

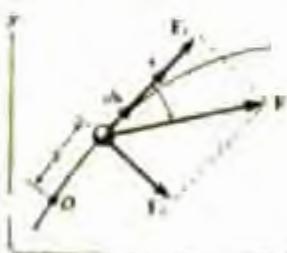
فصل هفتم

کار و ارزی

مقدمه

در شکل ۷-۱ خط مختصی سریر، جسمی به جرم m را نشانه داده است که در سطح xy حرکت دیگرند و بر آینده تبر دعای مؤثر بر آن \mathbf{F} میباشد. درین انتقال، ممکن است آن را، جهت دندار \mathbf{F} تغییر کند. \mathbf{F} را به دو مؤلفه \mathbf{F}_\parallel و \mathbf{F}_\perp برسیر و \mathbf{F}_\parallel قائم بر سریر، تجزیه میکنیم.

جهت \mathbf{F}_\parallel که بر \mathbf{v} بردار سرعت عمود است لبر وی سذب بهر کز و تنها اگر آن تغییر جهت صرخت است در حالت که اگر \mathbf{F}_\parallel نه برو آندازه سرعت می باشد.



شکل ۷-۱ سریر باک لحظه مادی در سطح
۲۹ ثانی

هر گاه s فاصله متوجه m از نقطه اخیری O دافع بر مبنی باشد در حالت کلی \mathbf{F} تابع است پیابر قانون دوم بیرون میتوان نوشت:

$$\mathbf{F}_s = m \frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

چون \mathbf{F}_s تابعی از s است میتوان نوشت:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d\mathbf{v}}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} = \mathbf{v} \frac{d\mathbf{v}}{ds}$$

و از آنجا:

$$\mathbf{F} = m \mathbf{v} \frac{d\mathbf{v}}{ds}$$

و ۱۱:

$$\int F_s ds = m v dv$$

هر گله بازه $s_1 \leq s \leq s_2$ و $v_1 \leq v \leq v_2$ باشد اگرال طرفین را بخواهیم
پس از جذبین چنین داشت مثابه:

$$\int_{s_1}^{s_2} F_s ds = \int_{v_1}^{v_2} m v dv \quad (۱-۷)$$

اما اگرکار طرف چیزی برای کار W است که نیروی F در فاصله $s_1 \leq s \leq s_2$ انجام می‌دهد
معنی:

$$W = \int_{s_1}^{s_2} F_s(s) ds$$

واضح است که این انتگرال، به مرطی قابل محاسبه است که مولفه F_s صورت زیری
از s درست یافته شود $F_s = m v$ و هر دو صورت تابع از یک متغیر دیگر معلوم باشند. اگرکار
نمی‌دانیم که v از s چگونه بستگی دارد، این انتگرال محاسبه نمی‌شود.

$$\int_{s_1}^{s_2} m v dv = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

نصف حاصلضرب سرعت در حدود سرعت بال سرعت دیگر آن حسماً می‌باشد و آنرا E_k
نهاش میدهند معنی:

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

پس این قرهول ۱-۷ را میتوان جذبین نوشت:

$$W = E_{k2} - E_{k1} \quad (۲-۷)$$

پس کار برآیند نیروهای وارد برایک قابل مسادی. برایک نیز این ارزی جنبشی آن است.
این بیان را قضیه کار-حرارتی مینامند.

اینک درباره مفهوم کار و ارزی مختسب منتشر صحبت میشود.

۲-۷ ، کار

در زبان عامیانه، کار یعنی نوع فعالیت اعم از بدنه یا ذهنی املاکی میشود. اما در

فیزیک مفهوم کار معنای محدودتری دارد. کار فیزیکی موقت صورت پیکرید که تیر و قی برجستی دارد آنرا حاچها کند و درین حاچهایی، همواره تیر وی مؤثر مؤلفهای دارد امتداد مسیر داشته باشد. هرگاه این مزایه حرکت هم جهت باشند کار انجام شده و قیمت داگر مختلف الجهت باشند منطق است. هرگاه امتداد نبود و تقویت مکان عمود باشد انداده مؤلفه متناسب بر مسیر، صفر و کار انجام شده بر این صورت است.

پس این در موقع بالارفتن یک جسم انتفع کرد، تیر وی که باعث بالا رفتن جسم میشود کار نشت انجام میگردد. وقتی فلزی کشیده میشود کار تیر وی که باعث کشیده شدن فلز میشود نمیگردد. و پس تیر وی که باعث تراکم گازی میشود کار نمثبت انجام میگردد. بر عکس کار تیر وی و دن جسم (که روی این اثر میگردد) هنگام بالا رفتن آن منطق است، زیرا مؤلفه مهاسی تیر و (که در این حالت خودان و زدن جسم است) و تغییر مکان مختلف الجهت هستند، وقتی جسمی پس روی سطوح میگذرد، کار تیر وی اصلتاً کار نماینده تیر بر جسم میگشود، منطق است. زیرا همیشه احتمالات در خلاف حرکت حرکت مر جسم اثر میگردد. تیر وی احتمالات میگیرد که مطلع تابع کاری انجام نماید و درین این تیر و سایرها منطق است. و - و داینکه تکاهداتن ساز توجه عضلات عملی متعکل و پر رحمت است، ممکن است بون حیطه ای و وجود ندارد کار صفر است، وقتی شخص پس ازی پریش شد و در سطح افقی حاچها میگردید، کاری انجام نمیگردد. زدن زدن را در حاچهایی عمود است و با الاتر و قفقن جسمی روی این سطح افقی میگردد. تیر وی قائم وارد و از مطلع بر جسم پرس کاری انجام نمیگردد. همچنین تار تیر وی جذب پس از کسر در سر کت دورانی صفر است.

واحد کار در دستگاه mks یک نووتون متر (m-n-m) است که تول (j) نامیده میشود. واحد کار در سیستم ergs از گی است و بر این است با یک نوین \times واحد نوین dyne-cm. چو
هر نوین این 10^{-7} و نووتون بر این 10^{-7} دین است شیوه پیگیریم که:

$$1j = 1n \text{ m} = 1 \text{ dyens} \times 10^{-7} \text{ dyen-cm} = 10^{-7} \text{ ergs}$$

در دستگاه انگلیسی واحد کار قوت یونت (ftlb) است. داریم:

$$1j = 0.77776 \text{ ft lb} \quad 1\text{ft lb} = 1/356 j$$

فرمول کار را پس از موقت میتوان نوشت: هرگاه θ زاویه بین F و s باشد انداده مؤلفه مهاسی F برای این $F \cos \theta$ است با $(F \cos \theta) s$ نویسیم:

$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} F_s ds = \int_{\theta_1}^{\theta_2} F \cos \theta ds$$

در فصل اول درباره جمع دنگریق برداری و در فصل سوم درباره حاصله از پرسکیز برداری

دیگر دار ساخته است. از تعریف کار میتوان تعریف حاصلضرب عددی دیگر دار را نتیجه گرفت. بنابر تعریف، حاصلضرب عددی scalar \mathbf{A} دیگر دار و \mathbf{B} برابر است با حاصلضرب اندازه \mathbf{A} در تصویر \mathbf{B} بر امتداد \mathbf{A} . عرکه انداد آنها برابر \mathbf{B} برابر θ باشد حاصلضرب اسکالر (که حاصلضرب نقطه‌ای برابر نمایند میشود) آنها برابر است با :

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB \cos \theta$$

واضح است که $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$ و بر این تعریف داریم :

$$W = \int_{S_1}^{S_2} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$$

هر گاه اندازه \mathbf{F} وزاویه بین امتداد آنها میزیر. ثابت باشد $F \cos \theta$ تابع است و از انتگرال بیرون میآید و در اینجا میتوان مسافت می‌شود را در فاصله S_1 و S_2 بین این θ فرمول کنیم ($0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$) خواهیم داشت :

$$W = \int_{S_1}^S F \cos \theta ds = F \cos \theta \int_{S_1}^S ds = (F \cos \theta) S$$

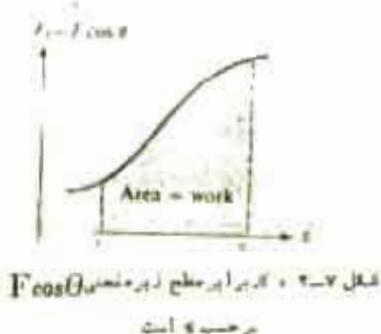
هر گاه بیرون و تابع وهم امداده با تغییر مکان باشد (هم جهت پا مخالف محیط) θ برای صفر یا $180^\circ \pm 90^\circ = \cos \theta$ است لذا داریم :

$$W = \pm F \cdot s$$

و در این حالت خاص میتوان گفت کار

برابر حاصلضرب بیرون در تغییر مکان است و لیکن باشد
در قدر داشت که در حالت کلی تعریف کار بسوزت زیر
فرموله میتواند :

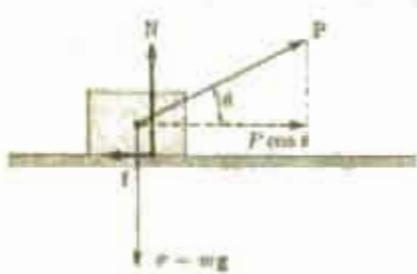
$$W = \int_{S_1}^{S_2} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \int_{S_1}^{S_2} F \cos \theta ds \quad (2-7)$$



در آنچه کتفیم \mathbf{F} بر آینده بیرونی خارجی وارد بر جسم فرم شد، لازم است کار

نیز وکی عویضی را که بر جسم اثر می‌کند نیز بتوانیم بدست آوریم. کار هر قبیل داشتیوان از روی تعریف کلی کار که در فرمول ۲-۳ فرموله شده است محاسبه نمود و چون کارگشت اسکالار است، پس از محاسبه کار غریب از تیروها میتوان آنها را با هم جمع نمود. هر گاه $F_{cos\theta}$ را بطور زاین از میتوان مطلق شکل ۲-۷ سوت یک مخلوط تماشی داد، کار در فاصله θ تا 90° برای سطح زیر منحنی $F_{cos\theta}$ بر حسب θ است که بین دو حد نامم بطول های a و b محدود باشد.

مثال ۹ - در شکل ۲-۶ مذکوق مشارک داده شده است که با بیرونی P زاویه θ با



افق دارد در امتداد افقی کشیده میشود. بیرونی های دیگر که بر آن اثر میکند N وین جسم و N بیرونی قائم وارد از تکیه گاه و a بیرونی اسکالار است. کار غریب از تیروها را هنگام حابهاین $=$ (عطف راست) بدست آورید. مؤلفه P در امتداد حرکت بر کت برابر است با $P_{cos\theta}$ و کار این برابر است با:

$$W_p = (P_{cos\theta}) \cdot a$$

تیروهاي N و N عردو برسبر حرکت نموده اند بنابراین کار انجام شده توسط آنها صفر است. یعنی
مثال ۹ - این کار انجام شده توسط آنها صفر است. یعنی
اما این کار انجام شده توسط آنها صفر است. یعنی
 $W_n = 0$

- چون نیز دیگر اسکالار در خلاف جهت حرکت مینماییست، بنابراین کار انجام شده توسط آن مخفی است یعنی:

$$W_f = -fa$$

چون کارگشتی مخفی است یعنی W_f برای بروغ این کار است زنی:

$$W = W_p + W_n + W_f + W_p = (P_{cos\theta}) \cdot a + 0 + f \cdot a = P_{cos\theta} \cdot a - f \cdot a$$

اما $f = P_{cos\theta}$ برآید نیزه علی گزارز بر حسب اینست بنابراین کارگشتی انجام شده کوچک

شدن از تیروها بخواهد انجام شده توسط برگردان تیروهاي در در بر حسب اینست.

$$\text{فرض کنیم } a = 10 \text{ cm}, f = 0.492, P = 50 \text{ N}, g = 9.81 \text{ m/s}^2 \Rightarrow f = 0.492 \cdot 50 = 24.6 \text{ N}$$

$$W_p = (P \cos \theta) \cdot s = 500 \text{ N} \times 1.8 \times 2.0 \text{ m} = 5400 \text{ J}$$

$$W_f = -f \cdot s = -150 \text{ N} \times 2.0 \text{ m} = -300 \text{ J}$$

$$W = W_p + W_f = 5100 \text{ J}$$

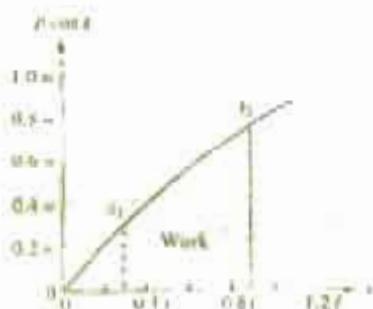
و به این امتحان مبنیان معلوم کرد که کار بر آیند

$$W = (P \cos \theta - f) \cdot s = (400 \text{ N} - 150 \text{ N}) \times 2.0 \text{ m} = 5000 \text{ J}$$

مثال ۲- جسم بوزن W بمانی طول ۱ (شکل ۲-۷) آویزان است. لیر وی متنفس واقعی P که ایندا متر است و بقدیم افزایش می‌زاید، آنرا پیگرفت و لیس مونکند (پیغوریک) همیشه تعادل حجم برقرار است. کار انجام شده را وقتی راورد ازحراف θ شود، بدست آورید.

چون سیم بحال تعادل است، پتانسیل برآیند لیر و های افقی مبنیان بر جسم صفر است یعنی :

$$P = T \sin \theta$$



شکل ۲-۷ - لیر وی متنفس - افقی P - حجم
کوچکی در حال اصل ایندر ۰ از تعادل

شکل ۲-۸ - لیر وی متنفس P داشت که از آن از $1/21$ تا $-1/16$ از تعادل میگذارد و این میگذرد که این درجه حرارت مخصوص است.

وقتی برآیند لیر و های قائم وارد بر جسم را صفر فرم کنیم داریم

$$w = T \cos \theta$$

و از ترسیم آنها، بر پیکده بگز توجه بینند:

$$U = w \cdot \tan \theta$$

نتهه از P در روی قوس s نوسان میکند. چون $\theta = l d\theta$ است پس $ds = ld\theta$ داریم:

$$W = \int P ds = \int P \cos \theta ds = \int_0^\theta w \tan \theta \cos \theta ld\theta = wl \int_0^\theta \sin \theta d\theta \\ = wl(1 - \cos \theta) \quad (4-7)$$

در شکل ۷-۵ منحنی $P \cos \theta$ (که برای $w \sin \theta$ است) بر حسب θ نموده است. کار در مر فاصله برای سطح ذیر منحنی است. در این شکل از $l = 2$ و $w = 1$ است. کار پسورد سطح ذیر منحنی تغییش داده شده است.

۴-۷، انرژی جنبشی

انرژی جنبشی یک جسم مانند کار، یک کمیت امکال است. انرژی جنبشی یک جسم متحرک تابع اندازه سرعت آن (تدی آن) است و به اندازه وجهت و نحوه پیدا شدن سرعت در جسم بستگی ندارد.

بر طبق قضیه کار - انرژی تغیر انرژی جنبشی یک جسم فقط تابع انت وان تابع اندازهای F و ds بطور مجزا است: مثلاً اگر جایجا این ذیاد و نیرو کم و بالدکس جایجا ای کم و نیرو ذیاد پاشد ولی حامل ضرب بیرون و تغییر مکان برای پاشند، تغییر انرژی جنبشی تابع خواهد ماند. هر گاه $m = 7$ ، $v = 5$ معلوم باشند میتوان کار بر آن پنهان کرد. این روش را حساب کرد، بدون استفاده مقایم اندازه این مرا آیند یا اندازه تغییر مکان آن جقدر است.

هر گاه کار بر آیند بیرونها مشت پاشند، انرژی جنبشی ناتوانی جسم پشتراز انرژی جنبشی اولیه آن است. یعنی انرژی جنبشی افزایش می‌یابد و اگر کار بر بور منفی باشد انرژی جنبشی کاهش خواهد یافت. اگر کار سفر پاشد انرژی جنبشی تابع میباشد.

در محاسبه انرژی جنبشی، باید در انتخاب واحدهای جرم و سرعت، دقت خاص مبذول شود. در دستگاه $kg \cdot m/s^2$ و m/s یعنی گرم فرسنگ بر حسب $kg \cdot m/s^2$ و m/s دستگاه منطقی انگلیسی kgm و m/s و سرعت بر حسب m/s میباشد. در دستگاه منطقی انگلیسی m بر حسب $slug$ و v بر حسب ft/lb است. انرژی در دستگاه مذکور پتر نیز بر حسب

$$ftlb = slug \frac{ft^2}{sec^2} \quad \text{و} \quad joule = kgm \cdot \left(\frac{m}{sec}\right)^2 \quad \text{و} \quad erg = gm \cdot \left(\frac{cm}{sec}\right)^2$$

پشت میآید.

$$\text{Kgm} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{sec}^2} = \frac{\text{newton}}{\text{m/sec}^2} \times \frac{\text{m}^2}{\text{sec}^2} = \text{newton} \times \text{m} = \text{Joule}$$

و با همین ترتیب :

$$\text{gm} \cdot \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}^2} = \frac{\text{dyne}}{\text{cm/sec}^2} \times \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}^2} = \text{dyne} \cdot \text{cm} = \text{erg}$$

$$\text{slug} \cdot \frac{\text{ft}^2}{\text{sec}^2} = \frac{\text{lbf}}{\text{ft/sec}^2} \times \frac{\text{ft}^2}{\text{sec}^2} = \text{ft lbf}$$

مثال - شکل ۷-۱ مراحله کنید. مقادیر عددی در آنرا مثال ۱ ذکر شده است. کار کل بروزهای خارجی مؤثر بر جسم 5000 J است. پس از دناده انرژی جنبشی جسم پر 5000 J خواهد بود. فرض کنیم $\text{v} = 4 \text{ m/sec}$ باشد. انرژی جنبشی اولیه برای اینجا

$$E_{k_1} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1000 \text{ n}}{1 \cdot \text{m/sec}} \times 16 \frac{\text{m}^2}{\text{sec}^2} = 8000 \text{ J}$$

برای پیدا کردن سرعت ثانویه جسم ابتدا باید شتاب را محاسبه نمود.

$$F = \frac{F}{m} = \frac{400 \text{ n} - 150 \text{ n}}{1000 \text{ n}} = 4/5 \text{ m/sec}^2$$

پس خواهیم داشت :

$$v_t^2 = v_i^2 + 2as = 16 \text{ m}^2/\text{sec}^2 + 2 \times 4/5 \text{ m/sec}^2 \times 20 \text{ m} = 116 \text{ m}^2/\text{sec}^2$$

و انرژی جنبشی در حالت دوم چنین بدست می‌آید.

$$E_{k_2} = \frac{1}{2} \times \frac{1000 \text{ n}}{1 \cdot \text{m/sec}} \times 116 \text{ m}^2/\text{sec}^2 = 5800 \text{ J}$$

و چنانکه دیده می‌شود تغییر انرژی جنبشی برای 5000 J نیز است. (در حل این مثال $g = 10 \text{ m/sec}^2$ فرض شده است)

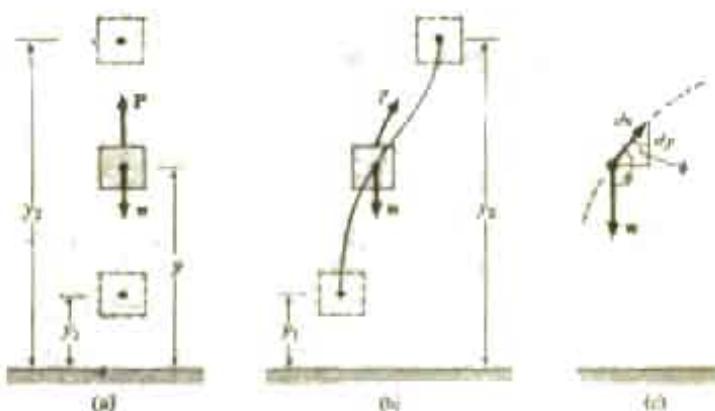
۷-۴، انرژی پتانسیل نقلی

فرض کنیم مطابق شکل ۷-۲ (a) جسم پجره ($w = mg$) m که بر کرت قلل آن در ارتفاع y واقع است. در امتداد قائم حرکت کرده باز ارتفاع y میرسد (سطح میده

اختیاری است) در اینجا از تغییرات g بر حسب ارتفاع مرتفع میکنیم . بروزی وزن W در امتداد قائم در وجاهاں بر حسم اثر میکند . P را برآیند بروزای خارجی وارد موجم و W را کار این بروزها فرض میکنیم . حیث W مخالف جهت حابهای است و کار انجام شده توسط آن برا بر است با :

$$(5-7) \quad W_{\text{grav}} = -W(y_2 - y_1) = -(mg y_2 - mg y_1)$$

[داشجوبان باید بتوانند برآید یکدیگر اندلال کنند که اعم از اینکه جهت تغییر مکان حسن در امتداد قائم رویا یا رویه پالین باشد کار بروزی وزن یعنی $-mg(y_2 - y_1)$ منفی است] .



شکل ۵-۷ - از بروزی وزن W حسن از برآوران مثل از اینکه P بگیرنداش میگردند .

حال فرض کنیم حسن که در ارتفاع y است بر روی مسیر غیر منحنی حرکت گردد به همکله دیگری که ارتفاع آن y است برسنه . [شکل ۵-۷ (c)] در قسمت (c) شکل خلاصه بینهایت کوچکن از مسیر را مردگه داشان داده اند . کار بروزی وزن برا بر است با :

$$W_{\text{grav}} = \int_{y_1}^{y_2} W \cos \theta ds$$

هر گاه θ زاویه ds با امتداد قائم (جره) پینهایت کوچک امتداد قائم را dy مینامیم . اشد . خواهیم داشت $ds = d\cos \theta$ و $dy = d\sin \theta$. $g = ۹۸۰ \text{ cm/sec}^2$ است خواهیم داشت .

$$\cos\varphi = -\cos\theta \quad \cos\theta ds = -dy$$

و از آنها :

$$W_{\text{grav.}} = - \int_{y_1}^{y_2} w dy = -w(y_2 - y_1) = -mg(y_2 - y_1) \quad (7-7)$$

بنابراین کار نیروی وزن فقط بوضع ابتدائی و انتهائی جسم پستگی داشته تابع مسیر نیست. هر گاه این دو نقطه یعنی ابتداء و انتهای مسیر در یک ارتفاع از سطح میدهند کار انجام شده توسط نیروی وزن صفر است.

از آنها که کار کل این ایر توزیر از ری جنبشی جسم است پس داریم :

$$W + W_{\text{grav.}} = E_{k_2} - E_{k_1} \quad W - (mgy_2 - mgy_1) = \\ = \left(\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \right)$$

مقادیر v_1 و v_2 فقط تابع تندی انتهائی و اولیه جسم است و مقادیر mgy_1 و mgy_2 فقط تابع ارتفاع ناگویه و اولیه جسم میباشد. بنابراین هر گاه مقادیر mgy_1 و mgy_2 را از طرف «کار» پارف داریزی متنقل کنیم داریم :

$$W = \left(\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \right) + (mgy_2 - mgy_1) \quad (7-7)$$

درست چیزی که در فوق فعلاً کار نیروی P بجای ماند، است و درست دامت، عباراتی وجود دارد که فقط تابع کمیات مرتبه از انرژی (تندی - ارتفاع) اولیه و انتهائی جسم میباشد و پنهانی چه یا مسیر طی شد، توسط این جسم رایطه ای تدارند. کمیت y پنهان حاصلتر ب وزن جسم در ارتفاع آن از سطح میدهند را انرژی پتانسیل لقی نامیده آرا یا E_p نمایش میدهیم

$$E_p = mgy$$

(7-8)

پر انتز اول سمت فرمول ۷-۷ تغییر انرژی جنبشی و پر انتز دوم تغییر انرژی پتانسیل تقلیل است. میتوان فرمول ۷-۷ را صورت زیر نوشت :

$$W' = \left(\frac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 \right) - \left(\frac{1}{2}mv_0^2 + mgy_0 \right) \quad (9-4)$$

مجموع اُنرُزی جنبشی و پتانسیل جسم را اُنرُزی مکانیکی جسم مینامیم، پر اقتراول سمت راست فرمول ۹-۶ اُنرُزی مکانیکی تابویه جسم و پر اقتراول دوم اُنرُزی مکانیکی اولیه آن میناده، بنابراین مینویان گفت: کارکلیه نیروهای خارجی غیر وزن، که بر جسم اُنرُزی میکند برابر تغییر اُنرُزی مکانیکی جسم است، هر گاه W' مثبت باشد اُنرُزی مکانیکی افزایش و مثبت، منفی باشد کاهش می‌باشد: در حالت خاصی که تنها نیروی وزن بر جسم، نیروی وزن است کار W' سفر و فرمول ۹-۷ بصورت ذیر در می‌آید:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgy_0$$

در اینحال اُنرُزی مکانیکی کل تابع عالمده است یعنی دوام و مقاوم دارد. این حالت خاصی از اصل بقاء اُنرُزی مکانیکی است.

مثال ۱- مردی توبی چون 40m را به حال سکون در دست دارد. آنرا در انتقام قاتم بطریف نالا پرتاب می‌کند. وقت این مرد 25 sec سانتیمتر توب را داشته آنرا پرتاب می‌کند. سرعت توب در زیرین خروج از دست شخص $\frac{m}{sec} 15$ است. براساس قبیله کار. اُنرُزی در باره

$$\text{حرکت این توب بحث آنند} \quad \left(\text{فرم میشود} \right)$$

آنند در باره مراجله پرتاب بحث می‌کنیم، حلخ مبدأ را وضع اولیه توب می‌گیریم. پس $E_{p1} = 0$ و $E_{k1} = 0$. نقطه (۲) را در نقطه‌ای می‌گیریم که توب از دست شخص خارج میشود خواهیم داشت:

$$E_{p1} = mgy_1 = 10 \times 10 \times 75 = 750$$

$$E_{k1} = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2} \times \frac{10}{10 \cdot 10 \cdot 10} \times \left(\frac{150}{sec} \right)^2 = 1125$$

فرم می‌کنیم p نیروی وارده از دست شخص بر توب و W کار این تبرد باشد. بنابراین W برایر مجموع تغییرات اُنرُزی جنبشی و پتانسیل جسم است یعنی برایر است با: $1125 = 750 + 0$

هر گاه نیروی P در تمام مدت پرتاب ثابت قرضش کشیده دارد :

$$W' = p(y_i - y_f)$$

و از آنجا نیروی P چنین بحث می‌اید :

$$P = \frac{W'}{y_i - y_f} = \frac{12j}{1,75m} = 16N$$

اما بهر حال اعم از اینکه P ثابت باشد یا نباشد کلا آن برای ۱۲ تول است، اینکه در حالت بحث مبکتیم که توب ازست شخص خارج نده است. هر گام مقاومت هوا ناچیز باشد تها نیروی مؤثر بر حجم $W = mg$ است و از زی مکانیکی کل، ثابت می‌ماند. هر گاه سطح مبده جدید را سطح \perp خردج توب ازست شخص، فرض کنیم محاسبات آساقر است، این نقطه را نقطه (۱) فرض مبکتیم جوابهای داشت :

$$E_k = 11,25j \quad E_p = 0$$

$$E_k + E_p = 11,25j$$

پس از زی کل مکانیکی همان $11,25$ تول است.

