بر اثر دوران سریع ، حلقه ارتجاع - پذیر دایره شکل ، به شکل بیضی در می آید . زمین نیز ، بر اثر حرکت دورانی ، در قطبها فرورفتگی پیدا کرده است ، زیرا نیروی گریز از مرکز نقاطی که در حوالی قطبها واقعند ، به علت کوچک بودن شعاع دوران ، کوچک



شکل ۳۱



شکل ۳۲

است . درحالی که نقاطی که در حوالی استوا واقعند تحت تأثیر نیروی گریز از مرکز بزرگی هستند و برآمدگی در آن حوالی پیدا می شود .
ب - دستگاه تنظیم وات - این دستگاه تشکیل شده است از دو گلوله وزین A و B که به وسیله مفصل O به انتهای ساقه قائم دستگاه متصلند (شکل ۳۲) .

حرکت دورانی چرخ طیار یک ماشین به وسیله تسمه‌ای به ساقه این دستگاه منتقل می شود و دو گلوله مزبور بدوران در می آیند .

در نتیجه گلوله‌ها تحت تأثیر نیروی قائم وزن ($P = mg$) و نیروی گریز از مرکز ($f = m\omega^2 r$) واقع می شوند و بازوهای وزنه‌ها در امتداد برآیند این دو نیرو قرار می گیرند . زاویه α که بازوها با ساقه قائم می سازند از مثلث قائم الزاویه APR بدست می آید :

$$\tan \alpha = \frac{m\omega^2 r}{mg} = \frac{\omega^2 r}{g}$$

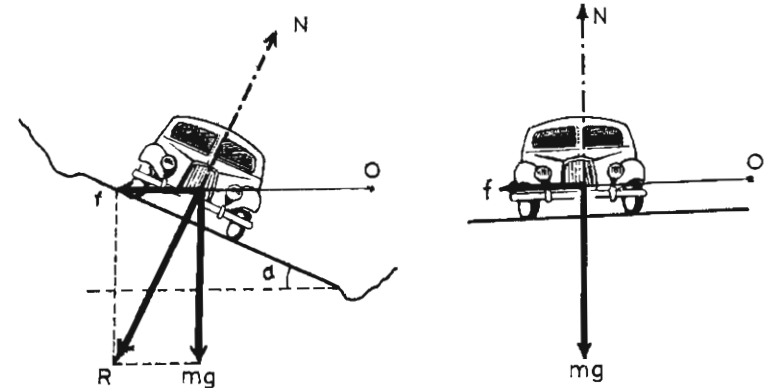
و چون $r = l \sin \alpha$ ،

$$\cos \alpha = \frac{g}{\omega^2 l} , \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{\omega^2 l}{g} , \tan \alpha = \frac{\omega^2 l \sin \alpha}{g}$$

چنانکه ملاحظه می شود ، چون مقدار g و l ثابت است ، هر قدر سرعت زاویه‌ای ω زیادتر شود ، $\cos \alpha$ کمتر و α بیشتر خواهد شد در نتیجه

گلوله‌ها بازر می‌شوند. اهرمهایی این گلوله‌ها را به دریچه‌های تقسیم بخار متصل می‌کنند، بطوری که هرچه گلوله‌ها بازر شوند این دریچه‌ها بیشتر بسته می‌شوند و بر اثر کم شدن ورود بخار در استوانه، سرعت ماشین کم می‌شود. بالعکس اگر ماشین کند شود، α کوچک شده وزنه‌ها جمع‌تر و دریچه‌ها بازر می‌شوند و به سبب ازدیاد ورود بخار، سرعت ماشین زیاد می‌شود.

ج- حرکت در پیچ جاده - در جاده افقی و در سر پیچ، اتوموبیل تحت تأثیر سه نیرو واقع می‌شود: یکی $\vec{mg}$ نیروی ثقل و دیگری $\vec{f}$ نیروی گریز از مرکز و بالاخره $\vec{N}$ نیروی عکس‌العمل جاده (نیروی $\vec{N}$ برآیند نیروهای عکس‌العمل جاده است که بر چرخهای اتوموبیل وارد می‌شود. این نیرو همیشه بر سطح جاده عمود است). برای اینکه اتوموبیل واژگون نشود باید برآیند این سه نیرو برابر صفر باشد. از شکل ۳۳-الف پیداست که اگر جاده افقی باشد برآیند این سه نیرو صفر نخواهد شد. اما اگر جاده، در عرض، کمی شیب داشته باشد در صورتی که برآیند



شکل ۳۳ - ب

شکل ۳۳ - الف

نیروهای $\vec{f}$ و $\vec{mg}$ در امتداد نیروی $\vec{N}$ واقع شود برآیند سه نیرو ممکن است صفر بشود و خطر واژگون شدن اتوموبیل از بین برود. اگر شیب عرضی جاده برابر α باشد:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{m \omega^2 r}{mg} = \frac{\omega^2 r}{g} = \frac{v^2}{rg}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v^2}{rg} \quad \text{یا:}$$

اگر v ، سرعت اتوموبیل، کم و r ، شعاع دوران، زیاد باشد، α قابل اغماض خواهد بود و برای همین است که راننده در پیچ، سرعت را کم کرده و سعی می‌کند که دایره بزرگی طی کند. اگر v زیاد شد، در جاده افقی يك دوچرخه سوار خود را به طرف داخل انحنای جاده خم می‌کند.

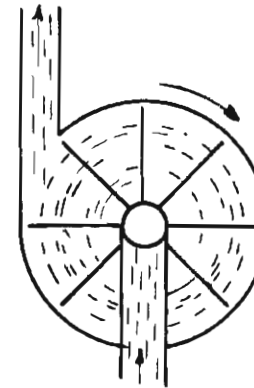
د- علت نریختن آتش از آتشگردان، یا نریختن آب از سطلی

که حرکت دورانی دارد، نیروی گریز از مرکز است که چون در سرعتهای زیاد از وزن آب بیشتر است، مانع افتادن تکه‌های زغال یا ریزش آب می‌شود.

ه- در صنعت و در آزمایشگاهها، نیروی گریز از مرکز موارد استعمال فراوان دارد، در آب میوه‌گیرها برای جدا کردن آب میوه از میوه، در کارخانه‌های قندسازی برای جدا کردن دانه‌های شکر از شیرۀ چغندر، در پزشکی برای جدا کردن سرم خون، در آزمایشگاهها برای جدا کردن مواد جامد معلق از يك محلول، و در کارگاههای رنگرزی و لباسشویی برای خشک کردن پشم و پارچه‌های تر، از نیروی گریز از مرکز استفاده می‌شود. برای این کار اجسام مزبور را در دستگاهی به نام **Centrifugeuse** (شکل ۳۴) می‌گذارند و با سرعت زیاد بدوران در می‌آورند. ذرات مایع از جدار مشبك دستگاه با فشار

زیاد به خارج پرتاب و آنچه در دستگاه است خشک می شود .

و - در تلمبه های دوار، بر اثر حرکت دورانی پره ها، آب تحت تأثیر نیروی گریز از مرکز به خارج پرتاب می شود و به ارتفاعات بالا می رود (شکل ۳۵) .



شکل ۳۵

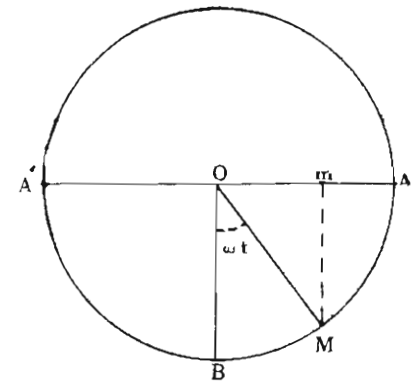


شکل ۳۴

حرکت نوسانی بر روی يك خط مستقیم

۳۶ - تعریف - هرگاه متحرك M ، با حرکت متشابه و با سرعت زاویه ای ω ، بر روی دایره ای حرکت کند، تصویر آن (m) بر روی

یکی از قطرهای دایره حرکتی خواهد داشت که آن را حرکت نوسانی می نامند (شکل ۳۶) .



شکل ۳۶

۳۷ - زمان تناوب یا پریود (T) - مدت زمانی که متحرك m در آن يك نوسان کامل انجام می دهد (مدت يك رفت و

يك برگشت (زمان تناوب نامیده می شود .

۳۸ - تواتر یا فرکانس (N) - تواتر عدد نوسانهایی است که متحرك m در يك ثانیه انجام می دهد .
واضح است که بین زمان تناوب و فرکانس این رابطه برقرار است:

$$N = \frac{1}{T}$$

۳۹ - دامنه نوسان - وضع متحرك m به وسیله فاصله اش $Om = x$ از مبدأ O مشخص می شود . x را بعد و بعد ماکزیمم را دامنه نوسان نامند ، $OA = a$.

۴۰ - معادله حرکت نوسانی - وضع متحرك m را در لحظه t می توان به وسیله زاویه $\widehat{BOM}$ مساوی ωt مشخص کرد (شکل ۳۶) .
بعد متحرك m در این لحظه از مثلث قائم الزاویه OmM بدست می آید:

$$Om = OM \sin \omega t$$

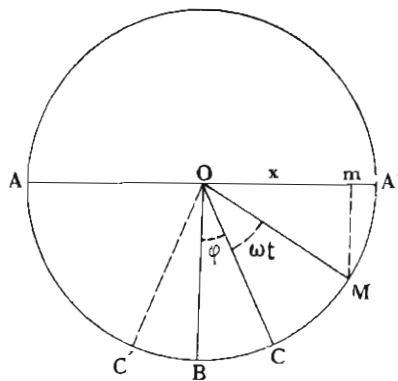
و چون :

$$Om = x \text{ و } OM = a$$

نتیجه می شود که :

$$(۱) \quad x = a \sin \omega t$$

رابطه (۱) معادله حرکت نوسانی است . آشکار است که رابطه (۱) در صورتی صادق است که مبدأ



شکل ۳۷

زمان را لحظه‌ای اختیار کنیم که متحرك M در B یا m در O باشد .
اگر متحرك M در مبدأ زمان ، به جای آنکه از نقطه B حرکت آغاز کند ، از نقطه C راه بیفتد بطوری که زاویه $\widehat{BOC} = \varphi$ باشد ،
 $\widehat{BOM} = \omega t + \varphi$ (شکل ۳۷) و معادله حرکت نوسانی نقطه m به صورت زیر در می آید :

$$(۲) \quad \boxed{x = a \sin(\omega t + \varphi)} \quad \text{یا} \quad Om = OM \sin(\omega t + \varphi)$$

رابطه (۲) معادله کلی حرکت نوسانی است. $\omega t + \varphi$ را فاز حرکت می نامند .

اگر $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ، یعنی در مبدأ زمان متحرك از نقطه A (وضع ماکزیم) ، شروع به حرکت کند ، معادله حرکت نوسانی چنین می شود :

$$\boxed{x = a \cos \omega t} \quad \text{یا} \quad \boxed{x = a \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})}$$

پس معادلات حرکت نوسانی توابع سینوسی از زمان است .

اکنون فرض کنیم که دو متحرك M_1 و M_2 ، یکی از نقطه B و دیگری از نقطه C ، هر دو در مبدأ زمان حرکت آغاز کنند (شکل ۳۷) . معادله حرکت نوسانی تصویرهای این دو متحرك بترتیب عبارت است از :

$$x_1 = a \sin \omega t \quad \text{و} \quad x_2 = a \sin(\omega t + \varphi)$$

بنا بر تعریف ، زاویه φ را اختلاف فاز این دو حرکت نوسانی می نامند . اگر $\varphi > 0$ باشد ، گوییم که متحرك دوم نسبت به متحرك اول

تقدیم فاز دارد (جلوتر است) و اگر $\varphi < 0$ باشد ، گوییم که تأخیر فاز دارد و اگر $\varphi = 0$ باشد ، گوییم که دو حرکت همفاز هستند .

۴۱- سرعت در حرکت نوسانی - سرعت مشتق مسافت نسبت به

$$(۳) \quad \boxed{v = \omega a \cos(\omega t + \varphi)} \quad \text{زمان است . پس :}$$

۴۲- شتاب در حرکت نوسانی - شتاب مشتق سرعت نسبت به

زمان است :

$$v = -a\omega \sin(\omega t + \varphi)$$

و چون $x = a \sin(\omega t + \varphi)$ است ، شتاب را می توان به صورت زیر نوشت :

$$(۴) \quad \boxed{v = -\omega^2 x}$$

۴۳- نیرو در حرکت نوسانی - نیرویی که سبب حرکت نوسانی

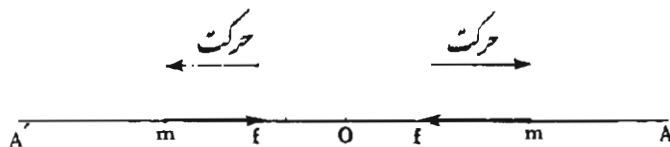
می شود از رابطه کلی دینامیک $\vec{f} = m\vec{v}$ بدست می آید .

$$\boxed{f = -m\omega^2 x}$$

چنانکه دیده می شود ، نیرو متناسب است با بعد متحرك ، و علامت

(-) نشان می دهد که نیرو در سویی اثر می کند که می خواهد متحرك

را دائماً به نقطه O که وسط میدان نوسان است (وضع تعادل) بکشاند (شکل ۳۸) .



شکل ۳۸

پس : در حرکت نوسانی ، نیرو متناسب است با بعد و سوی آن طوری است که می خواهد متحرك را به وضع تعادل خود بازگرداند .

بالعکس هر متحرکی که با نیرویی متناسب با بعد به طرف وضع تعادل خود کشیده شود ($f = -Ax$) حرکتی خواهد داشت نوسانی و مستقیم الخط به معادله : $x = a \sin(\omega t + \varphi)$ که سرعت زاویه ای آن ω

از رابطه $-m\omega^2 x = -Ax$ بدست می آید :

$$m\omega^2 = A \quad \text{یا} \quad \omega^2 = \frac{A}{m} \quad \text{پس} \quad \omega = \sqrt{\frac{A}{m}}$$

و چون : $\omega = \frac{2\pi}{T}$ است ، $\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{A}{m}}$ و زمان تناوب حرکت از رابطه

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{A}} \quad \text{بدست می آید .}$$

تمرین

۱- گلوله ای به جرم ۲۰۰ گرم به انتهای نخ به طول یک متر بسته شده و با سرعت ۱۸۰ دور در دقیقه دوران می کند . معین کنید : ۱- سرعت زاویه ای و سرعت خطی و شتاب متحرك را ، ۲- نیروی مرکزی وارد بر جسم را ، ۳- در موقع عبور متحرك از وضعیت افقی و در حالی که سرعت از پایین به بالاست نخ را رها می کنیم . معین کنید تا چه ارتفاع گلوله بالا می رود ، و سرعت آن وقتی که به زمین که ۱۰ متر پایین تر از مرکز دایره دوران است می رسد چقدر است ($g = ۱۰ \text{ m/s}^2$ و $\pi = ۳$ فرض شود) ؟

$$۱) \omega = ۱۸ \text{ بر ثانیه} \quad v = ۱۸ \text{ m/s} \quad \gamma = ۳۲۴ \text{ m/s}^2$$

$$۲) f = ۶۴/۸N \quad ۳) x = ۱۶/۲m \quad v \neq ۲۳ \text{ m/s}$$

۲- طول دسته آتشگردانی ۷۵cm است . معین کنید حداقل سرعت

زاویه ای و سرعت خطی که باید به آن داده شود تا آتش نریزد ($g = ۹۸۱ \text{ cm/s}^2$) .
رادیان بر ثانیه $\omega = ۳/۶$ و $v = ۲/۷ \text{ m/s}$

۳- اتوموبیلی به جرم ۱۶۰۰kg از جاده شیبی به شیب ۰/۰۳ از حال سکون راه می افتد و در امتداد جاده پایین می آید . موتور نیرویی برابر با ۱۲۰N وارد می کند . معین کنید :

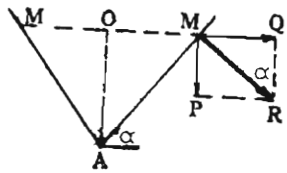
۱- بر آیند نیروهای وارد بر اتوموبیل را در امتداد جاده ، ۲- شتاب حرکت اتوموبیل را ، ۳- سرعت را پس از طی مسافت ۳۰۰m بر حسب متر بر ثانیه و کیلومتر در ساعت . ۴- در این موقع اتوموبیل به يك جاده افقی می رسد و دایره ای به شعاع ۲۰۰m طی می کند . معین کنید شیب عرضی سطح چه اندازه باشد تا از واژگون شدن مصون ماند (اگر زاویه كوچك باشد ، می توان سینوس و تانژانت و قوس را بر حسب رادیان برابر گرفت) .
 $g = ۱۰ \text{ m/s}^2$

$$۱) F = ۶۰۰N \quad ۲) \gamma = \frac{۳}{۸} \text{ m/s}^2 \quad ۳) v = ۱۵ \text{ m/s}$$

$$\sin \alpha = ۰/۱۱۲۵$$

۴- دوچرخه سواری که با دوچرخه اش ۹۰kg جرم دارد در زمینی به شکل قیف دور می زند . قطر دایره ای که طی می کند ۴۰ متر و سرعت دوچرخه سوار ۳۰km/h است (شکل زیر) معین کنید :

۱- حداکثر زاویه α را برای آنکه دوچرخه سوار واژگون نشود .
۲- فشار (R) وارد از دوچرخه سوار و دوچرخه اش را بر زمین ($g = ۱۰ \text{ m/s}^2$) .
از نیروی اصطكاك صرف نظر می شود .



$$۱) \alpha \neq ۱۹^\circ ۹' \quad ۲) R = ۹۵۲/۷N$$

۵- متحرکی به جرم ۲۰ گرم بر روی AA' دارای حرکتی نوسانی به پریود دو ثانیه است . دامنه نوسان متحرك ۵۰cm است . معین کنید :

۱- معادلات حرکت و شتاب و نیروی وارد بر جسم را در صورتی که در مبدأ زمان متحرك از O شروع به حرکت کند ؛ ۲- مقدار سرعت و شتاب و نیرو را پس از $\frac{1}{۶}$ ثانیه .

$$۱) \quad x = \Delta \sin \pi t \quad v = \Delta \pi \cos \pi t \quad \gamma = -\Delta \pi^2 \sin \pi t$$

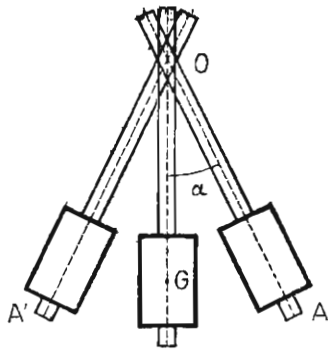
$$F = -1000 \pi^2 \sin \pi t$$

۶- جسمی به جرم ۵۴ گرم تحت تاثیر نیروی $F = -6x$ قرار گرفته است. مطلوب است: ۱- تعیین نوع حرکت؛ ۲- پریود حرکت؛ ۳- معادلات حرکت و سرعت و شتاب در صورتی که در مبدأ زمان متحرك در نصف بعد ماکزیم باشد.

آونگ (پاندول)

۴۴- تعریف - آونگ جسم وزینی است که می تواند حول محوری افقی که از مرکز ثقل آن نمی گذرد، حرکت کند، مانند آونگ ساعت و گلوله ای که به انتهای نخ آویزان یا چتری که از دسته به میخی آویخته شده است.

اگر آونگی را به اندازه زاویه α از وضع تعادلش دور و بدون سرعت اولیه رها کنیم، شروع به حرکت می کند و به وضع $A'O$ قرینه AO نسبت به وضع تعادل می رسد. سپس مجدداً به وضع قائم باز می گردد و از آنجا به وضع OA می رسد. بنابراین می توانیم بگوییم که حرکت آونگ يك حرکت نوسانی است؛ رفتن از A به A' و بازگشتن به A را يك نوسان کامل می نامند.



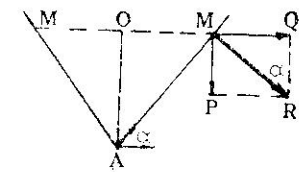
شکل ۳۹

زمان تناوب یا پریود (T) يك آونگ مدت زمانی است که آونگ در آن مدت يك نوسان کامل انجام می دهد.

تواتر یا فرکانس (N) عدد نوسانهای کاملی است که آونگ در

به شکل قیف دور می‌زند. قطر دایره‌ای که طی می‌کند ۴۰ متر و سرعت دوچرخه‌سوار 30 km/h است (شکل زیر) معین کنید:

- ۱ - حداکثر زاویه α را برای آنکه دوچرخه‌سوار واژگون نشود.
- ۲ - فشار (R) وارد از دوچرخه‌سوار و دوچرخه‌اش را بر زمین ($g = 10 \text{ m/s}^2$).
- از نیروی اصطکاک صرف نظر می‌شود.