فرض کنیم بخواهیم تندی حسم را در ارتفاع $4,25m$ بالای سطح مبده پیدا کنیم، از زی پتانسیل حسم در این ارتفاع برای $11,25$ تول است (برای ادا ازای حشری آن ۵ تول خواهد بود). تندی آن چنین بحث می‌اید :

$$\frac{1}{2}mv^2 = E_k \quad v = \pm \sqrt{2E_k/m} = \pm 10 \text{ m/sec}$$

علامت \pm مدل می‌بارد که حسم اداین نقطه دوبار عبور می‌کند، یعنی موقع بالارفتن و دیگری موقع بازی آمدن. از زی پتانسیل حسم در هر دو حال در این سطح مداریت ثابت لقا از زی جنبشی درنتیجه تندی آن در این سطح ثابت خواهد بود. در موقع بالارفتن علامت تندی مشت و درموقعیت پائین آمدن منی است.

بخواهیم معین کنیم که حسم حداقل تابعه ارتفاعی بالا نیروه، در شلهادج، از زی پتانسیل (نسبت به سطح مبده دهم) $11,25$ تول و از زی سهشی بر این سفر است (جه -7) یا سازی معلوم می‌شود که حسم تا ارتفاع $4,25m$ $11,25$ بالاتر از نقطه پرتاب صعود می‌کند هر گاه سوال شود که در ارتفاع $40m$ تندی حسم چقدر است جواب ما این است که چون حداقل از زی $11,25$ تول است و از زی لازم برای اینکه حسم با ارتفاع $40m$ بررس

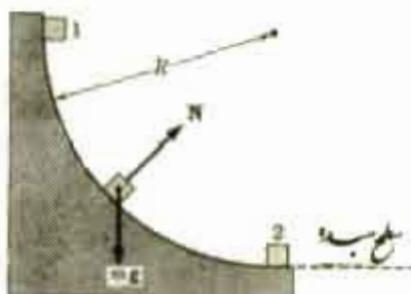
برابر ± ۲۰ است پس جسم، از ری لازم بینای رسیدن باین ارتفاع را ندارد.
مثال ۳- جسمی بر سر ربع دایره‌ای مطابق شکل ۷-۷ لغزیده پائین می‌آید.
هر گاه نیروی اصطکاک وجود نداشته باشد تندری جسم را در انتهای میز بدم آورید.
حرکت این جسم عیناً مانند حرکت جسمی است که به متابی بطول R آویزان باشد آنرا
بالا آورد و قطب طناب بحال افقی قرار گرفت جسم را رها کنیم (انتهای دیگر طناب مفروض
در نقطه O ثابت است).

در اینجا نبتوان انعصاره حرکت باقتاب ثابت استفاده نمود. (ذیراً شب سطح
تکه گاه ثابت می‌ست بلکه ندوریچا کم شده بصر میرسد) هر گاه اصطکاک نباشد نیروی مؤثر
بر جسم علاوه بر وزن، نیروی N است که از طرف سطح تکه گاه بر جسم وارد می‌شود، انعصار
این نیرو همواره بر سطح عمود است. لذا کار انجام شده توسط آن بر این متر است. هر گاه
نقطه بالاتر را (۱) و نقطه پائین‌تر را (۲) فصل میده را بین در نقطه (۲) فرم کنیم دائم
لذا میتوان نوشت: $y = -R + z_1$

$$E_{k_1} + E_{p_1} = E_{k_2} + E_{p_2}$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + \cdot = \cdot + mgR$$

$$v_1 = \pm \sqrt{gR}$$



شکل ۷-۴- جسمی که بر سر منحنی بیرون اصطکاکی بیاین می‌گردد

و عنمثل این است که جسم، از ارتفاع R سقوط کرده است (اکنون مفهوم \pm جیست)
هر گاه $R = ۱m$ فرض شود خواهیم داشت:

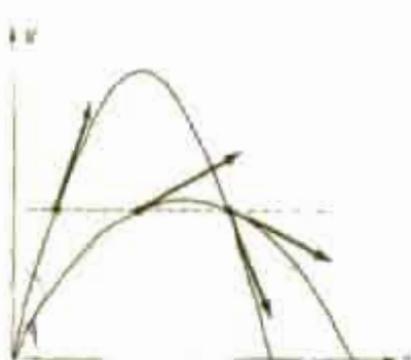
$$v = \pm \sqrt{2 \times ۹.۸(m/sec^2) \times ۱m} = \pm ۴.۴2 m/sec$$

مثال ۳- فرس کشیم حجمی بحرم 55kgm دوی دریع دایر مای بشعاع 1m تقویت مثال قبل بیانین بلند دلی در اتهای محیط آن $3\text{m} / \text{sec}$ شود کاربردی استنک موقت بر حسم را پیدا کنید.

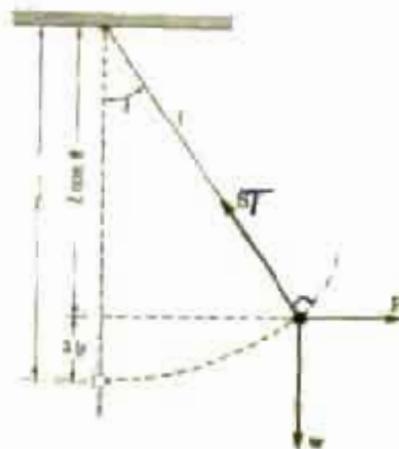
در اینحالت $W = W_f$ شواهیم داشت :

$$\begin{aligned} W_f &= \left(\frac{1}{2}mv_r^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 \right) + (mgy_f - mgy_i) = \\ &= \left(\frac{1}{2} \times \cdot / 5\text{kgm} \times \frac{m^2}{sec^2} \right) + (- \cdot / 5\text{kgm} \times 9.81 \text{m/sec}^2 \times 1\text{m}) = \\ &= 2.25\text{j} - 4.9\text{j} = - 2.65\text{j} \end{aligned}$$

کاربردی استنک 2.65j است و از زی مکانیکی کل باندازه 2.65j کامل باقی است. پس وقتی دیروی استنک بر جسمی اثر کند، از زی مکانیکی آن ثابت نمیماند.



نمودار زمان و سرعت مسون اولیه بر زبان
کنی باعث میگرداند سرعت سدنی بازدید
ما در مسیر های مختلف باکی است.



$$\Delta y = l(1 - \cos\theta)$$

مثال ۴- وقتی مقاومت هوای ناچیز فرض شود تنها دیروی موقت بر زباند. وزن آن است و از زی مکانیکی آن ثابت نمایند. در شکل لایه مسیر دیپر تابه شتاب داده شده است که تندی اولیه پرتاب (وینا برای از زی مکانیک) و هر دویکان بوده دلیل این ایجادی پرتاب آنها باعث متفاوت است. در اتفاق عین، از زی پتانسیل پرتابدها اعم از اینکه بالا روند یا پایین آیند و نیز بر هر مسیری که واقع باشد یکی است. پس از زی جنبش آنها بین مساوی

و تتدی همه آنها پکان است.

مثال ۵ جسم کوچکی وزن w بهینه طول l آویزان است (شکل ۹-۷) نیروی افقی و متنبیر p که از صفر شروع با فراش تبدیل میکند جسم را بطرف واسطه میکند و آنرا پاندازه θ از وضعیت تعادل منحرف میکند. کار p را حساب کنید.

کار W مجموع نیروهای خارجی باید برایر مجموع تغییر انرژی جنبشی و تغییر انرژی پتانسیل جسم باشد یعنی :

$$W = W_p + W_T = \Delta E_k + \Delta E_p$$

جهون T بر میز تغییر مکان نموداست پس $W_T = 0$ و جون جسم بازماند و بتدیج برآست کشیده شده تغییر انرژی جنبشی نیز صفر است پس :

$$W_p = \Delta E_p = w \Delta y$$

ارتفاعی است که جسم : آن ارتفاع بالا رفته است . از شکل ۹-۷ باسان پیداست که $\Delta y = l(1 - \cos\theta)$ یعنی :

$$W_p = w l(1 - \cos\theta)$$

باید دارید که در قسم ۷-۲ نیز همین مسئله را استفاده از اتفاقه کار محاسبه کردیم . از هر دو راه یک تتجیجه رسیدیم ولی یعنایه من بینه امنه از اتفاقه کار انرژی رام بسیار آسانتری است .

تا اینجا فرض بر این بود که اختلاف ارتفاع ، کسر و نیروی حادبه ثابت است . اینکه سورت کلی تر قسمه را مورد بحث فرادر میدعیم نیروی w در شکل ۷-۲ نیروی حادبه است که از تعیین بر جسم وارد میشود و از فرمول زیر بدست میآید :

$$G \frac{m m_E}{r^2}$$

در این فرمول m_E جرم زمین و r فاصله جسم از مرکز زمین است . وقتی r از مقدار r_1 تا r_2 تغییر کند کار نیروی حادبه برایر است با :

$$W_{gray} = -G m m_E \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \left(\frac{G m m_E}{r_2} - \frac{G m m_E}{r_1} \right)$$

هرگاه کار فوق را برایر تغییر انرژی جنبشی فرازداده آنرا مرتب کنیم ، فرمول

۹-۷ بصورت ذیر درجاید:

$$W = \left(\frac{1}{2}mv_r^2 - \frac{Gmm_e}{r_e} \right) - \left(\frac{1}{2}mv_r^2 - \frac{Gmm_e}{r_i} \right)$$

مقدار $\left[\frac{1}{2}mv_r^2 - G(m m_e)/r \right]$ سرف انداده انرژی پتانسیل جسم سرمه مانع در میدان جاذبه زمین است یعنی:

$$E_p = -G \frac{m m_e}{r} \quad (10-7)$$

انرژی مکانیکی کل جسم، مجموع انرژی جیش پتانسیل جسم است یعنی:

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}mv^2 - G \frac{m m_e}{r}$$

هرگاه نیروی مؤثر بر جسم، فقط وزن آن باشد، جمع انرژی حینی و پتانسیل آن مقداریست ثابت - یعنی تابع اصل یقاه ابرازی است.

مثال - بالستون، از اسلیله آنرژی نهادن کنید جسم را باجه سرعت در استفاده قائم پرتاب کنید، ناتوانی R از طبع زمین باشد و در هنوز هوا را ناجیز نهاده باشد.

هرگاه v سرعت اولیه باشد $R = v^2 t / g = v^2 / g$ خواهیم داشت.

$$\frac{1}{2}mv^2 - G \frac{m m_e}{R} = -\frac{Gmm_e}{\sqrt{R}}$$

$$v^2 = \frac{Gm_e}{R}$$

که ماقویه حاصله از حل مثال ۸ در فرمت $v = \sqrt{\frac{Gm_e}{R}}$ دارد و افق است.

میکن است در قلل اولین، بودن انرژی پتانسیل عجیب بنتظر می‌آید. دلیل متنی بودن، نحوه انتخابی مقام میده است. بدینهم انرژی پتانسیل «بر روی چشم» سفر است، هرگاه در فرمول ۸ - ۱ مقدار E_p را برای سفر فرازاییم ∞ - ∞ می‌شود.

یعنی وقتی جسمی در فاصله بینهایت از زمین قرارهارد انرژی پتانسیل آن صفر فرض می‌شود. هرچه سرمه برین شده بکثر شو، انرژی پتانسیل آن کافیست بیاید شتاب این مقدار آن در هر فاصله محدوده، تنی خواهد شد. تغییر انرژی پتانسیل جسم وقتی از افقها عبور

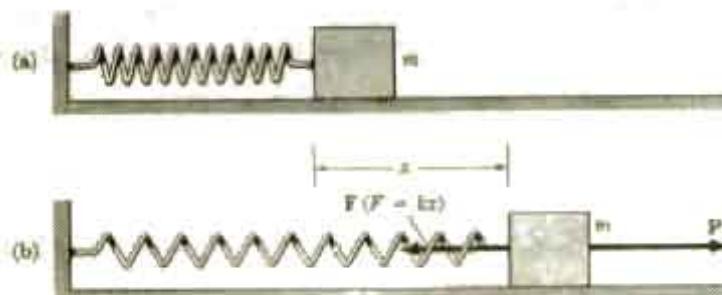
به نقطه دیگر می‌رود نسبت به سطح مبدأ مقداریست ثابت و عدیشه تغییر انرژی پتانسیل دارای اهمیت است، ناگفته آن دریک ارتفاع معین .
علاوه نشانه داریم که فرمول عمومی تغییر انرژی پتانسیل، وقتی تغییر ارتفاع زیاد نباشد بصورت فرمول $E_{p_2} - E_{p_1} = mgh$ می‌شود . هر گاه فاصله بونقطه فرضی از مرکز نماین r_2 و r_1 بوده جسمی بحرم m از نقطه اول به نقطه دوم برخوداریم :

$$E_{p_2} - E_{p_1} = -G \frac{mm_2}{r_2} - \left(-G \frac{mm_1}{r_1} \right) = Gmm_2 \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = \\ = Gmm_2 \frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2}$$

هر گاه فاصله دو نقطه مذکور از سطح زمین y_2 و y_1 فرض شود خواهیم داشت :

$$r_2 - r_1 = y_2 - y_1$$

$$E_{p_2} - E_{p_1} = \frac{Gmm_2}{R^2} (y_2 - y_1)$$



نکل ۲-۲۷: (a) یک جسم با وزن p که در یک پیله در غر اکتشاف F موجود می‌باشد، از ابتداء $x=0$ باستخراج

هر گاه y_2 و y_1 در هر ابر R کوچک یابند حاصل فرب $E_{p_2} - E_{p_1}$ تقریباً هر ابر، بجزئی شفاع را بین R می‌شود و فرمول تغییر انرژی پتانسیل چنین می‌شود :

اما داریم

$$G \frac{m_2}{R^2} = g$$

که در آن g شتاب تعلق زمین است. پس میتوان نوشت :

$$E_{p_2} - E_{p_1} = mg(y_2 - y_1)$$

این فرمول را قولاً نیز در موقعیت بحث در تغییرات y نیز بدمت آوردیم .

۵-۷، انرژی یتاسیل الاستیکی

در شکل ۷-۱۰ جسم بحوم m نشانده شده است که بر سطح افقی قرار دارد. یک طرف فشری یا بن سب سبل و انتهای دیگر آن بدین اندی وسیله است. مبدأ مختصات x، محل قرار گرفتن جسم در حالتی که فشر آزاد است، فرض می‌کنیم. (ش. ۷-۸) فرض کنیم این وی p که از خارج بر فشر افزایش نماید از این ایجاد کنند محسن اینکه اولین تغییر طول حریقی در قرار ایجاد شد فشر بین جسم پیروی F وارد می‌ورد. جهت پیروی F مخالف جهت x (از این طول فشر) و سنار این مخالف جهت p است. پیروی F را پیروی از تعادل از نرمینا نماید. هر گاه p کاهش باقیابا صفر نمود پیروی F داشت باز گفت فشر یوضع اول می‌شود و از تعادل پیشی داشت. تحریکات Robert Hooke در ۱۶۷۸:

$$F = kx \quad (۷-۷)$$

که بقایون حوكه موسم است. ضرب تابع k را ضرب تابع فشر با ضرب سختی مینامند Stiffness coefficient فشر از طول x بخوبی تجاوز نکند پیروی از تعادل مناسب با تغییر طول فشر است و یا:

$$W_{el} = \int F \cdot dx = \int_{x_1}^{x_2} F_{ext} dx$$

جهت F با این مخالف است بنابراین $-dx\theta = -\sin\theta$ حساب شد لذا داریم

$$W_{el} = - \int_{x_1}^{x_2} kx dx$$

و با :

$$W_{el} = - \left(\frac{1}{2} kx^2_2 - \frac{1}{2} kx^2_1 \right)$$

اگر W کار پیروی سادسی P فرض شود، هر گاه کار کال را برای این تغییر انرژی جذبی قرار دهیم خواهیم داشت:

$$W + W_{el} = \Delta E_k$$

$$W - \left(\frac{1}{2} kx^2_2 - \frac{1}{2} kx^2_1 \right) = \left(\frac{1}{2} mv^2_2 - \frac{1}{2} mv^2_1 \right)$$

مقادیر $\frac{1}{2} kx^2$ و $\frac{1}{2} mv^2$ فقط تابع وضع اولیه و انتهائی جسم است و بخصوص تابع نحوه تغییر طول فنر و شکل حرکت جسم نیست بنابراین آنها را از مست دکاره در فرمول به صفت «اُنرُزی» منتقل میکنیم. داریم

$$W' = \left(\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv'^2 \right) + \left(\frac{1}{2}kx^2 - \frac{1}{2}kx'^2 \right) \quad (۱۲-۷)$$

مقدار $\frac{1}{2} kx^2$ یعنی نصف حاصلضرب ضریب تابع فنر در محدود تغییر طول را اُنرُزی پتانسیل الْاسْتِیکی نامیده میشود (E_p). علامت اُنرُزی پتانسیل است. هرگاه اُنرُزی پتانسیل تغییر با ارتفاعی باشد آنرا بصورت ذهن که متخصص تر است میتوانیم

$$E_p = \frac{1}{2} kx^2 \quad (۱۲-۷)$$

شیوه میشود کار W' بین دو p برای مجموع تغییرات اُنرُزی جنبشی و اُنرُزی پتانسیل - الْاسْتِیکی جسم است فرمول ۱۲-۷ را چنین میتوسیم

$$W' = \left(\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 \right) - \left(\frac{1}{2}mv'^2 + \frac{1}{2}kx'^2 \right)$$

مجموع اُنرُزی جنبشی و پتانسیل - سیم، اُنرُزی مکانیکی کل آن مایده میشود و میتوان گفت: کار کلیه تغییر و های توپر جسم با استثناء تغییر وی الْاسْتِیکی، برای تغییر اُنرُزی مکانیکی کل جسم است.

هرگاه W' مثبت باشد، اُنرُزی مکانیکی جسم افزایش بافته و قتن منفی باشد کاهش میباشد. وقتی W' صفر است اُنرُزی مکانیکی جسم ثابت میماند.

مثال ۱ - ضریب تابع k در فریشکل ۱۰-۷ برای $22N/m$ در جسم جسم $4kgm^2$ است. در ابتدا جسم بحال سکون و قدر آزاد است. فریش کنند است لذا سفر است و بین دو p برای $10N$ بر جسم از کند. بین این دو p مقدار $50N$ و تندی سیم چندان امده بودن تغییر اُنرُزی مکانیکی موجع است. آیند تغییر و های نیز متغیر است و نسبتوان از معادله حرکت مشتابه انتخاب استفاده کرد. بنابر قضیه کار اُنرُزی نیتوان نوشت

$$W' = \Delta E_k + \Delta E_p$$

$$m \cdot v \times \cdot / dm = \left(\frac{1}{2} \times \pi k g m \times v^2 - \cdot \right) + \left(\frac{1}{2} \times 24 \frac{n}{m} \times \cdot / 25 m^2 - \cdot \right)$$

$$v_1 = 1 \text{ m/sec}$$

مثال ۳- فرض کنید اثر بیرونی P پس از طن قاسه $5m / sec$ قطع شود. ارزی جنبشی

در اینحال $\dot{z} = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} kx^2$ و ارزی پتانسیل $z = \frac{1}{2} kx^2$ لذا ارزی مکانیکی کل زد است.

(هر آبر کاربیرونی P) و قن جسم ساکن میشود ارزی جنبشی آن صفر و در نتیجه ارزی پتانسیل آن هم زول است اذ:

$$\frac{1}{2} kx_{\max}^2 = P \quad x_{\max} = 0.7 \text{ m}$$

۷-۶، نیروهای تلف-گشته و ذخیره-گشته ارزی

وقتی جسم از ارتفاع معین بالای افق، بازتاب از دیگری، یا ایام پائین رود. کاربیرونی وزن نایاب مسیر نیست و فقط نایاب وضع ابتدائی و انتهائی جسم است. در این حال، کاربیرونی اختلاف دو مقدار اولیه و نایابیه تایم بنام ارزی پتانسیل نقلی است. وقتی فقط بیرونی وزن بر جسمی اثر گند ارزی مکانیکی کل (جمع ارزی جنبشی + پتانسیل) ثابت است. یعنی بیرونی وزن ذخیره-گشته ارزی است. وقتی جسم بالا بیرونی و زدن در ازه کاهش ارزی جنبشی انجام میشود و وقتی جسم مجدداً بالین آبد کاربیرونی و زدن باعث افزایش ارزی جنبشی میشود یعنی میتوان گفت کاربیکه وزن در موقع بالارفتن انجام داده ذخیره شده و موقع پائین آمدن مجدداً پما پس داده است پس دادن کامل کار دریافتی از مهمترین حواس بیرونی وزن است.

وقتی جسمی که یا بهایی خنثی و مول است نیز مکان باید. کاربیرونی ارتحاعی فتر نیز نایاب نهاده ذخیره مکان جسم نیست و فقط نایاب اختلاف اندازه ابتدائی و انتهائی نایاب است که نایاب ارزی پتانسیل ارتجاعی نایابه میشود. هر گاه نیروی ارتجاعی فتر تها نیروی مؤثر بر جسم باشد، مجموع ارزی جنبشی سه و ارزی پتانسیل ارتجاعی فتر ثابت میماند. پس نیروی ارتجاعی فتر نیز نیروی ذخیره-گشته ارزی است. وقتی جسم طوری حرکت گند که طول فتر افزایش باید درازه کاهش ارزی جنبشی، نیروی ارتجاعی فتر کار انجام میدهد. اما همینکه جسم درجهونی شروع بحر کند که طول فتر کاهش باید. کاربیرونی ارتجاعی فتر باعث افزایش ارزی جنبشی میشود، یعنی کاربیرونی. را پس میدهد. می بینیم که کاربیرونیهای ذخیره-گشته ارزی، حواس ذبر را دارا است.

(۱) تابع مسیر نیست

(۲) آنقدر آن بر این تفاصل و مقدار اینداشی و انتهائی تابع بقای تابع ارزی میباشد.

(۳) برگشت پذیر کامل است.

در مقابل نیروهای ذخیره گشته ارزی، نیروی استلاک (نیروی مقاوموارده انسطخ نکیه گاه بر حرم منحرک) قرار دارد. کار نیروی استلاک تابع مسیر است. هر چه مسیر طوبیلر باشد کار نیروی استلاک بیشتر است. تایم وجود تدارد که تفاوت در وضع اینداشی و انتهائی آن کار نیروی استلاک باشد. وقتی جسم را که از تعطله ای پنهانه دیگر برداشتم مجددآجای اول بازگردانم نه انتها کار نیروی استلاک در حایات اول را بست تعبیه دریم بلکه ناجادیم برای حایاتی دوم نیز مقادیری کار بحاطر وجود استلاک انعام دیگم. بنابراین کار نیروی استلاک برگشت پذیر نیست و بهین جهت نیروی استلاک را نیروی تلف گشته ارزی میتواند. از ری مکانیکی جسم فقط و فتنی ثابت است که نیروهای مؤثر بر آن فقط از نوع نیروهای ذخیره گشته ارزی باشند.

بعداً خواهیم دید که وقتی نیروی استلاک بر جسم اثر میکند نوع دیگری ارزی از تبدیل ارزی مکانیکی شامل میشود و این بقاء ارزی میشود. بطوریکه «لاده بر ارزی جنبشی دیتا سیل انواع دیگر ارزی را نیز شامل باشد. یعنی ارزی کل (اعم از مکانیکی و نیز) جماً ثابت میماند. در این باره بعداً پرتفیل صحبت خواهیم کرد.

مثال - مثال ۴ در قسمت ۷-۶ حرکت جسم را شناسید که نیروی استلاک یعنی نیروی تلف گشته ارزی تبر بر آن وارد میشود. ارزی پتانسیل اولیه جسم $\frac{1}{2} \times ۹,۸ \times ۰,۵$ و ارزی جنبشی حسمندانهای میسر $\frac{1}{2} \times ۹,۸ \times ۰,۵$ زول است. کار نیروی استلاک $\frac{1}{2} \times ۹,۸ \times ۰,۵$ میباشد. مقداری ارزی برای $\frac{1}{2} \times ۹,۸ \times ۰,۵$ زول در موقع لغش جسم بصورت دیگر ظاهر نمیشود. مجموع این ارزی داری جنبشی جسم در انتها میسر. بر این ارزی مکانیکی اولیه جسم است و ارزی کل جسم ثابت مانده است.

۷-۷ ، کار داخلی

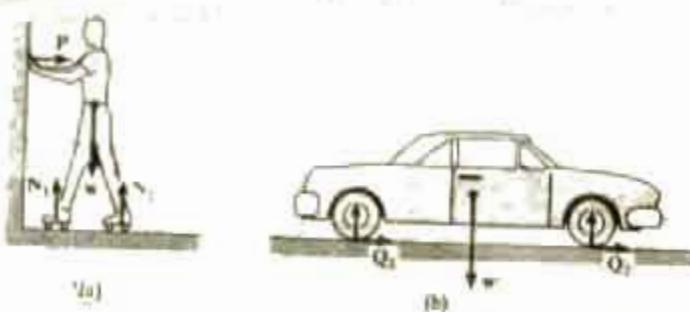
دیشکل ۷-۷ (۱) برای شناسایی اینداشته که گشته سکته پایی دارد بر سطح بدون استلاک کن مقابله دیوار صلبی استاده است نیروهای خارجی وارد بر شخص عار انداد N_1 و زدن نیروهای N_2 که از تکیه گاه برآورده است وارد میشود و نیروی N_3 وارد اندیوار (نیروی اخیر عکس العمل نیروی) است که شخص برآور وارد میکند. کار نیروهای N_2 چون بر اینداش حرکت میشود اندسقراست. چون نیروی N_3 تنها نیروی است که در اینداش افقی اثر میکند لذا باعث میشود که سکاه در اینداش افقی وارای دناب نمود. اما اگر نیروی N_3 سفر است چون نقطه الگ آن جایجا

نمیشود . می‌بینیم که با استثمه عجیبیں دو مرد هستیم و نیز نیز بحسم شتاب میدهدند حالیکه کار انجام شده توسط این نیز صفر است .