۱) $\alpha = 19.9^\circ$ ۲) $R = 952.7 \text{ N}$

- ۵ - متحرکی به جرم ۲۰ گرم بر روی AA' دارای حرکتی نوسانی به پریود دو ثانیه است. دامنه نوسان متحرک 50 cm است. معین کنید:
- ۱ - معادلات حرکت و سرعت و شتاب و نیروی وارد بر جسم را در صورتی که در مبدأ زمان متحرک از O شروع به حرکت کند؛ ۲ - مقدار سرعت و شتاب و نیرو را پس از $\frac{1}{6}$ ثانیه.

۱) $x = 50 \sin \pi t$ و $v = 50\pi \cos \pi t$ و $\gamma = -50\pi^2 \sin \pi t$
 $F = -1000\pi^2 \sin \pi t$

- ۶ - جسمی به جرم ۵۴ گرم تحت تأثیر نیروی $F = -6x$ قرار گرفته است. مطلوب است: ۱ - تعیین نوع حرکت؛ ۲ - پریود حرکت؛ ۳ - معادلات حرکت و سرعت و شتاب در صورتی که در مبدأ زمان متحرک در نصف بعد ماکزیمم باشد.

- ۷ - گلوله‌ای به جرم ۱۰۰ گرم به انتهای میله بی‌وزنی متصل است (نظیر دستگاه تنظیم وات). دستگاه حول محور قائم دارای حرکت دورانی متشابهی است. در صورتی که میله با محور قائم زاویه 60° تشکیل دهد، معین کنید:

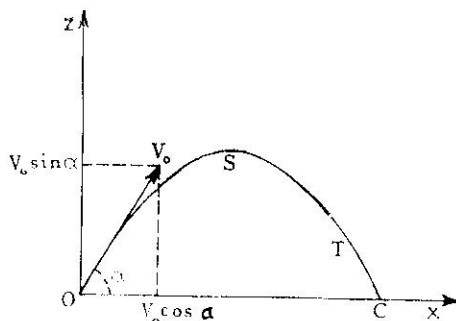
- ۱ - میله چند دور در دقیقه می‌زند؛ ۲ - نیروی کششی وارد بر میله را در صورتی که طول میله $l = 20 \text{ cm}$ و $g = 980 \text{ cm/s}^2$ باشد.

۱) $n = \frac{210\sqrt{2}}{\pi}$ ۲) $R = 0.2 \text{ kgf}$

حرکت پرتابی گلوله در خلا

۷۹ - مقدمه - چون مطالعه حرکت منحنی الخط بر روی خود منحنی مسیر در حالات کلی خالی از اشکال نیست، معمولاً برای مطالعه حرکت‌های منحنی الخط از روش تصویری استفاده می‌کنند. بدین ترتیب که اگر متحرک بزرگ صفحه حرکت کند، آن را بر روی دو محور و اگر در فضا حرکت کند، بر روی سه محور مختصات تصویر می‌کنند و معادله هر یک از این تصویرهای متحرک را بر حسب زمان بدست می‌آورند و از روی این معادلات و با استفاده از قضیه ترکیب حرکات، وضع متحرک اصلی را در فضا در هر لحظه مشخص می‌کنند. مثال زیر این روش را آشکار می‌سازد:

۸۰ - حرکت پرتابی در خلا - جسم M در خلا با سرعت اولیه



شکل ۶۹

قائم و رو به بالا اختیار کرده‌ایم (شکل ۶۹). اکنون فرمول $\vec{f} = m\vec{\gamma}$

۱۰۴. در این دو محور تصویر می‌کنیم. تصویر این فرمول روی هر يك از محورها، معادله حرکت تصویر متحرك M بر روی آن محور است. در این مسئله تنها نیرویی که بر جسم وارد می‌شود وزن آن است که در امتداد قائم است. بنابراین تصویرش بر روی محور افقی Ox صفر و در نتیجه تصویر متحرك M بر روی محور x ها دارای حرکتی است یکنواخت با سرعت اولیه $v_0 \cos \alpha$ (تصویر v_0 بر روی محور Ox). بنابراین معادله حرکت تصویر متحرك بر روی محور x ها $x = v_0 \cos \alpha \times t$ است (فرض می‌کنیم که متحرك در مبدأ زمان از مبدأ مکان O پرتاب شده است).

از طرف دیگر چون تصویر وزن $\vec{p}$ بر روی محور Oz برابر $-p$ است، شتاب متحرك در این امتداد $\gamma = -g$ خواهد بود و بنابراین معادله حرکت تصویر متحرك M بر روی محور z ها حرکتی است متشابه با تغییر کندشونده با سرعت اولیه $v_0 \sin \alpha$ (تصویر v_0 بر روی محور z ها). پس معادله حرکت این متحرك چنین است:

$$z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \alpha \times t$$

می‌بینیم که مختصات متحرك M در فضا به وسیله دو رابطه زیر کاملاً مشخص می‌شود:

$$(۱) \ x = v_0 t \cos \alpha \quad \text{و} \quad (۲) \ z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \sin \alpha$$

این روابط را معادلات پارامتری متحرك M می‌نامند.

تذکره ۱ - چنانکه در ترکیب حرکتها گفتیم، می‌توان حرکت متحرك M را ترکیبی از دو حرکت افقی و قائم فوق‌الذکر دانست.

تذکره ۲ - تصویر نیرو و سرعت اولیه بر روی محور افقی Oy ،

عمود بر Ox ، صفر است؛ پس تصویر حرکت جسم بر روی Oy همواره صفر است، یعنی جسم همواره در سطح xOz می‌ماند.

۸۱- معادله مسیر - برای تعیین معادله مسیر کافی است که پارامتر

t بین دو رابطه ۱ و ۲ حذف شود. برای این کار کافی است t را از رابطه (۱) بدست آوریم:

$$t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$$

و در رابطه (۲) بگذاریم:

$$(۳) \quad z = -\frac{1}{2}g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} + x \tan \alpha$$

چنانکه می‌بینید، رابطه (۳) معادله یک سهمی مانند T است (شکل ۶۹).

تیررس یا بُرد - جسم در نقطه‌ای مانند C به سطح افقی نقطه O می‌رسد. فاصله OC را بُرد یا تیررس نامند. برای تعیین بُرد کافی است که در معادله مسیر، z مساوی صفر اختیار شود.

$$-\frac{1}{2}g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} + x \tan \alpha = 0$$

بنابراین یا $x = 0$ (نقطه O)

$$\text{یا} \quad x = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

پس مختصات نقطه تیررس چنین است:

$$C \left(z = 0, \ x = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \right)$$

نقطه اوج - نقطه ماکزیمم سهمی را نقطه اوج نامند. برای

تعیین مختصات نقطه اوج کافی است که از رابطه (۳) مسیر، بر حسب متغیر x مشتق گرفته و آن را مساوی صفر قرار داد، یا می توان گفت که طول نقطه اوج نصف برد گلوله است. پس:

$$x = \frac{v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}$$

برای تعیین z نقطه اوج، این مقدار x را در رابطه (۳) می گذاریم.

نتیجه می شود:

$$z = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

پس مختصات نقطه اوج چنین است:

$$S \left(x = \frac{v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}, z = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \right)$$

تذکر - مختصات نقطه اوج را بدین طریق نیز می توان تعیین

کرد: تصویر حرکت روی محور Oz یک حرکت کندشونده است (معادله ۲). آشکار است که اوج S مربوط به لحظه ای است که در آن سرعت حرکت بر روی محور Oz صفر می شود (جسم به پایین بازمی گردد). پس کافی است که مشتق معادله (۲) را صفر اختیار کنیم:

$$z' = -gt + v_0 \sin \alpha = 0$$

پس $t = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$ و اگر این مقدار t را در معادله (۲) بگذاریم،

$$z_s = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

۸۲ - سرعت گلوله در يك لحظه - سرعت گلوله در يك لحظه

بر آیند دو سرعت افقی و قائم گلوله بر روی محورهای مختصات است.

$$v_z = -gt + v_0 \sin \alpha \text{ و } v_x = v_0 \cos \alpha$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_z^2} \text{ یا } v^2 = v_x^2 + v_z^2 \quad \text{بنابراین:}$$

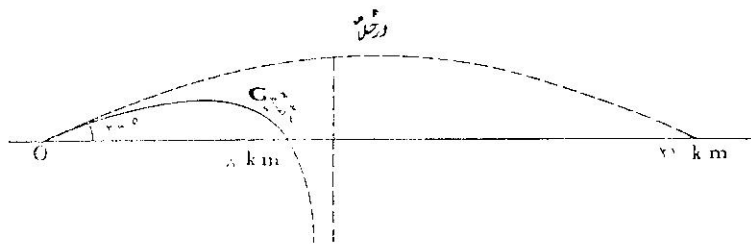
$$v = \sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha + (-gt + v_0 \sin \alpha)^2} \quad \text{یا}$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2 - 2gt v_0 \sin \alpha} \quad \text{یا}$$

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2g(-\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \sin \alpha)}$$

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2gz} \quad \text{پس}$$

تذکر - باید دانست که در حرکت فوق، که نموداش پرتاب گلوله تفنگ و توپ است، از مقاومت هوا صرف نظر شده و پرتاب گلوله را در خلا فرض کردیم، در حالی که در هوا مسیر حقیقی گلوله با مسیری که در فوق ذکر شد اختلاف محسوسی دارد و برد گلوله بد میزان قابل ملاحظه ای کمتر است و مسیر سهمی نیست (شکل ۷۰).



شکل ۷۰

۸۳ - حالت مخصوص - جسم در امتداد افق پرتاب می شود -

اگر جسم در امتداد افق ($\alpha = 0$) پرتاب شود (شکل ۷۱)، کافی است که α را در معادلات ۱ و ۲ و ۳ مساوی صفر اختیار کنیم و اگر سوی مثبت محور z ها از بالا به پایین اختیار شود، چنین خواهیم داشت:

$$(۳) z = -\frac{gx^2}{2v_0^2}, (۲) z = -\frac{1}{2}gt^2, (۱) x = v_0 t$$

را به دلالت (۳) معادله مسیر و یک سهمی است.

مؤلفه‌های سرعت

در یک لحظه عبارتند

از :

$$v_x = v_0 \quad \text{و} \quad v_z = gt$$

و بنا بر این مقدار

سرعت در لحظه t

برابر است با :

$$v = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2} \quad \text{یا} \quad v = \sqrt{v_0^2 + 2gz}$$

مسئله - تحت چه زاویه‌ای جسم M را با سرعت v_0 در خلاف پرتاب

کنیم تا به نقطه $M_1 (x_1, z_1)$ برخورد کند .

حل - باید مختصات مزبور در مسیر صدق کند ، بنابراین باید α را از

$$\text{معادله } z_1 = -\frac{gx_1^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} + x_1 \tan \alpha \quad \text{پیدا کرد . برای این کار معادله را بر حسب } \tan \alpha \text{ می نویسیم :}$$

$$z_1 = -\frac{gx_1^2}{2v_0^2} (1 + \tan^2 \alpha) + x_1 \tan \alpha$$

و بنا بر این :

$$\frac{gx_1^2}{2v_0^2} - \tan^2 \alpha - x_1 \tan \alpha + z_1 + \frac{gx_1^2}{2v_0^2} = 0$$

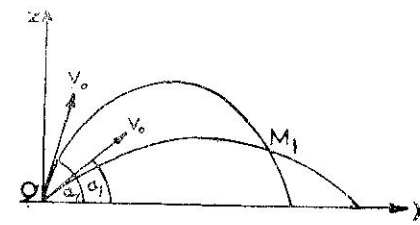
از این معادله معلوم می -

شود که اگر میب $\Delta > 0$ باشد

برای α دو جواب بدست می آید ،

یعنی هر نقطه را می توان با دو

زاویه هدف قرار داد (شکل ۷۲).



شکل ۷۲

اگر $\Delta = 0$ باشد مسئله یک جواب دارد . و اگر $\Delta < 0$ باشد مسئله جواب ندارد ، یعنی نقطه M_1 را با سرعت اولیه مزبور نمی توان هدف قرار داد.

تمرین

۱ - جسمی با سرعت 200 m/s با زاویه 30° پرتاب می شود .

برد و اوج متحرك و زمان رسیدن به افق را حساب کنید ($g = 10 \text{ m/s}^2$).

20 s و 0.5 km و 3.46 km

۲ - نقطه مادی M از مبدأ مختصات با سرعت اولیه v_0 تحت زاویه α

پرتاب می شود . ۱ - مختصات زمانی متحرك و معادله مسیر را بنویسید . ارتفاع

اوج و طول برد OC را معین کنید . این برد به ازای چه مقدار از α ماکزیمم

است ؟ ۲ - از نقطه A به مختصات زیر :

$$A \begin{cases} x = 0 \\ OA = y = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \end{cases}$$

نقطه مادی دیگری را در همان مبدأ زمان با سرعت افقی a پرتاب می کنیم .

مختصات زمانی این متحرك و طول برد OB متحرك را تعیین کنید . به ازای

چه مقداری از a طولهای OB و OC مساویند . ۳ - a را چنان تعیین کنید

که دو متحرك یکدیگر را تلاقی کنند ، و مختصات نقطه تلاقی و زمان برخورد

را حساب کنید .

۳ - بر روی سطح شیب داری به شیب $\sin \alpha = 0.6$ گلوله‌ای را از بالای

آن بدون سرعت اولیه رها می کنیم . اصطکاک برابر نصف نیروی عمودی وارد

از جسم بر سطح است . معین کنید : ۱ - شتاب حرکت و سرعت جسم را پس از

طی مسافت 100 m . ۲ - همان گلوله را در امتداد سطح شیب دار از پایین به

بالا پرتاب می کنیم . سرعت اولیه گلوله چقدر باشد تا پس از طی سطح شیب دار

که طول آن 100 m است ، سرعتش به 10 m/s برسد (اصطکاک همان مقدار

سابق است) ؟ ۳ - پس از طی مسافت 100 m ، گلوله از سطح شیب دار خارج

شده و در فضا حرکت پرتابی می کند . در چه نقطه‌ای به زمین می رسد ، و در

نقطه‌ای که به زمین می رسد ، سرعتش چه مقدار است ($g = 10 \text{ m/s}^2$) ؟

۴- گلوله‌ای به جرم ۱۰۰ گرم را به انتهای نخ به طول ۵۰cm می‌بندیم و آن را با سرعت ۱۸۰ دور در دقیقه می‌چرخانیم. ۱- معین کنید سرعت و شتاب و نیروی وارد از نخ را بر گلوله. ۲- هنگامی که نخ به حالت قائم در می‌آید و سرعت آن افقی است نخ پاره می‌شود. معین کنید درجه نقطه‌ای به زمین که ۱/۵m پایین‌تر از مرکز دایره قرار دارد می‌رسد و سرعتش در آن نقطه چه مقدار است؟

۵- گلوله‌ای را از نقطه O با زاویه 45° نسبت به افق و با سرعت اولیه v_0 در خلاف پرتاب می‌کنیم. این متحرک به نقطه‌ای مانند A واقع بر سطح افقی نقطه O می‌رسد: ۱- فاصله OA و مدت لازم t_1 برای رسیدن به این نقطه را حساب کنید. ۲- فرض می‌کنیم که $OA = \frac{v_0^2}{g}$ و نقطه B

بر محور قائم Oy به فاصله $OB = \frac{v_0^2}{g}$ و بالای نقطه O قرار گرفته باشد و بین دو نقطه B و A سطح بدون اصطکاک AB واقع باشد. از نقطه B متحرک وزینی را بدون سرعت اولیه روی خط AB رها می‌کنیم تا به نقطه A برسد. مطلوب است محاسبه زمان t_1 برای رسیدن این متحرک به نقطه A. دو زمان t_1 و t_2 را با هم مقایسه کنید.

۶- از نقطه O گلوله‌ای را با سرعت اولیه v_0 و با زاویه α در خلاف پرتاب می‌کنیم که پس از سیر در فضا در نقطه‌ای مانند A واقع بر سطح افقی O می‌رسد. مطلوب است: ۱- طول OA بر حسب v_0 . زاویه α را چنان تعیین کنید که OA ماکزیمم شود. ۲- گلوله را از بالای برجی به ارتفاع ۵۰m در امتداد افقی پرتاب می‌کنیم و می‌خواهیم که این گلوله به نقطه B واقع بر سطح افقی پای برج برسد. فاصله نقطه B از پای برج ۸۰۰m است. معین کنید سرعت اولیه گلوله را ($g = 10 \text{ m/s}^2$).

۷- گلوله A به جرم M می‌تواند بر روی سطح شیب‌داری که با سطح افقی زاویه α می‌سازد، حرکت کند. گلوله A به نخ متصل است که از روی قرقره O می‌گذرد و به سر دیگر نخ گلوله دیگری مانند B متصل است که جرم آن همان M است و می‌تواند در امتداد قائم حرکت کند. دستگاه از حال سکون بدون سرعت اولیه حرکت آغاز می‌کند و پس از مدت ۴ ثانیه، سرعت آن به 10 m/s می‌رسد. ۱- شتاب حرکت را معین کنید. ۲- زاویه α

را بدست آورید. ۳- پس از ۴ ثانیه نخ پاره می‌شود، معادلات حرکت و سرعت گلوله‌های A و B را بنویسید؛ و نیز مدت زمانی را که گلوله A مجدداً به جای اول خود می‌رسد و سرعت آن را در این هنگام بدست آورید. ۴- اگر در این موقع گلوله A سطح شیب‌دار را ترك کند، معادلات پارامتری حرکت و معادله مسیر آن را بنویسید. ۵- در صورتی که گلوله به فاصله $5\sqrt{3} \text{ m}$ از قائم محلی که رها شده است به زمین برخورد کند، معین کنید که گلوله از چه ارتفاعی از سطح زمین سطح شیب‌دار را ترك کرده است و با چه سرعت به زمین می‌رسد ($g = 10 \text{ m/s}^2$)؟

فصل پنجم

$$۱) \quad x = \Delta \sin \pi t \quad v = \Delta \pi \cos \pi t \quad \gamma = -\Delta \pi^2 \sin \pi t$$

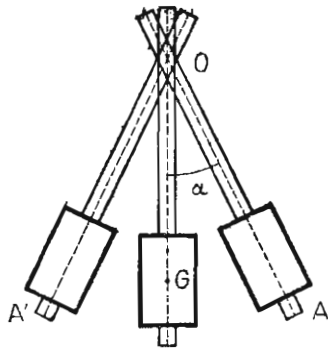
$$F = -1000 \pi^2 \sin \pi t$$

۶- جسمی به جرم ۵۴ گرم تحت تاثیر نیروی $F = -6x$ قرار گرفته است. مطلوب است: ۱- تعیین نوع حرکت؛ ۲- پریود حرکت؛ ۳- معادلات حرکت و سرعت و شتاب در صورتی که در مبدأ زمان متحرك در نصف بعد ماکزیم باشد.

آونگ (باندول)

۴۴- تعریف - آونگ جسم وزینی است که می تواند حول محوری افقی که از مرکز ثقل آن نمی گذرد، حرکت کند، مانند آونگ ساعت و گلوله ای که به انتهای نخ آویزان یا چتری که از دسته به میخی آویخته شده است.

اگر آونگی را به اندازه زاویه α از وضع تعادلش دور و بدون سرعت اولیه رها کنیم، شروع به حرکت می کند و به وضع $A'O$ قرینه AO نسبت به وضع تعادل می رسد. سپس مجدداً به وضع قائم باز می گردد و از آنجا به وضع OA می رسد. بنابراین می توانیم بگوییم که حرکت آونگ یک حرکت نوسانی است؛ رفتن از A به A' و بازگشتن به A را یک نوسان کامل می نامند.



شکل ۳۹

زمان تناوب یا پریود (T) یک آونگ مدت زمانی است که آونگ در آن مدت یک نوسان کامل انجام می دهد.

تواتر یا فرکانس (N) عدد نوسانهای کاملی است که آونگ در

يك ثانيه انجام می دهد. واضح است که $N = \frac{1}{T}$ در يك لحظه t ، آونگ با وضع تعادل خود زاویه ای می سازد که آن را **بعد** و مقدار ماکزیم بعد را **دامنه نوسان** (Amplitude) می نامند.

تذکر - بر اثر وجود مقاومت هوا و اصطکاکها، از وسعت دامنه نوسان آونگ بتدریج کاسته می شود و پس از مدتی آونگ می ایستد. این قبیل نوسانها را مستهلک شونده یا **میرا** می نامند.

۴۵ - آونگ ساده و آونگ مرکب - آونگ بردو قسم است:

ساده و مرکب.

آونگ ساده تشکیل شده است از **نقطه ای مادی** که به وسیله مفتولی **بدون وزن** به نقطه ثابتی آویخته شده و می تواند حول این نقطه در صفحه قائم نوسان کند. آشکار است که آونگ ساده نظری است و عملاً نمی تواند وجود داشته باشد، ولی برای آنکه بطور تقریبی يك آونگ ساده بسازند، گلوله وزین کوچکی را به نخ دراز و نازکی می آویزند. آونگهای حقیقی را آونگ مرکب می نامند.

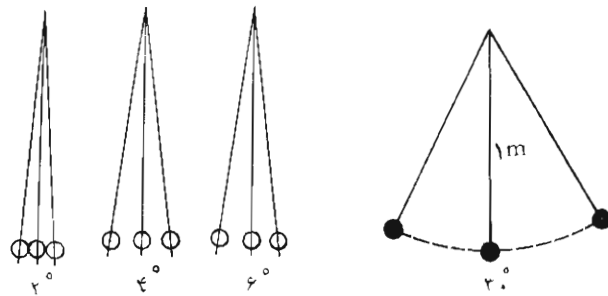
قوانین تجربی آونگ ساده

۴۶ - قوانین تجربی آونگ ساده به قرار زیر است:

قانون اول: قانون همزمانی نوسانهای کم دامنه - نوسانهای کم دامنه يك آونگ همزمانند.

آزمایش - چهار آونگ ساده مشابه به طول مثلاً يك متر اختیار می کنیم (شکل ۴۰). اولی را به اندازه 2° ، دومی را 4° ، سومی را 6° و چهارمی را 30° از وضع تعادل منحرف می کنیم تا بنوسان در آیند. مدت زمان ۳۰ نوسان سه آونگ اول را اندازه می گیریم. مشاهده

می کنیم که برای هر سه این مدت یکسان و مثلاً 60° ثانيه است، یعنی



شکل ۴۰

پریود هر سه یکسان و مساوی $T = 2$ ثانيه است. ولی آونگ چهارم که 30° منحرف شده است با آنها همزمان نیست و پریودش $2/03$ ثانيه است. از این آزمایش نتیجه می گیریم که برای نوسانهای کم دامنه (تا حدود 6°) زمان تناوب آونگ بستگی به دامنه نوسان α ندارد.

قانون دوم: قانون جرم و جنس آونگ - زمان تناوب يك آونگ ساده بستگی به جرم و جنس آن ندارد.

آزمایش - چهار آونگ که طول هر يك مساوی يك متر ولی گلوله های آنها مختلف الجنس و بترتیب از آهن و مس و سرب و چوب است اختیار می کنیم و آنها را به اندازه α از وضع تعادل دور می کنیم. مشاهده خواهیم کرد که زمانهای تناوب آنها با یکدیگر برابرند.

قانون سوم: قانون طولها - زمان تناوب يك آونگ ساده با جذر طول آن نسبت مستقیم دارد.

آزمایش - دو آونگ، یکی به طول $100cm$ و دیگری به طول $25cm$ ، اختیار می کنیم و زمان تناوب آنها را اندازه می گیریم. مشاهده می شود که مثلاً اگر پریود آونگ اول $T = 2s$ باشد، پریود آونگ دوم $T' = 1s$ است. از آزمایشهای مشابه دیگر نتیجه می شود که

که در ابتدا آونگ فقط تحت تأثیر شتاب ثقل g قرار گرفته بود در صورتی که در حالت دوم تحت تأثیر $g' = g + \gamma$ قرار می‌گیرد (γ شتابی است که نیروی جاذبه مغناطیس تولید کرده است).



شکل ۴۲

۴۷ - فرمول کلی آونگ - قوانین

تجربی فوق را می‌توان با فرمول $T = K \sqrt{\frac{l}{g}}$

بیان کرد. محاسبه نشان می‌دهد که $K = 2\pi$ و بنابراین زمان تناوب از فرمول زیر بدست می‌آید:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

آونگ مرکب

۴۸ - قوانین آونگ مرکب - چنانکه گفته شد آونگهای حقیقی

را آونگ مرکب می‌نامند.

آزمایش نشان می‌دهد که قانون همزمانی نوسانات کم‌دامنه و قانون

شتابها بدون هیچ تغییری در آونگ مرکب نیز صادق است.

قانون جرم و جنس - هرگاه چند آونگ مرکب همشکل را که

همگن (متجانس) ولی از مواد مختلفند چنان اختیار کنیم که فاصله نقطه تعلیق آنها از مرکز ثقلشان یکی باشد، آزمایش نشان می‌دهد که این آونگها همزمانند.

قانون طولها - چون قانون همزمانی نوسانات کم‌دامنه در باره

چون طول آونگ نه یا شانزده برابر شود، زمان تناوب آن ۳ یا ۴ برابر خواهد شد، و بطور کلی:

$$\frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{l}{l'}}$$

در شکل ۴۱ نسبت

پریودها به نسبت ۵،

می‌آید ۱۵ و ۹، ۸، ۷، ۶ است.

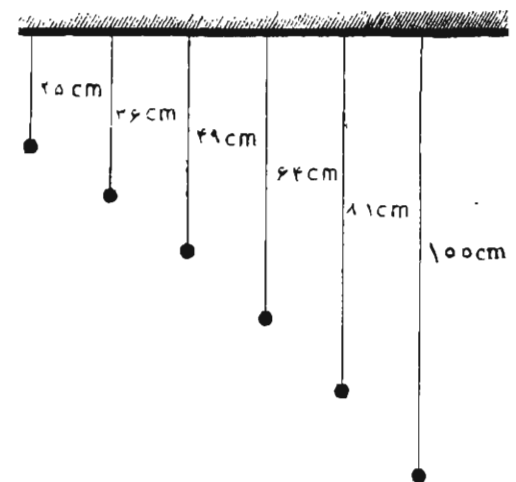
شکل ۴۱

قانون چهارم: قانون شتابها - زمان تناوب يك آونگ ساده با جذر شتاب ثقل نسبت معکوس دارد.

آزمایش نشان می‌دهد که هرگاه آونگی را از نقطه‌ای به نقطه‌ای دیگر منتقل کنیم، زمان تناوب آن تغییر می‌کند و با جذر شتاب ثقل نسبت معکوس دارد:

$$\frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{g'}{g}}$$

آزمایش - برای تحقیق قانون شتابها می‌توان از يك مغناطیس الکتریکی و يك آونگ آهنی استفاده کرد (شکل ۴۲). زیر يك آونگ آهنی، يك مغناطیس الکتریکی می‌گذاریم. قبل از عبور جریان، زمان تناوب آن را اندازه می‌گیریم. فرض می‌کنیم که $T = 2s$. هنگامی که جریان برق از مغناطیس بگذرانیم، بر اثر نیروی جاذبه وارد از مغناطیس بر آونگ، زمان تناوب آونگ کم می‌شود. علت این است



آونگ مرکب نیز صادق است، يك آونگ مرکب زمان تناوب معینی مانند T خواهد داشت و می توان آونگ ساده ای تصور کرد که زمان نوسان آن مساوی زمان نوسان این آونگ مرکب یعنی T باشد طول این آونگ ساده از رابطه $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ حساب می شود.

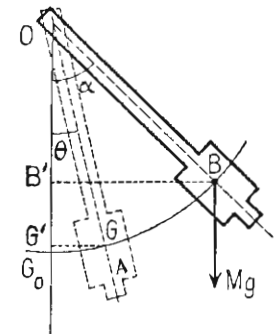
طول آونگ ساده همزمان با آونگ مرکب را، بنا بر تعریف، طول آونگ مرکب نامند.

آشکار است که در این صورت فرمول آونگ ساده برای آونگ

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad \text{مرکب نیز صادق است:}$$

۴۹- آونگ ساده همزمان با آونگ مرکب - اگر از نقطه

تعلیق O و روی خط OG (G مرکز ثقل) طولی برابر l طول آونگ ساده همزمان با آونگ مرکب، جدا کنیم، نقطه ای مانند A (شکل ۴۳) بدست می آید که دارای خواص زیر است:



شکل ۴۳

اولا - هرگاه تمام جرم آونگ

مرکب را در این نقطه متمرکز فرض کنیم، آونگ ساده ای بدست می آید که زمان نوسان آن برابر زمان نوسان آونگ مرکب است (به همین علت است که این فاصله به عنوان طول آونگ مرکب اختیار شده است).

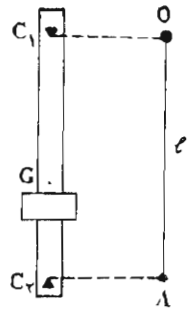
ثانیا - طول $OA = l$ همیشه از فاصله OG (فاصله نقطه تعلیق تا مرکز ثقل) بزرگتر است، بطوری که O و A در طرفین مرکز ثقل واقعند و فاصله شان از G متفاوت است.

ثالثا - اگر آونگ مرکب را حول محوری افقی که از A می گذرد بنوسان در آوریم، زمان تناوب آونگ برابر است با زمان تناوب آونگ حول O .

با استفاده از خاصیت اخیر می توان طول آونگ ساده همزمان با آونگ مرکب را از راه آزمایش تعیین کرد. برای این کار کافی است که بدوسیله آزمایشهای متعدد، دو محور موازی A و O چنان اختیار کرد که چون آونگ حول این دو محور نوسان کند زمانهای تناوب آن برابر باشند. در این صورت فاصله $OA = l$ طول آونگ ساده همزمان با

آونگ مرکب است، مشروط بر آنکه O و A نسبت به G قرینه نباشند.

آونگی که در دو نقطه O و A دارای دو کار C_1 و C_2 باشد و بتواند حول این دو کارد نوسان کند، آونگ دوطرفه نامیده می شود. در شکل ۴۴ آونگ دوطرفه و آونگ ساده همزمان با آن دیده می شود.



شکل ۴۴

قانون جاذبه عمومی

۵۰- از مشاهدات نجومی نیکو براهه (منجم دانمارکی) و کپلر (منجم آلمانی)، نیوتن قانون جاذبه عمومی را کشف کرد. مدت ها نیوتن بر آن بود که عاملی را که سبب حرکت دورانی ماه به دور زمین یا حرکت زمین به دور خورشید می شود، پیدا کند. پس از تجسسات زیاد بدین نتیجه رسید که بطور کلی، هر دو جسم مادی به جرمهای m و m' که به فاصله d از یکدیگر قرار گرفته اند، به نسبت مستقیم

حاصل ضرب دو جرم و به نسبت معکوس مجذور فاصله‌شان یکدیگر را جذب می‌کنند، بطوری که اگر نیروی جاذبه میان دو جسم f باشد می‌توان نوشت: $f = K \frac{m \cdot m'}{d^2}$ که در آن K ضریبی است ثابت. در این فرمول، اگر m و m' بر حسب کیلوگرم و f بر حسب نیوتن باشد، و d بر حسب متر باشد، $K = 6.67 \times 10^{-11}$ خواهد بود.

این قانون را **قانون جاذبه عمومی** می‌نامند. از این قانون نتیجه می‌شود که هر جرم مادی به وسیله زمین جذب می‌شود و نیروی جاذبه برابر است با نیرویی که بین جرم مزبور و جرم زمین، که تماماً در مرکز آن واقع شده باشد، ایجاد می‌شود (در صورتی که زمین کروی فرض شود)، زیرا نیروی جاذبه يك کره همگن بر روی يك نقطه مادی برابر است با نیروی جاذبه يك نقطه مادی که در مرکز کره قرار گرفته و جرم آن برابر جرم کره باشد. بنابراین نیروی جاذبه زمین بر نقطه‌ای به جرم m که بر روی زمین واقع است، از رابطه:

$$f = K \frac{mM}{R^2}$$

حساب می‌شود که در آن M جرم کره زمین است که در مرکزش متمرکز شده و R شعاع زمین است. این نقطه مادی نیز کره زمین را با نیرویی مساوی و مختلف‌العلامه با نیروی جاذبه زمین جذب می‌کند.

۵۱- جرم کره زمین - می‌دانیم که نیرویی که کره زمین بر جرم يك کیلوگرم وارد می‌کند برابر است با $9/8$ نیوتن، و از طرف دیگر شعاع کره زمین برابر است با 6380 km یا $6380 \times 10^3 \text{ m}$ ، و چون $K = 6.67 \times 10^{-11}$ ، به موجب فرمول جاذبه عمومی:

$$9/8 = 6.67 \times 10^{-11} \times \frac{1 \times M}{(6380 \times 10^3)^2}$$

$$M = 598 \times 10^{22} \text{ kg}$$

یا حجم زمین

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = 109 \times 10^{19} \text{ m}^3$$

می‌باشد، متوسط جرم مخصوص زمین چنین است:

$$d = \frac{M}{V} = \frac{598 \times 10^{22}}{109 \times 10^{19}} = 5.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 \\ = 5.5 \text{ g/cm}^3$$

موارد استعمال آونگ مرکب در اندازه گیری g

۵۲- میدان ثقل - هر جرم مادی m از طرف کره زمین تحت تأثیر نیرویی برابر با p واقع می‌شود که آن را وزن جسم می‌نامند، بطوری که $p = mg$.

پس می‌توان گفت که در اطراف زمین میدان نیرویی موجود است که بر روی اجرام مادی اثر می‌کند. این میدان نیرو را **میدان ثقل** می‌نامند.

شدت میدان ثقل در يك نقطه بر حسب تعریف عبارت از نیرویی است که بر واحد جرم (يك کیلوگرم)، که در آن نقطه قرار گرفته وارد می‌شود. این نیرو به موجب رابطه بالا برابر است با:

نیوتن $p = 1 \times g = g$ (در دستگاه M.K.S. علمی)

پس عدد g دو کمیت را بیان می‌کند: یکی شدت میدان ثقل بر حسب نیوتن بر کیلوگرم، و دیگری شتاب ثقل بر حسب متر بر ثانیه ثانیه، و در یک نقطه معین این دو کمیت با یک عدد بیان می‌شوند.

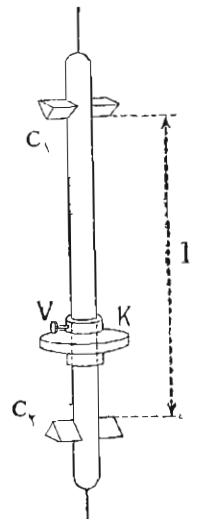
۵۳ - اساس اندازه‌گیری g - چنانکه می‌دانیم، مقدار g را می‌توان با استفاده از قوانین سقوط آزاد اندازه گرفت، ولی این روش چندان دقیق نیست و برای تعیین مقدار g بطور دقیق از آونگ مرکب استفاده می‌شود. از فرمول $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ نتیجه می‌شود:

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{l}{g} \quad \text{یا} \quad g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

بنابراین برای اندازه‌گیری g کافی است که طول l آونگ ساده همزمان با یک آونگ مرکب و زمان تناوب (T) آن را اندازه گرفت.

برای اندازه‌گیری l ، از تعریف طول آونگ ساده همزمان با یک آونگ مرکب (صفحه ۷۶) استفاده می‌کنیم. بنا بر این می‌توان یک آونگ دوطرفه را بکار برد ولی در عمل از آونگ کاتر ($Kater$) استفاده می‌شود (شکل ۴۵).

آونگ کاتر تشکیل شده است از میله‌ای فلزی که در آن دو کارد C_1 و C_2 به فاصله تقریبی یک متر از یکدیگر قرار دارند و وزنه K می‌تواند در طول میله بلغزد. از راه آزمایش، وزنه K را در محل مناسبی چنان قرار



شکل ۴۵

می‌دهیم که زمانهای تناوب آونگ حول C_1 و C_2 برابر شوند. در این صورت آونگ مزبور برای طول C_1C_2 دوطرفه شده است و کافی است که C_1C_2 را دقیقاً اندازه بگیریم و به جای l در فرمول بالا بگذاریم. سپس برای تعیین دوره تناوب آن چنین عمل می‌کنیم:

برای اندازه‌گیری T ، اکنون که آونگ دوطرفه شده، کافی است که پرورد آونگ را که در حدود دو ثانیه است بدقت اندازه بگیریم. می‌توان مدت N نوسان کامل این آونگ (t) را به وسیله کروموتری اندازه گرفت و از رابطه $T = \frac{t}{N}$ زمان یک نوسان را بدست آورد. در این روش ساده هر قدر عدده نوسانهایی که در نظر می‌گیریم بیشتر باشد اندازه‌گیری زمان تناوب T دقیق تر خواهد بود، زیرا همیشه در حدود $\frac{1}{5}$ ثانیه در اندازه‌گیری زمان برای بکار انداختن کروموتر در ابتدا و انتهای عمل خطا روی می‌دهد. برای اندازه‌گیری دقیق T از روش انطباق استفاده می‌شود.

روش انطباق - در این روش آونگ دوطرفه را در مقابل آونگی نجومی (شکل ۴۶) که کاملاً ثانیه را می‌زند ($T_0 = 2s$) بنوسان در می‌آوریم. در آغاز، لحظه t_0 را که دو آونگ با یکدیگر و در یک سو از وضعیت قائم می‌گذرند از روی ساعت نجومی یادداشت

۱- باید دانست که در ابتدای آزمایش آونگ کاتر، نوسانات آونگ حول C_1 و C_2 همزمان نیستند و با تغییر محل وزنه، آونگ را به آونگ دوطرفه تبدیل می‌کنیم بطوریکه زمانهای تناوب حول C_1 و C_2 یکسان شود و در نتیجه بتوان فاصله C_1C_2 را چون طول آونگ مرکب اختیار کرد.

می‌کنیم. اگر فرض کنیم که زمان تناوب T آونگ دوطرفه کوچکتر

از T_0 باشد، آونگ دوطرفه از

آونگ نجومی جلومی‌افتد و مجدداً

در لحظه t_1 ، پس از آنکه یک

نوسان کامل بیش از آونگ نجومی

انجام داد، با آن منطبق می‌شود و

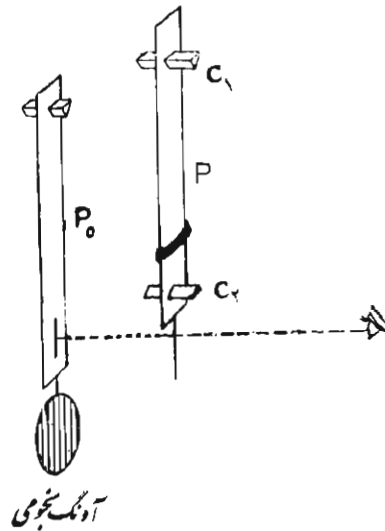
بایکدیگر برای بار دوم از وضعیت

قائم در یک سو می‌گذرد. این لحظه

t_1 را نیز از روی ساعت نجومی

یادداشت می‌کنیم. از این رو می-

توان زمان بین دو انطباق متوالی دو



شکل ۴۶

آونگ را از رابطه $t = t_1 - t_0$ بدست آورد. در این مدت آونگ نجومی که

زمان تناوب آن $\frac{1}{2}$ ثانیه است، $N_0 = \frac{t}{\frac{1}{2}}$ نوسان انجام داده است و در همین مدت

آونگ دوطرفه یک نوسان بیشتر، یعنی $N = N_0 + 1$ یا $N = \frac{t}{\frac{1}{2}} + 1$

نوسان انجام داده است. پس زمان تناوب آن از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$T = \frac{t}{N} = \frac{t}{\frac{t}{\frac{1}{2}} + 1} \quad \text{یا} \quad T = \frac{\frac{1}{2}t}{t + \frac{1}{2}}$$

از رابطه بالا می‌توان زمان تناوب آونگ دوطرفه را با اندازه‌گیری

t ، زمان بین دو انطباق متوالی، بدست آورد. مشاهده می‌شود که در

این روش نیازی به شمردن نوسانها نیست و یگانه خطایی که ممکن است

روی دهد، در تعیین لحظه انطباق است که می‌توان آن را تا $\frac{1}{1000000}$ ثانیه

کاهش داد. اگر آونگ دوطرفه کندتر از آونگ نجومی نوسان کند

($T > \frac{1}{2}$)، آونگ دوطرفه یک نوسان کمتر انجام می‌دهد و دوره تناوب

از این رابطه بدست می‌آید:

$$T = \frac{\frac{1}{2}t}{t - \frac{1}{2}}$$

تذکره - برای دقت بیشتر، می‌توان به جای دو انطباق متوالی، مدت

زمان t' ، بین اولین و $(K+1)$ مین انطباق را، در نظر گرفت و زمان

تناوب در این صورت از رابطه زیر بدست می‌آید و خطای نسبی کمتر است:

$$T = \frac{\frac{1}{2}t'}{t' \pm K}$$

نتیجه - از اندازه‌گیری g با روش بالا، g در پاریس برابر

با $g = 980.973 \text{ cm/s}^2$ بدست آمده است و از طرف دیگر از اندازه-

گیری g در نقاط مختلف زمین معلوم شده است که g در نقاط مختلف

زمین یکسان نیست و بر حسب عرض جغرافیایی و ارتفاع، تغییر می‌کند.