در چنین دسی میتوان کارهای داخلی را تعریف کرد . با وجود آنکه نیروهای داخلی در ایجاد شتاب نشان ندارند معاذالک چون نقطه اتر آنها متغیر است عامل انجام کارهای داخلی - یعنی نیروهای دروزی که در عضلات شخص بوجود می‌آید کار انجام میدهدند . وقتی بازو و ساعد شخص از هم باز میشود مانند فنر متر اکمی است که انساط می‌باید .) نقطه اتر این نیروها در یک جهت تدبیر مکان می‌ایند و کارهای داخلی W محالف صفر است . این کار باعث افزایش انرژی جنبشی جسم میشود .

هر گاه جسم تحت تأثیر نیروهای داخلی و خارجی به حرکت در آید W کار کل معنی مجموع کار نیروهای خارجی W_0 و کار نیروهای داخلی W_1 باشد تا پیرو آن روز جنبشی جسم میشود

$$W = W_0 + W_1 = \Delta E_k$$



شکل ۶-۲ (a) نیروهای داخلی مؤثر بر مردی . این بادست عبور برز (ارد) میکند . تارهای لبر و صفر است (b) نیروهای خارجی مؤثر بر اتومبیل . کارهای نیروها صفر است . هر گاه جسم از دربرهای داخلی عامل افزایش انرژی جنبشی است .

وقتی اتومبیل حرکت نموده شوند دارد از این قبیله میتوان استفاده نمود . قسمی از لاستیک که بر مبنی هست که نیز برعین رو بینبند و ازد بینکند و عکس العمل این نیروها که از زعنین بر لاستیک وارد میشود در شکل ۶-۷ (b) با Q_1 و Q_2 نشان داده شده است . این نیروها نیروهای خارجی وارد . بر اتومبیل هستند و باعث ایجاد شتاب در اتومبیل میشوند . چون نقطه اتر نیروهای Q_1 و Q_2 حرکت نمی‌کند کار این نیروها صفر است . در این اتفاق درون سبلند ، نیروهای داخلی متعددی درون اتومبیل بوجود می‌آید که بعضی از آنها کار انجام میدهند در اینجا این W کار نیروهای داخلی باعث افزایش انرژی جنبشی میشود .

۷-۸م، انرژی پتانسیل داخلی

هر گاه نیروهای خارجی وارد بر جسم از نوع ذخیره کننده انرژی باشند (مثلی با

الاستیکی) کارایین بیرونی را میتوان بهسته «ازری» فرمول کار ازتری منتقل کرده آنها را ازتری پیاسیل خارج نمایم. در بسیاری از موارد بیرونی داخلی بستگی به فاصله بین دو برد محدود نمایند. در این سودتی کار بیرونی داخلی ممکن است باعث وضع اینهاشی و انتهایی این بیرونی هست و نخواهد سرگت بستگی محدود کارایین بیرونی را پاییز میتوان بهسته «ازری» فرمول منتقل نموده آنرا ازتری پیاسیل داخلی نمایم. برگاه E_k , E_p و E_i پیاسیل ازتری پیاسیل خارج و داخلی ممکن شود فرمول کار ازتری میتواند در $W = \delta E_k + \delta E_p + \delta E_i$ (۱۴-۷)

اینک ازتری مکانیکی کل حجم شامل ازتری جنبش ازتری پیاسیل داخلی و ازتری پیاسیل خارجی است. برگاه W کاربرد دعاوه خارجی بیرونی برابر صفر باشد ازتری مکانیکی کل ثابت بیناند.

مثال ۹ - فرسنگید دو نقطه مادی در نقطه ای سپاه دور از گله اجرام مادی میگردند بیرونی خارجی براین دو نقطه مادی واحد نمیشود، بنابراین کار بیرونی داخلی خارجی سفار است. دو نقطه مذکور ازتری پیاسیل خارجی بیرونی ندارند. بیرونی خارجی این دو نقطه مادی وجود دارد که اینباره آن فقط نابع وضع این دو نقطه نسبت پیکدیگر است. بنابراین میتوان گفت مسکنگاه دارای ازتری پیاسیل داخلی است. فرسنگید دو نقطه مذکور در اثر خارجی بطریق پیکدیگار حرکت کنند. ازتری جنبش مسکنگاه از اینجا باقیت ازتری پیاسیل داخلی آن کم میشود. مجموع ازتری جنبش و ازتری پیاسیل داخلی ثابت میماند. تنها تغییر این مساحت اصل مقادیر ازتری سرعت بطریق از دو نقطه داشتیم نمود. اصل مقادیر ازتری سرعت باقیت اندازه هر کس بیرونی کار ازتری میگردند. بنابراین مساحت داشتیم بعد مورد بحث غاراجو احمد گرفت.

مثال ۱۰ در قسمت لام ازتری پیاسیل خارجی حسن، اگه تحت تأثیر کشش قدری فراداشت حساب کردیم این بیرونی خارجی دارای بیرونی $W = \delta E_k + \delta E_p + \delta E_i$ ازتری پیاسیل علیز آنرا ازتری پیاسیل الاستیکی خارجی $-W$ میتوانیم.

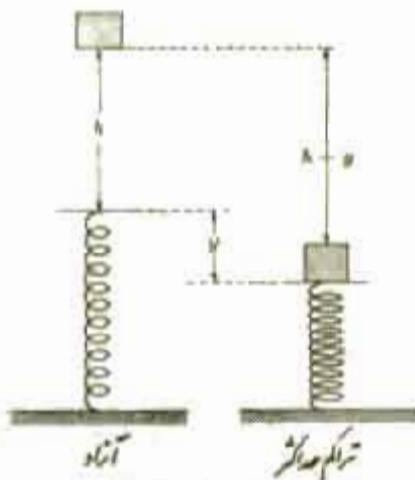
اگرچون خود هر دا بورد نظر فراداشتیم. قس از عدد بیشماری ملکول تشكیل شده است که بیکدیگر بیرونی داخلی دارد پیکند و قس از کشش بیشود وضع نسبی ملکولها نبایر میکند. بیرونی دیگر بیشتر ملکولی فعل نابع فاصله بین ملکول ایجاد نماید. موقیمه اثر کشیده شود دارای ازتری پیاسیل داخلی میشود. برای مجامیه این ازتری، فرسنگید قدر داشت آزاد بتدیج بایرونی مساوی و مختلف اجهوت پیلاظرف پیکشیم کارایین بیرونی

برابر $\frac{1}{2} kx^2$ است که در آن Δ اندیاد طول فنر در نتیجه تأثیر این نیروهاست. هرگاه این کار را درست چیز فرمول نگاهداریم میتوان گفت که این کار W یعنی کار نیروهای خارجی است. (فرمول ۱۴-۷). در انرژی پتانسیل خارجی و انرژی جنبشی فنر تعبیری حاصل شده است. هرگاه انرژی پتانسیل داخلی فنر را E_p نویسیم $E_p = \frac{1}{2} kx^2$ است. سفر فرض کنیم تعبیر انرژی پتانسیل داخلی پس از کشیده شدن (که در این حال برای تعبیر انرژی پتانسیل کل است) برابر انرژی پتانسیل انتهائی E_p' است بنابراین خواهیم داشت:

$$W = \Delta E_p = E_p' - E_p = \frac{1}{2} kx^2$$

لذا انرژی پتانسیل داخلی فنری که کشیده شده است برابر است با $\frac{1}{2} kx^2$ دیده میشود که انرژی پتانسیل داخلی را میتوان بدون دردست داشتن اطلاعات زیاد درباره نیروهای داخلی حساب کرد.

مثال ۳. جسمی بهرم m که در اینجا بهحال سکون است از ارتفاع h بر روی فنری سقوط میکند و آنرا بالدازه y متراکم مینماید (شکل ۱۴-۷) هرگاه سریب تراکم فنر را باشد ما کزیسوم بودا حساب کنید.



شکل ۱۴-۷ ارتفاع سقوط کل برای $y+h$ است

دداین جسم میتوان از اصل بناء انرژی مکانیکی استفاده نمود. در لحظهایکه جسم رها میشود و پیش در لحظهای که تراکم حداقلتر مقدار خود را دارد است انرژی جنبشی برای سفر است. بنابراین کاهش انرژی پتانسیل تخلی جسم برای افزایش انرژی پتانسیل از جهانی

فراست. از شکل ۷-۱۲ پیداست که ارتفاع سقوط $y + h$ است. بنابراین داریم:

$$mg(h+y) = \frac{1}{2}ky^2 \quad \text{دیگر} \quad y^2 - \frac{2mg}{k}y - \frac{2mgh}{k} = 0$$

$$y = \frac{1}{2} \left[\frac{2mg}{k} \pm \sqrt{\left(\frac{2mg}{k}\right)^2 + 8mgh/k} \right]$$

$$y = \frac{2mg \mp \sqrt{4m^2g^2/k + 16m^2gh/k}}{2k}$$

۷-۷- توان

در نظر بگیر که، زمان انجام کار عیجگوئه نهی ندارد، وقتی بار ارتفاع مبنی بالا می‌رود، مقدار کار مشخص انجام گرفته است. حواه این کار دریک تابعه و خواه در یک دقیقه یا یکسال انجام گرفته باشد. در بسیاری از موارد لازم است سرعت انجام کار در غلظت گرفته شود. مقادیر کاری که یک تستگاه در واحد زمان انجام می‌دهد توان تستگاه نامیده می‌شود. هر گاه در زمان Δt کار ΔW در میان متنگاهی انجام شود توان متوسط P چنین تعیین می‌شود:

$$\frac{\text{کار انجام شده}}{\text{زمان انجام کار}} = \text{توان متوسط}$$

$$\bar{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

توان انتقالی P حد $\frac{\Delta W}{\Delta t}$ است وقتی Δt بست صفر می‌گذیری:

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt} \quad (15-7)$$

واحد توان در تستگاه mks زول بر تابه است که وات (W) نامیده می‌شود. جوت این واحد سیار کوچک است کیلو وات برای 10^3 وات ($1\text{kw}=10^3\text{W}$) و مگاوات ($1\text{MW}=10^6\text{W}$) بسیار معمول نمود است. واحد توان در تستگاه erg بر تابه است که اسم خاص ندارد.

در تستگاه مستقیم انکلیسی واحد توان ftlb/sec است ولی چون این واحد بسیار کوچک است داده یکری بنام اسپ که بر این $ftlb/min = 22000$ است دایج بیان شد.

یعنی موکوری بتوان یک اسب پیش آن دارد یادی بودن سی و سه هزار پوند را در هر دقیقه یک فوت بالا برداشت.

بعضی بقطط تصویری گفته که «ات و کیلووات واحد های الکتریکی و اسب واحد های اینکه میباشد، اما چنین نیست. میتوان توان سرفی یک موکور الکتریکی با یک اسب را بر حساب اسب و توان یک موکور دیزل را بر حساب کیلووات سنجید.

با استفاده از روایت موجود میان واحد های بیرونی، بیوند و متوجه فوت میتوان شاند از

که $1\text{hp} = 726\text{W}$ یا 726kw ، بعضی در حدود 3~kW کیلووات است (در دستگاه متریک)

اسپ بخار $\frac{\text{kgm}}{\text{sec}}$ ۷۵ تعریف شده بود و برابر 726W میشد. همینه اختلاف بین اسپ

انگلیسی hp و اسپ در میistem متریک $C.V.$ (نوسه کنیت مترجم) پس از آشنایی با دو واحد اسپ و کیلووات، میتوان «اسپ ساعت» و «کیلووات ساعت» را بعنوان واحد های کار تعریف نمود.

«اسپ ساعت» کاری است که دستگاهی بتوان یک اسپ در مدت یک ساعت انجام بدهد. چون چنین دستگاهی در هر دقیقه 3200 ftlb کار انجام می‌دهد کاری که آن برای اسپ

با $40 \times 2300 \text{ ftlb}$ و با 10^9 ftlb یک اسپ ساعت کیلووات ساعت کاری است که دستگاهی بتوان یک کیلووات در مدت یک ساعت انجام بدهد. چون چنین دستگاهی در هر ثانیه 100 BTU کار انجام داده، کار انجام شده در یک ساعت توسط این دستگاه برابر $100 \times 3200 = 320000$ است و با.

$$1\text{kw}\cdot\text{hr} = 3,6 \times 10^6 \text{joules} = 3,6 \text{Mj}$$

باید توجه داشت که کار یا آنکه کمیت فیزیکی است قابل شرید و مروغ است باید و سرعت کمیت های قابل خرید و فروش استند ولی شما میتوانید کیلووات ساعت (ابزاری الکتریکی) را به قیمت چند ریال بخرید. همچنین هر 1BTU گرم اکه معادل 778 فوت بوند است در حدود چند هزار ریال عیار زند.

۱۰-۷ ، توان و سرعت

فرض کنیم نیروی F که بر یک نشله مادی اثر میکند بالندانه Δh تغییر مکان باید هر گاه

مؤلفه مماس نیروی F باشد کار نیروی F برای Δh $= F \cdot \Delta h = W$ و توان مترس ط برابر

است با :

$$\bar{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = F_s \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} = F_s \cdot \bar{v}$$

و توان لحظه‌ای برای است: \bar{P}

$$P = F_s \cdot v \quad (۱۶-۷)$$

که در آن v سرعت لحظه‌ای است، راه دیگر این است که فرمول ۷-۶ را بروز
ذیر می‌بینیم

$$P = F \cdot v \quad (۱۷-۷)$$

مثال نیروی موتور جهت هواپیما $n = ۱۵۰$ است. وقتی سرعت آن ۲۵۰ m/sec
است توان جه اندام است:

$$P = F_s \cdot v = ۱۵۰ \cdot ۰.۳ \times ۲۵ \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}} = ۲۷۵ \cdot ۰ \cdot \frac{\text{J}}{\text{sec}} = ۳ / ۷۵ \times ۱۰^۷ \text{ kwh}$$

سائبان

در حمل این مسائل $m/\text{sec} = ۱۰ \text{ m/sec}$ — یعنی قریع شود هر کار اینکه در صورت مسئله
عدد دیگری قید شده باشد

۴۲۶ نیروی موتوریک لکوموتیو باری $n = ۱۰ \times ۱۰^۷$ است و قطار را با سرعت ۷۷ km/hr
می‌برد. وقتی قطار کیلومتر را می‌کند، موتور چقدر کار انجام می‌دهد؟

۴۲۷ سیمین سرعت ۴0 kgm بر سلح افقی پرتاب است. کار چهارمین، هر گاه
نیروی مؤثر بر آن $n = ۸0$ و امنیاد نیرو $+ ۳0$ نیرو افقی باشد، پس از ۳ متر جابجاشدن، چقدر
کار انجام شده است.

۴۲۸ قایق را با ملتاپ می‌کشند، هر گاه زاویه استفاده شد و امنیاد نیرو $n = ۱۰ \cdot ۰$ و
نیروی موثر $n = ۱۰ \cdot ۵$ باشد پس از ۳ متر جابجاشدن، چقدر کار انجام بیشود؟

۴۲۹ پس از $۱0 \cdot ۵$ متر جابجاشدن، قایق در امنیاد افقی بر ام $n = ۵ \cdot ۰$ باقیست

۵-۱۰ متر جا به آمده است. نیروی اصطکاک $n = 10$ است. کار بیرونی محرك ($n = 5$) دو کار نیروی اصطکاک را پسست آورید.

۶-۲۷ جسمی با نیروی $F = 150x^2$ نیروی برابر مقدار x بر حسب مقادیر است. (a) چه نیروی لازم است تا حسم را در نقطه b به فاصله $3m$ - متر از میدانه نگاهداشته و (b) نیروی لازم برای اینکه حسم در نقطه b پیامده $m = 6$ کار انجام بدهد.

۶-۲۸ نیروی که گاز موجود در سیلندری سطح متغیر A برپیش وارد می‌آورد p است که در آن $p = W/x$ روابط است. کار W روابط x و V برای است.

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F dx = \int_{x_1}^{x_2} p \cdot A dx = \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV$$

در این قرمو dV تغییرات کوچک حجم است. (a) در این اصطلاح آبزودنم کلار (دمانات) را باید فشار و حجم $p = \frac{nRT}{V}$ است. R اعداد ثابت و T نیز داشت. ثابت است n برگاه کار از حجم V به V ، بر سه کار انجام شده را حساب کنید. (b) در تحول آبایایی کار رابطه حجم و فشار $P = \frac{k}{V^\gamma}$ است که در آن $\gamma = 1.4$ است. برگاه گاز

بلور آبایایی از V_1 تا V_2 اینسانیا پایه کار انجام نموده را حساب کنید.

۶-۲۹ (a) انرژی جنبشی انومیانی بحرم kgm ، (b) که بر سرعت $45 km/h$ داشته است پسست آورید. (b) وقتی سرعت دویم ابر شود، انرژی جنبشی چند برابر می‌شود؟

۶-۳۰ انرژی جنبشی گلوله ۲ گرمی که با سرعت $\frac{m}{sec} = 100$ در حرکت است چند ارگ و چند نول است؟

۶-۳۱ حرم الکترون $10^{-18} gm$ و سرعت الکترون که به صفحه حساس

اسبلوکراف برخورد می‌کند $\frac{cm}{sec} = 10^6$ است. انرژی جنبشی آنرا حساب کنید.

۶-۳۲ انرژی پتانسیل آسانسوری بحرم $900 kg$ در بالای آسمانهای لندی بر این اعماق 280 متر حتماً است.

۶-۳۳ وقتی جسم بحرم $1kgm$ را از ذمین بلند کرده روی میزی با ارتفاع $1m$ قرار دهیم از دیدار انرژی پتانسیل آن چقدر می‌شود.

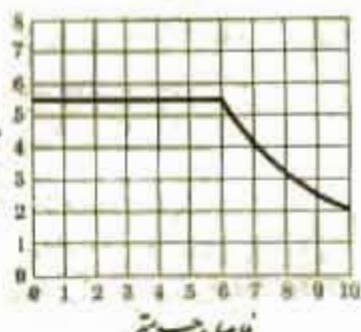
۱۲-۷) ۱۲-۷) یک جرم خط‌کشی که در شکل ۱۲-۷ نماینده شده است 300 gm و طول آن 1.2 m است. هر گاه آن را 60° متحرف کنیم از دیدار این را پتانسیل آنرا حساب کنید.

۱۳-۷) نیروی لازم برای کشیدن فتری از رابطه $F = 150x$ بودست می‌آید که در آن F بر حسب نیوتون و x بر حسب متر است. (a) چه نیروی لازم است تا فتر را 15 cm بکشیم. (b) کار انجام شده را وقتي فتر $15 \text{ cm} \times 30 \text{ cm} = 450 \text{ cm}^2$ کشیده شود حساب کنید.

۱۴-۷) طول دو جات نیروخانی 20 cm و 10 cm و 5 cm کشیده شود بدهست از (a) از رزی پتانسیل فتر را وقتي 20 cm و 10 cm و 5 cm کشیده شود بدهست آورید. (b) وقتي وزنه 25 kgm باشد آورزیان است از رزی پتانسیل چند است؟



شکل ۱۲-۷



شکل ۱۲-۷

۱۵-۷) ۱۵-۷) یک جسم تحت اثر نیروی ثابت $5 \text{ N}/\text{m}$ شنیدن جایجا می‌شود و سپس انداده فرمطابق شکل ۱۴-۷ کاملاً می‌آید. (a) در شش متر اول چقدر کار انجام شده است، (b) در چهار متر بعدی که نیرو در حال کاملاً است انجام شده چقدر است؟

۱۶-۷) ۱۶-۷) یک جسم بوزن 160 N را روی سطح افقی بدون استفاده از -2 m متر بخلو و بوسیله نیروی مذکور 80 N نیوتون اینست و جسم از حالت سکون شروع به حرکت می‌کند. (a) کار انجام شده چقدر است و این کار بجهسودتی از از رزی در می‌آید. (b) از طریق محاسبه، شتاب، سرعت انتهائی و سپس از رزی جنبشی را پدست آورید تابع را قیاس کنید.

۱۷-۷) ۱۷-۷) در مسئله قبل فرض کنید جسم با سرعت اولیه 5 m/sec حرکت می‌کند. (a) کار انجام شده را حساب کنید (b) شتاب و سرعت انتهائی را محاسبه و سخت محاسبات قسمت (a) را مشخص کنید.

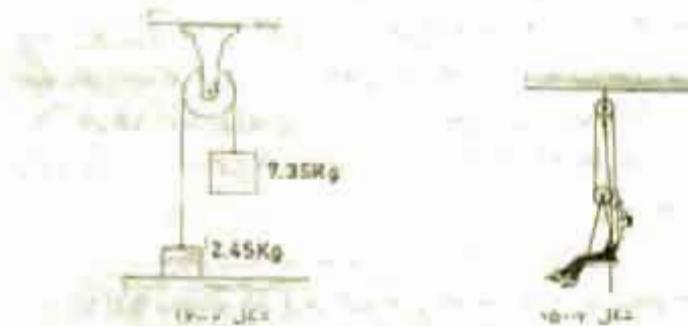
۱۸-۷) ۱۸-۷) یک جرم 5 کیلوگرم را با سرعت ثابت 4 m/sec در انداده قالب 8 m بالا برید. (a) نیروی مؤثر بر جرم، (b) کار انجام شده در این بالا وقتن را حساب کنید. این کار بجهسودتی در می‌آید.

۱۹-۷ حسن بوزم ۱۲ کیلو گرم را دوی سطح شیب داری پیشی "۳۷ بالای روی F برای ۱۴۴ نیوتن که در امتداد سطح بر حسب اگر میکند، ۳۰ سانتی بالانسی بود. خوب است اسلالک لفزی ۲۵٪ است. (a) کاربردی F چه اندازه است؟ (b) ازدیاد اثر ری جنبشی حسم چه اندازه است. (c) ازدیاد اثر ری پیاسیل حسم را حساب کنید. (d) کاربردی استانک را محاسبه کنید. (e) جمع جوابهای (b) و (c) و (d) چیست؟

۲۰-۷ شخص بوزم ۷۵ kgm در کتفهای قرارداده و متابوق شکل ۷-۵، انتہای طناب حامل گفته، پس ازهور از دستگاه قرقه در دست شخص قسو ایندیگیرد. هر گاه از اسلالک مرتفعتر کنیم حساب کنید. (a) نیز دلیل را که شخص باید بر انتهای طناب ازدیاد تابت بالاورد (b) وقتی که بالشتر بالا رفته ازدیاد ازدیادی، پیشانیل چه اندازه است؟ این ازدیاد اثر ری را با محاسبه برو و تغییر مکان بیز محاسبه کنید.

۲۱-۷ بشکمای بوزم ۱۲ kgm چنانی بطول ۱۰ m آذین است. (a) جهت برو و از دوران دوران افق بر آن وارد شود تا در چون امتداد ۵ m مترا جای خواهد. (b) درین زایمان چقدر کار انجام شد است؟

۲۲-۷ دستگاهی را کمتر شکل ۷-۶، نشاند و در تمهیل آزاده عالی تکین. وزن ۳۵٪ کیلو گرمی ۲/۴ سنتی بالانس سطح زمین است با انتہای از اصل یقه اثر ریکه سرعت وزنه و از گام برخورد بزمین بدهت آورید. اسلالک قرقه تاجیز است. $g = ۹/۸ m/s^2$



۲۳-۷ صریب تابت فنیک کتفی قدری m/m^2 است. هر گاه آزاد ۵ سانتیمتر متر اکم کنید و جرم گلوله آن ۴ کرم باشد. (a) سرعت گلوله هنگام خارج شدن از چنگه چه اندازه است. (b) سرعت گلوله از سودتیکه نیروی اسلالک ثابتی برو این $16 m/s$ در مقابل سر کت، قن وجود داشته باشد بدهت آورید.

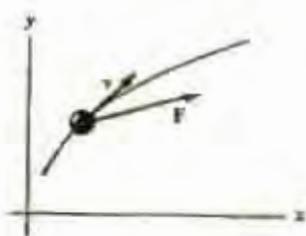
فصل هشتم

کاربری اول آن، ترم اول

آندازه حرکت و ضربه

۱-۱، آندازه حرکت و ضربه

در فصل قبل دیدیم که چگونه مفهوم کار و ارزی یکمکفوانین نیوتون روشن شد. اینکه مقایع بروخورد و آندازه حرکت را یکمکفوانین قوانین مشخص میکنیم.



نکل خواهد بود. مقدار مادی آن در مختصات xy
در حرکت است

$$\mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

$$\mathbf{F} dt = m d\mathbf{v} \quad \text{و با:}$$

هر گاه در زمانهای t_1 و t_2 بردار سرعت پرتاب \mathbf{v}_1 و \mathbf{v}_2 باشد خواهیم داشت:

$$\int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F} dt = \int_{v_1}^{v_2} m d\mathbf{v} \quad (1-8)$$

انتگرال مبتداً چپ را ضربه نیروی F در فاصله زمانی $t_2 - t_1$ مینامند . ضربه یک کمیت برداری است .

$$\boxed{\int_{t_1}^{t_2} F dt}$$

واضح است که انتگرال بالا فقط موقعی قابل حل است که نیرو بصورت تابعی از زمان مشخص باشد . حل انتگرال مبتداً راست فرمول قبل چنین است :

$$\int_{t_1}^{t_2} m d\mathbf{v} = m \mathbf{v}_2 - m \mathbf{v}_1$$

حاصلضرب حرم یک جسم در سرعت آنرا اندازه حرکت یا momentum جسم مینامند . واضح است که اندازه حرکت نیز کمیت است برداری .

$$\boxed{m \cdot \mathbf{v} = \text{اندازه حرکت}}$$

(معمولاً برای اینکه اندازه حرکت $m \mathbf{v}$ از اندازه حرکت ذاویه‌ای متفاوت باشد آنرا اندازه حرکت خطا مینامند . چون فعلاً بحث اندازه حرکت ذاویه‌ای مطرح نیست جنایجه $m \mathbf{v}$ را فقط اندازه حرکت بنامیم اشتباهی رخ نمیدهد) اینکه میتوان فرمول ۸-۸ را چنین نوشت :

$$\int_{t_1}^{t_2} F dt = m \mathbf{v}_2 - m \mathbf{v}_1 \quad (8-8)$$

این فرمول را میتوان چنین بیان نمود : بردار ضربه مولک بر یک جسم در فاصله زمانی (از حیث جهت و عقدار) برای بر تغییر بردار اندازه حرکت جسم است . این قضیه را قضیه ضربه - اندازه حرکت مینامند .
 موره استفاده از قضیه اندازه حرکت - ضربه در مواردیست که زمان اثر نیرو و کوئانه باشد هاتند انحراف در جوده . چنین نیروها را لبروگای ضربه‌ای مینامند .
 واحد ضربه در دستگاه برای حاصلضرب واحدی نیرو و زمان است . مثلاً در

دستگاه mks واحد ضربه $n \cdot sec$ و دستگاه dyne-sec برابر cgs در سیستم ملتمی انگلیسی Ibsec است.

واحد اندازه حرکت در دستگاه mks $\frac{kgm}{sec}$ برابر cgs برابر $\frac{gm \cdot cm}{sec}$ دو دستگاه انگلیسی برابر $ft \cdot sec$ slug است. با کمی دقت معلوم میشود که واحد ضربه و واحد اندازه حرکت یکنی است مثلا:

$$\frac{kgm \cdot m}{sec} = \frac{kgm \cdot m}{sec} \cdot sec = n \cdot sec$$

برخلاف کار، انرژی و توان که کمیات سکالر هستند، ضربه و اندازه حرکت کمیات برداری میباشند. بنابراین فرمول ۲-۸ با تساوی برداری است و معادل بادوتساوی سکالر (درصفحه xy) باشد آنرا سکالر (درضلاع) است.
وقتی نیرو وسعت درصفحه xy باشند داریم:

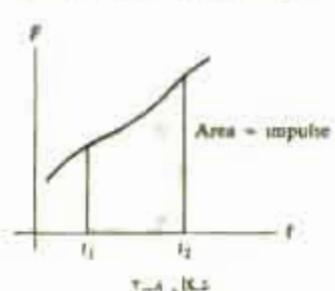
$$\int_{t_1}^{t_2} F_x dt = mv_{x_2} - mv_{x_1} \quad (2-8)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} F_y dt = mv_{y_2} - mv_{y_1} \quad (2-8)$$

هرگاه F مقدار ثابت باشد میتوان آنرا انتگرال خارج نمود. در این صورت بفرض اینکه $t_2 - t_1 = t$ باشد داریم:

$$F \cdot t = mv_2 - mv_1 \quad (2-8)$$

بعنی ضربه نیروی ثابت برابر حاصلضرب اندازه نیرو در زمان تأثیر آن است.
تفییر بردار اندازه حرکت $(mv_2 - mv_1)$ هم جهت با بردار ضربه است.



هرگاه F و v_1 و v_2 در یک امتداد باشند فرمول ۲-۸ صورت زیر دارد:

$$F \cdot t = mv_2 - mv_1$$

ضربه هر مؤلفه نیروی واقع بر یک امتداد

را میتوان مطابق شکل ۲-۸ که در آن پیرو تایپی از زمان است یا روش رسمن نشان داد . سطح (پر محتوی) در فاصله 1 m برابر ضریب پیروی F است .

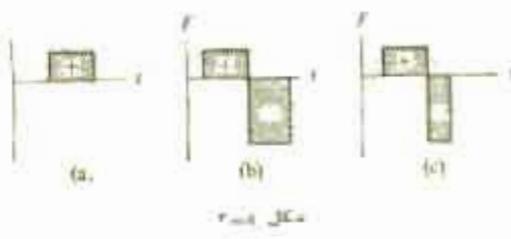
هر گاه ضربه 10 N تر بر حسم مثبت باشد اندازه حرکت حسم، افزایش و چنانچه متنی بلند اندازه حرکت کاهش می‌باید . هر گاه ضریب مؤثر بر جسم برابر ضریب باشد اندازه حرکت ثابت می‌باشد .

مثال ۶- تغییر اندازه حرکت حاصله از عمل نیروهای زیر را بدست آورید .

(a) سروی تایپی 10 m بعد از ایندهه، استفاده $\times 2$ ها بطرف راست بر حسم اثر می‌کند .

(b) بر حسم نیروی ثابت 10 N بعد از دو نایمه در امتداد محور \times ها بطرف راست اثر می‌کند .

سپس بعد از دو نایمه دیگر 10 N بطرف راست و سپس بعد از دو نایمه تحت اثر نیروی 20 N بطرف راست قرار می‌گیرد . در شکل ۶-۳ این نیروها بصورت توابع از زمان نشان داده شده‌اند .



(a) در این حالت صریع $10\text{ N} \times 2\text{ sec} = +20\text{ N}$ (+) (۱۰ نیوی) اندازه حرکت هر حسم که تحت تأثیر چنین صریعی واقع شود $\frac{\text{m}}{\text{sec}} = 20\text{ kgm}$ تغییر می‌کند و این تغییر تابع kgm حسم با سرعت اولیه آن است .

فرض کنیم حجم حسم 2 kgm در اینجا بحال سکون باشد اندازه حرکت انتهائی آن بر اثر تغییر اندازه حرکت خواهد بود . لذا سرعت انتهائی آن 10 m/sec بطرفراست می‌شود . (با محاسبه مشابه سخت محاسبه را امتحان کنید .)

هر گاه سرعت اولیه حسم 5 m/sec بطرفراست بود اندازه حرکت اولیه آن بر اثر

$$\text{سرعت انتهائی آن } \frac{\text{m}}{\text{sec}} = 15 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \text{ می‌شود .}$$

هرگاه جسم در ابتدا با سرعت 5 m/sec بطرق چپ میرفت اندازه حرکت اولیه آن

$$10 \cdot \text{kgm} \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}} - \text{اندازه حرکت انتهائی آن} + 10 \cdot \text{kgm} \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}} = \text{سرعت آن} \cdot \text{اندازه حرکت}$$

دامت مبتدا . یعنی نیروی ثابت 10 N که بطرف راست بر جسم اثر میکند ابتدا سرعت جسم را کم کرده آنرا ساکن میکند و میتوان بطرف دامت یا آن سرعت میدهد .

(b) ضربه دراین حالت برابر

$$+ 10 \cdot \text{n} \times 2 \text{ sec} - 2 \cdot \text{n} \times 2 \text{ sec} = - 2 \cdot \text{n} \cdot \text{sec}$$

$$10 \cdot \text{kgm} \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}} - \text{اندازه حرکت هر جسمی که تحت تأثیر چنین ضربه ای قرار گیرد باندازه حرکت انتهائی آن} = 10 \cdot \text{kgm} \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

کافش میباشد . دراینجا نیز مانند مثال قبل عمل کنید .

(c) درایتحال ضربه

$$10 \cdot \text{n} \times 2 \text{ sec} - 2 \cdot \text{n} \times 1 \text{ sec} = -$$

هر جسمی تحت تأثیر چنین ضربه ای قرار گیرد تغییر اندازه حرکت نخواهد داشت . البته اندازه حرکت آن در دو ثانیه اول افزایش و در بیک ثانیه بعد بهمان اندازه کافش پاقشه بعقدر اول میرسد . بنابراین فرض کنید جسمی بهرم 5 m/sec با سرعت ثابت 10 kgm بطرف چپ در حرکت است و تحت تأثیر این ضربه قرار میگیرد . دوست منحنی تغییرات سرعت لبست به زمان در حل مسئله مفید است .

مثال ۳ - توبی بهرم 3 kgm . بدیوار آجری برخورد میکند سرعت آن لحظه ای قبل از برخورد 30 m/sec بطرف چپ و لحظه ای پس از برخورد 20 m/sec بطرف راست است . ضربه وارد بر بدیوار را حساب کنید .

$$\text{اندازه حرکت اولیه} = 10 \cdot \text{kgm} \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}} + 10 \cdot \text{kgm} \times (-3 \cdot \text{m/sec}) = -12 \text{kgm} \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

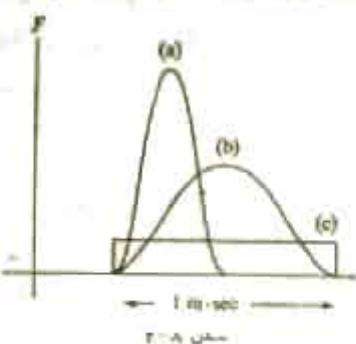
است . و در حالت دوم $+ 8 \text{ kgm} \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ تغییر اندازه حرکت میابد است با :

$$mv_1 - mv_2 = 8 \text{ kgm} \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}} - \left(-12 \text{ kgm} \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}} \right) = 20 \cdot \text{kgm} \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

ضربه مؤثر به توب بر این $20 \cdot \text{n} \cdot \text{sec}$ است و چون ضربه مؤثر مذکور مثبت است نیروی مؤثر بر بدیوار بطرف دامت مثبت است .

توجه داشته باشید که نیروی مؤثر توب را نمیتوان بست آورد مگر اینکه درباره سیگنالیکی برخورد اطلاعات پیشتری داشته باشیم.

در شکل ۴-۱ نحوه تغیرات نیرو و بر حسب زمان در برخورد های عادی زمان داده شده است . پیش از برخورد، اندازه نیرو صفر است، پس از برخورد یافته به مقدار ماکریم خود میشود، هر گاه توب میتواند باشد زمان برخورد کوتاهتر و اندازه نیروی ماکریم زیادتر است . (منحنی a) هر گاه قابلیت ازدحام توب قلیر توب تپیس زیاد باشد زمان برخورد و مقدار ماکریم پیش و کمتر از حالت قبل است (منحنی b) و در هر حال اندازه نیرویه، پر ابر سطح ذیر منطبق است هر ابر است با ۲۰۰۰ N/mm² در حالت ایدهآل که اندازه نیرو ثابت و زمان برخورد یک میلی ثانیه (۱۰۰۰ ms) است اندازه نیرو ۳۰۰۰ N خواهد بود. توضیح دهید که چرا گرفتن پشت توب که با سرعت درس کت است کمتر از برخورد غیر منتظر آن دردناک است .



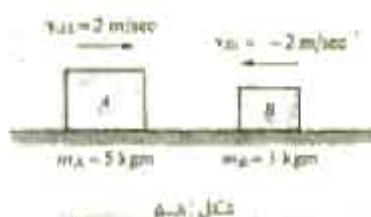
۴-۳، اصل نقاوے اندازه حرکت خطی

جون نیروی عمل و عکس العمل بین دو نقطه مادی موجود است، وقتی یکی از این دو، نیرویی بر دیگری وارد گشته، اندازه حرکت هر دو جسم تغییر میکند . (نیرو ممکن است در اثر حاده نقلی و یا مسلطیس باشد) از طرف دیگر جون بنابر اصل موم لیوگون، عمل و عکس العمل مساوی و مختلف العجیب هستند، لذا ضریب مؤثر بر عربیک از دو نقطه مادی با دیگری مساوی و مختلف الجهت است . بنابر این نتیجه میگیریم که : تغییر برداری اندازه حرکت هر یک از دو نقطه مادی با دیگری بر اثر و مختلف الجهت میباشد و بنابراین پیکر تغییر اندازه حرکت مجموعه دو نقطه مادی بر این صورت است .

همیت وعده حا نیروهای داخلی بسودت حفت عمل و عکس العمل وجود داردند . در نتیجه اندازه حرکت کل دستگاه، در اثر نیروهای داخلی، نسبتاً اندازه تغییر باشد . لذا فن نیروهای مولو بر اجزاء یک دستگاه فقط نیروهای داخلی باشد (یعنی از خارج بر روی بر دستگاه اثر نکند) . جمع کل اندازه حرکت دستگاه ثابت میماند ، این اصل، اصل نقاوے اندازه حرکت مینامند که بسودت ذیر میان من نمود : وقتی دستگاهی تحت اثر نیروهای خارجی نباشد اندازه حرکت کل دستگاه ثابت میماند و امنداد ، جهت و مقدار آن تغییر نمیکند . این اصل یکی از اساسی ترین اصول مکانیک است و جذابیت من بینیم، اصلی پر اثرب

جامعه تراز اصل بقاء ارزی مکاتیکی است، چنان‌روزی مکاتیکی و قتن ثابت می‌ماند که تیروعاوی مؤثر بر جسم‌انواع تلف‌کننده ارزی نباشد، ولی اصل بقاء اندازه حرکت تابع طبیعت نیرو نیست.

مثال ۱. در شکل ۵-۸ دو جسم A و B نشان داده شده است که سرمه‌سرعت‌اوایله آنها پرتریت m_A و v_{A_i} بطریق راست m_B و $v_{B_i} = -2 \text{ m/sec}$ بطریق چپ می‌باشد. چون اصطلاحاً صفر است و لیروی خارجی بر دو جسم وارد نمی‌شود در لمحه برخورد، فقط دو جسم نیروهای برهم وارد می‌آورند که عمل و عکس العمل هستند و اندازه حرکت دستگاه الزاماً ثابت خواهد بود.



هر گاه $m_A v_{A_i} + m_B v_{B_i}$ سرعت دو جسم پس از برخورد قرض شوند خواهیم داشت:

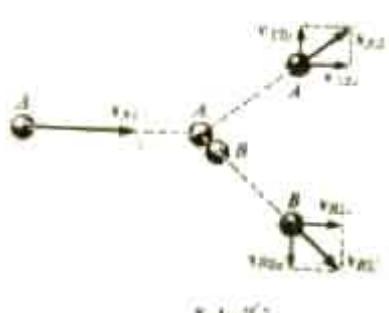
$$m_A v_{A_f} + m_B v_{B_f} = m_A v_{A_i} + m_B v_{B_i} \quad (5-8)$$

مثال ۲. در شکل ۵-۹ دو جسم بحرمهای m_A و m_B نشان داده شده است، سرعت جسم A قبل از برخورد v_{A_i} و سرعت جسم B قبل از برخورد v_{B_i} است. پس از برخورد، دو جسم با سرعت‌های v_{A_f} و v_{B_f} حرکت می‌کنند. نیروی نیروی داخلی که در مرحله برخورد وجود دارد بر ایندو جسم اثر نمی‌کند. دو این مسئله طبیعت برداری اندازه حرکت نشان داده شده است. اصل بقاء اندازه حرکت را میتوان دوی هر دو محور

بن مولفه‌هایش، امتداد v_{A_i} و v_{B_i} را محور X ها انتخاب‌سینکیم. مولفه انداده حرکت کل در امتداد محور Xها $m_A v_{A_i} + m_B v_{B_i}$ و مولفه انداده حرکت در امتداد محور Yها سفر است. انداده حرکت در امتداد محور Xها پس از برخورد عبارت است از:

$$m_A v_{A_f} + m_B v_{B_f}$$

و انداده مولفه انداده حرکت در امتداد محور Yها پس از برخورد عبارت است از:



$$m_A v_{Ayy} - m_B v_{By}$$

تا بر این خواهیم داشت:

$$m_A v_{Ay} + m_B v_{By} = m_A v_A, \quad (7-8)$$

$$m_A v_{Ay} - m_B v_{By} = . \quad (7-9)$$

۳-۸، برخورد الاستیک و غیر الاستیک

فرض کنیم جرم دو حجم و سرعت های آنها پیش از برخورد معلوم باشد و بخواهیم سرعت آنها را پس از برخورد بدست آوریم. هر گاه برخورد، تغییر آنچه در شکل ۵-۸ نشان داده شده از روی و باشد فرمول ۵-۵ یک معادله برای تعیین v_{Ay} و v_{By} در اختیار ما می‌گذارد و هر گاه برخورد نظر شکل ۵-۶ یاشد و فرمول ۵-۸ و ۷-۸ دو معادله برای تعیین چهار عوامل سرعت پسی v_{Ay} و v_{Bx} و v_{By} و v_{Bz} میباشند. پس اصل مقاوم انداده حرکت پنهانی برای تعیین سرعت انتهائی در برخورد کافی نیست و باید در استحکمی معادلات دیگری باشیم.

هر گاه نیروهای عمل و عکس العمل موجود در هر برخورد از نوع نیروهای ذخیره کننده انرژی باشند، انرژی حتنی کل دو حجم، قبل و بعداز برخورد، ثابت میماند. در اینحال برخورد و الاستیک کامل می‌باشد. هر گاه مطابق شکل ۵-۷ فقره ۱ شکل را به جسم A بجهات

برخورد آن را حسم B نظری الاستیک کامل است

و فنی دو حجم بالهم برخورد می‌کنند انرژی حتنی

آنها تبدیل به انرژی پتانسیل ارتعاشی فنر میشود

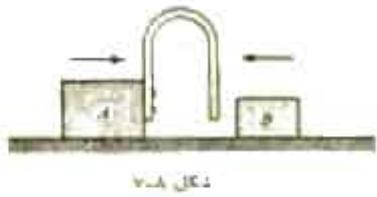
درین قریبی از برخورد. متراکم دیگرند. میسی

فنازدند آنرا از برخورد خود را محظوظاً به

انرژی حتنی که بین دو حجم تقسیم میشود تبدیل

میکند

بر عکس ممکن است دو حجم پس از برخورد بهم حسینه مامد حسم واحدی حرکت کند. چنین برخوردی را برخورد غیر الاستیک کامل مینامند. فرض کنیم دو حجمی که در شکل ۵-۸ نشان داده شده اند مکانیسمی داشته باشند که پس از برخورد بهم بجنبند (مکانیسم اتصال و اگر عای قفار) یادو حسم شکل ۵-۷ پس از برخورد بهم قفل شوند. در این حال سرعت دو حجم یکسان خواهد شد.



۴-۷، برخورد های غیر الاستیک

در حالت خاصی که برخورد دو جسم A و B غیر الاستیک کامل باشد بسیار تعریف
برخورد غیر الاستیک کامل مینتوان نوشت:

$$\mathbf{v}_{A_1} = \mathbf{v}_{B_1} = \mathbf{v}_r$$

هرگاه فرمول بالا را با فرمول پیمانه اندانه حرکت ترکیب کنیم خواهیم داشت:

$$m_A v_{A_1} + m_B v_{B_1} = (m_A + m_B) v_r \quad (A-8)$$

هرگاه جرم دو جسم و سرعت آنها قبل از برخورد معلوم باشد سرعت آنها پس از
برخورد قابل محاسبه است،
افزایشی جنبشی دو جسم قبل از برخورد برابر

$$E_{k_1} = \frac{1}{2} m_A v_{A_1}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{B_1}^2$$

پس از برخورد

$$E_{k_2} = \frac{1}{2} (m_A + m_B) v_r^2$$

در حالت خاصی که جسم B قبل از برخورد ساکن باشد، $v_{B_1} = 0$ نسبت افزایشی
جنبشی کل قبل و بعد از برخورد برابر است با:

$$\frac{E_{k_2}}{E_{k_1}} = \frac{(m_A + m_B) v_r^2}{m_A v_{A_1}^2}$$

هرگاه v_r را از فرمول A-8 بست آوده در این فرمول فرازدیم خواهیم داشت:

$$\frac{E_{k_2}}{E_{k_1}} = \frac{m_A}{m_A + m_B}$$

طرف راست تساوی، حتماً کوچکتر از واحد است و طرف چپ نیز از این محدود
یعنی افزایشی جنبشی که دو جسم کاهش می‌یابد.

مثال ۱- مرس کنید برخورد دو جسم در شکل A-5 غیر الاستیک کامل دو جرم و سرعت

اولیه آنها جذابیت داشتند و شتاب انداده شده است $m_B = 2 \text{ kgm}$ و $m_A = 5 \text{ kgm}$ و $v_{B_i} = -2 \text{ m/sec}$ بود. سرعت پس از برخورد پراپر است یا :

$$v_f = \frac{m_A v_A + m_B v_{B_i}}{m_A + m_B} = -1.5 \text{ m/sec}$$

جهون v_f مثبت است، پس از برخورد، دو حجم بطریق دامنه حرکت میکنند.
اگر زمین حنثی دو حجم قفل ازبر ورد، پراپر است یا :

$$\frac{1}{2} m_A v_A^2 = 1.5$$

$$\frac{1}{2} m_B v_{B_i}^2 = 6$$

بعد از زمین حنثی کل پیش از برخورد پراپر ۱.۵ تول است.
لوحه کنید یا وجود آنکه سرعت انداده حرکت حجم B منفی است، اگر زمین حنثی
آن مثبت است جد اگر زمین متناسب با محتور سرعت است.
اگر زمین حنثی پس از برخورد پراپر است یا :

$$\frac{1}{2} (m_A + m_B) v_f^2 = 1.5$$

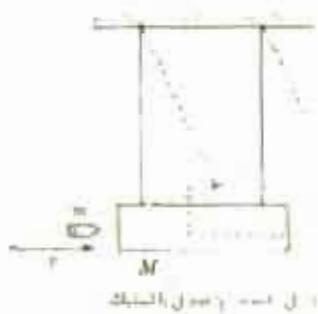
ناتنها اگر زمین حنثی تابع انداده مانکه مقدار آن $\frac{1}{2} m_A v_A^2$ است و $\frac{1}{2} m_B v_{B_i}^2$ از زمین
و کم شده است. هر گاه دو حجم مانند دو واگن قطار هم دصل باشد فرمت زیادی از این
اگر زمین کم شده صورت اگر زمین تو سایی داد آنها جذب میشوند.
هر گاه نظری شکل ۷-۸ بین دو حجم قدری قرار گرفته باشد دو حجم هم قابل شده باشند
و فنی سرعت دو حجم مساوی شود فقرفتند یا متعاقباً متفاوت باشند از اگر زمین، صورت اگر زمین
پتانسیل در فقرفتند خبر، میشود. هر گاه همه این اگر زمین (حنثی - پتانسیل) بحساب آورده
شود اگر زمین کل تابع انداده در حالیکه اگر زمین حنثی تابع انداده است. اما این بقاء انداده
حرکت اعم از اینکه برخورد الاستیک باشد بانه، صحیح است

مثال ۳- پاندول بالستیک اینها است که یکمک از سرعت گلوله عارا انداره میکنند
گلوله بایک پاندول برخورد غیر الاستیک کامل اجسام مینهند که جرم آن بسیار بیشتر از
جرم گلوله است، لحظه ای پس از برخورد، انداده حرکت مجموعه پاندول و گلوله مساوی

اندازه سرعت گلواه پس از برخورد است اما جون سرعت باندول بسیار کم است اندازه حرکت آن باسانس تعیین میشود. با وجود آنکه وسائل بهتری برای تعیین اندازه حرکت گلوله ها اختیار نداریم، معدالتگایان پاسخول وسیله مناسبی برای اندازه گیری اندازه حرکت در آزمایشگاه است.

در شکل ۸-۸ باندول بالستیکی نشان داده شده که ممکن است از جوپ ساخته شده و جرم آن (m') باشد. این باندول بدون طناب قائم آویزان است. گلوله ای سرمه m سرعت v پس از برخورد کرده و آن فرو رفته است. جون زمان برخورد است برخان مومن باندول کوچک است مبنیان گفت در لحظه برخورد، «طناب در اندداد قائم» میشود. بنابراین در اندداد افقی نیروی حارجی سر گلوله پاسخول اثر نمیکند و اندداد حرکت افقی قلل و بعد از برخورد ثابت میماند.

$$mv = (m + m')v' \quad v' = \frac{m}{m+m'} v$$



از لمحه اندداد، لحظه ای پس از برخورد

$$E_k = \frac{1}{2} (m + m') v'^2 \quad \text{است و پس از برخورد}$$

باندول آنقدر بطرد و است منحرف میشود تا لاماد

آخر روز جنبشی آن به این ترتیب پتانسیل تبدیل گردد.

(از این ناجیز مقاومت هوا و اسماشکال سرفنتل

میشود).

$$\frac{1}{2} (m + m') v'^2 = (m + m') gy$$

$$V = \sqrt{\tau gy}$$

$$V = \frac{m+m'}{m} \sqrt{\tau gy}$$

با دردست داشتن m و m' و y سرعت اولیه گلوله قابل محاسبه است.

دقیقاً توجه داشته باشید که این روش جنبشی در این برخورد، ناتوانی ماند. تدبیر این روش مجموعه گلوله و باندول، پس از برخورد به این روشی جنبشی اولیه گلوله پیشین است.

$$\frac{\frac{1}{2}(m+m')V^2}{\frac{1}{2}mv^2} = \frac{m}{m+m'}$$

و اگر ملا $m = 100 \text{ gm}$ و $m' = 10 \text{ gm}$ باشد یکوئارم از تری اسل باقی میماند و در هر آن باره از داخلى تبدیل میشود.

۵-۸. برخورد الاستیک

اگر کنون برخورد الاستیک کاملاً دو جسم A و B را که از رو بروز یاد داشتم از خط المتر کریم) صورت میکیرد در نظر میگیریم. دو جسم پس از برخورد با سرعت های v_{B_1} و v_{A_1} سرکت میکنند، چون از تری حبشه و بزر انداده هست که ثابت مانده اند، از اصل بناء از تری حبشه نتیجه میشود:

$$\frac{1}{2}m_A v_{A_1}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{B_1}^2 = \frac{1}{2}m_A v_{A_2}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{B_2}^2$$

دار اسل شاه اشاره سرکت در این:

$$m_A v_{A_1} + m_B v_{B_1} = m_A v_{A_2} + m_B v_{B_2}$$

چون حرم دو جسم و سرعت آنها قبل از برخورد معلوم است بادو معادله مستقل فوق میتوان دو سرعت آنها را بیان کرد. از حل این دو معادله متابعه زیر بدست میآید:

$$(v_{B_2} - v_{B_1}) = - (v_{B_1} - v_{A_1}) \quad (۱۰-۷)$$

$$v_{A_2} = \frac{v_{B_1} v_{B_2} + v_{B_1} (m_A - m_B)}{m_A + m_B} \quad (۱۰-۸)$$

$$v_{B_2} = \frac{v_{B_1} v_{A_1} + v_{B_1} / m_B - m_A}{m_A + m_B} \quad (۱۰-۹)$$

تفاضل $v_{B_2} - v_{A_1}$ سرعت جسم B نسبت به A پس از برخورد نیز بزر است. سرعت B نسبت به A پس از برخورد میباشد. یعنی این فرمول (۱۰-۸) را بینینیان میکنند: انداده سرعت نسبت دو جسم، در اثر برخورد الاستیک رور و، غیر تکرده فقط علامت آن تغییر میکند.