شتاب ثقل در قطب ماکزیمم و مساوی با 983 cm/s^2 و در استوا

مینیمم و مساوی با 978 cm/s^2 است. از اندازه‌گیری g در اکتشاف

معادن نیز استفاده می‌شود.

۵- در مکانی که شتاب ثقل 980 cm/s^2 است، آونگی به طول l ، درست ثانیه را می‌زند. ۱- معین کنید طول آونگ را. ۲- اگر آن را به اندازه 0.685 cm کوتاه کنیم، در ۲۴ ساعت چقدر جلو یا عقب می‌افتد؟ تقریباً ۵ دقیقه ۲) 0.994 m ۱)

۶- يك آونگ ساده از گلوله‌ای به جرم 30 گرم تشکیل شده و زمان تناوب آن ۴ ثانیه است. ۱- معین کنید طول آونگ را. ۲- نیروی در امتداد قائم علاوه بر نیروی ثقل بر آونگ وارد می‌کنیم، زمان تناوب آن نصف می‌شود. معین کنید سو و مقدار این نیرو را ($g = 981 \text{ cm/s}^2$).
۱) $l \neq 4 \text{ m}$ ۲) $F = 90 \text{ gf}$

۷- آونگی از مس به جرم مخصوص 8.8 g/cm^3 در خلأ ثانیه را می‌زند. معین کنید زمان تناوب این آونگ را در هوا در صورتی که جرم مخصوص هوا 1.2 گرم بر لیتر باشد.
 $T = 2.00014 \text{ s}$

تمرین

۱- يك آونگ ساده از گلوله‌ای به جرم 10 گرم گرم تشکیل شده که به وسیله نخ به طول 50 cm آویزان است. ۱- معین کنید پریود نوسان این آونگ را. ۲- اگر بر این گلوله نیروی قائم از بالا به پایین و برابر 4905 دین وارد آید، زمان تناوب جدید چقدر می‌شود ($g = 981 \text{ cm/s}^2$)؟

$$1) T_1 = 1.428 \quad 2) T_2 = 1.148$$

۲- آونگ A يك نوسان ساده در يك ثانیه انجام می‌دهد. این آونگ را با آونگ B مقایسه می‌کنیم که کمی کندتر می‌رود و طول آونگ ساده همزمان با آن يك متر است. مدت زمان بین دو انطباق متوالی این دو آونگ ۹ دقیقه و ۲۵ ثانیه است. معین کنید زمان تناوب آونگ B و شتاب ثقل را در آن نقطه.

$$g = 981 \text{ cm/s}^2 \text{ و } 2.0078$$

۳- آونگی به طول 1 m در جایی که شتاب ثقل مساوی g است، ثانیه را می‌زند. ۱- معین کنید مقدار g را در این نقطه. ۲- چه اندازه طول آونگ را باید تغییر داد تا زمان تناوب آونگ $1/8$ ثانیه شود؟ ۳- چه نیروی اضافی و درجه سو باید به آونگی به طول يك متر (در امتداد قائم) وارد ساخت تا زمان تناوب آن نصف شود، در صورتی که جرم آونگ 20 گرم باشد.

$$1) g = 9.8596 \text{ m/s}^2 \quad 2) 19 \text{ cm} \quad 3) 60 \text{ gf}$$

۴- آونگی از آهن به جرم 20 گرم در مقابل آونگی از مس نوسان می‌کند. زمان تناوب هریک از دو آونگ ۲۸ است. در زیر آونگ آهنی، الکتروامانی قرار می‌دهیم و در نتیجه نیروی برابر با 100 دین در امتداد قائم و از بالا به پایین بر آونگ آهنی وارد می‌شود. ۱- معین کنید زمان تناوب جدید آونگ آهنی را. ۲- پس از چه مدت یکی از دو آونگ به اندازه يك نوسان کامل از دیگری جلو خواهد افتاد ($g = 980 \text{ cm/s}^2$)؟

$$1) T' = 1.99498 \quad 2) t \neq 7848$$

تشکیل می‌شود از واحدهایی اصلی که باختر انتخاب می‌شوند و واحدهایی دیگر به نام واحدهای فرعی که توسط روابط فیزیکی یا هندسی به واحدهای اصلی مربوطند. مثلاً اگر در دستگاه واحدها، طول و زمان را کمیتهای اصلی اختیار کنیم، واحد سطح يك واحد فرعی خواهد بود، چه مثلاً سطح مربعی به ضلع l متناسب است بامجدور l و با فرمول $s = Kl^2$ بیان می‌شود. همچنین واحد سرعت نیز يك واحد فرعی است، زیرا سرعت يك متحرك تناسب مستقیم بامسافت پیموده شده و تناسب معکوس با مدت زمانی دارد که این مسافت در آن مدت پیموده شده است. پس سرعت با فرمول $v = K \frac{l}{t}$ بیان می‌شود که در آن K ضریب تناسب است. ضریبهای تناسب بستگی به تعریف واحدهای فرعی دارند و برای ساده کردن فرمولها بهتر است که واحدهای فرعی چنان اختیار شوند که ضریبهای تناسب مساوی يك شوند. مثلاً اگر واحد سرعت را سرعت متحرکی اختیار کنیم که، در يك حرکت یکنواخت، واحد طول را در واحد زمان پیماید، خواهیم داشت: $1 = K \frac{(واحد طول)}{(واحد زمان)}$ یا $1 = K$ (واحد سرعت) پس $1 = K$ یا $K = 1$ و با این واحد فرعی سرعت، فرمول سرعت به شکل ساده $v = \frac{l}{t}$ در می‌آید. همینطور اگر واحد سطح را سطح مربعی اختیار کنیم که ضلع آن واحد طول باشد، فرمول سطح يك مربع به شکل ساده $s = l^2$ در خواهد آمد.

۵۵ - معادله ابعادی (Dimension) - معادله ابعادی يك کمیته

رابطه‌ای است بین کمیتهای اصلی و آن کمیته. آشکار است که این رابطه

دستگاه واحدها

منظور از اندازه گرفتن يك کمیته مقایسه آن کمیته است با کمیته که واحد اختیار شده است.

برای اندازه گیری يك کمیته باید واحدی از همان جنس انتخاب شود. مثلاً برای اندازه گیری طول l ، عملاً طول معینی را واحد طول اختیار می‌کنند (مثلاً متر) و تعیین می‌کنند که این واحد چندبار در طول l می‌گنجد. عددی که از این مقایسه نتیجه می‌شود اندازه طول l است. اگر نتیجه سنجش عدد صحیحی نباشد، باقیمانده کمیته را با اجزای واحد اندازه می‌گیرند. این روش مستقیم، برای اندازه گیری هر کمیته عملی نیست و چنانکه خواهیم دید برای اندازه گیری بیشتر کمیتهها مانند سرعت، شتاب، شدت جریان، و جز اینها از رابطه‌هایی که میان این کمیتهها و کمیتههای دیگر که بیان کننده قوانین فیزیکی، هندسی یا تعریفها هستند استفاده می‌شود. مثلاً برای اندازه گیری سرعت يك متحرك، از رابطه $v = K \frac{l}{t}$ ، که رابطه تعریف سرعت است، استفاده می‌شود، بدین ترتیب که طول l و زمان t را اندازه می‌گیرند و سرعت را از رابطه بالا حساب می‌کنند.

۵۶ - واحدهای اصلی و واحدهای فرعی - هر دستگاه واحدها

بستگی به دستگاه انتخاب شده ندارد. مثلاً معادله ابعادی سرعت $\frac{L}{T}$ است.

۵۶ - دستگاههای مختلف - چهار دستگاه واحد در فیزیک بیشتر از همه معمول است که عبارتند از دستگاه C.G.S.، دستگاه M.T.S.، دستگاه علمی، و دستگاه M.K.S. قدیمی.

I - دستگاه C.G.S. (سانتیمتر - گرم - ثانیه)

کمیت‌های اصلی در این دستگاه عبارتند از طول، جرم و زمان.

۱ - واحد طول سانتیمتر (cm) است که $\frac{1}{100}$ متر بین‌المللی

است. معادله ابعادی طول L است.

۲ - واحد جرم گرم (g) است که برابر با $\frac{1}{1000}$ جرم کیلوگرم

بین‌المللی است. معادله ابعادی جرم M است.

۳ - واحد زمان ثانیه (s) است که $\frac{1}{86400}$ شبانه‌روز شمسی است.

معادله ابعادی زمان T است.

واحدهای فرعی دستگاه C.G.S. - ۱ - واحد سطح - واحد سطح

سانتیمتر مربع (cm^2) است و آن سطح مربعی است که هر ضلع آن یک سانتیمتر باشد. معادله ابعادی سطح L^2 است.

۲ - واحد حجم - واحد حجم سانتیمتر مکعب (cm^3) است و آن

حجم مکعبی است که هر ضلع آن یک سانتیمتر باشد. معادله ابعادی حجم L^3 است.

۳ - واحد سرعت - این واحد از فرمول $v = \frac{l}{t}$ تعریف می‌شود.

واحد آن سانتیمتر بر ثانیه (cm/s) و آن عبارت از سرعت متحرکی

است که در حرکت یکنواخت مسافت یک سانتیمتر را در مدت یک ثانیه طی کند. معادله ابعادی سرعت LT^{-1} است.

۴ - واحد شتاب - این واحد از رابطه $\gamma = \frac{v}{t}$ تعریف می‌شود.

واحد شتاب سانتیمتر بر ثانیه ثانیه (cm/s^2) و آن شتاب متحرکی است که سرعتش در حرکت متشابه‌التغییر در هر ثانیه به اندازه یک سانتیمتر بر ثانیه

تغییر کند. معادله ابعادی شتاب $\frac{L}{T^2}$ یا $\frac{V}{T} = \frac{L}{T^2}$ یا $\gamma = LT^{-2}$ است.

۵ - واحد نیرو - واحد نیرو از رابطه $F = m\gamma$ تعریف می‌شود.

واحد نیرو عبارت از نیرویی است که چون بر جرم یک گرم وارد شود شتابی مساوی واحد شتاب (cm/s^2) در آن ایجاد کند. این واحد را

دین می‌نامند و چنانکه گفته شد برابر $\frac{1}{981}$ گرم نیروست. معادله ابعادی

نیرو MLT^{-2} است. بنابراین

$$\boxed{\text{سانتیمتر} \times \frac{\text{گرم}}{\text{ثانیه}^2} = \text{دین}}$$

۶ - واحد کار و انرژی - کار به وسیله رابطه $W = F \times l$ تعریف

می‌شود. واحد کار و انرژی ارگ و آن عبارت از کار نیرویی است برابر با یک دین وقتی که نقطه اثر آن به اندازه یک سانتیمتر در امتداد نیرو

تغییر مکان یابد. اگر $F = 1$ دین و $l = 1 \text{ cm}$ باشد، W مساوی یک

$$\boxed{\text{سانتیمتر} \times \text{دین} = \text{ارگ}}$$

چون ارگ فوق‌العاده کوچک است، 10^7 ارگ را واحد عملی کار

و انرژی اختیار کرده و آن را **ژول (J)** نامیده‌اند. پس $\boxed{\text{ارگ} = 10^7 \text{ ژول}}$
و کیلوژول (**kJ**) برابر با ۱۰۰۰ ژول است. معادله ابعادی کار
 $W = ML^2T^{-2}$ است.

۷ - واحد توان - توان يك ماشین عبارت از مقدار کاری است که ماشین می‌تواند در يك ثانیه انجام دهد و بنا بر این به وسیله رابطه $P = \frac{W}{t}$ بیان می‌شود. واحد توان ارگ بر ثانیه (erg/s) و آن توان ماشینی است که کاری برابر يك ارگ در يك ثانیه انجام دهد. 10^7 ارگ بر ثانیه که برابر با ژول بر ثانیه است، واحد عملی توان است که آن را وات (**W**) می‌نامند. پس: $\boxed{\text{ژول} = \frac{\text{وات}}{\text{ثانیه}}}$ و کیلووات (**kW**) برابر ۱۰۰۰ وات است. معادله ابعادی توان ML^2T^{-3} است.

۸ - واحد فشار - فشار عبارت از نیرویی است که بر واحد سطح وارد می‌شود و به وسیله رابطه $P = \frac{f}{s}$ بیان می‌شود.
واحد فشار باری است. باری فشار نیرویی برابر با يك دین بر يك سانتیمتر مربع است. پس $\frac{\text{دین}}{\text{سانتیمتر مربع}} = \text{باری}$.
يك میلیون باری را مگا باری یا **بار** می‌نامند.

۹ - واحد گرما کالری (**cal**) است. کالری مقدار گرمایی است که يك گرم آب می‌گیرد تا دمای آن يك درجه سانتیگراد بالا رود.

II - دستگاه M.T.S. (متر - تن - ثانیه)

کمیت‌های اصلی این دستگاه عبارتند از طول، جرم و زمان.

۱ - واحد طول متر (m) و آن برابر متر بین‌المللی است که در موزه سور (فرانسه) محفوظ است.
۲ - واحد جرم تن (t) و آن برابر جرم ۱۰۰۰ کیلوگرم بین‌المللی است.

۳ - واحد زمان ثانیه است.

واحد‌های فرعی عبارتند از:

۱ - واحد سطح متر مربع (m^2) و آن سطح مربعی است که هر ضلع آن يك متر باشد ($1m^2 = 10^4 cm^2$).
۲ - واحد حجم متر مکعب (m^3) و آن حجم مکعبی است که هر ضلع آن يك متر باشد ($1m^3 = 10^6 cm^3$).

۳ - واحد سرعت متر بر ثانیه (m/s) و آن سرعت متحرکی است که با حرکت یکنواخت در هر ثانیه يك متر راه بپیماید.

$$m/s = 100 cm/s$$

۴ - واحد شتاب متر بر ثانیه ثانیه (m/s^2) و آن شتاب متحرکی است که سرعتش در حرکت متشابه‌التغییر در يك ثانیه به اندازه يك متر بر ثانیه تغییر کند ($1m/s^2 = 100 cm/s^2$).

۵ - واحد نیرو استن (sn) و آن نیرویی است که چون بر جرم يك تن وارد شود، شتابی برابر يك متر بر ثانیه ثانیه به آن بدهد و آن معادل 10^8 دین است، زیرا که:

$$1 = 1 \times 1 = 10^6 \times 100 = 10^8$$

دین cm/s^2 گرم m/s^2 تن استن

۶ - واحد کار و انرژی کیلو ژول و آن عبارت از کار نیروی يك

استن است وقتی که نقطه اثر آن به اندازه يك متر در امتداد نیرو تغییر مکان یابد و آن برابر ۱۰۰۰ ژول یا 10^3 ارگ است، زیرا:

$$1 = 10^3 = 10^4 = 10^8 \times 100 = 10^8 \times 100 = 1 \times 10^8 \text{ واحد کار}$$

کیلوژول ژول ارگ cm دین متر استن

۷- واحد توان کیلووات و آن برابر توان ماشینی است که يك

کیلوژول کار در يك ثانیه انجام دهد و برابر ۱۰۰۰ وات یا 10^3 ارگ بر ثانیه است.

۸- واحد فشار پی‌یز (pz) و آن فشار نیرویی است برابر يك

استن که بر يك متر مربع وارد شود. پی‌یز برابر 10^4 باری است، زیرا:

$$1 \text{ باری} = \frac{10^8 \text{ دین}}{10^4 \text{ cm}^2} = \frac{1 \text{ استن}}{1 \text{ متر مربع پی‌یز}}$$

۹- واحد گرما ترمی (th) و آن گرمایی است که يك تن آب

می‌گیرد تادمای آن يك درجه بالا رود و برابر 10^6 کالری کوچک است.

III- دستگاه M.K.S. علمی (متر - کیلوگرم - ثانیه)

در این دستگاه که اهمیت آن روز افزون است، کمیت‌های اصلی

عبارتند از طول، جرم و زمان:

واحد طول متر بین‌المللی است.

واحد جرم جرم ۱ کیلوگرم بین‌المللی است که در موزه سور

محفوظ است.

واحد زمان ثانیه است.

واحدهای فرعی در این دستگاه عبارتند از:

متر مربع (واحد سطح)، متر مکعب (واحد حجم)، متر بر ثانیه

(واحد سرعت)، و متر بر ثانیه ثانیه (واحد شتاب).

واحد نیرو - واحد نیرو در این دستگاه يك نیوتن (N) است و

آن نیرویی است که به واحد جرم (kg) واحد شتاب ($1m/s^2$) بدهد.

$$1N = 1kg \times 1m/s^2 = 1000g \times 100cm/s^2 = 10^5$$

واحد کار در این دستگاه، کار يك نیوتن در يك متر است. این

واحد يك ژول است، چه:

$$1 \text{ ژول} = 1 \text{ ارگ} = 10^5 = 10^5 \times 100 = 1 \times 10^5 = 1 \times 10^5 \text{ دین متر نیوتن}$$

واحد توان ژول بر ثانیه یعنی يك وات است.

واحد فشار - واحد فشار در این دستگاه فشار يك نیوتن بر يك

مترمربع است که پاسکال (Pa) نام دارد. يك پاسکال برابر با ۱۰ باری

است (چرا؟).

واحد گرما - واحد گرما کیلو کالری است (گرمایی که واحد

جرم یعنی يك کیلو گرم آب می‌گیرد تادمای آن يك درجه سانتیگراد

بالا رود). يك کیلو کالری یا کالری بزرگ (kcal) برابر با هزار

کالری است.

IV- دستگاه M.K.S. صنعتی یا عملی (متر- کیلوگرم نیرو-

ثانیه).

کمیت‌های اصلی این دستگاه عبارتند از طول، نیرو، زمان. (در

این دستگاه جرم يك کمیت فرعی است). واحدهای اصلی این دستگاه

عبارتند از:

واحد طول متر بین‌المللی است.

واحد نیرو کیلوگرم نیرو (kgf) است و آن عبارت از نیرویی

است که زمین در شهر پاریس که در آنجا شتاب ثقل 981 cm/s^2 است بر یک کیلوگرم جرم وارد می کند و بنابراین :

$$\text{kgf} = 981000 \text{ دین}$$

واحد زمان در این دستگاه نیز ثانیه است .

واحدهای فرعی عبارتند از: متر مربع (واحد سطح) ، متر مکعب (واحد حجم) ، متر بر ثانیه (واحد سرعت) ، و متر بر ثانیه ثانیه (واحد شتاب) .

واحد جرم - واحد جرم واحدی است فرعی و از رابطه $p = mg$

یا $m = \frac{p}{g}$ تعریف می شود . اگر بخواهیم که $m = 1$ شود ، باید p

مساوی g برابر واحد نیرو یعنی g کیلوگرم نیرو گردد . پس واحد جرم در این دستگاه عبارت از جرم جسمی است که وزن آن در پاریس $9/81$ کیلوگرم نیرو باشد و در این صورت واضح است که جرم این جسم $9/81$ کیلوگرم خواهد بود . بنا بر این :

واحد جرم در دستگاه M.K.S. صنعتی برابر با $9/81$ کیلوگرم

است . این واحد نام مخصوصی ندارد .

واحد کار و انرژی - واحد کار کیلوگرم متر (kgm) و آن عبارت

از کار نیرویی است برابر با یک کیلوگرم نیرو وقتی که نقطه اثر آن بدان اندازه یک متر در امتداد نیرو تغییر مکان یابد .

$$\text{kgm} = \text{kgf} \times m$$

چون کیلوگرم نیرو برابر با 981000 دین ، و متر برابر با 100

سانتیمتر است :

$$\text{ژول } 9/81 = \text{ارگ} = 98100000 = 9810000 \times 100 = 9810000 \text{ kgm}$$

$$\text{ژول } 9/81 = 1 \text{ کیلوگرم متر}$$

پس

واحد توان - واحد توان کیلوگرم متر بر ثانیه و آن توان ماشینی است که کاری برابر با یک کیلوگرم متر در یک ثانیه انجام دهد . واضح است که کیلوگرم متر بر ثانیه برابر $9/81$ ژول بر ثانیه یعنی $9/81$ وات است .

$$\text{kgm/s} = 9/81 \text{ W}$$

واحد دیگر توان **اسب بخار** (متوسط توان اسب) و آن برابر با 75 کیلوگرم متر بر ثانیه یا 736 وات است .

$$1 \text{ ch} = 75 \text{ kgm/s} = 736 \text{ W}$$

واحد فشار کیلوگرم نیرو بر سانتیمتر مربع (kgf/cm^2) است .

واحد گرما کیلوکالری یا کالری بزرگ است.

تذکر - در محاسبات فیزیکی بهتر است که از دستگاه M.K.S.

علمی یا دستگاه C.G.S. استفاده شود .

در جدول صفحه بعد خلاصه ای از واحدها و مقایسه برخی از آنها آورده شده است .

کمیت دستگاه	طول	جرم	زمان	سطح	حجم	سرعت	شتاب	نیرو	کار و انرژی	توان	فشار	گرما
C.G.S.	سانتیمتر cm	گرم g	ثانیه s	سانتیمتر مربع cm ²	سانتیمتر مکعب cm ³	cm/s cm/s ²	cm/s ²	dyn	erg	erg/s	barye	cal
M.K.S.	متر m	کیلوگرم kg	ثانیه s	مترمربع m ²	مترمکعب m ³	m/s m/s ²	m/s ²	N	J	W	Pa	kcal
M.T.S.	متر m	تن t	ثانیه s	مترمربع m ²	مترمکعب m ³	m/s m/s ²	m/s ²	استن sn	کیلوژول kJ	کیلووات kW	پی‌بی‌پی pz	تری th
M.K.S. صنعتی	متر m	کیلوگرم kg	ثانیه s	مترمربع m ²	مترمکعب m ³	m/s m/s ²	m/s ²	کیلوگرم نیرو kgf	کیلوگرم متر kgm	kgm/s	kgf/cm ²	kcal
رابطه بین بعضی از واحدها	دین دین	دین دین	دین دین	دین دین	دین دین	دین دین	دین دین	دین دین	دین دین	دین دین	دین دین	دین دین

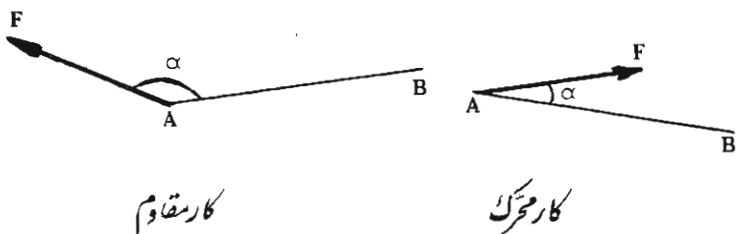
فصل هفتم

کار و انرژی

۵۷ - تعریف کار - هرگاه نیرویی بر جسمی وارد شود و آن را جابجا کند، بنا بر تعریف گوییم که نیرو کار انجام داده است. بنا بر این لازمه پیدایش کار، نیرو و حرکت بر اثر آن نیروست و اگر نیرویی بر جسمی وارد شود و نتواند آن را جابجا کند کاری انجام نداده است.

۵۸ - مقدار کار - فرض می‌کنیم که نیروی ثابتی مانند $\vec{F}$ نقطه اثر خود را از A به B تغییر مکان دهد (شکل ۴۷). اگر زاویه بین نیرو و تغییر مکان باشد، بنا بر تعریف مقدار کار نیروی $\vec{F}$ در طول AB برابر است با:

$$W = F \cdot AB \cdot \cos \alpha$$



شکل ۴۷

چون مسافت طی شده AB را به l نمایش دهیم، فرمول بالا به این صورت درمی‌آید:

کمیت / دستگاه	طول	جرم	زمان	سطح	حجم	سرعت	شتاب	نیرو	کار و انرژی	توان	فشار	گرما
C.G.S.	سانتیمتر cm	گرم g	ثانیه s	سانتیمتر مربع cm ²	سانتیمتر مکعب cm ³	cm/s	cm/s ²	dyn	erg	erg/s	barye	cal
M.K.S.	متر m	کیلوگرم kg	ثانیه s	مترمربع m ²	مترمکعب m ³	m/s	m/s ²	N	J	W	Pa	kcal
M.T.S.	متر m	تن t	ثانیه s	مترمربع m ²	مترمکعب m ³	m/s	m/s ²	استن sn	کیلوژول kJ	کیلووات kW	پی‌بی‌بی pz	تری th
M.K.S. صنعتی	متر m	۹/۸۱ kg	ثانیه s	مترمربع m ²	مترمکعب m ³	m/s	m/s ²	کیلوگرم نیرو kgf	کیلوگرم متر kgm	kgm/s	kgf/cm ²	kcal
رابطه بین بعضی از واحدها	دین دین	دین = ۹/۸۱۰۰۰۰ kgf sn = ۱۰۰ N = ۱۰۵		ارک ژول	ارک = ۱۰ ^۷ ژول	m/s	m/s ²	kgm/s = ۹/۸۱ W ch = ۷۵ kgm/s = ۷۳۶ W				

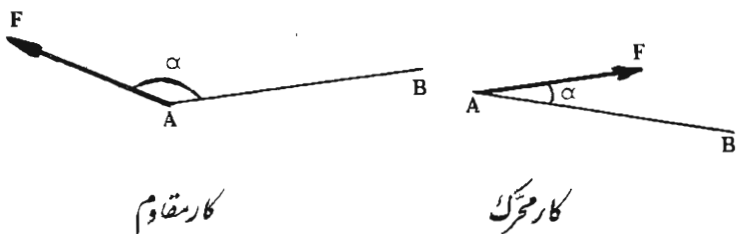
فصل هفتم

کار و انرژی

۵۷ - تعریف کار - هرگاه نیرویی بر جسمی وارد شود و آن را جابجا کند، بنا بر تعریف گوییم که نیرو کار انجام داده است. بنا بر این لازمه پیدایش کار، نیرو و حرکت بر اثر آن نیروست و اگر نیرویی بر جسمی وارد شود و نتواند آن را جابجا کند کاری انجام نداده است.

۵۸ - مقدار کار - فرض می‌کنیم که نیروی ثابتی مانند $\vec{F}$ نقطه اثر خود را از A به B تغییر مکان دهد (شکل ۴۷). اگر زاویه بین نیرو و تغییر مکان باشد، بنا بر تعریف مقدار کار نیروی $\vec{F}$ در طول AB برابر است با:

$$W = F \cdot AB \cdot \cos \alpha$$



شکل ۴۷

چون مسافت طی شده AB را به l نمایش دهیم، فرمول بالا به این صورت درمی‌آید:

$$W = F \cdot l \cdot \cos \alpha$$

واضح است که اگر راستای نیرو و تغییر مکان بر یکدیگر منطبق باشد ($\alpha = 0$) ، مقدار کار مساوی است با حاصل ضرب نیرو در تغییر مکان ، زیرا $\alpha = 0$ و $\cos \alpha = 1$ خواهد بود :

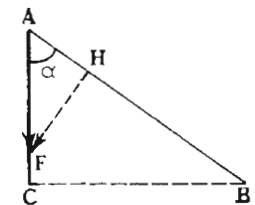
$$W = F \cdot l$$

اگر $\alpha < 90^\circ$ باشد کار مثبت است و آن را کار محرك نامند ، اگر $\alpha > 90^\circ$ باشد کار منفی است و آن را کار مقاوم نامند ، و اگر $\alpha = 90^\circ$ باشد کار صفر است .

تذکر - می توان گفت که مقدار کار برابر است با حاصل ضرب تغییر مکان l در تصویر نیرو بر امتداد تغییر مکان ، چه $F \cos \alpha = AH$ است .

پس $W = AH \cdot AB$ (شکل ۴۸) و نیز می توان گفت که مقدار کار برابر است با حاصل ضرب نیرو F در تصویر تغییر مکان بر امتداد نیرو ، چه $l \cos \alpha = AC$ است (شکل ۴۸) . پس :

$$W = AF \cdot AC$$



شکل ۴۸

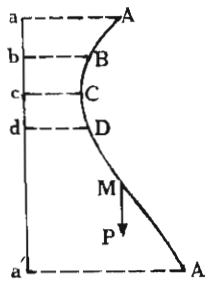
مقدار کار در حالتی که نیرو ثابت ولی تغییر مکان منحنی الخط است - کار نیروی ثابت $\vec{P}$ در امتداد خط منحنی AA' مساوی است با حاصل ضرب نیروی P در تصویر مسیر AA' بر امتداد نیرو ، یعنی $W = P \cdot aa'$ (شکل ۴۹) ، زیرا ممکن است که تغییر مکان $\widehat{AA'}$ را به قطعات بسیار کوچکی چنان تقسیم کرد که بتوان در هر قطعه کوچک قوس و وتر آن را برابر گرفت . در این صورت مقدار کار نیروی ثابت P در هر يك

از این مسافات جزء برابر است با حاصل ضرب P در تصویر این وتر بر

امتداد ثابت نیرو ، و مجموع این تصاویر جزء برابر aa' می شود .

۵۹- توان - مقدار کاری که ماشینی در يك ثانیه انجام می دهد توان آن ماشین است .

پس توان از رابطه $P = \frac{W}{t}$ بدست می آید .



شکل ۴۹

۶۰- تعریف انرژی - هرگاه چیزی بتواند کاری انجام دهد .

گوییم که دارای انرژی است . پس انرژی استعداد انجام دادن کار است . مثلاً آب در بالای آبشار دارای انرژی است ، يك باتری آکومولاتور پر شده دارای انرژی است ، يك فنر فشرده و مقداری زغال انرژی دارند چه اگر فنر را رها کنیم ، یا زغال را بسوزانیم (لوکوموتیو) می توانند کار انجام دهند . انرژی اشکال مختلف دارد که عبارتند از انرژی مکانیکی ، انرژی گرمایی ، انرژی شیمیایی ، انرژی الکتریکی ، انرژی تابشی و انرژی اتمی .

۶۱- انرژی مکانیکی - آن شکل انرژی را که مربوط

به حرکت یا موضع يك جسم است انرژی مکانیکی نامند ، انرژی مکانیکی بر دو نوع است : انرژی نهانی یا پتانسیل و انرژی جنبشی . انرژی پتانسیل مربوط به موضع جسم و انرژی جنبشی مربوط به حرکت جسم است .

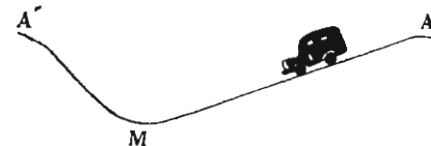
۶۲- انرژی پتانسیل مکانیکی - اگر جسمی به وزن P کیلوگرم -

نیرو را به ارتفاع h متر از سطح زمین بالا بریم، کاری معادل $(P \times h) \text{kgm}$ انجام داده ایم. این مقدار کار از بین نمی رود بلکه در جسم ذخیره می شود. چه کافی است که جسم را از آن ارتفاع رها کنیم، تا در ضمن پایین آمدن و رسیدن به زمین همان مقدار کار را پس دهد. پس گویند که جسم در این وضع دارای مقداری انرژی پتانسیل مکانیکی است که در آن نهان است و اگر شرایط مساعد شود (جسم رها شود)، این انرژی ظاهر خواهد شد، پس هر جسم، در هر جا که باشد، مقداری انرژی پتانسیل مکانیکی دارد. در مثالی که گفته شد انرژی پتانسیل مکانیکی جسم در ارتفاع h نسبت به سطح زمین برابر است با:

$$E_p = P \times h$$

هر قدر h بیشتر باشد این انرژی بیشتر است. پس این انرژی بستگی به موقعیت جسم نسبت به زمین دارد و بر حسب همان واحدهای کار بیان می شود.

۶۳- انرژی جنبشی یا سینتیک - هرگاه واگون کوچکی را از ابتدای سطح شیبدار AM بدون سرعت اولیه رها کنیم (شکل ۵۰)، در نقطه M بر اثر سرعتی که پیدا می کند در طول جاده شیبدار MA' بالا می رود. بنا بر این گوئیم که جسم در نقطه M دارای انرژی مکانیکی خاصی است که توانسته است جسم مزبور را در امتداد MA' بالا برد و کاری انجام دهد. این



شکل ۵۰

انرژی را که به سرعت جسم مربوط است انرژی جنبشی می نامند. پس انرژی جنبشی انرژی است که هر جسم در حال حرکت داراست.

مقدار انرژی جنبشی - ثابت می شود که مقدار انرژی جنبشی یک جسم برابر است با نصف حاصل ضرب جرم جسم در مجذور سرعت آن.

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

واحد انرژی جنبشی نیز همان واحد کار است.

مجموع انرژی پتانسیل مکانیکی و انرژی جنبشی جسم را **انرژی مکانیکی** جسم می نامند.

۶۴- انرژی جنبشی نقطه ای مادی که حرکت دورانی دارد.

چون سرعت زاویه ای متحرک را به ω نشان دهیم، سرعت خطی $v = R\omega$ خواهد بود. بنا بر این انرژی جنبشی جسم از رابطه زیر بدست می آید:

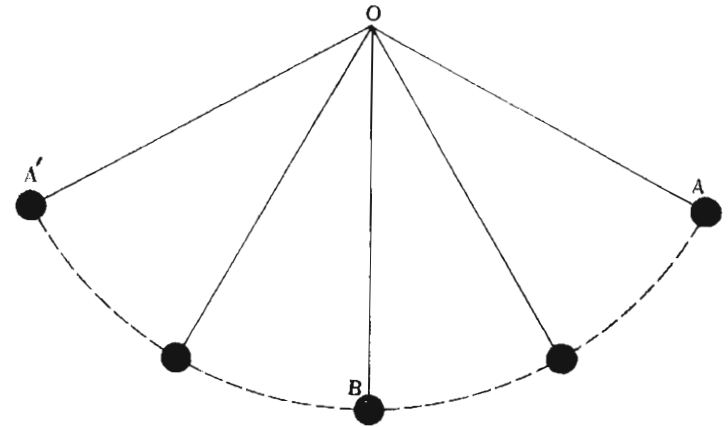
$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 R^2$$

تبدیل انرژی پتانسیل به انرژی جنبشی و برعکس

۶۵- آزمایش - آونگی را از وضع تعادل آن تا A منحرف و

پس رها می کنیم (شکل ۵۱). در نقطه A سرعت صفر است و بتدریج که آونگ به وضع قائم OB نزدیک می شود، سرعت و در نتیجه انرژی جنبشی آن زیاد ولی از انرژی پتانسیل مکانیکی آن کاسته می شود. در نقطه B انرژی جنبشی آن حداکثر ولی انرژی پتانسیل آن چون از این نقطه پایین تر نمی تواند برود حداقل است. برعکس از B به A' بتدریج از سرعت و در نتیجه از انرژی جنبشی آن کاسته می شود ولی انرژی پتانسیل افزایش می یابد

تا در A' سرعت و انرژی جنبشی آن دوباره صفر شود. می بینیم که در حرکت آونگ این دو نوع انرژی دائماً به یکدیگر تبدیل می شوند. هنگامی که آونگ از بالا به پایین می رود (مثلاً از A به B)، انرژی پتانسیل به انرژی جنبشی تبدیل می شود و هنگامی که آونگ رو به بالا



شکل ۵۱

می رود انرژی جنبشی به انرژی پتانسیل تبدیل می شود. هنگامی که جسمی به فضا پرتاب شود نیز چنین است.

۶۶- اصل بقای انرژی مکانیکی - هرگاه جسمی به وزن P کیلوگرم نیرو در نقطه A ، در ارتفاع h متر از سطح زمین، قرار گرفتند باشد (شکل ۵۲)، در آن نقطه نسبت به سطح زمین دارای مقداری انرژی پتانسیل برابر با $E_p = P.h$ است و انرژی جنبشی آن صفر است. بنابراین مقدار کل انرژی مکانیکی آن $E = E_p + E_c = P.h$ است. در نقطه B ، پس از آنکه جسم به اندازه x متر ($AB = x$) سقوط کرد، انرژی پتانسیل آن به اندازه $P.x$ کاهش می یابد ولی در عوض در نقطه

B سرعتی برابر با $v = \sqrt{2gx}$ بدست آورده است، و بنا بر این مقداری انرژی جنبشی در آن ایجاد شده که برابر است با:

$$E'_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(\sqrt{2gx})^2 = mgx = P.x$$

پس جسم در نقطه B دارای مقداری انرژی جنبشی برابر با $E'_c = P.x$ و مقداری انرژی پتانسیل برابر با $E'_p = P(h - x)$ است. در نتیجه مقدار کل انرژی مکانیکی جسم در نقطه B برابر است با:

$$E = E'_p + E'_c = P(h - x) + P.x = P.h$$

شکل ۵۲

یعنی مقدار کل انرژیهای مکانیکی جسم (پتانسیل و جنبشی) در نقاط A و B با یکدیگر برابرند، بنا بر این می توان گفت که مقدار کل انرژی مکانیکی يك دستگاه منفرد ثابت است.

منظور از دستگاه منفرد دستگاهی است که باخارج هیچ ارتباطی از لحاظ تبادل انرژی ندارد (مانند سقوط يك جسم در خلأ).

قضیه فرس و یو (Force vive)

۶۷- در فیزیک منظور از اصطلاح فرس و یو همان انرژی جنبشی است که به وسیله رابطه $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ بیان می شود.

قضیه فرس و یو- تغییرات فرس و یو يك دستگاه بدون اصطلاك، بین دو لحظه t_1 و t_2 ، برابر است با کار بر آیند نیروهای وارد بر دستگاه در همان فاصله زمان، به عبارت دیگر تغییرات فرس و یو يك دستگاه، در يك مدت معین، برابر است با مجموع جبری کار نیروهای وارد بر دستگاه در آن مدت. اگر سرعت متحرك M در لحظه t_1 مساوی v_1 ، انرژی

جنبشی آن $E_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$ ، سرعت متحرك در لحظه t مساوی v_1 ،
انرژی جنبشی آن $E_2 = \frac{1}{2}mv_2^2$ ، و W کار بر آیند نیروهای وارد بر
دستگاه در این مدت زمان باشد ، قضیه بالا چنین بیان می شود :

$$E_2 - E_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = W$$

این قضیه کلی است و در تمام موارد ، خواه نیرو ثابت یا متغیر ،
و خواه مسیر مستقیم الخط یا منحنی باشد ، صادق است و ما آن را در مورد
يك نقطه مادی اثبات می کنیم .

اثبات قضیه فرس و یو - فرض کنیم که سرعت متحرك در لحظه t برابر
 v و بنا بر این انرژی جنبشی آن برابر با $E = \frac{1}{2}mv^2$ باشد . پس از
مدت زمان کوچک Δt سرعت به $v + \Delta v$ می رسد و انرژی جنبشی برابر
با $E + \Delta E = \frac{1}{2}m(v + \Delta v)^2$ می شود . تغییرات انرژی جنبشی برابر
است با :

$$\Delta E = \frac{1}{2}m(v + \Delta v)^2 - \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Delta E = \frac{1}{2}m(v^2 + \Delta v^2 + 2v\Delta v) - \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{یا}$$

و چون از Δv^2 ، به علت کوچکی ، صرف نظر شود خواهیم داشت :

$$\Delta E = mv\Delta v$$

$$\Delta E = mv\gamma_1 \Delta t \quad \text{یا چون } \frac{\Delta v}{\Delta t} = \gamma_1 \text{ است ،}$$

ولی $m\gamma_1$ برابر با F_t تصویر بر آیند نیروهای وارد بر متحرك بر روی
مسیر و $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ است ، بنابراین $\Delta x = v\Delta t$ است پس :

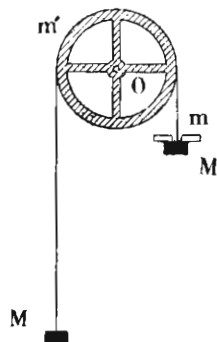
$$\Delta E = F_t \Delta x = \Delta W$$

پس تغییرات انرژی جنبشی در مدت زمان بسیار کوچک Δt برابر
با کار بر آیند نیروهای وارد بر دستگاه است .

موارد استعمال قضیه فرس و یو

۶۸ - محاسبه شتاب در ماشین آتوود - به کمک قضیه فرس و یو
می توان فرمول کلی شتاب را در ماشین آتوود بدست آورد . وقتی که دستگاه
به اندازه h متر تغییر مکان یافت ، بر آیند نیروهای وارد بر دستگاه
 $P = mg$ کاری برابر با mgh انجام می دهد . در نتیجه سرعت دستگاه
که در ابتدا $v_0 = 0$ بود به v می رسد و انرژی جنبشی برابر است با :

$$\frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}m'v^2 = \frac{1}{2}(2M + m + m')v^2$$



شکل ۵۳

M جرم هر يك از دو وزنه ، m جرم
سربار و m' جرم قرقه است (شکل ۵۳) ،
البته به فرض اینکه تمام جرم قرقه در محیط
آن قرار داشته باشد . به موجب قضیه فرس و یو ،
تغییرات انرژی جنبشی برابر است با کار بر آیند
نیروها ، پس :

$$mgh = \frac{1}{2}(2M + m + m')v^2$$

و چون سرعت از رابطه $v = \sqrt{2\gamma h}$ بدست می آید :

$$mgh = \frac{1}{2} (2M + m + m') \sqrt{(2\gamma h)^2}$$

$$\gamma = \frac{mg}{2M + m + m'}$$

یا

که اگر از جرم قرقره صرف نظر شود ($m' = 0$)، فرمول شتاب به صورت سابق در می آید.