در حالت خاصی که جسم B پیش از برخورد ساکن است، $v_{B_1} = 0$ و مواردی ای ۱۰-۸ و ۱۰-۹ بصورت های زیر ساده میشود:

$$v_{A_2} = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} v_{A_1} \quad v_{B_2} = \frac{-m_A}{m_A + m_B} v_{A_1}$$

هر گاه جرم دو جسم B و A مساوی باشد، $v_{B_2} = v_{A_2}$ و $v_{B_1} = v_{A_1}$ یعنی جسم اول ساکن شده جسم دوم با سرعت قبل از برخورد جسم اول برگشت دهد میباشد. از تری

جنبی و اندازه حرکت قبل و بعد از برخورد ثابت مانده است.
وقتی جرم دو جسم نامساوی باشند، ارزی جنبی پس از برخورد عبارتند از:

$$(E_{k\gamma})_A = \frac{1}{2} m_A v_{A\gamma}^2 = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} (E_{k\gamma})_A$$

$$(E_{k\gamma})_B \times \frac{1}{2} m_B v_{B\gamma}^2 = \frac{m_A + m_B}{(m_A + m_B)^2} (E_{k\gamma})_A$$

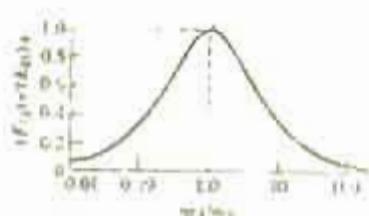
بدست آوردن درصد کاهش ارزی جسم A بزرگاری اهمیت است، یعنی بدایم لبست ارزی جنبی جسم A پس از برخورد، جنده درصد ارزی آن پیش از برخورد است. چون برخورد الاستیک کامل است، کاهش ارزی A برای افزایش ارزی B است. این تبیت برابر است با:

$$\frac{(E_{k\gamma})_B}{(E_{k\gamma})_A} = \frac{m_A m_B}{(m_A + m_B)^2} = \frac{m_A}{m_B [1 + (m_A/m_B)]}$$

کاهش نسبی ارزی جنبی را در شکل ۸-۹ صورت تابعی از الگاریتم $\frac{m_A}{m_B}$ نشان داده اند. وقتی $\frac{m_A}{m_B}$ سمت صفر باشند میگیرند کاهش ارزی بیشتر میگردند.

مثالاً جسم بسیار سبکی به سمت خود میگیرد و خود را کند و ماجم سبک‌گیری بحتم میگیرد (میگیرد) برخورد نماید) در حالت اول، جسم سبک پس از برخورد تقریباً با همان سرعت بر میگردد، در حالت دوم جسم سبک‌گیری پس از برخورد، تقریباً با همان سرعت اولیه خود برگشت ادامه میدهد.

وقتی $m_A = m_B$ بنشد حداقل کاهش ارزی پیدا میشود و بازده این نسبت، کاهش ارزی عماق‌گردن که در شکل نشانده شده است برای واحد است.



شکل ۸-۹ اثر نسبت اندیزی بد برخورد
بر سرعت پس از برخورد (آنچه اتفاق
افزون است)

این مشاهد در کندردن سرعت نوترون که در بعضی از واکنش‌های اتمی تولید میشوند، اهمیت فراوان دارد. وقتی نوترون اندرون محیط مادی غیرپرستکت باعث آنها برخورد الاستیک کامل انعام میدهد حال اگر جرم بسته ساواي جرم نوترون باشد، کاهش ارزی نوترون ماکریموم است. پس همه هیدروژن معمولی، مناسب‌ترین هسته‌است. هر چند جرم هسته‌یتر باشد کاهش ارزی کمتر است.

مثال - فرض کنید برخوردی که در شکل ۵-۸ نشان داده شده برخورد الاستیک کامل باشد، سرعت A و B را پس از برخورد پیدا کنید.

از اصل بقاء اندازه حرکت، تتجه میشود:

$$5\text{kgm} \times 4\text{m/sec} + 2\text{kgm} \times (-4\text{m/sec}) = 5\text{kgm} \times v_A + 2\text{kgm} \times v_B,$$

$$\Delta v_A + \Delta v_B = 4\text{m/sec}$$

و جون برخورد الاستیک کامل است:

$$v_B - v_A = -(v_B - v_A) = 4\text{m/sec}$$

از حل این معادلات با پیکربندی نتیجه میشود:

$$v_A = -1\text{m/sec} \quad v_B = 3\text{m/sec}$$

بنابراین حرکت هر دو جسم، عوض میشود: A با سرعت 1m/sec یک طرف به ب و B با سرعت 3m/sec یک طرف راست میروند.

اگر زی جنبشی کل برایبر است با:

$$\frac{1}{2} \times 5\text{kgm}(-1\text{m/sec})^2 + \frac{1}{2} \times 2\text{kgm}(3\text{m/sec})^2 = 16\text{j}$$

که برایبر اگر زی جنبشی کل پیش از برخورد است.

۵-۶، برگشت (Recoil)

در شکل ۵-۹ دو جسم A و B نشان داده شده است که بحال مکون، قدری رادرد میان خود قشر داشته، هر گاه دو جسم را در آین دفع، آزاد گذاشیم، فرد دو هر لحظه بر دو جسم نیروی مساوی و اندیمیکت تابعیت دارد کاملاً باز و بحال آزاد مرسد. سپس فخر بر روی تکیه گاه می‌افتد ولی دو جسم در دو جهت مختلف به حرکت خود ادامه می‌دهند. اندانه حرکت اولیه صفر است و هر گاه از اصطکاک صریحت شود بر آیند این وعای مؤثر بر دو جسم نزد صفر است.



شکل ۵-۹. نشان اندانه حرکت در برگشت

لذا اندانه حرکت مجموعه دو جسم نات بیماند. هر گاه $v_A + v_B$ سرعت دو جسم باشد داریم:

$$m_A v_A + m_B v_B = \frac{m_A}{v_B} - \frac{m_B}{v_A}$$

سرعتها مختلف الملامه و اندازه آنها متناسب معکوس با حرم هائی مر بوده است.

اگر زی جنبش اولیه دستگاه را این سفر است و اگر زی حسنه دو حجم پس از بالا شدن
فهر برایبر است با:

$$E_k = \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2$$

منشاء از زی جنبش، از زی پتانسیل الایستیک فراست میتوان از زی جنبش دو حجم برایبر است با:

$$\frac{\frac{1}{2} m_A v_A^2}{\frac{1}{2} m_B v_B^2} = \frac{m_A}{m_B} \left(\frac{v_A}{v_B} \right)^2 = \frac{m_B}{m_A}$$

پس از مودآنکه اندازه حرکت پیشوند مساوی بین دو حجم دو حجم و از زی
جنبه دو حجم، مساوی بود، پس سب عکس خرج رو خنده است از جنبه که حرم آن
کمتر است درصد بهتری از از زی پتانسیل اولیه فراز دو حجم میباشد، دلیل آن این است که
تفییر اندازه حرکت در حجم برایبر سفره وارده، آن سه می باشد $E_{k1} = E_{k2} = E_{k3}$ ، حال با
تفییر از زی جنبش، برایبر کار برروی داری واره بر حجم نیست بلطف $F_{d1} = F_{d2} = F_{d3}$ برروی داره من
دو حجم همواره مساوی و مختلف الجیث است و



عکس دستگاه اولیه این دستگان هست
از زاید و ... Cloud chamber
برای مشاهده

نمای تأثیر آنها بر مساوی است همان این نتیجه
اندازه حرکت هر دو حجم مساوی و مختلف الجیث
بیان شده، ما نشانه این نتیجه دو دستگان مساوی
فوائل مساوی طی تحولاتی کرد (مکانی این دو
جذب) $m_A = m_B$ باشد) جذب است. سرعت و نهادان
حجم کوچکتر پیشتر از دستگاه بزرگتر مر بخط بضم
بر و گذشت است، بسا موادی کام و پشتی بر روی
حجم کوچکتر انجام دینکنند.

همه آنچه در بالا گفته در مودآنکه و
گلوله این صحیح است.. اندازه حرکت اولیه
دستگاه صفر است، پس از انتشار باروت، گلول

و گازهای حاصل از انفجار، رو بخلو دارای اندازه حرکت میتواند و تفنگک (با کلیه ضامن آن) دارای اندازه حرکتی رو به عقب میشود. بسادگی مثال قبل میتوان در مورد توزیع اندازه حرکت سخت نمود چه تفنگک د گلوله چون جامده دارای سرعتهای میتواند که اندازه آن برای کلیه ذرات، پنک است. ولی ذرات گازهای حاصل از انفجار، هر یک دارای سرعت خاصی هستند. چون حررم تفنگک برآتاب پیش از حرمه گلوله و گازهای حاصل از انفجار است، سرعت و افزایی حبنتی تفنگک بدغافل است. گفته ازسرعت و افزایی گلوله است. در موقع انفجارهای هسته‌ای در مواد رادیواکتیو، یک هسته بند یا جند در تقسیم میشود که درجهات مختلف حرکت دهدیابیند. اما میدانیم که اصل مقام الداره حرکت در مورد آنها کاملاً باقی است جمع (برداری) اندازه حرکت کلیه ذرات حاصل ازشکستن هسته، برای این اندازه حرکت هسته اصلی است. متوجه افزایی حبنتی افزایی ارتباط ذره‌ای با Binding energy است، و رحتمه اصلی است. که در میانه افزایی ارتباط شیمیائی انفجار باروت است.

در شکل ۱۱-۸ شکستن هسته اورانیوم و تقسیم آن بد داره تقریباً مساوی مقادیر انداده

شده است. در اینجا هسته در امتداد عمود بر خط - محیم افقی، حرکت نداشته است. نوتر دانی بآن برخورد میکند و هسته اورانیوم بد جزء تقسیم میشود که پسندیج در امتدادی عمود بر خط افقی از هم دور میشوند. ذرات حاصل از شکستن اتم، مستقیماً قابل رطوبت بستند ولی وقت در محیطی که بخار آب هوای انشاع و خوددارد فراز میگیرند، لکه‌های ابرمانندی در اطراف آنها تشکیل میشوند و بین تریب بطور غیرمستقیم قابل رؤیت میشوند ^{۳۰}. واسع است که ذرات پس از این واصله جنده ساخته‌تر متوقف میشوند زیرا در محیط مادی حرکت میکنند. اما مادردست داشتن طول میز، زوده و پر، بخاری که «راتد آن» حرکت میکنند و امثالهم، میتوان سرعت هر یک اندود و را در چیزی که داشتند محسوس نمود. البته از اصل مقام این ذرات حاصل از شکستن اتم را بدمت آورده. و این در شناخت ذرات حاصل از قلل و اتفاقات اتفی سیار هم است.

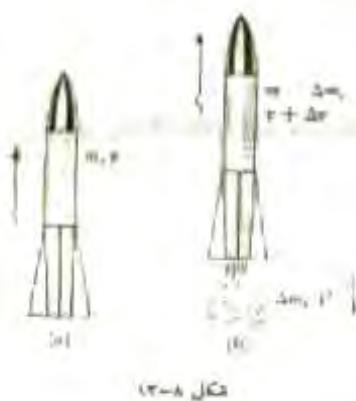
در این سرچشتر از ذرات کوچکتری که در ازتر شکستن اتم بدهست همایند (و در عین ارزی از اینها بیست از بر اندازه حرکت نوتر ون اولیه حریق شده است ولی در عکس حظوظ منعنه که درده میشود که حاکم از هصور نوتر و دهای اولیه و ذرات کوچکتر شحاظ از شکستن اتم است.

^{۳۰} و میگاهه مدتکور را که از ون اولیه برای همین تحقیقات اتفی مسوار مینمود «اطلاق توپلیس» Wilson cloud chamber عنی «کمک نظر» او این مار در ۱۸۹۵ نوسط داشتمد شهر آنکلنس و در سه جایزه نوبل C.T.R.Wilson اخراج شد.

۷-۸، اساس کار راکت

حرکت راکت چگویند ملت صورت میگیرد که قسمی از جرم آن را بعثت از آن خارج میشود. بعثتی که بر راکت رو بچلو وارد میشود عکس العمل بعثتی است که بر ماده خروجی چهارچوب عقب فارغ میاید. برای اینکه حل مسئله آسان شود فرض میگذاریم راکت رویا لام داشته باشد.

شکل (۱۲-۸) راکت را در وضعیت شان میبدهد که جرم آن m و سرعت آن v رو به ایست دارد. شکل راکت را در dt نایابه بعد یعنی فقط جرم آن $m - dm$ و سرعت آن $v + dv$ است لشکر میبدهد. توجه



ابری شکل، یعنی حرم راکت در زمان dt از راکت خارج شده است و سرعت آن v' است شان میبدهد. کوچکتر از v است (و در حالت کلی، رویا لام است). هر گاه سرعت راکت نسبت به ماده خروجی فرض شود خواهیم داشت:

$$(12-8) \quad v' = v + dv$$

تنها بعثتی که از خارج بر مجموعه وارد میشود mg است. هر گاه جهت رویا لام که فرض کیم ضربه بعثتی وزن منفی و برابر $-mgdt$ است و بنابر قبیه ضربه اندازه حرکت، بر این تغییر اندازه حرکت دستگاه است. اندازه حرکت انتهائی راکت بر این است ما:

$$(m + dm)(v + dv)$$

و اندازه حرکت ماده خروجی بر این $v' dm - v dm$ (در خط داشته باشید که dm منفی است پس خواهیم داشت) :

$$- mgdt = [(m + dm)(v + dv) - v dm] - mv$$

[توجه داشته باشید $d = m - m'$ و جون همیشه m' کوچکتر از m است پس dm منفی است آنچه از راکت خارج میشود $-dm$ است و $m' = m + dm$ است. مثلاً $m = 100$ و $dm = -1$ است آنچه از راکت خارج میشود -1 است.] حال اگر سمت راست فرمول بالا را بسط دعیم داد $dm dv$ که پایهای کوچک درجه دوم است سرفقظیر کنیم شیوه میشود:

$$dv = -v_r \frac{dm}{m} - g dt$$

ویس از آنکه راسیون خواهیم داشت:

$$v = -v_r \ln m - gt + c$$

هرگاه در لحظه $t = 0$ جرم و سرعت v_0 باشد خواهیم داشت:

$$v_r = -v_r \ln m_0 + c$$

و از آنجا:

$$v = v_r + v_r \ln \frac{m_0}{m} - gt \quad (۱۳-۸)$$

مثال: فرض کنیم راکتی بدون سرعت اولیه از سطح زمین شروع به حرکت می‌کند سرعت اولیه $v_0 = ۰$ است. سرعت نسی داشت بگاز خروجی v_r تابع حالت سرعت و نحوه فعل و اتفاق است. فرض کنیم $\frac{4 \text{ km}}{\text{sec}} = v_r$. در راکتهای حنگی تابع m_0/m می‌باشد. در راکتهای حامل اسیاهای سبک $\frac{۰}{۰}$ است. مامنند را در حالت $\frac{۰}{۰}$ برابر باشد. فرم کنیم $\frac{۰}{۰}$ جرم اصلی از راکت خارج شود $\frac{۰}{۰}$ زمانه وقت لازم $\frac{۰}{۰}$ حل می‌شود. فرم کنیم در زمانه $\frac{۰}{۰}$ جرم اصلی از راکت خارج شود $\frac{۰}{۰}$ زمانه وقت لازم $\frac{۰}{۰}$ است تا $\frac{۰}{۰}$ جرم اصلی سوخت شود. خواهیم داشت:

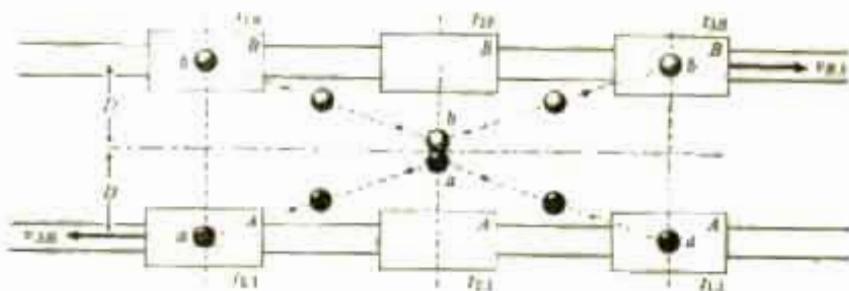
$$\begin{aligned} v &= ۰ + \frac{m}{m_0} \times ۱۰۴ - ۹.۸ \frac{m}{\text{sec}^2} \times ۴۵ \text{ sec} = ۲۱۵ \cdot \frac{m}{\text{sec}} - ۴۴ \cdot \frac{m}{\text{sec}} = \\ &= ۲۷۱ \cdot \frac{m}{\text{sec}} = ۸۲۰ \cdot \frac{mi}{hr} = ۱۲۳۵ \frac{km}{hr} \end{aligned}$$

۴-۸-۱۰ اثر تغییر جرم نسبت به سرعت

اصول تبیین خاص در فصل چهارم برای این اساس مورد بحث قرار گرفت که سرعت نور در کلیه دستگاههای مختصات مختلف که نسبت بهم در حرکت اند بیکسان است. از این بحث باین توجه رسیدیم که جرم جسم تابع سرعت آن است.

برای پیدا کردن رابطه‌ای بین جرم و سرعت، از روش تجربه و تمقیم که بوسیله لوگیر و تولمان بیان شده است استفاده می‌کنیم. به شکل ۱۳-۸ درجه حرکت دو گلوله A و B را در قللر کیزید که روی دو اتومبیل نشسته‌اند و دو گلوله A و B را در امتداد عمود بر جهت حرکت پرتاب می‌کنند. این دو گلوله در وسط فاصله دو اتومبیل بهم برخورد می‌کنند. سرعت دو گلوله بکان فرمل می‌شود (پس از پرتاب آرا می‌گیرند). از این جاذبه و حرکت در امتداد قائم سرفتار شود. یعنی فرمن کنیم دستگاه خارج انهر خود را حادیه باشد.

در شکل ۱۳-۸ سرعت دو گلوله را برای ناظری شناخته‌اند که در قللر او دو اتومبیل پادرسعت مساوی و مختلف‌الجهت حرکت می‌کنند. هر یک از دوناشر A و B باید گلوله را قبل از آنکه اتومبیل دیگر بمقابل او برسد پرتاب کنند. بنابراین ناظر A گلوله را در زمان t_{A1} و ناظر B گلوله را در زمان t_{B1} رها می‌کنند. دو ناظری که در درون دو اتومبیل نشسته‌اند می‌بینند که دو گلوله در امتداد هر دوی از آنها در میان دو اتومبیل راه خارج شده‌اند. هر خود دو گلوله را در مدتگاه مختصات در زمان t_{A1} و t_{B1} اتفاق می‌افتد و دوناشر A و B این دو گلوله را در زمان‌های t_{A2} و t_{B2} می‌گیرند.



شکل ۱۳-۸ نیز به ۳ تعلقی، اولیه تولمان برای شناختن تأثیر حرکت سرعت

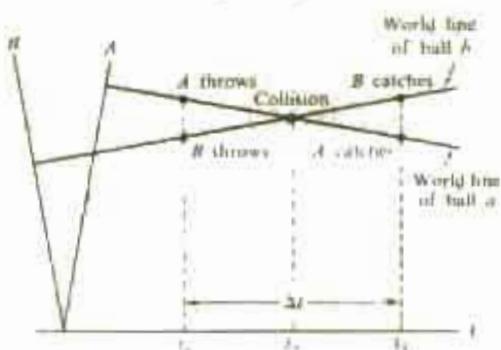
ابتدا مثله را از سطه قللر مکانیک تپوتونی مورد بحث قرار می‌دهیم. در جنین صورتی $t_{A1} = t_{B1}$ وقت علیه‌دا. پس زمانهای پرتاب، برخورد و مارگفت تپوتونی پتر تیپ با $t_{A2} = t_{B2}$ شناخته می‌شوند. مختصات x هر یک از دو تپوتونی می‌بینند. در بین دو خود آن ثابت است. بنابراین خط جهان دو تپوتونی دو خط مستقیم است که بر محور های مکانی عموداند. (شکل ۱۳-۸)

هر دو پرتاب در دستگاه بیوتونی در فاصله ۵۱ سودت می‌گیرد یعنی زمان پرتاب و گرفتن مجدد تپوتونی در دو دستگاه یکی است. چون زمان در دو دستگاه یکی است و دو تپوتونی

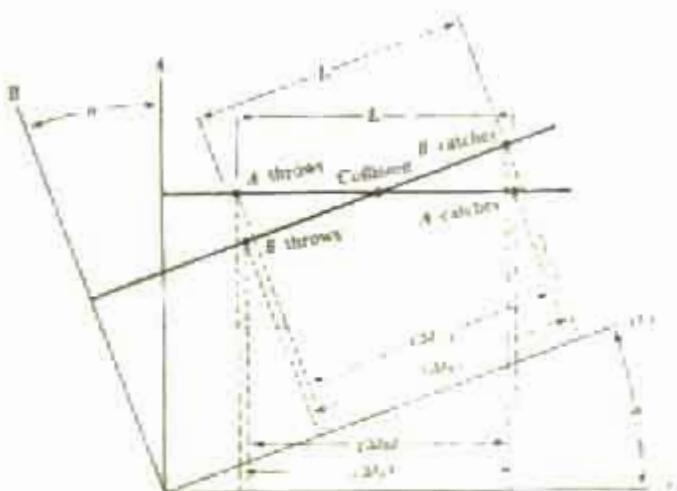
در وسط فاصله دو مسیر برخورد می‌کنند نتیجه میگیریم که مسافت عرضی که هر توب طی می‌کند ۲D است و باید مساحت دو حجم باهم مساوی باشد. از اینلی یقاه اندازه حرکت نتیجه میشود که دو حجم قیمت بایده مساوی باشد.

حال اگر بخواهیم مسئله را از نظره علمی مکانیک نسبی حل کنیم شکل ۱۴-۶ مناسب است و باید شکلی خبر ۱۵-۸ رسم شود که دو آن هر یک از دو ناظر A و B محور زمانی غریب‌وت پیغام دارند. خط جهان در توب عمود بر هر دو محور لازمی‌توان آن توب است. ولی «و

این دسته از حل ناظر A میکنیم. در شکل ۱۵-۸ پیاده سازی که پرتاب B و A هم را نشان میکند، در قطب A نسبت ب بوب داریم، زودتر از وی رها میکند و دیرتر از او هم رمان نیستند.



شكل ۱۶-۲ هاکر ام Brapheme میانی تعریف، تنال ۱۳-۸ از قسطه علمی ملاریک آپوتوس.



شکل نموده ایمان Brehme را در برجه هنگام ۱۳-۸ از نقطه نظر مایلک اسی

میگیرد. درنظر مانند A فاصله زمانی بین تاب و گرفتن توب (B) Δt_{BA} و زمان گرفتن توب b برا برای Δt_{ba} است که پیشتر از Δt_{BA} میباشد. چون فاصله عرضی که دو توب طی میکنند بالعمر ابراند، A میبیند که سرعت توب b کمتر از توب a است. چون سرعت رفتن و برگشتن هر توب ثابت است A میبیند که با باید اصل بقاء اندازه حرکت را قبول نداشته باشد و با قبول کند که حرم توب پیشتر از توب a است.

اما این تنها اختلاف نیست مثلاً را اغلب شخص B حل کنید شخص B نیز (بنابر شکل ۱۵-۸) میبیند که فاصله زمانی بین تاب توب b برگشت آن بگسان نیست شخص B نیز میبیند که A توب a را زودتر بین تاب کرده و برتر میگردد بعضی زمان لازم برای بین تاب تا بازگشت توب b کوتاهتر از زمان رفت و برگشت توب a است شخص B باید بالاصل بقاء اندازه حرکت را قبول نکند یا قبول کند که حرم a پیشتر از حرم b است.

همه فیزیکدانها (که در واقع میتوانند خود را بهای B_A فرمل گذارند) قبول کرده‌اند که اصل بقاء اندازه حرکت صحیح و موردنقبول است ولی حرم یک حسم ثابت نیست و این المکالم (که شخص A میبیند) حرم توب b بیش از حرم a است. شخص B نیز میبیند که حرم توب a بیش از حرم b است) پس ارساول اساسی طبیعت است یعنی: حرم یک حسم کمیت تابیخی که فقط نایع مشخصات خود حسم ناشد نیست بلکه تابیع سرعت نیز این حسم نیست به ماضی این که حرکت این حسم را مورد مطالعه فرادر داده است میباشد.