۶۹- محاسبه فشار در داخل لوله تفنگ - در ابتدا سرعت

گلوله $v_0 = 0$ و در موقع خروج سرعت آن v است، و اگر فشار مؤثر بر ته گلوله را P و سطح مقطع گلوله را s فرض کنیم، نیروی وارد بر ته گلوله $F = P \cdot s$ خواهد بود و کاری که نیروی F در ضمن پیمودن تمام طول لوله (l) انجام می دهد برابر با $W = l \times F = P \times s \times l$ خواهد بود و به موجب قضیه فرس ویو داریم:

$$\frac{1}{2} m v^2 = P \times s \times l$$

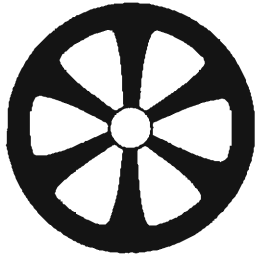
۷۰- میخ و چکش - چکشی را با سرعت v_0 بر سر میخی

می کوبند (شکل ۵۴). در نتیجه میخ بر نیروهای مقاوم R فایق آمده و به اندازه h در مانع فرو می رود و سرعت چکش صفر می شود. اگر جرم چکش m باشد، به موجب قضیه فرس ویو

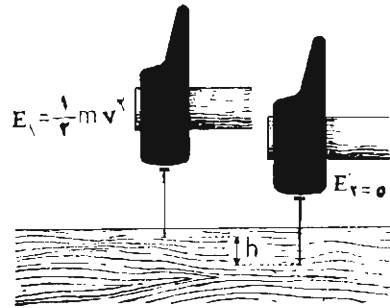
$$h = \frac{m v_0^2}{2R} \quad \text{یا} \quad \frac{1}{2} m v_0^2 = R \times h$$

چنانکه مشاهده می شود، عمل چکش در فرو بردن میخ و عمل تبر در انداختن درخت فقط مربوط به جرم آنها نیست بلکه مربوط است

به انرژی جنبشی آنها. برای همین است که در چکشهای دستی که جرم کم است سرعت را زیاد می کنند ولی در پتک جرم آن را زیاد می کنند.



شکل ۵۵



شکل ۵۴

۷۱- چرخ طیار - چرخ طیار چرخ سنگینی است که بر روی

محور ماشینهای گرمایی نصب می کنند تا سرعت ماشین را تنظیم کند (شکل ۵۵).

می دانیم که برای آنکه سرعت ماشین ثابت بماند، باید کارهای محرك و مقاوم برابر باشند. هنگامی که کار محرك زیاده از کار مقاوم باشد، چرخ طیار اضافه کار را به صورت انرژی جنبشی در خود ذخیره می کند و هنگامی که کار مقاوم از کار محرك بیشتر شود این انرژی ذخیره شده را پس می دهد و بدین ترتیب مانع از این می شود که سرعت ماشین تغییرات شدید پیدا کند.

تمرین

۱ - مطلوب است انرژی جنبشی گلوله‌ای به جرم ۹۸۰kg که با سرعت ۳۶km/h حرکت می‌کند بر حسب ارگ و ژول و کیلوژول و کیلوگرم متر .
تقریباً ۵۰۰۰kgm ، ۴۹kJ ، $۴۹ \times ۱۰^۳\text{J}$ ، ارگ ۴۹×۱۰^۱۰
۲ - از آبشاری به ارتفاع ۲۰m در دقیقه ۹۰ متر مکعب آب می‌ریزد،
معین کنید :

۱ - سرعت آب را در پایین آبشار . ۲ - انرژی تولید شده را توسط
آبشار در یک ساعت . ۳ - توان آبشار را بر حسب وات و اسب بخار
($g = ۱۰\text{m/s}^2$) .

۱) $V = ۲۰\text{m/s}$ ۲) ۱۰۸×۱۰^۲ ژول ۳) ۳۰۰۰۰۰W یا ۴۰۸ch
۳ - اتوموبیلی به جرم ۲ تن در جاده‌ای افقی از حال سکون راه
می‌افتد. اصطکاک جاده برابر ۵۰۰N است و سرعت اتوموبیل پس از طی ۱۰۰
متر به ۷۲km/h می‌رسد . معین کنید :

۱ - شتاب حرکت را ، ۲ - نیروی وارد از موتور بر اتوموبیل را ،
۳ - کار نیروی موتور را در این مدت ، ۴ - انرژی جنبشی اتوموبیل را در
این لحظه و کار برآیند نیروها را در این مدت . ۵ - در این موقع اتوموبیل
به جاده شیب‌داری به شیب ۵ در صد می‌رسد و در امتداد آن بالا می‌رود .
اصطکاک جاده همان مقدار سابق است . در صورتی که شتاب اتوموبیل در این
جاده برابر یک متر بر ثانیه ثانیه باشد معین کنید نیرویی را که موتور در این
حالت بر اتوموبیل وارد می‌کند . ۶ - پس از ۵ ثانیه حرکت بر روی این
جاده راننده موتور را خاموش کرده و ترمز می‌کند . اتوموبیل پس از طی ۵
متر می‌ایستد . نیرویی که اتوموبیل را از حرکت باز داشته چقدر است ؟
۷ - نیروی ترمز را حساب کنید ($g = ۱۰\text{m/s}^2$) .

۱) $\gamma = ۲\text{m/s}^2$ ۲) $F = ۴۵۰۰\text{N}$ ۳) $T = ۴۵۰\text{kJ}$
۴) $W = ۴۰۰\text{kJ}$ ۵) $F = ۳۵۰۰\text{N}$ ۶) $F = ۱۲۵۰۰۰\text{N}$
۷) $R = ۱۲۳۵۰۰\text{N}$
۴ - اتوموبیلی به جرم ۲۰۰۰kg در جاده‌ای افقی از حال سکون

براه می‌افتد تا سرعتش به ۷۲km/h برسد . اصطکاک ۲۰ درصد انرژی
موتور را جذب می‌کند و حرکت در این مدت تندیافته و با شتاب ۵۰cm/s^2
است . معین کنید :

۱ - کار انجام شده را توسط موتور در این مدت . ۲ - مدت لازم را
برای اینکه سرعت اتوموبیل به ۷۲ کیلومتر در ساعت برسد . ۳ - مسافت طی
شده را در این مدت . ۴ - نیروی وارد از موتور بر اتوموبیل را .

۱) $W = ۵۰۰\text{kJ}$ ۲) $t = ۴۰\text{s}$ ۳) $x = ۴۰۰\text{m}$ ۴) $F = ۱۲۵۰\text{N}$

۵ - یک ماشین بخار ، چرخ طیار به جرم ۱۰ تن و شعاع ۲ متر را
بکار می‌اندازد . پس از ۵ ثانیه سرعت چرخ طیار به ۱۰۰ دور در دقیقه
می‌رسد . ۱ - در صورتی که جرم چرخ طیار در محیطش فرض شود ، توان
متوسط ماشین بخار را بر حسب کیلووات و اسب بخار حساب کنید . ($\pi = ۳$)
فرض شود) . ۲ - اگر در این لحظه ورود بخار قطع شود ، چه مقدار کار
چرخ طیار می‌تواند پس دهد تا بایستد در صورتی که ۶۰ در صد انرژی چرخ
طیار به کار مفید تبدیل شود .

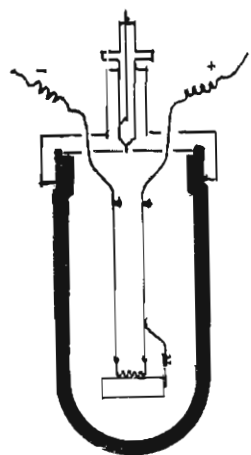
۱) $P = ۴۰۰\text{kW}$ یا ۵۴۳ch ۲) ۱۲۰۰kJ

۶ - چرخ دوجرخه‌ای به جرم ۳kg می‌تواند حول محور افقی دوران
کند و شعاع چرخ ۳۰cm است . روی چرخ مفتولی پیچیده شده که به انتهای
آن وزنه ۲۰۰ گرمی آویزان شده است . دستگاه را بدون سرعت اولیه رها
می‌کنیم . ۱ - انرژی جنبشی دستگاه پس از آنکه وزنه m به اندازه ۲ متر
پایین آمد چقدر است ؟ ۲ - سرعت خطی و سرعت زاویه‌ای چرخ را در این
لحظه حساب کنید . ۳ - شتاب حرکت چقدر است و معادله حرکت وزنه m
را بنویسید ($g = ۹۸۱\text{cm/s}^2$) .

۱) $W = ۰/۴\text{kgm}$ ۲) $V = ۱۵۶/۵\text{cm/s}$ $\omega = ۵/۲۲\text{rd/s}$

۳) $\gamma = ۶۱/۳۱\text{cm/s}^2$ $x = ۳۰/۶۵\text{t}^2$

برای تعیین انرژی شیمیایی اجسام، آنها را در فضای بسته‌ای به نام



بمب کالریمتری (شکل ۵۶) منفجر می‌کنیم و از اندازه‌گیری گرمای حاصل مقدار انرژی شیمیایی جسم را تعیین می‌کنیم.

V - انرژی تابشی - تابش، از جمله نور مرئی، دارای انرژی است که در برخورد با اجسام مقداری از آن به گرما و انرژی شیمیایی یا انرژیهای دیگر تبدیل می‌شود.

می‌دانیم که نوری که از خورشید به زمین

می‌تابد زمین را گرم می‌کند و نیز بعضی از فعل و انفعالات شیمیایی را سبب می‌شود. به وسیله آزمایش معلوم شده است که هر سانتیمتر مربع از جسم سیاهی که عمود بر اشعه خورشید قرار گیرد، در هر دقیقه ۲ کالری گرما جذب می‌کند و همین گرما که از خورشید به زمین می‌رسد، منبع اساسی دیگر انرژیهای موجود بر روی زمین است و اساس زندگی بر سطح زمین منوط به تابش خورشید است.

VI - انرژی اتمی - در نتیجه فعل و انفعالاتی که در هسته اتم صورت می‌گیرد انرژی به نام انرژی اتمی پدید می‌آید که بعداً در مبحث فیزیک اتمی در باره آن بحث خواهیم کرد.

۷۳ - تبدیل اشکال مختلف انرژی به یکدیگر - اغلب در

پدیده‌های فیزیکی و شیمیایی مشاهده می‌شود که شکلی از انرژی از میان می‌رود و به شکل دیگر پدید می‌آید. می‌گویند که انرژی تغییر شکل

اشکال مختلف انرژی

۷۲ - انرژی به اشکال گوناگون ظاهر می‌شود که عبارتند از :

I - انرژی مکانیکی - چنانکه پیش از این دیدیم، انرژی مکانیکی به دو نوع جنبشی و پتانسیل ظاهر می‌شود.

II - انرژی گرمایی - در ماشین بخار انرژی گرمایی به کار مکانیکی تبدیل می‌شود و سبب حرکت ماشین می‌گردد. پس گرما شکل خاصی است از انرژی. امروز می‌دانیم که انرژی گرمایی یک جسم همان انرژی جنبشی مولکولهای آن در حرکت نامنظم گرمایی است.

III - انرژی الکتریکی - در یک موتور برق، بر اثر جریان برق کار ایجاد می‌شود. پس برق شکلی است از انرژی و از دو نوع است : جنبشی (انرژی جنبشی بارها در یک جریان برق) و پتانسیل (انرژی پتانسیل یک پیل).

IV - انرژی شیمیایی - چنانکه می‌دانیم، بر اثر سوختن زغال مقداری گرما یعنی انرژی تولید می‌شود. پس زغال پیش از سوختن مقداری انرژی دارد که در آن نهان است و هنگام سوختن به شکل گرما ظاهر می‌شود. این شکل انرژی را انرژی شیمیایی می‌نامند که از نوع پتانسیل است. مقدار انرژی شیمیایی یک جسم برابر است با مقدار گرمایی که بر اثر فعل و انفعالات شیمیایی ایجاد می‌شود.

داده است. اشکال مختلف انرژی همه می توانند به یکدیگر تبدیل شوند. مثالهای زیر این تبدیلات را نشان می دهد:

I - انرژی مکانیکی - انرژی مکانیکی می تواند به انرژیهای زیر

تبدیل شود :

الف - به انرژی گرمایی - مثلاً به وسیله ضربه و اصطکاک .

ب - به انرژی الکتریکی - مثلاً در دینامو (مولد برق) .

ج - به انرژی شیمیایی - در فعل و انفعالاتی که در آنها علاوه بر جذب گرما ازدیاد فشار نیز لازم است ، مانند تشکیل C_2H_2 (بنزن) از استیلن (C_2H_2) .

د - به انرژی تابشی - مثلاً بر اثر شکستن بعضی از دانه های بلوری (سنگ چخماق) جرقه تولید می شود (تریبولومینسانس) .

II - انرژی گرمایی - این انرژی به انرژیهای زیر قابل تبدیل است:

الف - به انرژی مکانیکی - مثلاً در ماشین بخار .

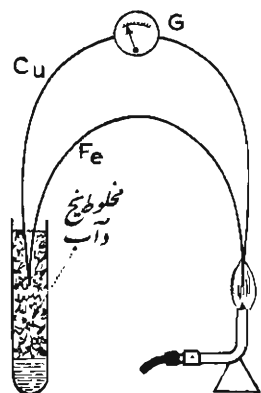
ب - به انرژی الکتریکی - مثلاً در کوپل ترموالکتریک . کوپل -

ترموالکتریک تشکیل شده است از دو هادی ناهمجنس (مثلاً یکی از آهن و دیگری از مس) که به یکدیگر لحیم شده اند (شکل ۵۷) . هر گاه یکی از دو نقطه لحیم شده را به وسیله ای گرم یا سرد کنیم ، اختلاف دما سبب تولید اختلاف پتانسیل در سیم می شود، بطوری که اگر گالوانومتری در مدار بگذاریم عبور جریانی را از آن نشان خواهد داد . مثلاً در مورد بیسموت و آنتیموان ، اگر اختلاف دما بین دو نقطه لحیم شده 1° باشد ، اختلاف پتانسیل در حدود $57/00000$ ولت است .

ج - به انرژی شیمیایی - بر اثر گرما بعضی از اجسام تجزیه یا با هم

ترکیب می شوند (واکنشهای گرماگیر) .

د - به انرژی تابشی - بر اثر گرما فلزات سرخ می شوند و در دماهای بسیار که بستگی به جنس فلز دارد نور سفید تابش می کنند (التهاب) .



شکل ۵۷

III - انرژی الکتریکی - به انرژیهای

زیر قابل تبدیل است :

الف - به انرژی مکانیکی - در موتورهای الکتریکی (بادزن) .

ب - به انرژی گرمایی - بر اثر عبور جریان برق از اجسام هادی مقداری گرما تولید می شود (چراغ ، اتو) .

ج - به انرژی شیمیایی - تجزیه شیمیایی به وسیله جریان برق (الکتrolیز) .

د - به انرژی تابشی - در تخلیه الکتریکی و در لوله های محتوی گاز با فشار کم (لوله های نئون) .

IV - انرژی شیمیایی - این انرژی به انرژیهای زیر قابل تبدیل است :

الف - به انرژی مکانیکی - در موتورهای انفجاری. مثلاً در موتور اتوموبیل ، مخلوطی از بنزین و اکسیژن هوا بر اثر انفجار کار مکانیکی تولید می کند .

ب - به انرژی گرمایی - در تمام فعل و انفعالاتی که با تولید گرما همراه است (مانند سوختن زغال و بنزین) .

ج - به انرژی الکتریکی - در پیلها .

د - به انرژی تابشی - مانند اکسیداسیون فسفر که با تابش نور همراه است .

V - انرژی تابشی - این انرژی به انرژیهای زیر قابل تبدیل است :

الف - به انرژی مکانیکی - رادیومتر کروکس (شکل

۵۸) اسبابی است که تبدیل انرژی تابشی به مکانیکی را نشان می دهد . این اسباب حبابی است شیشه ای که درون آن از هوا تخلیه شده و در آن یک چرخ پرده دار فلزی سوار شده است . یکی از دو سطح هر پره سیاه شده است . هرگاه برای این حباب اشعه نور بتابانیم پرده ها شروع به دوران می کنند .



شکل ۵۸

ب - به انرژی گرمایی - هرگاه یک دسته اشعه نور به جسمی، خصوصاً اگر سیاه باشد ، بتابد جسم گرم می شود .

ج - به انرژی الکتریکی - اگر بر بعضی از فلزها یک دسته اشعه نور خاصه اشعه فوق بنفش یا اشعه X بتابانیم الکترون از خود خارج می سازند . این الکترونها اگر بین دو صفحه هادی که اختلاف پتانسیلی بین آنها برقرار است تولید شوند ، بحرکت درمی آیند (جریان برق) . این خاصیت را پدیده فتوالکتریک می نامند و دستگاهی که برای این منظور ساخته می شود سلول فتوالکتریک نام دارد که بعداً به شرح آن خواهیم پرداخت .

د - به انرژی شیمیایی - مانند تجزیه بعضی از اجسام شیمیایی بر اثر

تابش نور .

۷۲ - اصل بقای انرژی - چنانکه گفته شد اشکال مختلف

انرژی می توانند به یکدیگر تبدیل شوند . آزمایشهای گوناگون نشان داده است که در تبدیل انرژیهای مختلف به یکدیگر هرگز انرژی از بین نمی رود و فقط از شکلی به شکل دیگر تبدیل می شود ، چنانکه در تمام تبدیلهای مقدار کل انرژی دستگاه منفرد ثابت می ماند ، بدین معنی که اگر در یک دستگاه منفرد مقدار معینی از یک یا چند شکل انرژی از بین برود به همان مقدار از اشکال دیگر انرژی ظاهر می شود و در نتیجه می توان این اصل کلی را که به اصل بقای انرژی موسوم است بیان کرد : مقدار کل انرژی یک دستگاه منفرد ثابت است .

اصل بقای انرژی مکانیکی نیز حالت مخصوصی از این اصل کلی است که مربوط به تبدیل انرژیهای پتانسیل و جنبشی به یکدیگر است .

با چوب پنبه می‌بندیم . لوله را بین دو قطعه چوب مطابق شکل ۵۹ محکم نگاه می‌داریم و آن را حول محور قائمی بدوران در می‌آوریم . پس از مدت کوتاهی اثر در لوله بجوش می‌آید و چوب پنبه‌ای که دهانه آن را بسته است بشدت پرتاب می‌شود . پس معلوم می‌شود که انرژی مکانیکی ، بر اثر اصطکاک ، به گرما تبدیل می‌شود .

از طرف دیگر آزمایش نشان می‌دهد که همواره نسبت ثابتی بین انرژی مکانیکی از بین رفته و گرمای ایجاد شده برقرار است . یعنی : خارج قسمت انرژی مکانیکی از بین رفته به گرمای تولید شده از آن مقداری است ثابت که آن را معادل مکانیکی کالری می‌نامند و به J نمایش می‌دهند .

$$J = \frac{W}{Q}$$

که در آن W انرژی از بین رفته و Q گرمای حاصل از آن است . همچنین در تبدیل انرژی گرمایی به انرژی مکانیکی نیز همان رابطه برقرار است .

۷۶ - تعیین معادل مکانیکی کالری - برای تعیین J قاعده کلی آن است که مقدار معینی انرژی مکانیکی را در گرماسنجی به انرژی گرمایی تبدیل کنیم و نسبت میان انرژی تبدیل شده و گرمای تولید شده را بدست آوریم .