برای ناظر A توب a ساکن و b نامرفت نیست به A در حرکت است و حرم b پیشتر از حرم a است. برای شخص B بین توب b ساکن و a سرعت در حرکت است پس حرم a پیشتر از b است. با وجود آنکه طاهر، بین آنچه A و B میبینند تفاوت وجود دارد. چنین نیست زیرا شخص B همان واقعیت را اینان میکند که اگر A بخای او میتواند همین فضای را درباره آن می‌نمود (والان هم علاوه‌هیین فضای را میکند) چه کافی است به افاده انتقد که B_A نسبت بهم وضع متابجه داردند. اگر A به B «مالمسن تغییر شوند» در وضع کلی هیچگونه حاصل نشده است)

راحته حرم a و حرم b درنظر گیری شاردو ناظر را میتوان مأسایی نعمت آورده هرگاه L طول خط جهان واقع در فاصله دو حادنه بین تاب کردن و گرفتن «فرم شود» (شکل ۱۵-۹) شخص A میبیند که

$$C\Delta t_{ba} = 1.$$

$$C\Delta t_{ab} = 1 \cdot \cos \alpha$$

$$\frac{\Delta t_{ba}}{\Delta t_{ab}} = \cos \alpha$$

سرعت عرضی a و b درنظر ناظر B عبارتست از:

$$\mathbf{v}_{bA} = \frac{\tau D}{\Delta t_{bA}} \quad ; \quad \mathbf{v}_{aA} = \frac{\tau D}{\Delta t_{aA}}$$

لذا خواهيم داشت:

$$\frac{\mathbf{v}_{bA}}{\mathbf{v}_{aA}} = \frac{\Delta t_{aA}}{\Delta t_{bA}} = \cos\alpha$$

وهرگاه انداره حرکت دو گلوله مساوی فرض شوند خواهيم داشت:

$$m_{aA} \mathbf{v}_{aA} = m_{bA} \mathbf{v}_{bA} \quad ; \quad \frac{m_{bA}}{m_{aA}} = \frac{\mathbf{v}_{aA}}{\mathbf{v}_{bA}} = \frac{1}{\cos\alpha}$$

در قسمت ۱۴-۱ نشان داديم که $\cos\alpha = \sqrt{1 - v'_{BA}^2/C^2}$ لذا داريم:

$$m_{bA} = \frac{m_{aA}}{\cos\alpha} = \frac{m_{aA}}{\sqrt{1 - v'_{BA}^2/C^2}} \quad (14-8)$$

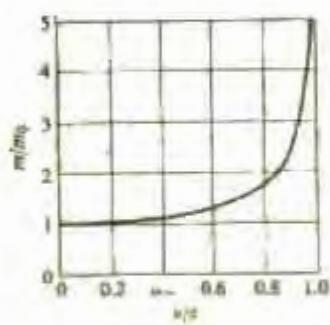
با استدلال مشابه مينوان مسئله را از نظر شخص B حل كرد و نتيجه گرفت که:

$$m_{0B} = \frac{m_{bB}}{\cos\alpha} = \frac{m_{bB}}{\sqrt{1 - v'_{BA}^2/C^2}} \quad (15-8)$$

عريک از دو فرمول بالا را با عوض کردن جای A ، b ، a ، B ، a بپتوان از
ذخيره داشت آورده، از هم داشته باشيد که هرگاه بحاجي V_{AB} یا V_{BA} تفاوتی نداده چون
در فرمولها اين مقادير بصورت محدود وجود دارند و اين دو مقدار قرنه يكديگر آند.

فرمولهای ۱۴-۸ و ۱۵-۸ بصورت های مختلفی نوشته ميلوون در تحریر به تعلقى لوبيت -

لوپيان لازم بود a ، b ، a دو حسم متمايز فرمن شوند
تا مسیر آنها از يكديگر متفايز گردد، دو واقع
دو حسم a ، b ، a کاملاً يكسان هستند و m_{bA} و
و m_{0B} در فرمول ۱۴-۸ (قططعی این واقعیتند
که m_{0B} خود حسم در حال سکون و m_{bA} در
مسن غلب خفغان مدان حسم و باعثي جرم خود آن
جسم در حال حرکت است به ناظر A است (ظرف
گشید که دو شخص تو بهارا باهم عوض كنند و تحریر به
را نگردد)، جرم جسم را در حال سکون m



شکل ۱۴-۸: بصورت ناعی از ۱۴-۷ مورده است

و جرم آنرا در حال حرکت m مینامیم - توپ b در فرمول ۱۴-۸ نسبت دستگاه B در حال سکون است و سرعت آن نسبت به A برابر v_{BA} خواهد بود - فرسایش کم این سرعت بر اثر γ باشد، دراینصورت دو فرمول ۱۴-۸ و ۱۵-۸ بصورت ذیر در می‌آیند:

$$m = \frac{m_*}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (16-8)$$

در شکل ۱۶-۷ نسبت $\frac{m}{m_*}$ بصورت تابعی از v رسم شده است، برای گلوله تفکه سهت $\frac{v}{c}$ بر این تا ۰.۳ است و واضح است که دراینحال m و m_* با تقریب بسیار ناجیز پابعد مساویند. اما الکترون که با اختلاف پتانسیل ۱۰۵ ولت دارای شتاب شده است سرعتی در حدود ۲۶ کم/ ث است. دراینحال افزایش جرم دارای اهمیت حساس نموده و تابعی از آن صرفنظر نمود. در قیمتیک این بادرانی که به اختلاف پتانسیل چه علیون ولت میرساند سر و کار داریم و بروانش است که شتاب افزایش جرم صرف نظر نمود.

دراینحال لام است باین تکته اشاره شود که با ترتیبی که فرمول ۱۴-۸ بدهست آمد چیزی بنتظر می‌آید که رابطه‌ای بین این فرمول و فرمول دیگرهاکه وجود خاردار اساس نظریه نسبیتی براین پایه است که سرعت نور در تمام دستگاهها که نسبت به محترکانه کلان مقدار تابش است. نتیجه می‌شود که امثل زمانی عطلقی برای تمام دستگاهها وجود ندارد. مثلاً دوناظر B و A در تحریر به لوئیز-نولمان سرعت‌های مخصوص مختلفی برای توپهای a و b داشتند. حال اگر اصل بهاء اندازه حرکت‌ها قانون کلی قیریمکی که درجه دستگاهها (که با سرعت نسبت بهم در حرکت‌اند) سادق است فرض کنیم بنابر اصول دینامیک که با این فرض در همه دستگاهها قابل تعمیم است رابطه‌ای بین جرم m سرعت v نسبت می‌آید

۱۶-۹، جرم و سرعت

درایندادی فعل پنجم گفته شد که شتاب یک جسم در آزاده اثر بیرونی نمی‌باشد. مقداریست نسبت دنایع سرعت نسبت - برایان دیگر نسبت بیرون به شتاب برای این خذار تابع m است که جرم m دائمیه می‌شود یعنی:

$$\frac{\mathbf{F}}{d\mathbf{v}/dt} = \text{نایت} = m$$

اینکه بینیم که فرمول بالاگرچه با تقریب کافی صحیح است ولی هر حال نقیرین است. وقتی Δ سرعت جسم نسبت به Δ سرعت نور ناجیز باشد حرم نقریباً نایت است. اما با ازدیاد سرعت، حرم نیز افزایش می‌یابد.

$$\text{برای بیان فاصله دوم نیوتون با درنظر گرفتن نظریه نسبی بجای } F = m \frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

میتوان نوشت $F = \frac{d}{dt}(m\mathbf{v})$ یعنی برآیند نیروهای وارد بر جسم برابر نسبت تغییر اندازه حرکت بزمان است.

هر گاه سرعت اسپیس جسم کم بشود $m = m_0 e^{-ct}$ (با تقریب کافی) و خواهیم داشت:

$$F = m_0 \frac{d\mathbf{v}}{dt} \quad (17-17)$$

یعنی وقتی سرعت کم بشود، فرمول فاصله دوم بر اساس نظریه سیس، با فرمول کلاسیک آن بکان است در حالت کل داریم:

$$F = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} + \mathbf{v} \frac{dm}{dt} \quad (18-18)$$

نتیجه میشود که اثر نیروهای تغییر دادن سرعت جسم بسته به حرم آنرا نیز تغییر می‌دهد باشد این نتکثرا تذکر دهیم که Δ در فرمول ۱۶-۸ محدود قدر مطلق سرعت (محضی) جسم است. هر گاه نظر آنچه در حرکت دورانی دیدیم امتداد نیز بر امتداد سرعت محدود باشد در تندی جسم تغییری حاصل نمیشود و $\frac{dm}{dt} = 0$ است و داریم:

$$F = m \frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

این فرمول نیز نظر ۱۷-۸ است. ولی هر گاه تندی جسم در این حالت زیاد باشد حرم آن برای m نیست.

و یکی از راههای اندازه گیری حرم الکترونیوونها این است که آنها را در مدار دایر مای واقع در یک میدان مغناطیس (مثل در سیکلوترон) بحرکت دهند. چون تندی نایت است حرم یون را از تغییر لیروی مؤثر برختاب شماهی میتوان بست آورد. در حقیقت با این نوع اندازه گیری میتوان تغییرات حرم دایر سب سرعت موردن آزمایش قرارداد.

اکنون وضعی را در قدر میگیریم که امتداد لبر و سرعت یکی باشد، دو این حال، هم جرم وهم تندی چشم تغییر نمیکند، میخواهیم کار لبر و رادراین حال حساب کنیم. هرگاه ds جابجایی کوتاهی در طول مسیر فرض شود داریم:

$$v = \frac{ds}{dt}, \quad dt = \frac{ds}{v}$$

و فرمول ۱۸-۸ را میتوان بصورت زیر نوشت:

$$Fds = mvdv + v'dm \quad (۱۹-۸)$$

طرفین تساوی را در فرمول ۱۶-۸ محدود میکنیم و از آن تبعه میگیریم که

$$v' = c^r \left(1 - \frac{m'}{m} \right)$$

بنابراین طرفین را محاسبه کرده دو $\frac{m}{c^r}$ ضرب میکنیم خواهیم داشت:

$$mvdv = \frac{m}{c^r} dm$$

هرگاه دومندار v' و $mvdv$ را در فرمول ۱۸-۸ قرار دهیم نتیجه میگیریم

$$Fds = c^r dm$$

اکنون انرژی حیثی یک جسم را بعنوان کاربروی شتاب دهنده وارد جرم لبری میکنیم یعنی:

$$E_k = \int_{m_0}^m Fds = \int_{m_0}^m c^r dm = (m - m_0)c^r \quad (۲۰-۸)$$

انرژی جنبشی جسم برابر حاصل ضرب افزایش جرم جسم (نسبت به جرم حال سکون) درجه دور سرعت نور است. این فرمول یکی از سوراخهای قطبی جرم - انرژی است و آنکه دوچنانکه دیده میشود را $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ متفاوت است. همه فرمولهای طبیعی و فلسفی آن نسبت به c ناجائز فرض شود به فرمولهای کلاسیک علمی شناس برداشته شوند. هرگاه $\frac{v}{c}$ دفعه ای با عدد بک، بینهایت کوچکتر از اول باشند میتوان نوشت.

$$\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}$$

هرگاه جمله سمت چپ را با استفاده از دستور بسط دو جمله‌ای نیوتون بسط داده از $\frac{v^2}{c^2}$ به بعداً سرت شرکت، تساوی فوق حاصل می‌شود، اکنون میتوان نوشت:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = m_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}\right) \quad m - m_0 = \frac{1}{2} mv^2$$

فرمول ۲۰-۸ را میتوان چنین نوشت:

$$m = m_0 + \frac{E_k}{c^2} \quad (21-8)$$

افزایش جرم یک جسم درازاء حرکت نسبی، نسبت به حال سکون، برای خارج قسمت از روی جسم برمدادر سرعت بودامت. اما این نتیجه فقط در مورد اثر روی جنبشی سادق نیست بلکه در مورد اثر روی پتانسیل هم میتوان آنرا تضمیداد. یعنی جرم یک جسم وقتی از روی پتانسیل داخلی آن افزایش باید باز افزایش خواهد یافت و بطور کلی میتوان فرمول ۲۱-۸ را بصورت کلی زیر نوشت:

$$m = m_0 + \frac{E}{c^2} \quad (22-8)$$

که در آن E مجموع اثر روی جنبشی و پتانسیل جسم و m جرم جسم در حالتی است که هم ساکن باشد و عدم از احرام دیگر با اندازه‌ای دور قرار گیرد که اثر روی پتانسیل داخلی آنها بر اثر صفر باشد.

با این وقایع فرقی را نکشم جرم آن ماندازه خارج قسمت اثر روی پتانسیل Ep آن بر $1 - \frac{v^2}{c^2}$ افزایش می‌باید. ولی جون $\frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}$ جملی بزرگ است! حتی با حساب نیز دستگاههای سنجش جرم، میتوان این افزایش را اندازه گرفت. اما در مورد اثر روی پتانسیل هستیها وضع کاملاً متفاوت است. اثر روی پتانسیل مریوط همراهی از ناتوانی نوکلئون‌ها با اندازه‌ای زیاد است که وقتی چند نوکلئون از هم دورده‌ایم نزدیک مانند اختلاف جرم آنها محسوس دقایق ملاحظه است. در هسته‌های سنگین، جرم هسته قابل از شکستن از حریم احتماله پس از شکستن زیادتر است.

ممکن است مبتداً بگفته بشود که هنگام شکستن هسته جرم به اثر روی تبدیل می‌شود. این بیان چنین تصویری را بوجود می‌آورد که پس از شکستن، جرم دستگاه کاهش یافته اثر روی آن افزایش

من باشد، اما چنین نیست و ما در مورد شکستن هسته اودانیوم شکل ۱۹-۸ بعنوان مثال بحث میکنیم.

هسته پیش از آنکه شکسته شود، درحال سکون است و حرم ممیز دارد (حرم مسکون) پس از شکستن هسته پیش از برخوبیدن ذرات حاصله به ملکه ای ایمپکت، مجموع سرم ذرات حاصل برایر حرم هسته قبل از شکستن است هر یک از ذرات، از ری جنبشی قابل ملاحظه ای دارد و لی مرجنه این از ری، کاملاً حرم است، با اینکه باید گفت مرجنه از ری جنبشی این ذرات، از ری (binding energy) است فضیله حرم - از ری حاصل آسوده که به اصل بقا از ری بصورت دو اسل بحراً و متفرو معنقد نباشیم این دو اسل در حقیقت اسراء باک اصل اند و آن این است که مجموع از ری حرم یکستگاه متفرو تا این میماند و این اصل در مورد حرم یا از ری متفرو قابل قبول است.

اینکه به مرحله برخورد ذرات حاصل از شکستن هسته ملکوهای دیگر، نرسه کنید، پس از شکستن هسته، ذرات حاصل با سرعت های پیش از هاد بخواهند که در عیاینه و حرم آنها بنابر رابطه ۱۹-۸ بسته میباشد و از حرم حالت سکون آنها بنتراست، پس از برخورد به ملکوهای دیگر، سرعت این ذرات و در نتیجه حرم آنها کاملاً میباشد، از طرف دیگر سرعت ملکوهای از دستور نتیجه حرم آنها افزایش میشود، کاملاً از ری جنبشی ذرات پس از برخورد برایر افزایش از ری ملکوهای از دستور نتیجه افزایش حرم ملکوهای این سرعت از ری کاملاً حرم دو اسل است، دو حرم و از ری کل یکستگاه نسبتی حاصل شده و حرم و از ری یکستگاه نیست.

البته این درست است که ممکن است حرم پیش ازون با الکترونی در هر گام برخورد نماید تغییر کند، اما در هر گام برخورد نماید، وقتی از ری و حرم یک درجه افزایش میباشد در مقابل، از ری و حرم دو اسل باده ایم که درست بیش از انداره کاملاً حرم دو اسل و مجموع حرم و از ری کل ثابت میماند.

۱۹؛ رابطه نیرو و شتاب در نسبیت

چندین بار دیده ایم که بنابر نظریه نسبیتی، حرم یا نیرو تغییر میکند، قانون دوم نیوتون را در نسبیت با فرمول ۱۹-۸ مشخص میدهند،

$$\mathbf{F} = \left(\frac{d}{dt} \right) (\mathbf{m}\mathbf{v}) = \mathbf{m}(\mathbf{dv}/dt) + \mathbf{v}(d\mathbf{m}/dt)$$

و در فاصله زمانی کوچک Δt

$$\Delta t = \Delta(mv) = m\Delta v + v\Delta m \quad (۲۳-۸)$$

راجهه بین اندازه های نیرو که توسط دو ناظر (متحرک نسبت به کدامیک) اندازه گرفته میشود باشد راجهه بین جرم و جسم که توسط همین دو ناظر اندازه گرفته میشود اهمیت دارد. فرض کنیم ناظر A پس از t_A تیزی v است. فرض کنیم در انداد محور x ها در حرکت است. F_A نیروی وارده بر نقطه مادی که در دستگاه B بدون سرعت اولیه قرار دارد و توسط ناظر A اندازه گرفته میشود، با F_B که توسط ناظر B اندازه گرفته میشود رابطه ای دارد. میتوانیم این رابطه را پیدا کنیم.

ابتدا نسبت شتابها را بحسب میآوریم، فرض کنیم در انداد محور y ها (عمود بر انداد سرعت نسبی دو ناظر) داریم:

$$\Delta y_A = \frac{1}{2} a_{1A} (\Delta t_A)^2 \quad \Delta y_B = \frac{1}{2} a_{1B} (\Delta t_B)^2$$

که در آن a_{1A} و a_{1B} شتاب های عرضی هستند (سرعت اولیه عرضی صفر است) اما حاویانی عرضی در عرض دستگاه برای راست. یعنی $\Delta y_A = \Delta y_B$ پس داریم:

$$a_{1A}/a_{1B} = (\Delta t_B/\Delta t_A)^2$$

خواص زمانی Δt_A و Δt_B بر روی یک محدود x ها اندازه گرفته میشوند و بنابراین فرمول ۲۷-۴ داریم $\Delta t_B = \Delta t_A \cos \alpha$ داشته ایم:

$$a_{1A}/a_{1B} = \cos^2 \alpha = 1 - \frac{v^2}{c^2} \quad (۲۴-۸)$$

در دستگاه B در انداد طول، سرعت اولیه صفر است پس:

$$\Delta x_B = \frac{1}{2} a_{1B} (\Delta t_B)^2$$

که در آن a_{1B} شتاب در انداد طول در دستگاه B است. در دستگاه A نقطه مادی سرعت اولیه v دارد و داریم:

$$\Delta x_A = v \Delta t_A + \frac{1}{2} a_{1A} (\Delta t_A)^2$$

$$\Delta x_A - v \Delta t_A = \frac{1}{2} a_{1A} (\Delta t_A)^2$$

و در نتیجه داریم :

$$\frac{a_{IA}}{a_{IB}} = \left(\frac{\Delta t_B}{\Delta t_A} \right)^2 \frac{\Delta x_A - v \Delta t_A}{\Delta x_B}$$

جمله $\Delta x_A - v \Delta t_A$ مختصات بدهد B در زمان Δt_A است و تفاضل A با دستگاه B در زمان Δt_A فاصله نقطه مادی اینمکنه دستگاه B است که نویسندگان ناظر A اندازه گرفته شده باشد . لذا رابطه تراکم طول (فرمول ۳۶-۴) را در $\Delta x_B - v \Delta t_A$ و Δx_B بکار می دهند نتیجه میگیریم :

$$(\Delta x_A - v \Delta t_A) / \Delta x_B = \cos \alpha$$

و نتیجه میشود :

$$a_{IA} / a_{IB} = \cos^2 \alpha = (1 - v^2/c^2)^{\frac{1}{2}} \quad (25-8)$$

اینک مجدداً بفرمول ۲۳-۸ برآمده کرده و ابتدا نیروی عرضی را مورد دقت فرار میگیریم : جرم اولیه در دستگاه B همان جرم حالت سکون یعنی m_0 است و پس از زمان Δt_B سرعت عرضی آنقدر کم تغییر میکند که مبنوان تغییر جرم را در این فاصله زمانی ناجائز شمرد یعنی لذا فرمول ۲۳-۸ جنبش میشود

$$F_{IB} \Delta t_B = m_0 \Delta v_{IB} \quad F_{IB} = m_0 (\Delta v_{IB} / \Delta t_B) m_0 a_{IB} \quad (8-26)$$

در دستگاه A نقطه مادی، سرعت اولیه v دارد و سرمه اولیه آن عبارت است از :

$$m = m_0 / \cos \alpha = m_0 \sec \alpha$$

و این جرم را نیز مبنوان ثابت فرض کرد لذا داریم :

$$F_{IV} \Delta t_A = m \Delta v_{IA} \quad F_{IA} = m a_{IA} = m_0 \cos \alpha a_{IA} \quad (27-8)$$

بنابراین این نسبت نیروها بر اساس است با :

$$F_{IA} / F_{IB} = (m / m_0) (a_{IA} / a_{IB}) = \sec \alpha \cos^2 \alpha = \cos \alpha$$

$$F_{IA} = F_{IB} \cos \alpha \quad (28-8)$$

نیروی عرضی وارد بر یک نقطه مادی سیستم ایجاد که را متفاوت طول حرکت میکند کمتر از مقدار عینی نیرو در دستگاهی است که نقطه مادی در امتداد شول نسبت به آن ساکن است و این درست بر عکس جرم است که اندازه آن در دستگاه منحرک بیشتر از اندازه آن در دستگاه ساکن است .

هر گاه نیرو در امتداد طول بر نقطه مادی اثر کند جرم آن در دستگاه B عمان m_B جرم حالت سکون است . چون تغییر سرعت قصی کم است پس :

$$F_{IB} \Delta t_B = m_B \Delta v_{IB} \quad F_{IB} = m_B a_{IB}$$

در دستگاه A ناید افزایش جرم را در قدر گرفت چون داریم : $m = m_B \sec \alpha$ پس خواهیم داشت :

$$\Delta m = m_B \sec \alpha \tan \alpha \Delta \alpha = m \tan \alpha \Delta \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{v}{c} \quad \cos \alpha \Delta \alpha = \frac{\Delta v}{c} \quad \Delta \alpha = \Delta v \sec \alpha / c \quad \text{اما داریم} :$$

لذا خواهیم داشت :

$$v \Delta m = m \tan^2 \alpha \Delta v$$

و از آنجا داریم

$$F_{IA} \Delta t_A = m \Delta v_{IA} + m \tan^2 \alpha \Delta v_{IA} = m \sec^2 \alpha \Delta v_{IA} = m_B \sec^2 \alpha a_{IA} \quad F_{IA} = m \sec^2 \alpha a_{IA} = m_B \sec^2 \alpha a_{IA} \quad (۲۹-۸)$$

نسبت نیرو در دو دستگاه مبارقت است از :

$$\frac{F_{IA}}{F_{IB}} = \frac{m_B \sec^2 \alpha}{m_B} \times \frac{a_{IA}}{a_{IB}} = \sec^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1$$

یعنی در امتداد طول نسبت نیرو در دو دستگاه برای ماده های A و B مساوی بنتنی
جهت صدمت .

۱۱-۸ جرم طولی و عرضی

در مکانیک بیوانی، جرم یک نقطه مادی، نسبت نیروی «ژئو» بر آن، به مقابله حاصله از اثر نیرو در نقطه مذکور است . در مکانیک قسم عدادات «جرم طوار» و «جرم عرضی» را گاهی اوقات به همین مقابله میکنند . یعنی نسبت نیروی عرضی عرصه مقابله عرضی را جرم عرضی و نسبت نیروی طولی بثبات طولی را جرم طولی مینامند . جرم عرضی عبارت است از :

$$m_B = F_{IA} / a_{IA} = m_B \sec \alpha = m_B \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

که همان رابطه حرم حالت سکون و حرم حالت حرکت در قدریه نبی است. حرم طولی بر این است با:

$$m_t = F_{t,A} / \theta_{t,A} = m \cdot \sec^2 \alpha = m \cdot (1 - v^2/c^2)^{-\frac{1}{2}}$$

ممکن است این مطلب کمی بعنوان سلوه کندکه ما قانون دوم بیونوی داشتیم در قدریه نبی پذاره بیزیر اما این از این فیزیکی اهمیتی ندارد. بجای قانون دوم مسکلایک تیوتوئی در نسبیت خیتوان نوشت:

$$F = (d/dt)(m \cdot v) / \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

چنانکه دیدم میشود در آن فقط m (که مقداریست؟ است) وجود دارد. بمن از مؤلفین همیشه فرمولهای نسبی را بر حسب حرم حالت سکون نوشته این حرم را به m نهاده میشوند.

مسئله اول

۱-۱ (a) اندازه حرکت کامپیون بحزم. این که با سرعت 45 km/hr در حرکت است بحست آورید. درجه سرعتی پلاک کامپیون بیش تری 110 اندازه حرکتی مهاره اندازه حرکت کامپیون اول و (b) با اندازه این کامپیون امریزی حدشی دارد.

۱-۲ تویی بحزم 100 کیلوگرم با سرعت 24 m/sec در حرکت است. هر گاه پس از برخورد، سرعت آن به 26 m/sec درجهت مخالف سرعت، تغییر اندازه حرکتی مسازن پر توب را حساب کنید. (b) هر گاه زمان شریمه 2000 م. زایده فرسن شود پیروی متوسط چقدر است؟

۱-۳ یک گلوله ای 5 kgm است و با سرعت 400 m/sec بمحض میخورد میکند 11 m در آن قرده بیزد. (a) شتاب گند شونده حساب کنید. (b) لبر وی مقاوم دا بحست آورید. (c) زمان حرکت گند شونده را بحست آورید. (d) سرعتی موتور بر گلوله دا حساب کنید. آنرا با اندازه حرکت اولیه گلوله مقایسه کنید.

۴-۸ گلوله‌ای بهرم 2 gm با سرعت 200 m/sec از لوله تونکی خارج می‌شود.
در لوله نیروی مقاوم مؤثر بر گلوله از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$F = 400 - \frac{4 \times 10^6}{r}$$

F برش بیوتوون ۳ برحسب ثابت است. (a) منحنی F را برحسب r رسم و
(b) نمای عبور گلوله را از لوله ساخت آورده.

۵-۸ متدوق که روی سطح افقی منزه، دادن این اصطلاح ساکن می‌شود. آیا اندازه حرکت متدوق ثابت مانده است؟ اگر ثابت نماند آیا تناقضی با اصل بقاء اندازه حرکت در آن می‌یابد یا اندازه حرکت متدوق در اثر چه عاملی تغییر می‌کند؟

۶-۸ خسارت ولاده اتومبیل را در دو حالت ذیر مقایسه کنید: (a) اتومبیل با اتومبیل دیگری که حرم و تندی آنها بکان است ازدود بر خود می‌کند. (b) اتومبیل با همین تندی به سحره برخورد می‌کند. (c) هر گاه اتومبیل مذکور یا کامپونی که اندازه حرکت هر دو مساوی است، با کامپونی که از آن جنسن آنها مساوی باشد برخورد کند برای برای سرنگنهان اتومبیل کدامیک بدتر است؟

۷-۸ (a) یک کامپون «نی» که با تندی 3 m/sec در حرکت است با کامپون‌ایک ۲۰ تقریب برخورد می‌کند. هر گاه کامپون دوم ترمز نمکرد باشد و دو کامپون پس از برخورد بهم بجزئی‌للذی مجموئه، پس از برخورد جقدر است؟ (b) کامپون از آن جنسی را در اثر برخورد، بدست آورید (c) کامپون ساکن با چه تندی از طرف کامپون اول برگردان شود.