از روشهایی که برای تعیین J بکار رفته است دو روش را ذکر می‌کنیم :

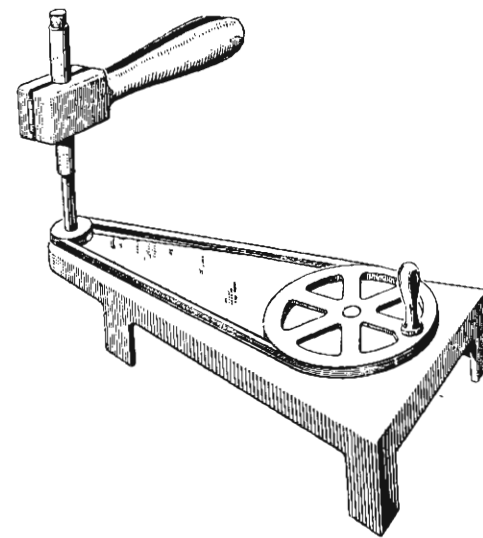
الف - آزمایش میکولسکو - به وسیله موتوری به توان P وات ، محور پرده‌داری را در داخل گرماسنجی که دارای پره‌های ثابتی است

انرژی مکانیکی و گرما

معادل مکانیکی کالری

۷۵ - انرژی مکانیکی و گرما - چنانکه دیدیم ، انرژی مکانیکی بر اثر ضربه و اصطکاک به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود . آزمایشهای زیر این مطلب را روشن می‌سازد :

آزمایش - گلوله‌ای
که از دهانه تفنگی خارج می‌شود اگر به مانع سخت فلزی برخورد کند ، بر اثر برخورد با مانع ، انرژی جنبشی خود را از دست می‌دهد و ملاحظه می‌شود که گلوله و

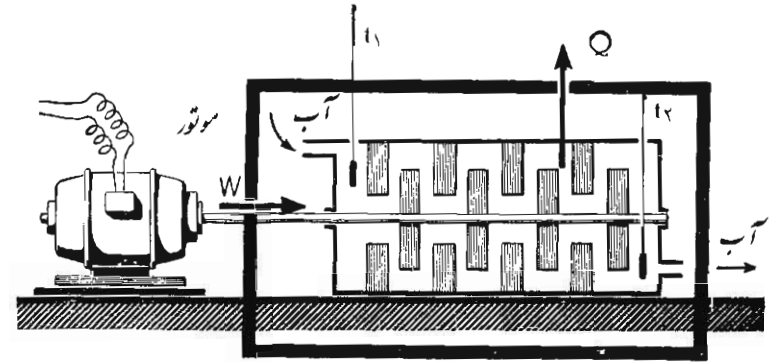


شکل ۵۹

مانع گرم می‌شوند و حتی اگر سرعت گلوله کافی باشد ممکن است گلوله ذوب شود .

آزمایش تاندال - لوله‌ای فلزی را پر از اتر نموده و دهانه آن را

بدوران درمی آوریم. پره های ثابت برای آن است که از حرکت دورانی آب جلوگیری کنند و به این ترتیب اصطکاک زیاد شود (شکل ۶۰). جریان آب ثابتی از گرماسنج می گذرانند تا گرمای ایجاد شده بر اثر اصطکاک پرده ها را جذب کند. اگر فرض کنید که در هر دقیقه m گرم آب از



شکل ۶۰

گرماسنج بگذرد و دمای آب هنگام ورود در گرماسنج t_1 و در موقع خروج t_2 باشد، مقدار گرمای جذب شده توسط آب $Q = m(t_2 - t_1)$ و کار انجام یافته توسط موتور در این مدت $W = P \times 60$ ژول است. بنابراین مقدار J از رابطه:

$$J = \frac{W}{Q} = \frac{60P}{m(t_2 - t_1)}$$

بدست می آید.

ب- روش الکتریکی- در این روش سیمی به مقاومت R را در گرماسنجی با ارزش آبی $(M + A)$ می گذاریم. دمای اولیه گرماسنج t_1 است. جریانی به شدت I آمپر در مدت t ثانیه از سیم می گذرانیم. پس از این مدت دمای نهایی گرماسنج به t_2 می رسد. انرژی الکتریکی

مصرف شده در مقاومت $W = RI^2t$ و گرمای حاصل از این مقدار انرژی $Q = (M + A)(t_2 - t_1)$ است. از تقسیم W بر Q مقدار J بدست می آید (روش غیر مستقیم):

$$J = \frac{RI^2t}{(M + A)(t_2 - t_1)}$$

۷۷- مقدار J در دستگاه های مختلف - یک کالری برابر است با $4/18$ ژول. بنا بر این در دستگاه C.G.S.:

$$J = 4/18 \times 10^7 \text{ erg/cal}$$

در دستگاه M.K.S. صنعتی، چون یک kgm برابر $9/81$ ژول است، یک کالری کوچک برابر است با $4/18 \times 9/81 \text{ kgm}$ یعنی برابر با $0/426 \text{ kgm}$ و یک کالری بزرگ برابر با 426 kgm است:

$$J = 426 \text{ kgm/kcal}$$

و در دستگاه M.K.S. علمی $J = 4180 \text{ کیلوکالری/ژول}$

و همچنین در دستگاه M.T.S.، چون 1 kJ برابر است با 1000 J ، یک کالری کوچک برابر است با $4/18 \times 1000 \text{ kJ}$ و بنابراین یک ترمی برابر است با $4/18 \times 10^6 \text{ kJ}$ یعنی برابر با 4180 kJ پس

$$J = 4180 \text{ kJ/th}$$

مصرف شده در مقاومت $W = RI^2t$ و گرمای حاصل از این مقدار انرژی $Q = (M + A)(t_f - t_i)$ است. از تقسیم W بر Q مقدار J بدست می آید (روش غیر مستقیم):

$$J = \frac{RI^2t}{(M + A)(t_f - t_i)}$$

۱۲۴- مقدار J در دستگاههای مختلف - يك كالری برابر است با $\frac{4}{18}$ ژول. بنابراین در دستگاه C.G.S.:

$$J = \frac{4}{18} \times 10^7 \text{ erg/cal}$$

در دستگاه M.K.S. قدیمی، چون يك kgm برابر $\frac{9}{81}$ ژول است، يك كالری كوچك برابر است با $\frac{4}{9} \text{ kgm}$ یعنی برابر با 0.426 kgm و يك كالری بزرگ برابر با 426 kgm است:

$$J = 426 \text{ kgm/kcal}$$

و در دستگاه M.K.S. علمی $J = 4180 \text{ کیلوکالری/ژول}$ و همچنین در دستگاه M.T.S.، چون 1 kJ برابر است با 1000 J ، يك كالری كوچك برابر است با $\frac{4}{1000} \text{ kJ}$ و بنابراین يك ترمی برابر است با $10^6 \times \frac{4}{1000} \text{ kJ}$ یعنی برابر با 4180 kJ پس

$$J = 4180 \text{ kJ/th}$$

اصل تعادل کار و گرما

۱۲۵- دستگاهی را در نظر بگیریم که با خارج مبادله کار و گرما

می کند. اگر دستگاه، پس از يك سلسله تغییرات، به حالت اولیه خود باز گردد، اگر کار گرفته باشد گرما به خارج داده است و اگر گرما از خارج گرفته باشد کار به خارج داده است. در محاسبه تبادلات انرژی، معمولاً اگر دستگاه انرژی از خارج بگیرد. این انرژی را مثبت و اگر انرژی به خارج بدهد آن را منفی در نظر می گیرند. مثلاً در آزمایش تاندال، بدوسیله دوران، مقداری انرژی به شیشه اتر داده می شود ($W > 0$) که در نتیجه اتر گرم می شود و اگر آن را بگذاریم سرد شود و به دمای اولیه بازگردد، به محیط خارج مقداری گرما برابر Q كالری پس می دهد ($Q < 0$). بنابراین شیشه اتر که با خارج مبادله کار و گرما می کند، مقداری انرژی گرفته و مقداری گرما از دست داده تا بدوضع اولیه خود بازگشته است.

مثال - اتموبیلی را در نظر می گیریم که از جاده شیب داری پایین می آید. اگر آن را چنان ترمز کنیم که حرکتش یکنواخت شود، ناچار ترمزها گرم می شوند. بنابراین ترمز که دستگاهی را تشکیل می دهد مقداری کار از محیط خارج گرفته است ($W > 0$) و اگر ترمزها سرد شوند تا به حالت اولیه بازگردند مقداری گرما از دست خواهند داد ($Q < 0$).

در تمام این تغییرات که دستگاه به حالت اولیه باز می گردد، W و JQ از لحاظ مقدار برابر ولی از لحاظ علامت مختلفند، بطوری که همواره $W + JQ = 0$ است. بنابراین می توان اصل زیر را که بداصل تعادل کار و گرما معروف است نتیجه گرفت:

هرگاه دستگاهی پس از يك سلسله تغییرات به حالت اولیه خود باز

گردد و در حین این تغییرات با خارج فقط مبادله کار و گرما داشته باشد ، اگر کار گرفته باشد گرما به خارج داده است و اگر گرما گرفته باشد کار به خارج داده است ، و در این تبدیلات حاصل جمع جبری انرژی مبادله شده با خارج (کار و گرمای مبادله شده) صفر است .

$$W + JQ = 0$$

۱۲۶ - انرژی داخلی - اصل تعادل کار و گرما هنگامی صادق

است که دستگاه به حالت اولیه خود باز گردد . اگر چنین نباشد ، مجموع جبری انرژی (کار و گرما) مبادله شده با خارج صفر نیست ($W + JQ \neq 0$) . مثلاً اگر یک لیتر آب 10° را تا دمای 30° گرم کنیم ، 20000 کالری گرما می گیرد بدون آنکه کاری با خارج مبادله کند . گوییم که بر انرژی داخلی دستگاه 20000 کالری اضافه شده است . بر حسب تعریف ، **انرژی داخلی** یک دستگاه عبارت است از مقدار کل اشکال مختلف ، انرژی هایی که دستگاه داراست . اگر انرژی داخلی دستگاه را به U نمایش دهیم ، $W + JQ$ تغییرات انرژی داخلی این دستگاه است ، بطوری که اگر مقدار انرژی داخلی را در وضعیت اولیه U_1 و در وضعیت انتهایی U_2 بگیریم ، خواهیم داشت :

$$U_2 - U_1 = W + JQ$$

باید دانست که در این تبدیلات مواردی نیز اتفاق می افتد که W و JQ مختلف العلامه نیستند و ممکن است هر دو مثبت یا هر دو منفی باشند . مثلاً هنگامی که یخ ذوب می شود ، هر گرم آن 80 کالری می گیرد تا به آب تبدیل شود ($JQ > 0$) و در ضمن حجم آن کم می شود و

بنابراین فشار هوای خارج کار محرکی انجام می دهد ($W > 0$) . در نتیجه بر انرژی داخلی دستگاه به اندازه $W + JQ$ اضافه می شود؛ در حالی که اگر آب منجمد شود عکس این حالت روی خواهد داد ($JQ < 0$) و $W < 0$ ، زیرا در حین انجماد آب گرما از دست می دهد و ازدیاد حجم پیدا می کند و بر اثر فشار ، هوا را بد عقب می راند و در نتیجه دستگاه بد خارج کار می دهد . بنا بر این انرژی داخلی به اندازه $W + JQ$ کاسته می شود . چنانکه می بینید مقدار کل انرژی داخلی دستگاه به وضعیت ابتدایی و انتهای جسم مربوط است و بد نوع تبدیلات بستگی ندارد . حال اگر دستگاه منفردی را در نظر بگیریم ، چون این دستگاه با خارج مبادله کار و گرما ندارد ($W = 0$ و $JQ = 0$) ، تغییرات انرژی داخلی آن صفر است ، یعنی : $U_2 - U_1 = 0$ یا $U_2 = U_1$. بنابراین : مقدار کل انرژی داخلی یک دستگاه منفرد ثابت است .

تمرین

- ۱ - چرخ طیار به جرم یک تن که تمام جرم آن در محیط دایره ای به شعاع ۲ متر فرض می شود ۵ دور در ثانیه می چرخد . ۱ - اگر آن را به وسیله ترمز متوقف کنیم ، چه مقدار گرما تولید خواهد شد؟ ۲ - اگر سرعت دوران چرخ طیار به ۴ دور در ثانیه برسد چه مقدار انرژی از دست داده است ؟
($J = 4/18 \text{ J/cal}$) ۲) 710 kJ ۱) 471 kcal
- ۲ - با موتور به توان 1 kW می خواهیم تجربه میکولسکو را تکرار کنیم . اختلاف بین دمای ورودی و خروجی آب برابر 2° است . معین کنید مقدار آبی که در دقیقه از گرماسنج جاری می شود ($J = 4/18 \text{ J/cal}$) .
لیتر $7/2$

تمرین

۱ - چرخ طیار به جرم يك تن که تمام جرم آن در محیط دایره‌ای به شعاع ۲ متر فرض می‌شود ۵ دور در ثانیه می‌چرخد . ۱ - اگر آن را به وسیله ترمز متوقف کنیم ، چه مقدار گرما تولید خواهد شد ؟ ۲ - اگر سرعت دوران چرخ طیار به ۴ دور در ثانیه برسد چه مقدار انرژی از دست داده است ؟

$$۱) ۴۷۱ \text{ kcal} \quad ۲) ۷۱۰ \text{ kJ} \quad (J = ۴/۱۸ \text{ kcal})$$

۲ - با موتوری به توان ۱ kW می‌خواهیم تجربه میکولسکو را تکرار کنیم . اختلاف بین دمای ورودی و خروجی آب برابر ۲° است . معین کنید مقدار آبی که در دقیقه از گرماسنج جاری می‌شود ($J = ۴/۱۸ \text{ kcal}$) .

لیتر ۷/۲

۳ - لوکوموتیوی به جرم ۴۵ تن با سرعت ۶۰ km/h از جاده‌ای به شیب ۲ در صد بالا می‌رود . در يك لحظه راننده ورود بخار را قطع و ترمز می‌کند . لوکوموتیو پس از طی ۲۵۰ متر می‌ایستد . گرمای ایجاد شده در ترمز را حساب کنید ($J = ۴/۱۸$ ژول برای هر کالری است و $g = ۹/۸۱ \text{ m/s}^2$) :

$$Q \approx ۱۰۷۲ \text{ kcal}$$

۴ - گلوله‌ای از سرب به جرم ۲۰ گرم با سرعت ۶۰۰ m/s از دهانه تفنگی خارج می‌شود و به مانع سختی برخورد می‌کند . بر اثر برخورد با مانع تمام انرژی آن به گرما تبدیل و صرف گرم کردن خود گلوله می‌شود . معین کنید : ۱ - مقدار گرمای تولید شده را . ۲ - دمای نهایی گلوله را در صورتی که بدانیم دمای اولیه گلوله ۱۵° و نقطه ذوب سرب ۳۲۵° و گرمای ذوب سرب ۵/۸ کالری و گرمای ویژه سرب در حالت جامد ۰/۰۳ و در حالت مایع ۰/۰۴ است . ۱) $Q = ۸۶۱/۲ \text{ cal}$ ۲) $t = ۱۰۲۴°$

۵ - ۱ - مطلوب است محاسبه انرژی جنبشی جسمی به جرم ۱۰۰ kg که با سرعت ۷۲ km/h حرکت می‌کند (بر حسب ژول) . ۲ - اگر جسم را

آناً از حرکت باز داریم و تمام انرژی آن به گرما تبدیل شود ، مقدار گرمای حاصل را حساب کنید . ۳ - با گرمای حاصل چه مقدار یخ صفر درجه را می‌توان ذوب کرد در صورتی که گرمای ذوب یخ ۸۰ کالری بر گرم باشد . ۴ - چه مقدار یخ صفر درجه را می‌توان به وسیله گرمای حاصل به بخار آب ۱۰۰° تبدیل کرد در صورتی که گرمای تبخیر آب ۱۰۰ درجه ۵۳۷ کالری باشد .

$$۱) W = ۲ \times ۱۰^۴ \text{ J} \quad ۲) Q \approx ۴/۷۸ \text{ kcal} \quad ۳) m = ۵۹/۷ \text{ g} \\ ۴) m = ۶/۶ \text{ g}$$

۶ - از نقطه‌ای که در ۵۰ متری از سطح زمین واقع است گلوله‌ای آهنی را از بالا به پایین در امتداد قائم با سرعت اولیه ۱۵ m/s پرتاب کردیم . در صورتی که بر اثر برخورد با زمین تمام انرژی جنبشی آن به گرما تبدیل شود و گرمای حاصل صرف گرم کردن خود گلوله شود ، از یاد دمای گلوله را حساب کنید (گرمای ویژه آهن ۰/۱۱ کالری بر گرم و $g = ۹/۸۱ \text{ m/s}^2$) . ۱/۳۳°

۷ - جسمی به جرم ۱۰۰۰۰ kg از حال سکون راه می‌افتد تا سرعت آن به ۷۲ km/h می‌رسد . ۱ - معین کنید نیروی ثابتی را که باید بر متحرک وارد شود تا این سرعت پس از يك دقیقه تولید شود . مقدار این نیرو را بر حسب kgf بیان کنید . ۲ - کار این نیرو را بر حسب kgm و ژول در این مدت حساب کنید . ۳ - در صورتی که جسم را آناً از حرکت بازداریم ، مقدار گرمای حاصل را معین کنید در صورتی که تمام انرژی جنبشی به گرما تبدیل شود .

$$۱) F \approx ۳۴۰ \text{ kgf} \quad ۲) W = ۲ \times ۱۰^۶ \text{ J} \approx ۲۰۴۰۰۰ \text{ kgm} \\ ۳) Q \approx ۴۷۸ \text{ kcal}$$

۸ - اتوموبیلی به جرم يك تن با موتور خاموش از جاده شیب‌داری که با سطح افقی زاویه ۱۰° تشکیل می‌دهد بدون سرعت اولیه پایین می‌آید . ۱ - معین کنید پس از طی چه مسافتی سرعت اتوموبیل به ۸ m/s می‌رسد . ۲ - در این لحظه راننده چنان ترمز می‌کند که این سرعت در جسم ثابت بماند . گرمای ایجاد شده در ترمز را در دقیقه معین کنید . ۳ - با این وضعیت ترمز ، اتوموبیل به جاده افقی می‌رسد . معین کنید پس از طی چه مسافت خواهد ایستاد

سرعت 1000 m/s پرتاب نمودیم . در نیمراه از ارتفاع ماکزیممی که می تواند به آن برسد ، گلوله به مانع سختی برخورد می کند و تمام انرژی جنبشی آن به گرما تبدیل می شود . معین کنید ازدیاد دمای گلوله را در صورتی که تمام گرما جذب گلوله گردد . گرمای ویژه سرب 31 cal/kg است .

$$t = 19/28^\circ$$

۱۴ - اتوموبیلی به جرم ۲ تن در جاده افقی با سرعت 36 km/h حرکت می کند . در لحظه t موتور خاموش می شود و اتوموبیل تحت تأثیر نیروهای اصطکاکی پس از ۲ دقیقه می ایستد . معین کنید چه نیرویی باید علاوه بر نیروهای اصطکاکی به وسیله ترمز وارد سازیم تا اتوموبیل در مدتی برابر یک چهارم مدت سابق بایستد و در این حال مسافت طی شده و گرمای ایجاد شده در ترمزها را حساب کنید . 17942 cal و 150 m و $R = 500 \text{ N}$

۱۵ - اتوموبیلی به جرم 1000 kg با سرعت ثابت 10 km/h در جاده ای به شیب ده درصد بالا می رود . معین کنید قسمتی از توان موتور را که برای خنثی کردن نیروی ثقل مصرف می شود $(g = 9/81 \text{ m/s}^2)$.

$$P = 2725 \text{ وات}$$

۱۶ - کامیونی به جرم ۶ تن از حال سکون در جاده ای افقی شروع به حرکت می کند . کامیون تحت تأثیر نیروی ثابتی قرار گرفته است و سرعت آن به 45 km/h می رسد . اصطکاک جاده ثابت و برابر با 250 N است . مطلوب است : ۱ - نیروی ثابتی که از طرف موتور بر کامیون وارد می شود ، در صورتی که این سرعت را در مدت یک دقیقه پیدا کرده باشد ، ۲ - کار انجام شده توسط موتور بر حسب ژول ، ۳ - توان متوسط موتور در این مدت بر حسب اسب بخار و وات . ۴ - در این لحظه نیروی موتور را چنان تنظیم می کنیم که سرعت کامیون ثابت شود . توان موتور را در این حالت حساب کنید . ۵ - با این سرعت ثابت ، کامیون به جاده شیب داری به شیب $5/10$ می رسد و در همان لحظه موتور خاموش می شود و در امتداد آن بالا می رود . معین کنید معادلات حرکت و سرعت کامیون را بر روی سطح شیب دار و مسافتی را که طی می کند تا بایستد (از اصطکاک در این جاده صرف نظر می شود) . ۶ - اگر در

و گرمای ایجاد شده در ترمز چقدر است $(g = 9/81 \text{ m/s}^2)$ ، $J = 4/18$ ، $Q = 196 \text{ kcal}$ ۲) $x = 18/75$ متر ۱) $\sin 10^\circ = 0/174$ و $Q = 7655 \text{ cal}$ ۳) $x = 18/75$ متر

۹ - گلوله ای به جرم 750 kg با سرعت 1000 m/s از دهانه توپی خارج می شود . مطلوب است محاسبه بازده توپ در صورتی که بدانیم 300 kg باروت برای پرتاب گلوله مصرف شده است و از سوخت هر گرم باروت 1500 کالری گرما تولید می شود . $R = 0/2 (\%20)$

۱۰ - جسمی به جرم 1000 kg از انتهای بالایی سطح شیب داری به طول 21 m که با سطح افقی زاویه 30° تشکیل می دهد پایین می آید و سرعت آن در انتهای سطح شیب دار به $4/1 \text{ m/s}$ می رسد . مطلوب است تعیین مقدار گرمایی که بر اثر اصطکاک در این مسافت تولید می شود $(g = 9/81 \text{ cm/s}^2)$. $Q = 22686 \text{ cal}$

۱۱ - میله ای چنان نصب شده که با سطح افقی زاویه 30° تشکیل می دهد . حلقه ای به جرم 20 گرم از انتهای فوقانی میله بدون سرعت اولیه رها شده و بر روی آن می لغزد . ۱ - اگر از اصطکاک صرف نظر شود ، معین کنید سرعت آن را پس از طی مسافت $39/2$ متر . ۲ - اگر به علت اصطکاک موجود سرعت جسم در انتهای مسافت به $9/8 \text{ m/s}$ برسد ، معین کنید مقدار گرمای حاصل را بر اثر اصطکاک $(g = 9/81 \text{ m/s}^2)$.

$$1) V = 19/6 \text{ m/s} \quad 2) Q = 0/7 \text{ cal}$$

۱۲ - لوکوموتیوی به جرم 50 تن در جاده ای افقی با سرعت ثابت 72 km/h حرکت می کند . در این موقع به جاده شیب داری به شیب $0/02$ می رسد و در امتداد آن پایین می رود و در همان موقع راننده ترمز می کند و قطار پس از طی مسافت 80 متر می ایستد . مطلوب است : ۱ - نیرویی که قطار را از حرکت باز داشته است . ۲ - نیروی ترمز را . ۳ - گرمای ایجاد شده در ترمزها . ۴ - زمان این حرکت $(g = 10 \text{ m/s}^2)$.

$$1) F = 125000 \text{ N} \quad 2) R = 135000 \text{ N}$$

$$3) Q = 2582 \text{ kcal} \quad 4) t = 8 \text{ s}$$

۱۳ - گلوله ای سری را از پایین به بالا در امتداد قائم ، در خلاف با

لحظه رسیدن به این جاده را ننده علاوه بر خاموش کردن موتور ترمز می کرد و کامیون پس از طی مسافتی مساوی ۱۰۰ متر می ایستاد، حساب کنید کار جذب شده توسط ترمزها و گرمای ایجاد شده در آنها را ($g = 10 \text{ m/s}^2$).