۸-۸ گلوله‌ای بهرم 2 gm به پاندول بالستیکی بهرم 10 kgm برخورد کرده در آن حای مبکرده و مر کر تقل آن در اثر برخورد 7 cm باشد. (a) سرعت اولیه گلوله (h) بخشی از امریکی جلسن گلوله که بعده از برخورد امریکی به مجموعه منتقل می‌شود و (c) بخشی از اندازه حرکت را که پس از برخورد در مجموعه باقی می‌ماند حساب کنید.

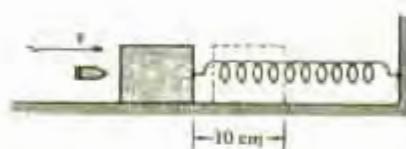
۹-۸ گلوله‌ای بهرم 200 gm کیلوگرم-یکسی بهرم 1 kgm که جوانی طول 3 m آویزان است برخورد می‌کند. ملاحظه می‌شود که مر کر تقل حسنه 6 میلی‌متر در امتداد قائم بالا می‌برد. هر گاه گلوله از طرف دیگر حسنه با سرعت 200 m/sec خارج شود سرعت اولیه آن چقدر بوده است؟

۱۰-۸ گلوله‌ای بهرم 10 gm به پاندول بالستیکی بهرم 2 kgm برخورد می‌کند. مر کر تقل پاندول در اثر حرکت به ارتفاع 10 cm بالا میرسد. هر گاه گلوله در پاندول جای گرفته باشد سرعت اولیه آنرا حساب کنید.

۱۱-۸ طابق شکل ۱۷-۸ کهای به فنری آوران است. جرم کلهای 2 kgm است و فنر را 10 cm پائین کشیده است. هر گاه از ارتفاع 30 cm جرم 200 g را آزادانه درون کله ساقط کنیم، کله حداقلتر تابعه فاصلهای پائین می‌باشد.



شکل ۱۷-۸



شکل ۱۷-۹

۱۲-۸ گلوهای بحرم 2 gcm که دارای تعداد افقی با سرعت 500 m/sec در حرکت است به قطبه جوین بحرم 1 kgm که به حال سکون بر سطح افقی قرار دارد برخورد نکرده از طرف دیگر آن خارج نمی‌شود. در اثر این برخورد، سرعت گلوه 100 m/sec کاهش می‌یابد. جرم روی سطح افقی 40 cm فریب مجدداً ساکن می‌شود. (a) صریب اسکالاک سطح جه اندازه است. (b) کاهش افزایی جنتی گلوه جه اندازه است. (c) نرخ ابتدا خروج گلوه افزایی جنتی جرم به اندازه است.

۱۳-۸ گلوهای بحرم 9 gcm با سرعت 75 m/sec به پاندول بالستیک بحرم 40 kgm که بطنایی بولو بالستیک آوران است برخورد می‌کند. (a) پاندول در انداده قائم چقدر بالا رفته (b) افزایی جنتی اولیه گلوه جه اندازه بوده (c) پس از برخورد افزایی جنتی گلوه و پاندول مجموعاً چقدر است.

۱۴-۸ گلوهای بحرم 2 gcm بمحض بحرم 2 kgm که روی سطح افقی قرار دارد برخورد می‌کند. صریب اسکالاک بین جرم و سطح 25 cm است. گلوه در جرم میماند و جرم 25 cm روی سطح عیلفرم، سرعت گلوه را بدست اورید.

۱۵-۸ گلوهای بحرم 2 gcm با سرعت 500 m/sec به پاندول بالستیک بحرم 1 kgm که به نیم جلوی بکمتر آوران است برخورد می‌کند. گلوه از طرف دیگر پاندول با سرعت 100 cm/sec خارج می‌شود. پاندول در ارتفاع قائم چقدر بالا میرود?

۱۶-۸ گلوهای بحرم 10 gcm بمحض بحرم 990 gcm برخورد کردند در آن حایی می‌گیرد. جرم طابق شکل ۱۸-۸ روی سطح افقی بدون اسکالاکی قرار دارد و یک لکه آن بفتری وسل است. برای اینکه قدر پلاسما تمیز متراکم شود مددخوار

دین نیرو لازم است. (a) ماکریوم از تیپتال قبل فتر را محاسبه کنید. (b) سرعت جسم را لحظه‌ای پس از برخورد بیست آورید. (c) سرعت اولیه گلوله را بدهست آورید.

۱۷-۸ اتومبیل بجرم دو تن که با سرعت 2 km/hr به طرف شرق میرود و ده کامپونی بحرم ۴ تن که با سرعت 3 km/hr به طرف جنوب میرود برخورد کرده هم منجذب، انداده، جهت دامنه از سرعت آندو را پس از برخورد بدهست آورید.

۱۸-۸ بر سطح بدون اصطکاکی، جسم بجرم 2 kgm با سرعت 4 m/sec به طرف راست در حرکت است و با «نم دیگری» بحرم 8 kgm که با سرعت $1/5 \text{ m/sec}$ به طرف چپ میرود برخورد می‌کند. (a) اگر پس از برخورد، دو جسم کاملاً بهم جذب شده سرعت آنها پس از برخورد به انداده است. (b) اگر برخورد دو جسم الاستیک کامل باشد سرعت دو جسم را پس از برخورد بدهست آورید. (c) در قسمت (a) جقدر اثری مکانیکی بحرارت تبدیل می‌شود.

۱۹-۸ دو جسم بجرمهای 300 و 200 گرم روی سطح افقی بدون اصطکاکی پستیپ با سرعت‌های 200 cm/sec و 250 cm/sec به طرف یکدیگر در حرکت‌اند. (a) هر گاه دو جسم پس از برخورد بهم جذب شده سرعت آنها پس از برخورد، به انداده‌است. (b) کاهش اثری جذبیت را پس از برخورد بدهست آورید. (c) هر گاه برخورد، کاملاً الاستیک باشد سرعت هر یک از دو جسم را پس از برخورد پیدا کنید.

۲۰-۸ (a) ثابت کنید که هر گاه سمعندر کی برخورد کاملاً غیر الاستیک، با جسم هم جرم خود، که قبیل از برخورد ساکن است، متفاوت، یعنی از اثری جذبیت «کم» می‌شود. (b) ثابت کنید که وقتی جسم بسوار سگیگن یا جسم بسیار سبکی که اینجا به حال سکون است برخورد الاستیک کامل بنشاید. سرعت جسم سبک پس از برخورد دو برابر سرعت جسم سگیگن است.

۲۱-۸ 200 جسم بحرم 100 gm روی سطح بدون اصطکاکی با سرعت 20 cm/sec در حرکت است. این جسم با جسم دیگری به 200 gm که با سرعت 100 cm/sec درجهت مقابل حرکت می‌کند، برخورد الاستیک کامل می‌نماید. سرعت هر دو را پس از برخورد بدهست آورید.

۲۲-۸ 200 جسم بحرم 200 gm که با سرعت 12 cm/sec بر سطح ساف و بدون اصطکاکی در حرکت است، با جسم ساکن بحرم m برخورد الاستیک کامل انجام می‌دهد. پس از برخورد، سرعت جسم 200 gm به 250 cm/sec و در عصان جهت قبلي است. (a) جرم m (b) سرعت آنرا پس از برخورد بدهست آورید.

۲۳-۸ 200 جسم بحرم 400 gm اینجا به حال سکون است. جسم دیگری بحرم 400 gm

پاسرعت 125 cm/sec روی محور x ها بطرف راست در حرکت است و آن بر خود می‌گذارد. پس از برخورد، جسم 400 g کرمی با سرعت 100 cm/sec در امتدادی که 47° بالای محور x ها است، حرکت می‌گذارد (در دفعه اول). هر دو جسم برای سطح صاف و بدون اصطلاحی حرکت می‌گذند. (a) پس از برخورد، انداره و جهت سرعت جسم 400 g کرمی را مشخص کنید. (b) کاهش از زیستی جلیشی را در این برخورد بسط آورید.

۲۴-۸ گلوله فولادی کوچکی با سرعت v درجه مثبت محور x را در حرکت است و با گلوله هم جرم خود که بحال سکون است برخورد الاستیک کامل انجام می‌دهد (برخورد دوامتد خط المتر کردن نیست) پس از برخورد گلوله اول با سرعت v با زاویه θ_1 و گلوله دوم با سرعت v و با زاویه θ_2 (واقع در دفعه چهارم) نسبت به محور x را حرکت می‌گذارد (a) رابطه‌ای که اصل بقاء انداره حرکت را بر محور x را و y را مشخص کند بلوصید. (b) این رابطه را محدود کرده با هم جمع کنید. (c) در اینحال نتیجه بگیرید که برخورد الاستیک کامل است (d) ثابت کنید که $\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$

۲۵-۸ ستون از مایع بسط مقطع A و توده وزن z با سرعت v در حرکت است طبق شکل، جسم B که بر روی چهار چرخ قرار دارد برخورد کرده می‌باشد حرکت آن 90° نیز می‌گذرد ولی انداره سرعت ثابت می‌ماند. (شکل ۱۹-۸) هرگاه B ساکن باشد ثابت کنید که (a) جرم مایعی که در واحد ممان بجسم برخورد می‌گذارد $\frac{\Delta m}{\Delta t} = P_A v$ است. (b) با استفاده از قبیه انداره حرکت - ضربه ثابت کنید که مؤلفه x نهرگاه متوسطی که در فاصله نهانی Δt بر جسم وارد می‌شود از رابطه زیر بسط می‌آید.

$$F_x = -\frac{\Delta m}{\Delta t} v_i$$

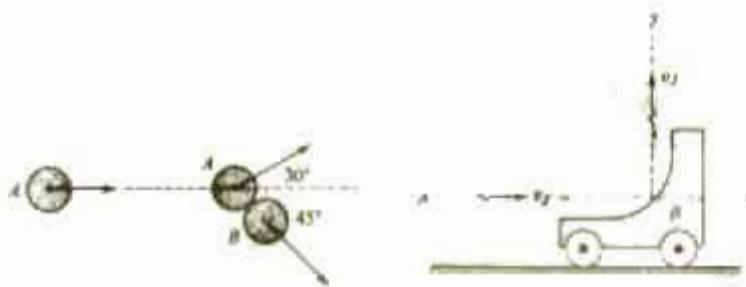
(c) مؤلفه نیروی «المی» که بر جسم وارد می‌شود در امتداد محور x را بر این است:

$$F_z = \rho A v_i^2$$

هرگاه جسم با سرعت v بطرف راست حرکت کند ($v > v_i$) رابطه‌ای بسط آورید که در هر تایه چه جرمی از مایع بجسم برخورد می‌گذارد (e) نیروی F_z وارد بر جسم B چند است و بالاخره (f) توان دریافتی جسم B چند است.

۲۶-۸ سنگی بجرم 100 gm بر سطح بدون اصطلاحی بحد سکون قرار دارد. گلوله‌ای بجرم 25 g که با سرعت 400 m/sec در امتداد افقی در حرکت است، باین

سنگه بر خود راه با سرعت 300 m/sec در امتداد پیکه عمود بر سرعت اولیه آن است منعکس میشود . (a) اندازه و جهت سرعت سنگ را پس از برخورد بدست آورید . (b) آیا برخورد الاستیک کامل بوده است ؟



شکل ۲۷-۷

شکل ۲۷-۸

۲۷-۸ متنابق شکل (a) ۱ گلوله با سطح نیون استکانی قرار دارد . گلوله با سرعت 24 m/sec بآن برخورد کرده . خود در امتداد ۲، ۳ بالای محور منعکس میشود ، اگر B با زاویه 45° فریز محور پر حرکت درآید . (a) سرعت عربات اد و حسم را پس از برخورد پیدا نماید . (b) آیا برخورد الاستیک کامل است ؟ اگر جزوی پاشد پس از برخورد جه قسمت از ارزی حسم A چگونه میشود ؟

۲۸-۸ گلوله ببلندی 2 m بر سطح هری با سرعت 4 m/sec در حرکت است . در برخورد بکارهای اندازه سرعت تغییر نمی کند . (a) تغییر اندازه حرکت در هر برخورد ما کناره چه اندیشه است . (i) در هر تایه جهت برخورد باریک دیواره اتفاق میافتد (فصله دو دیواره بالکنتر است) . (ii) اندازه متوسط تغییر اندازه حرکت در واحد زمان چه اندازه است ؟ (d) تبروی متوسط مؤثر از یک گلوله بر دیوار چه اندازه است ؟ (e) یک متحنن رسم کرده ببروی مؤثر از یک گلوله را بصورت آن بین ازمان شان دعید (در فاصله 15 sec ایجاد داشته باشید حل این مسئله در فهم تقریب سنتی کارها که مبدأ موردن بحث قرار دیگر را اعجوبت فراوان دارد . گلوله بیانداره نظر یک ملکوی لژگلاز است که بدیواره طرف حاوی گاز برخورد میکند) .

۲۹-۸ پرتابهای در امتداد ۱، ۲ بالای افق با سرعت اولیه 275 m/sec بر تابه میشود در نقطه اوج ، آن پرتابه متفجر دیده قدمت مساوی تقطیع میشود . یکی از این دو قدمت در امتداد قائم قوط میکند . (a) قدمت دوم در چه ماحصلهای از محل شلیک بزمیون میافتد . (b) ارزی انداخت را محاسبه کنید .

۳۰-۸ یک داگن دستی بوریل بدون اصطکاگی مبتنی‌اند حرکت کنند . در هر یک از حالات زیر جرم اولیه داگن 250 kgm است و با سرعت 3 m/sec در حرکت می‌باشد . سرعت ثالثیه آن را در هر یک از حالات زیر بحث آورید . (a) وزنه 25 kgm کیلوگرمی از یهلو با سرعت 2 m/sec نسبت به داگن از آن بیرون از اداخته می‌شود . (b) وزنه 25 kgm کیلوگرمی با سرعت 2 m/sec نسبت به داگن رو بیق بخارج پرتاگ می‌شود . (c) وزنه 25 kgm کیلوگرمی با سرعت 2 m/sec نسبت به داگن و مخالف جهت حرکت قطاع از خارج بدون آن اداخته می‌شود . $\text{g} = 10 \text{ m/sec}^2$

۳۱-۸ گلوله‌ای بحرم 6 g گرم با سرعت اولیه 200 m/sec از بعضیه تفکی بحرم $2/4 \text{ kgm}$ خارج می‌شود . (a) سرعت پس از تون تفکی را بدست آورید . (b) سمت از ری جنبشی تفکی و گلوله را پیدا کنید .

۳۲-۸ توب کالیبر 7.5 mm گلوله‌ای بحرم 8 kgm را با سرعت اولیه 750 m/sec پرتاگ می‌کنند . هر گاه این توب درون هواپیماهی بحرم 16000 kgm شلیک شود (در جهت حرکت هواپیما) چند کیلومتر مسافت از سرعت هواپیما کامته می‌شود .

۳۳-۸ گلوله یک توب کالیبر 16 mm ساحلی Ib-۲۲۰-۲۲۰ دارد و فاصله 48 ft را درون لوله طی می‌کند سرعت آن در احتمله خروج 225 ft/sec است . درن توب 100000 lb پوند است . (a) سرعت پس از توب جه اندازه است . هر سکنیه حرکت معکوس توب آزاد باشد . (b) سبک توزیع انرژی جنبشی را در گلوله و توب پیدا کنید .

۳۴-۸ جرم دو حسم A و B شکل ۲۱-۸ شرکت یک و دو کیلوگرم است این دو حسم فریکارا متر اکم کرد و ماده استگاها را روی سطح پهون اصطکاگی قرار گذارد آنرا آزاد می‌گذاریم . در اثر پاشدن فتر دو ورن دور شده فر S بزمی من اند سرعت اولیه حسم B برابر 5 m/sec است .

است . در کل دستگاه چندان از ری پتانسیل دمبره شده بوده است .

۳۵-۸ کامیون بحرم ده تن در حاده بدون استکاک واخافن در حرکت است . هر گاه یک تن آب باران درون کامیون بر زرد سرعت آن چند حقیقتی بر اساسیه می‌شود ؟ موقود کامیون خاموشی ، باران در امتداد قائم میزید و سرعت اولیه کامیون یک تن بر ثابت است .

۳۶-۸ جرم نوترون $10^{-10} \times 10^{-10} \text{ gm}$ است و با سرعت 10^3 m/sec در حرکت است . این نوترون با اتم بحرم $10^{-10} \times 10^{-10} \text{ gm}$ که ایندا ساکن است بر خورد می‌کند (a) هر گاه بر خورد بیرون اسیتیک کامل باشد سبک از ری جنبشی دزه پس از بر خورد به آرژی جنبشی نوترون قبل از بر خورد به اندازه است (b) هر گاه بر خورد اسیتیک

کامل فرم شود چه کسری از ارزی حنیشی نوترون به آن بر منتقل میشود.

۳۷-۸ در اثر رادیواکتیویته در هسته ساکنی درات نیر حاصل میشود، الکترون با

اندازه حرکت $\text{cm} \frac{\text{sec}}{\text{sec}} = 10^{-19} \text{ gm} \times 10^{-19} \times 22 \text{ m}$. در امتداد عمود بر حرکت الکترون یک نوترون

با اندازه حرکت $\text{cm} \frac{\text{sec}}{\text{sec}} = 10^{-19} \text{ gm} \times 10^{-19} \times 22 / 25$ است. (a) بقیه هسته درجه جهشی حرکت میکند

و اندازه حرکت آن چند است. (b) هر گاه جرم بقیه هسته $10^{-19} \text{ gm} \times 10^{-19} \times 2 / 25$ باشد

از این حنیشی بقیه هسته به اندازه است؟

۳۸-۸ مردمی بحرم 8.0 kgm دوی بیخ ایستاده و وزنای بحرم 5 kgm را در

امتداد افقی با سرعت 4.0 m/sec بر تاب میکند. (a) شخص با چه میزان و درجه جهشی حرکت

میکند؟ (b) هر گاه این مرد در هر سه ثانیه چهار وزنه یعنی من و صبح بر تاب کند نیروی متوسط

نوشتر بر او چه اندازه است؟

لذگر: نیروی متوسط برای تغییر اندازه حرکت در واحد زمان است.

۳۹-۸ نیروی متوسط پس زدن، پُر بر مسلسل که در هر دقیقه 120 gkoulه شلبک میکند

به اندازه است؟ جرم هر گکوله 10 grom و سرعت خروجی گکوله 81 m/sec است.

۴۰-۸ جرم یک ایثار اندام با تلقیش 8.0 kgm است. این تبر انداز کمترهای

سکوت پایی دارد و در هر دقیقه 10 gkoulه شلبک میکند. جرم هر گکوله 10 grom و سرعت

خروجی آن 80 m/sec است. (a) هر گاه نیروی اصطکاک در مقابل حرکت من دنایپر

فرم شود پس از شلبک 10 gkoulه شلبک شود نیروی متوسط پُر شدن به اندازه است؟ (b) هر گاه در مدت 10 ثانیه

آن گکوله اعماق تلبیک شود نیروی متوسط پُر شدن به اندازه است؟ (c) از ارزی حنیشی

شخص 10 gkoulه شلبک را با هم مقایسه کنید.

۴۱-۸ راکتی دفعه تایپ 5.0 gm موخت ببوراندو گازهای سوخت شده با سرعت

10000 cm/sec از راکت خارج میشود. (a) این گاز از هر گازهای این دارد من

آورد؟ جواب را بر حسب چنین بحث آورید. (b) آیا راکت میتواند در فضای خالی حرکت

کند؟ (c) اگر ممکن است چگونه سمت سر کت را تغییر مینهید؟ آیا میتوان آنرا ترمز

کرد؟

۴۲-۸ این مسئله مربوط راکت های چند جنده را بر راکت یک مرحومای نشان

میمدد. قرآن کریم و زن مرحله اول یک راکت دو مرحله ای 12 تن باشد که 6 تن آن سوخت

است درین مرحله اول یک تن است که 75 gm را این نیز سوخت میباشد. فرض کنید 7 سرعت

خروچی گاز ثابت باشد و از اثر جاذبه تقریباً ضبط شود. (هر گاه معرف سوخت زیاد باشد

اثر جاذبه در مقابل نیز وی سوخت ناجیز است). (مثال قسمت ۷-۸ رجوع شود) (ii) فرض کنید داکتی بحرم ۱۳ تن که ۷۵٪ تن آن سوخت است فقط یک مرحله داشته باشد، و قرن اذحال سکون شروع پس رکت کرده و تمام سوخت بسوزد سرعت انتهای آن چه اندازه است؟ (b) حال فرض کنید راکت دو مرحله‌ای است. دو انتهای کاربردی اول سرعت آن چه اندازه میشود. این سرعت سرعت اولیه مرحله بعدی است (c) سرعت انتهای مرحله دوم ۷۰٪ آندازه است؟ (d) سرعت سیوتبیک \parallel در حدود 8 km/sec است. چه سرعت اینی v_f لازم بوده است تا سیوتبیک مربود \parallel باشی سرعت برآوردی.

۴۳-۸ آیا ممکن است سرعت راکت از سرعت گاز حرارتی پیشتر بوده باشد.

(B) نشان دهید که شتاب یک راکت که دو اندیاد قائم پیرتاب میشود با اینها (زیر مخصوص) میشود.

$$a = -\frac{v_r}{m} \frac{dm}{dt} = g$$

(b) فرض کنید که کاهش نسبی جرم راکت، تابع خطی نمایند. $dm/dt = -km$.
در این فرمول k عددی است ثابت و مثبت و m جرم اولیه راکت است. آندازه عددی k چه اندازه است و بر حسب چه واحدی بیان میشود؟ (د) اگر راکت مورد مثال در آخر قسمت ۷-۸ نشان دهد که تغییر جرم راکت بر سرعت زمان از زایله $m = m_0 e^{-kt}$ بست می‌باشد؟ (e) نشان دهید که فرمول شتاب $a = g(1 - kt)^{-1}$ بست میشود. (f) شتاب را ۱۵ تا بیه می‌باشد از شروع پرسید بحث آورید.

۴۰-۸ یک بمب انسی که شامل 20 kgm بلوتوتیوم است منفجر میشود. جرم حالت سکون ذرات پس از انفجار با اندازه یک سدم از جرم حالت سکون قبل از انفجار کاهش باقی است. (a) ارزی که در این فعل و اتفاق آزاد میشود چه اندازه است. (b) جرم کامانخوار در یک میکروثانیه سرعت کمتر توان بسب چه اندازه است؟ (c) این بمب چه جرمی را بارتفاعل یک کیلومتر بالا میبرد؟

۴۶-۸ جرم الکترون در حالت سکون 10^{-30} kgm است. هر گاه سرعت الکترون ثابت باز نباشد. (a) سرعت الکترون ثابت باز نباشد. (b) فرض کنید به الکترون شتاب عرضی 10^{17} m/sec^2 نسبت به دستگاه B داده شود (الکترون در اینجا نسبت به B ساکن است) شتاب عرضی نسبت به دستگاه A چه اندازه است؟ (b) جرم عرضی الکترون نسبت به دستگاههای A و B چه اندازه است؟ (c) نیروی عرضی وارد بر الکترون نسبت به

دستگاههای A و B جد انداره است - (d) فرجه کثیم به الکترون در امتداد طول شتابی
بر این 10^{17} m/sec^2 نسبت به B داده شود شتاب طولی نسبت به A چقدر است ؟ (e) حجم
طواری دورخنی داده دستگاههای A و B بذست آورید . (f) نیروی طولی مؤثر بر الکtron
و در دستگاههای A و B متحاسبه کنید . (g) جه بیرونی در دستگاه A لازم است تا به
الکtron شتاب 10^{17} m/sec^2 نسبت به A بدد ؟ (h) جه بیرونی لازم است (در دستگاه
(A) قاتر الکtron شتاب طولی 10^{17} m/sec^2 نسبت به A ایجاد کند ؟ (i) جه بیرونی
لازم است تا بر اساس عیادی مکانیک نیوتونی شتاب 10^{17} m/sec^2 نسبت به B به الکtron
بدهد .

۴۷-۸ مثلث قائم الزاویهای قطبیر شکل ۲۴-۴ رسم کنید که قاعده آن متناسب با $c = \sqrt{p^2 - mv^2}$ باشد (a) شان دهید که صلح قائم مثلث، انداره حرکت $p = mv$ را مشخص میکند (b)
مثلث دیگری رسم کنید که زاویه α آن به $\alpha + \Delta\alpha + \Delta\alpha$ افزایش باید و مقادیر $\Delta(mv)$ و
 Δm و Δv را روی شکل مشخص کنید (c) مثلث خبر شکل ۲۴-۴ رسم کنید که
قاعده آن $m c^2$ باشد و تو مثلث چه کمپنی را مشخص میکند (d) فرض کنید α دو عدد
نهایی ، $\alpha = 90^\circ$ را پیدا کنید. در این مقادیر بحث کنید .

فصل نهم

دوران

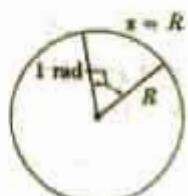
۵-۹، مقدمه

معمولاً هر حرکت غیر مشخص جسم را میتوان ترکیبی از یک دوران و یک انتقال دانست. ماقبل درباره انتقال درامتداد یک خط مستقیم و درامتداد یک منحنی بحث کردیم. اینک درباره دوران جسم حول یا محور ثابت بحث میکنیم (بدون اینکه از انتقال جعلی بیان آید) . هرگاه محور دوران ثابت باشد مثلاً صورت پیچیده تری دارد و مابحث مفصل دا درباره ترکیب دوران و انتقال طرح مخواهیم کرد.

۶-۹، سرعت زاویه‌ای

در شکل ۱-۹ جسم صلب نشانده شده است (باشکل دلخواه) که حول محوری که از نقطه دلخواه O عبور میکند و بر سرمه تصور عمود است میتواند بجز خود OP خطی است متصل به جسم که میتواند با آن بجز خود وضع جسم را در هر لحظه میتوان یا زاویه θ که خط OP یا محور OX میساند مشخص نمود. حرکت دورانی جسم اینک ، مشابه با حرکت انتقالی مستقیم الخط یک نقطه مادی است که وضع آن را نسبت بیک میده میتوان با x یا y در هر لحظه مشخص نمود . بخصوص معادلات حرکت وقتی شکل ۱-۹ جسم حول محور O دوران میکند سادهتر میتواند که θ را برحسب رادیان اندازه گیری کنند .