۱) $F = 1500 \text{ N}$ ۲) $W = 562500 \text{ J}$

۳) $P = 9375 \text{ W}$ یا $12/5 \text{ ch}$ ۴) $P = 3125 \text{ W}$

۵) $x = -\frac{1}{40}t^2 + 12/5t$ و $v = -\frac{t}{20} + 12/5$ و $x = 781/25$ متر

۶) $W = 408750 \text{ J}$ $Q = 97/8 \text{ kcal}$

۱۷ - اتوموبیلی با سرعت حد ۵۴ کیلومتر در ساعت در جاده ای افقی حرکت می کند. اصطکاک زمین معادل f کیلو گرم نیروست. مقاومت هوا بر اتوموبیل از رابطه $R = 0/16v^2$ بدست می آید که در آن R بر حسب kgf و v بر حسب m/s و توان موتور معادل 12 ch است. معین کنید:

۱ - مقاومت هوا را ؛ ۲ - نیروی موتور را ؛ ۳ - اصطکاک زمین را .

۱) $R = 36 \text{ kgf}$ ۲) $F = 60 \text{ kgf}$ ۳) $f = 24 \text{ kgf}$

بخش دوم

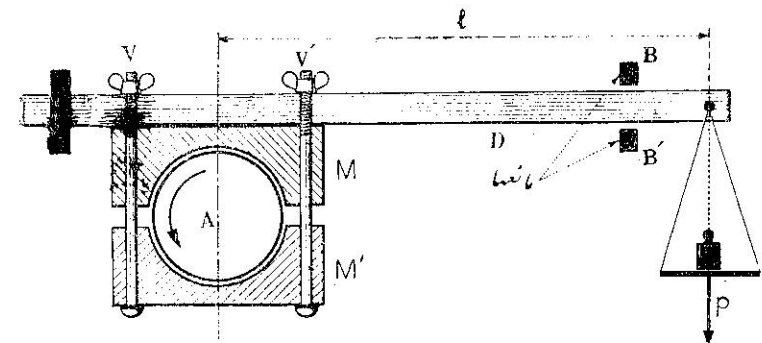
فيزيك

فصل دوازدهم

اندازه گیری توان عملی یک ماشین

۱۲۷ - لگام پرونی - توان عملی یا مؤثر یک ماشین به وسیله لگام پرونی اندازه گرفته می شود.

شرح دستگاه - لگام پرونی تشکیل شده است از دو قطعه چوب M و M' (شکل ۱۰۱) که به وسیله پیچهای V و V' ، چرخ کوچک A



شکل ۱۰۱

را که بر روی محور ماشین متصل است در بر گرفته اند و آن را طوری ترمز می کنند که چرخ همواره با سرعت عادی ماشین و یکنواخت دوران کند. یک اهرم D به قطعه چوب فوقانی متصل است. برای آنکه لگام در حرکت دورانی چرخ افقی بماند، در کفه ای که در انتهای دیگر اهرم قرار گرفته است وزنه هایی می گذارند. دو مانع B و B' حرکت اهرم را محدود می سازند.

طرز استفاده از لگام - برای اندازه گرفتن توان، چنانکه گفته

شد دو پیچ V و V' را چنان تنظیم می کنند که حرکت چرخ با سرعت عادی ماشین و یکنواخت صورت گیرد. بنابراین ماشین توان معمولی خود را تولید می کند و این توان، بر اثر اصطکاک با ترمزها، به گرما تبدیل می شود و اهرم در سوی دوران چرخ کشانده می شود. برای جلوگیری از حرکت اهرم و به حال تعادل در آوردن آن وزنه هایی معادل p در کفه انتهایی اهرم اضافه می کنند.

محاسبه توان - اهرم تحت تأثیر دو نیرو قرار دارد. یکی نیروی p که در کفه و به فاصله l از نقطه A قرار دارد و دیگری نیروی اصطکاکی معادل F که بر چرخ مماس است و فاصله اش از نقطه A برابر R ، شعاع چرخ است (از وزن دستگاه صرف نظر می شود). در این صورت شرط تعادل اهرم چنین می شود: $F \times R = p \times l$. کار مؤثر یک دور ماشین مساوی است با $W = 2\pi R \cdot F$ و چون به جای $F \times R$ مساویش $p \times l$ را قرار دهیم، نتیجه می شود که $W = 2\pi \cdot p \times l$ و اگر ماشین n دور در ثانیه بزند، توان ماشین $n \times W$ یا $n \times 2\pi \times p \times l$ توان خواهد بود. چون بر اثر اصطکاک مقدار زیادی گرما در ترمزها تولید می شود، آنها را به وسیله جریان آب خنک می کنند.

بازده یا رانندگی

۱۲۸ - بازده صنعتی و بازده علمی یک ماشین گرمایی - در

ماشینهای گرمایی مقداری زغال یا بنزین یا سوخت دیگر مصرف می شود و

در نتیجه بر روی محور ماشین مقداری کار مکانیکی گرفته می شود. ولی هرگز يك ماشین گرمایی، تمام انرژی گرمایی را که گرفته است به صورت کار مکانیکی پس نمی دهد. به موجب تعریف: بازده صنعتی يك ماشین گرمایی عبارت است از نسبت کار گرفته شده از ماشین (W) بر مقدار انرژی که از سوختن کامل زغال یا سایر سوختها حاصل شده است.

$$\text{پس} \quad R = \frac{W}{JQ} \quad \text{صنعتی}$$

بازده صنعتی يك ماشین معمولی خیلی كوچك است. مثلاً در ماشین بخار، مقدار زیادی از انرژی گرمایی حاصل از سوختن زغال به طرق مختلف هدر می رود، چه اولاً قسمت مهمی از گرما با دود از دودکش خارج می شود، بطوری که اگر Q کالری گرما از سوختن زغال حاصل شده باشد، فقط Q' کالری از آن صرف گرم کردن آب دیگ می شود. ثانیاً از این مقدار گرمای Q' که در دیگ مصرف می شود، مقداری هم بر اثر تابش و هدایت هدر می رود و فقط مقداری از آن برابر با Q_1 صرف تبخیر آب می شود. از این مقدار گرمای Q_1 نیز قسمتی به کار مکانیکی بر روی پیستون (W_1) تبدیل می شود و بقیه آن (Q_2) به کندانسور (چگالنده) یا به خارج می رود. بر حسب تعریف بازده علمی یا بازده گرمایی عبارت است از خارج قسمت کار داده شده به پیستون ماشین بخار (W_1) به مقدار انرژی گرمایی (Q_1) که صرف تبخیر آب به دمای دیگ شده است.

$$R = \frac{W_1}{JQ_1} \quad \text{علمی}$$

بازده علمی در ماشین بخار ممکن است به ۲۵ درصد برسد ولی معمولاً در حدود ۱۵ درصد است. آشکار است که کار مفیدی بر روی محور

ماشین (W) کمتر از کار پیستون (W_1) است که در ماشین بخار از فرمول $W_1 = 2(p - p_0)s \times l$ محاسبه می شود، زیرا مقداری از این کار صرف اصطکاک در قسمت های مختلف ماشین می شود. چنانکه می بینیم، برای ازدیاد بازده يك ماشین باید کوشید تا از اتلاف انرژی به صورت مختلف کاسته شود. برای این منظور بتدریج دستگاه دیگ و اجاق را تکمیل کرده اند و با بکار بردن کندانسور و عمل دتانت (واتنش) تا حدی بر بازده ماشینها افزوده اند. نخستین بار «کارنو» به حد بازده ماشینهای گرمایی پی برد و پس از آزمایشهای متعدد اصل زیر را که به اصل «کارنو» موسوم است در باره شرط ایجاد کار و ماکزیمم بازده ماشینهای گرمایی بیان کرد:

۱۲۹ - اصل کارنو - اولاً - برای آنکه بتوان انرژی گرمایی را به کار مکانیکی تبدیل کرد باید يك ماشین گرمایی در نظر گرفت که با دو منبع گرم و سرد (یعنی با دو منبع با دماهای مختلف) کار کند. به عبارت دیگر ممکن نیست که يك ماشین گرمایی فقط با يك منبع بتواند کار انجام دهد. ثانیاً - عامل تبدیل (مثلاً آب در ماشین بخار) مقداری گرما برابر با Q_1 از منبع گرم می گیرد و مقداری گرما برابر با Q_2 به منبع سرد می دهد. بنابراین مقداری گرما برابر با $(Q_1 - Q_2)$ به کار تبدیل می شود، و به موجب اصل تعادل کار و گرما این مقدار گرما معادل با $W_1 = J(Q_1 - Q_2)$ کار است و بنابراین بازده علمی چنین نوشته می شود:

$$R = \frac{W_1}{JQ_1} = \frac{J(Q_1 - Q_2)}{JQ_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

چنانکه می بینید بازده علمی نیز از واحد كوچكتر است، چه به موجب اصل کارنو Q_2 هرگز صفر نمی شود.

بازده علمی ماکزیمم - چگونه می توان بازده ماشینهای گرمایی را

زیاد کرد ؟

کارنو پس از آزمایشهای متعدد نتیجه گرفت که بازده علمی دارای حدی است که آن را بازده علمی ماکزیمم (R_m) نامید . این بازده ماکزیمم بستگی به عامل تبدیل ندارد و فقط بستگی به دماهای مطلق منبع گرم و سرد دارد .

۱۳۰ - قضیه کارنو - بازده علمی ماکزیمم يك ماشین گرمایی بستگی به عامل تبدیل ندارد و فقط به دماهای مطلق منبع گرم و سرد بستگی دارد و مقدار آن از فرمول زیر بدست می آید :

$$R_m = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

T_1 و T_2 برتریب عبارتند از دماهای مطلق منبع گرم و سرد . ولی چون

$$T_1 = t_1 + ۲۷۳ \text{ و } T_2 = t_2 + ۲۷۳ \text{ ، بازده بد صورت}$$

$$R_m = \frac{t_1 - t_2}{t_1 + ۲۷۳}$$

نیز نوشته می شود . از فرمول R_m نتایج زیر حاصل می شود :

اولاً بازده ماکزیمم همواره از واحد کوچکتر است . ثانیاً چون

دمای منبع سرد معمولاً در حدود دمای محیط است ، برای اندیاد بازده

ماشین ، باید دمای t_2 منبع گرم را زیاد کرد . در عمل چون نمی توان دمای

منبع گرم را خیلی زیاد کرد ، زیرا که فشار بخار آب فوق العاده زیاد می شود

(در ۲۵۰° فشار ماکزیمم بخار آب ۴۰ اتمسفر است) ، لذا در بعضی از

ماشینها بخار را پس از خروج از دیگک تا حدود ۴۰۰° گرم و پس از آن

وارد استراند می کنند .

$$\frac{t_1 - t_2}{t_1 + ۲۷۳} = ۱ \text{ اگر } R_m = ۱ \text{ شود لازم می آید که } t_2 = -۲۷۳$$

شود و بنابراین باید $t_2 = -۲۷۳$ ، یعنی اگر دمای منبع سرد به صفر مطلق برسد بازده ماکزیمم مساوی واحد می شود و چون این عمل غیر ممکن است ، هرگز نمی توان به بازده ماکزیمم يك رسید .

مثال ۱ - معین کنید بازده ماکزیمم ماشین بخاری را که دمای منبع گرم آن ۲۲۷° و دمای منبع سردش ۴۰° است .

$$R_m = \frac{t_1 - t_2}{t_1 + ۲۷۳} = \frac{۲۲۷ - ۴۰}{۲۲۷ + ۲۷۳} = \frac{۱۸۷}{۵۰۰} = ۰/۳۷۴$$

این بازده ماکزیمم علمی است و عملاً بازده حقیقی هرگز به این اندازه نمی رسد .

مثال ۲ - اتوموبیلی به جرم ۳۹۲۰ kg با سرعت ۷۲ کیلومتر در ساعت از جاده شیب داری به شیب ۵/۵۵ بالامی رود . اصطکاک جاده برابر با $R = ۵۴ \text{ kgf}$ است . اتوموبیل در مسافت ۱۰۰ کیلومتر ۲۵ لیتر بنزین مصرف کرده است . در صورتی که از سوختن هر گرم بنزین ۱۱ kcal گرما تولید شود و جرم مخصوص بنزین ۵/۸ باشد ، تعیین کنید بازده موتور را ($g = ۹/۸۱ \text{ m/s}^2$)
حل - چون حرکت اتوموبیل یکنواخت است $\gamma = ۰$ ، اگر F نیروی موتور ، P وزن اتوموبیل و M جرم آن باشد .

$$F = P \sin \alpha + R \text{ یا } F - (P \sin \alpha + R) = M \gamma = ۰$$

$$F = ۳۹۲۰ \times \frac{۵}{۱۰۰} + ۵۴ = ۲۵۰ \text{ kgf}$$

کار نیروی موتور در مسافت ۱۰۰ کیلومتر $W = F \times l$ برابر است با

$$W = ۲۵۰ \times ۱۰۰۰۰۰ = ۲۵ \times ۱۰^۶ \text{ kgm} \text{ یا } ۲۵ \times ۱۰^۶ \times ۹/۸۱ \text{ J}$$

از طرف دیگر گرمای حاصل از سوختن ۲۵ لیتر یا ۲۵۰۰۰ cm^3 یا

$$۲۵۰۰۰ \times ۵/۸ \text{ گرم بنزین برابر است با}$$

$$Q = ۲۵۰۰۰ \times ۵/۸ \times ۱۱۰۰۰ = ۲۲ \times ۱۰^۶ \text{ cal}$$

$$R = \frac{W}{JQ} = \frac{۲۵ \times ۱۰^۶ \times ۹/۸۱}{۴/۱۸ \times ۲۲ \times ۱۰^۶} \approx ۰/۲۶۶$$

تمرین

۱ - يك ماشین بخار دوزر بهای دارای مشخصات زیر است: سطح مقطع استوانه 300cm^2 ، طول مسیر پیستون 40cm ، پیستون 150 رفت و برگشت در دقیقه انجام می‌دهد. فشار بخار در دیگ 6kgf/cm^2 است و بخار پس از تأثیر بر روی پیستون در هوا وارد می‌شود که فشار آن 1kgf/cm^2 است.

۱- توان ماشین بخار را بر حسب اسب بخار بدست آورید. ۲- در صورتی که بازده ماشین $5/10$ باشد مصرف زغال را در هر ساعت حساب کنید، در صورتی که از سوختن هر گرم زغال 8kcal گرما تولید شود. ۳- معین کنید مصرف بخار را در هر دقیقه در صورتی که 1m^3 بخار در شرایط فوق 6kg جرم داشته باشد. ۱) 40ch ، ۲) $31/69\text{kg}$ ، ۳) $21/6\text{kg}$

۲- ماشین بخاری به توان 12000kgm/s است. فشار بخار در دیگ 1kg/cm^2 و در چگالنده $10/1\text{kg/cm}^2$ و سطح پیستون 400cm^2 و مسیر پیستون $5/5\text{m}$ است. معین کنید: ۱- کار انجام شده در يك ضربه پیستون را؛ ۲- عدد دورهایی را که چرخ طیار در يك دقیقه می‌زند؛ ۳- اگر این ماشین برای بالا بردن بار به ارتفاع 50 متر بکار رود، در صورتی که 40 درصد این کار تلف شود، چه مقدار بار را در دقیقه می‌تواند به ارتفاع مزبور برساند ($g = 9/81\text{m/s}^2$).

تن $8/64$ ۳) دور در دقیقه 180 ۲) 2000kgm ۱)

۳- يك ماشین بخار دوزر بهای دارای مشخصات زیر است:

فشار بخار در دیگ 11 اتمسفر و قطر استوانه 40cm و مسیر پیستون $5/5$ متر است. ماشین بدون چگالنده است و بخار پس از خروج از استوانه وارد هوا می‌شود که فشار آن 1kg/cm^2 است. ۱- کار انجام شده به وسیله يك ضربه پیستون بر حسب کیلوگرم متر و ژول چقدر است؟ ۲- پیستون 120 رفت و آمد در دقیقه انجام می‌دهد. معین کنید توان ماشین بخار را بر حسب کیلووات و اسب بخار. ۳- با این ماشین می‌خواهیم باری برابر با 5 تن را بالا ببریم. معین کنید با چه سرعتی ماشین این بار را بالا می‌برد.

$g = 9/81\text{m/s}^2$ و يك اتمسفر برابر با 1kg/cm^2 فرض می‌شود).

۱) 6280kgm و 61607 ژول

۲) $246/42\text{kW}$ و $334/93\text{ch}$ ۳) 5m/s

۴- توان ماشین بخار دوزر بهای 11304kgm/s ، فشار مؤثر بر روی پیستون 12kg/cm^2 ، چرخ طیار 180 دور در دقیقه می‌زند و مسیر پیستون 50cm است. معین کنید قطر پیستون را. 20cm

۵- ماشین بخاری دارای مشخصات زیر است:

فشار بخار در دیگ $10/2\text{kg/cm}^2$ و در چگالنده $5/2\text{kg/cm}^2$ ، سطح مقطع استوانه 800cm^2 و مسیر پیستون 60cm و چرخ لنگر در هر ثانیه 3 دور می‌زند. ماشین با دتانت کار می‌کند و در $1/5$ مسیر پیستون در پیچه ورود بخار باز است و $4/5$ بقیه را با انبساط کار می‌کند. در صورتی که فشار در استوانه در موقع دتانت بطور متوسط $4/2\text{kg/cm}^2$ فرض شود، معین کنید: ۱- توان ماشین بخار را؛ ۲- جرم بخار مصرف شده را در هر دقیقه، در صورتی که جرم يك متر مکعب بخار در شرایط فوق 5kg باشد؛ ۳- میزان مصرف زغال در هر ثانیه را در صورتی که بازده ماشین ده درصد باشد و از سوخت هر گرم زغال 8000 کالری گرما تولید شود.

گرم $43/94$ ۳) $17/28\text{kg}$ ۲) 14976kgm/s ۱)

۶- ماشین بخاری يك کیلوگرم زغال برای هر اسب بخار در ساعت مصرف می‌کند. در صورتی که از سوختن هر کیلو گرم زغال 8000kcal گرما تولید شود. ۱- بازده صنعتی ماشین را بدست آورید. ۲- دمای دیگ 200° و دمای کندانسور 20° است. معین کنید بازده علمی ماکزیم این ماشین را. ۱) $5/08$ ۲) $5/38$