رادیان زاویه مترکزی مقابله قوس است که طول آن برابر شعاع دایره باشد [شکل ۲-۹ (a)] چون، محیط دایره 2π برابر شعاع ($2\pi = 628,000$) است، یک محیط دایره (که برابر 360° است) 2π رادیان خواهد بود و یک دور کامل 360° چرخش برابر 2π رادیان چرخش است لذا داریم :



(a)



(b)

تکلیف: اسکانه زاویه θ بر حسب
رادیان عبارت از نسبت طول قوس
 s به شعاع R است :

$$\text{rad.} = \frac{2\pi}{2\pi} = 57.29^\circ \dots$$

$$360^\circ = 2\pi \text{rad.} = 72.73 \dots \text{rad.}$$

$$180^\circ = \pi \text{rad.} = 57.29 \dots \text{rad.}$$

$$90^\circ = \frac{\pi}{2} \text{rad.} = 57.29 \dots \text{rad.}$$

$$60^\circ = \frac{\pi}{3} \text{rad.} = 10.47 \dots \text{rad.}$$

و قن علیهذا .

پلور کلن [شکل ۲-۹ (d)] هر گاه θ را در مترکزی دلخواه که طول قوس مقابله آن s است فرض شود و در اینصورت θ (بر حسب رادیان) ... خارج قسمت طول قوس s بر شعاع R است . یعنی :

$$\theta = \frac{s}{R} \quad s = R\theta$$

از ادرازه زاویه θ بر حسب رادیان عبارت از نسبت طول قوس به طول شعاع است لذا دیماشیون ندارد و عدد مطلق است.

مطابق شکل ۲-۹ خط OP پایه محور Ox دارلحظه t_1 زاویه θ_1 و دارلحظه t_2 زاویه θ_2 می‌زاده .] خط OP حول محور O دوران می‌کند) بنابر تعریف شتاب زاویه ای سرعت زاویه ای $\bar{\omega}$ متوسط در فاصله زمانی $t_2 - t_1$ عبارت از نسبت $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ به $\Delta t = t_2 - t_1$ یعنی :

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

سرعت زاویه ای لحظه ای عبارت است از حد نسبت فوق و قن t_2 به سمت صفر می‌گردد .

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \quad (2-9)$$

چون جسم صلب است، هر خط دیگر غیر از OP نیز در فاصله زمانی Δt همین زاویه



شکل ۳-۹: مسافت زاویه ای $\Delta\theta$ در Δt

$\Delta\theta$ را خواهد بیمود یعنی ω سرعت زاویه ای کمیتی است منسوب به کلیه نقاط جسم و بطور کلی به همه جسم. هر گاه θ بر حسب رادیان ω بر حسب ثانیه منجذبه شود سرعت زاویه ای بر حسب رادیان بر ثانیه منجذبه خواهد شد. واحد دوربر دقینه لوز برای سرعت زاویه ای معمول است.

۳-۹، شتاب زاویه ای

هر گاه سرعت زاویه ای جسمی در فاصله زمانی Δt با اندازه $\Delta\omega$ تغییر کند گوئیم جسم دارای شتاب زاویه ای است و اندازه این شتاب زاویه ای متوسط برایش است با:

$$\bar{\alpha} = \frac{d\omega}{dt}$$

و شتاب زاویه ای لحظه ای α عبارت از حد ابتدی هوی دهنی Δt بینت صفر میباشد یعنی:

$$\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{d\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} \quad (2-10)$$

واحد منجذب شتاب زاویه ای را میجنود $\text{rad} \cdot \text{sec}^{-2}$ است. چون $d\omega/dt = \omega \cdot d\theta/dt$ است شتاب زاویه ای را میتوان بصورت زیر نوشت:

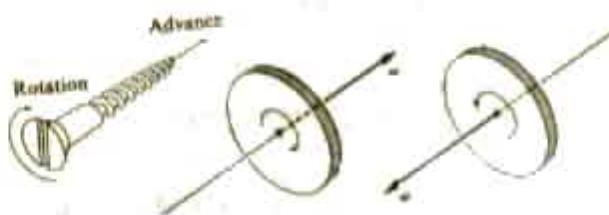
$$\alpha = \frac{d}{dt} \left(\frac{d\theta}{dt} \right) = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

همچنین میتوان نوشت:

$$\alpha = \frac{d\omega}{d\theta} \times \frac{d\theta}{dt} = \omega \frac{d\omega}{d\theta} \quad (2-11)$$

چنانکه می بینیم شتاب و سرعت زاویه ای پشتیبان با شتاب و سرعت خلی متابه است کامل داردند .

میتوان بسیاری از فرمولهای را که درباره دوران اجسام نوشته میشود بصورت ساده تر و کاملتری نوشت پشرط آنکه ω سرعت زاویه ای یک گسیخت برداری در قدر گرفته شود .
یعنی α بردار سرعت زاویه ای و ω بردار شتاب زاویه ای نامیده شوند . بردار سرعت زاویه ای برداری است که اندازه آن برابر اندازه شتاب زاویه ای ، امتداد آن متعاقب برمحور حرخ است و جهت آنرا باستفاده قانون حرخ پیچ راستگرد میتوان تعیین نمود در شکل ۴-۹ بردار ω یک جسم دورانشاده شده است .



شکل ۴-۹ بردار سرعت زاویه ای جسم دوران

همچنین بردار شتاب زاویه ای برداری است که اندازه آن برای اندازه شتاب زاویه ای امتداد آن متعاقب برمحور (یا موازی محور) و جهت آن در هر لحظه با جهت بردار تغییر سرعت زاویه ای ($\Delta\omega$) متعاقب است .

۴-۹ ، دوران پاشتاب زاویه ای متغیر

وقتی جسم ملایی بدور محور نایاب میجردد جهت بردار سرعت زاویه ثابت میماند ولی ممکن است اندازه آن تغییر کند . این تغییر را ممکن است به یکی از سه طریقه زیر بیان نمود .

(۱) α تابعی از t است :

$$\frac{d\omega}{dt} = \alpha \rightarrow d\omega = \alpha dt$$

$$\omega_t - \omega_0 = \int_{t_0}^{t_f} \alpha dt$$

(۲) ω تابعی از θ است :

$$\frac{d\omega}{dt} = \alpha \quad \frac{d\omega}{\alpha} = dt$$

$$\int_{\omega_1}^{\omega} \frac{d\omega}{\alpha} = t_f - t_i$$

(۲) α تابی از θ است :

$$\frac{d\omega}{dt} = \omega \frac{d\omega}{d\theta} = \alpha \quad , \quad \omega d\omega = \alpha d\theta$$

$$\frac{\omega_f}{\omega_1} = \frac{\omega_1}{\omega} = \int_{\theta_1}^{\theta_f} \alpha d\theta$$

۵-۹ ، دوران باشتباب زاویه‌ای ثابت

ماده‌ترین صورت حرکت دورانی متنبی حرکتی است که شتاب زاویه‌ای آن ثابت باشد. در اینصورت میتوان شتاب زاویه‌ای و زاویه طی شده را بکمل انتگراسیون پست آرد.

$$\frac{d\omega}{dt} = \alpha = ct \cdot$$

$$\int d\omega = \int \alpha dt$$

$$\omega = \omega_1 + C_1$$

هر گاه در لحظه $t=0$ سرعت زاویه‌ای جسم $\omega_1 = \omega$ باشد، C_1 است داریم :

$$\boxed{\omega = \omega_1 + at} \quad (5-9)$$

دیگر $\omega = d\theta/dt$ است داریم :

$$\int d\theta = \int \omega dt + \int at dt$$

$$\theta = \omega_1 t + \frac{1}{2} at^2 + C_1$$

بطور کلی مقدار ثابت C_7 برابر اندازه شتاب α است. هرگاه فرض شود $\theta = 0$ باشد:

$$\boxed{\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2} \quad (V-8)$$

هرگاه شتاب زاویه‌ای را پسوردت نمی‌پنویسیم داریم:

$$\alpha = \omega \frac{d\omega}{d\theta}$$

و سپس :

$$\int \alpha d\theta = \int \omega d\omega + C_7$$

$$\alpha\theta = \frac{1}{2} \omega^2 + C_7$$

با شرط $t = 0$ داریم $\theta = 0$ و هرگاه سرعت زاویه‌ای اولیه برابر ω_0 باشد خواهیم

$$\text{داشت: } C_7 = -\frac{1}{2} \omega_0^2$$

$$\boxed{\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta} \quad (V-9)$$

فرمولهای ۵-۹ و ۶-۹ و ۷-۹ عیناً شبیه فرمولهای منتند که در حركت مستقیم الخط متشابه التبدیر که ذیلاً نوشته می‌شود بحث آمد:

$$v = v_0 + at \quad x = v_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \quad v^2 = v_0^2 + 2ax$$

مثال - در زمان $t = 0$ سرعت زاویه‌ای جسمی 4 rad/sec و شتاب زاویه‌آن ثابت و برابر 2 rad/sec^2 است. خط OP در لحظه $t = 2 \text{ sec}$ در لحظه (a) در لحظه (b) سرعت زاویه‌ای را با خطأقق بحث آورید.

$$(a) \quad \theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 = 4 \text{ rad/sec} \times 2 \text{ sec} + \frac{1}{2} \times 2 \text{ rad/sec}^2 \times (2 \text{ sec})^2 = 24 \text{ rad} = 24 / 32 = 7.5 \text{ rev}$$

$$(b) \quad \omega = \omega_0 + \alpha t = 4 \text{ rad/sec} + 2 \text{ rad/sec}^2 \times 2 \text{ sec} = 8 \text{ rad/sec}$$

و از فرمول ۷-۶ نتیجه میشود :

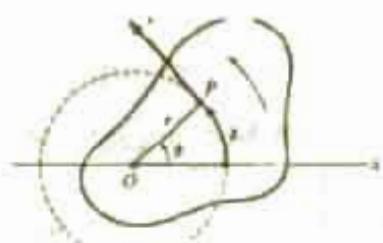
$$= (\tau \text{ rad/sec})^2 + 2 \times \tau \text{ rad/sec} \times 2\tau \text{ rad} = 10\tau^2 \text{ rad/sec}^2$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2a\theta$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 + 2a\theta}$$

۸-۹، رابطه بین شتاب و سرعت زاویه‌ای و خطی

در قسمت ۷-۶ درباره سرعت خطی و شتاب خطی یک نقطه مادی که به مسیر دایره‌ای می‌چرخد بحث کردیم - وقتی جسم سلیمانی بدور محوری می‌چرخد هر نقطه از آن بر محور دایره‌ای حرکت می‌کند که مرکز آن بر محور چرخش واقع است و دایره مسیر بر محور چرخش عمود است . روابط معمده‌ای بین سرعت و شتاب زاویه‌ای با سرعت و شتاب خطی وجود دارد .



شکل ۸-۹ فاصله و که نقطه P از
مرکز کند برای $r\theta$ است .

فرض کنیم r فاصله نقطه P از مرکز باشد
و P بر محیط دایره‌ای بشماخ τ حرکت می‌کند .
(شکل ۸-۹) هر گاه شماخ حامل P با محور
زاویه θ بسازد r فاصله نقطه P از مرکز برای
است با :

$$s = r\theta . \quad (8-9)$$

که در آن s بر حسب رادیان است .

هر گاه ازظرفیت رابطه فوق بر حسب ۱ مشتق بگیریم با در نظر گرفتن اینکه τ
ثابت است داریم :

$$\frac{ds}{dt} = r \frac{d\theta}{dt}$$

اما $\frac{d\theta}{dt}$ سرعت خطی v نقطه P و $\frac{ds}{dt}$ سرعت زاویه‌ای ω جسم متحرک است
لذا داریم :

$$v = r\omega \quad (9-9)$$

پسنتی ۷ سرعت خالی برابر حاصلضرب سرعت زاویدای ω در r فاصله نقطه متحرک از محور است.

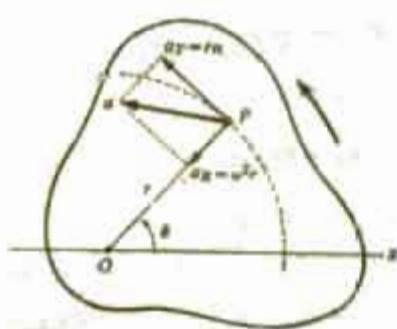
هر گاه از طرفین رابطه فوق نسبت به r مستقیم بگیریم داریم:

$$\frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt}$$

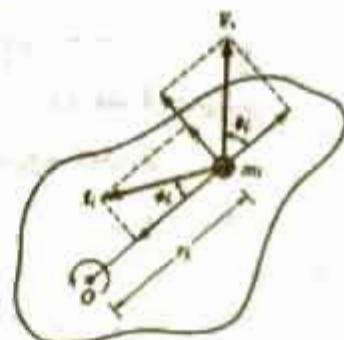
دلیل اندازه مؤلفه شتاب P در انداده مسas بر مسیر است که به $r\omega$ نایاشن

داده میشود و $\frac{d\omega}{dt}$ شتاب زاویدای جسم دوران است. بنابراین خواهید داشت:

$$ar = r \cdot a \quad (15-9)$$



شکل ۱۵-۸ دوران غیر منظمه حول محور ثابت O مولده مسas شتاب P برابر $r\omega^2$ دوامده شناس آن برابر a است.



شکل ۱۵-۹ دوران غیر منظمه حول محور ثابت O مولده مسas m جسم ملی که حول محور نایاشن دوران می‌کند از زمینهایست.

پس مؤلفه مسas شتاب برآین حاصلضرب شتاب زاویدای در فاصله متحرک از محور دوران است.

میتوان شتاب شداعی $\frac{v^2}{r}$ نقطه P را نیز بحسب سرعت زاویدای پست آورد:

$$ar = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r = \omega v \quad (15-10)$$

مؤلفه های مسas و شداعی شتاب نقطه P در شکل ۱۵-۹ نشان داده شده است.

۷-۹، گشتاور و شتاب زاویه‌ای . مسas دیفرنسی

اینک میتوانیم بحث خود را درباره دینامیک دوران یعنی رابطه بین نیروهای مؤثر بر یک جسم و شتاب زاویه‌ای آن آغاز کنیم .

شکل ۷-۹ جسم صلبی را نشان می‌دهد که حول محور ثابتی که از O میگذرد میتواند بچرخد . این محور بر سرفحه تصویر عمود است .

دایره سیاره‌نگ، پکی از نقاط مادی پجرم m را در این جسم مشخص می‌کند . براین نقطه مادی نیروی خارجی F_r و نیروی داخلی f_r اثر می‌کند . در حقیقت بر آینده نیروهای دارده از بقیه درات جسم براین نقطه است . کافی است فقط درباره حالتی بحث کنیم که F_r و f_r در سرفحه عمود بر محور (سرفحه تصویر) واقعند . از قانون دوم نیوتون نتیجه می‌شود :

$$F_r + f_r = m_r a_r$$

هرگاه نیروها را به مؤلفه‌های آنها تجزیه کنیم میتوانیم روابط زیر را بنویسیم :

$$F_r \cos \theta_r + f_r \cos \varphi_r = m_r a_{r\text{H}} = m_r r_r \omega^2$$

$$F_r \sin \theta_r + f_r \sin \varphi_r = m_r a_{rT} = m_r r_r \alpha$$

در اینجا درباره فرمول اول بحثی نمی‌کنیم . هرگاه طرفین طرفول دوم را در α ضرب

نتیجه می‌شود :

$$F_r r_r \sin \theta_r + f_r r_r \sin \varphi_r = m_r r_r \alpha^2 \quad (12-8)$$

اما میدانیم جمله اول بسته به گشتاور نیروی F_r نسبت به محور چرخش است که

آنرا به Γ_r نشان می‌دهیم . جمله دوم پیر گشتاور نیروهای داخلی است .

فرمول ۱۲-۹ را برای جمیع نقاط جسم میتوان نوشت . هرگاه معادله مذکور را برای جمیع نقاط نوشته طرفین تساوی هارا باهم جمع کنیم گشتاور نیروهای داخلی حذف می‌شود ، زیرا گشتاورهای جفت‌های عمل دعکس العمل ، یکدیگر را خلی می‌کنند . لذا جمیع جملات بسته به پیر آیند Γ_r های نیروهای خارجی نسبت به محور چرخش است . پس داریم :

$$\Gamma_r = \sum \Gamma_r = \sum F_r r_r \sin \theta_r$$

چون جسم صلب است همه نقاط مادی درون آن شتاب زاویه‌ای α واحدی دارند .

لذا میتوان نوشت :

$$\Gamma_r = (m_r r_r^2 + m_r r_r^2 + \dots) \alpha = \sum (m_r r_r^2) \alpha \quad (12-9)$$

$\Sigma m_i r_i^2$ را ممان دینرسی جسم نسبت به محور چرخش O نامیده آنرا به I نایش مینویم خواهیم داشت :

$$I = \Sigma m_i r_i^2 \quad (14-9)$$

و معادله ۱۴-۹ بصورت ذیر درج می‌آید :

$$\Gamma = I\alpha = I \frac{d\omega}{dt} \quad (15-1)$$

یعنی وقتی بر جسمی که حول محور ثابتی میتواند بچرخد گشتاوری از کند؛ اندازه گشتاور بر این حاصلضرب ممان دینرسی جسم نسبت به محور در شتاب زاویه‌ای جسم مینباشد.

بنابراین شتاب زاویه‌ای جسم ملبدی که حول محور ثابتی میچرخد با فرمولی که مینا شیبه فرمول محاسبه شتاب خطی است بدست می‌آید. قبل از دیدیم که :

$$F = ma = m \frac{dv}{dt}$$

می‌بینیم که بر آینده گشتاور مؤثر بر جسم غلیر تبر و (در حرکت انتقالی) شتاب زاویه‌ای غلیر شتاب خطی و ممان دینرسی غلیر شرم مینباشد.

مفهوم ممان دینرسی را می‌توان مجموع حاصلضربهای جرم نقاط مادی یا گسم در میگذر فاصله از محور چرخش تصور نمود یا آنرا نسبت گشتاور مؤثر بر یک جسم به شتاب زاویه‌ای آن دانست یعنی :

$$I = \frac{\Gamma}{\alpha} \quad I = \Sigma m_i r_i^2$$

گشتاور برداری I یک نیرو نسبت بیک محور برداری است موازی آن محور که اندازه آن بر این اندازه گشتاور و چیز آن از قاعده پیش پیچ راست گرد بدهست می‌آید. همچنین بردارهای سرعت زاویه‌ای و شتاب زاویه‌ای جسمی که حول محوری میچرخد نیز موازی محور چرخش‌اند. میتوان فرمول ۱۵-۹ را به صورت یک اتساوی برداری بصورت ذیر نوشت :

$$\Gamma = I\alpha = I \frac{d\omega}{dt} \quad (۱۶-۹)$$

این فرمول در عین حال که شامل تساوی مکانی دارایه ۱۵-۵ است پاک رایطه برداری نیز هست که در آن $\Gamma = d\omega/dt$ و $\alpha = d\omega/dt$ هم جهت هستند در شکل ۷-۹ بردارهای Γ و α بطرف خارج از صفحه کتاب امتداد دارند.

تساوی ۱۶-۹ عیناً تثیر تساوی برداری موجود بین نیرو و مشتاب سر کت مستقیم الخط میباشد.

$$F = ma = m \frac{dv}{dt}$$

در جدول ۱۶-۹ تثایه موجود بین حرکت دورانی و انتقالی نشان داده شده است.

مثال- چرخی بشماخ R بهرم m_1 و به معانی پنرسی مطابق شکل ۸-۸ برحوری سوار است. طناب بیرون و قابل انعطاف بدور چرخ پیچیده شده و بانتهای آن وزنهای بھرم آویزان است. از اصطکاکها سرف نظر کرده دریازه حرکت دستگاه بحث کنید.

باید برآیند نیروهای مؤثر بر وزنه m_1 و بر آیند گشناورهای مؤثر بر m_2 را دامنه کنیم. فرض کنیم T کشنیده بر طناب و P نیروی وارد آن بحورهای بر چرخ باشد.

اندازه برآیند نیروهای وارد بر جسم آویزان $w_1 - T$ است و بر طبق قانون دوم نیوتون مبنیان نوشته:

$$w_1 - T = m_1 a$$



[جهت ثابت نیروها را روپایین فرموده ایم تا نیروی مثبت گشناورهای داشته باشد (گشناورهای خلاف جهت حرکت ساعتی هستند).]

نیروهای P و w_1 گشناوری نسبت به محور چرخ ندارند، بنابراین اندازه گشناوره مؤثر بر جریان نسبت به محور برابر TR است و بنابر قانون نیوتون میتوان نوشته:

$$TR = I\alpha$$

چون مشتاب خالی جسم آویزان، برایر مشتاب متعارض محیط چرخ است داریم:

جدول ۱-۹: شیاهت در حرکت انتقالی و دورانی

مفهوم	انتقال	دوران	وابط
تبییر مکان	s	θ	$s = r\theta$
سرعت	$v = ds/dt$	$\omega = d\theta/dt$	$v = r\omega$
شتاب	$a = dv/dt$	$\alpha = d\omega/dt$	$a_\tau = r \cdot \alpha$
نیرو و رگناتاور	F	Γ	$\Gamma = F \cdot r$
تعادل	$F = 0$	$\Gamma = 0$	
شتاب تابع	$\begin{cases} v = v_0 + at \\ s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \\ v' = v_0 + \tau as \end{cases}$	$\begin{cases} \omega = \omega_0 + at \\ \theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}at^2 \\ \omega' = \omega_0 + \tau a\theta \end{cases}$	
حرم و ممان دینرسی	m	I	$I = \sum m_i r_i^2$
قانون دوم نیوتون	$F = ma$	$\Gamma = \sum a$	
کار	$w = \int F ds$	$w = \int \Gamma d\theta$	
توان	$P = F \cdot v$	$P = \Gamma \cdot \omega$	
اگر تری پتانسیل	$E_p = mgy$		
جنبشی	$E_k = \frac{1}{2}mv^2$	$E_k = \frac{1}{2}I\omega^2$	
حریمه	$\int F dt$	$\int \Gamma dt$	
اندازه حرکت	mv	$L = I\omega$	

$$a = R \cdot \alpha$$

و از حل این دو معادله با یکدیگر نتیجه میشود :

$$a = g \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{m_1 R^2} \right)}$$

هرگاه جسم ازحال سکون شروع به حرکت کند سرعت خلی جم آویزان بسیار از سقوط از ارتفاع یا از رابطه ذیر بدست بدست میآید .

$$v^2 = 2ay = 2 \left[g \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{m_1 R^2} \right)} \right] \times y$$

۸-۹. محاسبه ممان دیترسی

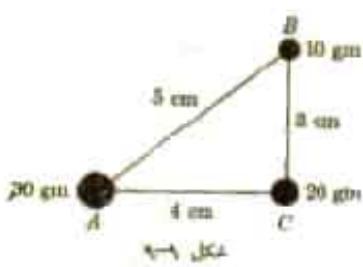
در عمل ممان دیترسی هر جسم را میتوانیم چنین بدست آوریم که آنرا حول محور مورد انتظار خشندی آوریم . گفناور معلوم است در آن اثر داده شتاب α جسم را اندانه میگیریم و ممان دیترسی را از رابطه ذیر حساب می‌کنیم .

$$I = \frac{\Gamma}{\alpha}$$

در قسمت ۷-۱۱ روش دیگری را که پیشتر مسول است مورد بحث قرار خواهیم داد :
مینوان با محاسبه مجموعه $\sum m_i r_i^2$ ممان اپرسی هر سنجاق را محاسبه نمود بشرعاً آنکه مجموعه قابل محاسبه باشد .

مثال - سه نقطه مادی مطابق شکل ۹-۹
با سه میله بیرون یک مثلث و مجموعاً تشکیل جم و اندی را میساختند . ممان دیترسی جسم را (a) نسبت به محوری که از A میگذرد و پر سفتح تصور عمود است و (b) نسبت به محوری که B و C را به هم وصل میکند بدست آورید .

(a) نقطه مادی واقع در نقطه A برمحور



بنابراین فاصله آن المحور عقر است و همی در ممان دیترسی کل ندارد . بنابراین داریم :

$$I = \sum m_i r_i^2 = 1 \cdot gm \times (5\text{cm})^2 + 2 \cdot gm \times (4\text{cm})^2 = 57 \cdot gmem^2$$

(b) نقاط واقع در B و C بر محور واقع دو هم آنها در ممان دیترسی کل مفراس است

پس داریم :

$$I = \sum m_i r_i^2 = 2 \cdot gm \times (4\text{cm})^2 = 48 \cdot gmem^2$$

حل این مرحله نشان میدهد که ممان دیترسی بر خلاف جرم (که اصولاً مقدار تابعی است) نسبت به محورهای مختلف متفاوت است.

وقتی جسمی از مقاطع مادی مجزاً و محدود تشکیل شده بلکه توزیع جرم در آن به سورت اتصالی باشد باید ممان دیترسی آن را بالستفاده از انتگرال محاسبه نمود. در اینصورت باید جسم را به اجزاء بیشماری که جرم هر یک Δm است تقسیم نمود. فرض کنیم Δr فاصله پیکی از این اجزاء از محور چرخش باشد. هر Δm را در محدوده Δr علیر آن ضرب و مجموعه مارا حساب میکنیم.

$$I = \lim_{\Delta m \rightarrow 0} \sum r^2 \Delta m = \int r^2 dm \quad (17-9)$$

هر گاه dm و dv بزرگی، جرم و حجم هر یک جزء و توده دوست این جزء باشد خواهیم داشت :

$$dm = \rho dV$$

و فرمول ۱۷-۹ را میتوان جزئی نوشت :

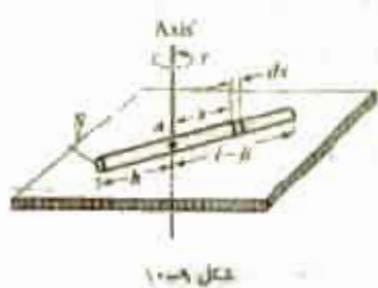
$$I = \int r^2 \rho dV$$

و هر گاه توده ویژه تمام نقاط جسم ثابت باشد جسم را ممکن با محدودیت میتوانند و در این حالت داریم :

$$I = \rho \int r^2 dV$$

اجزاء را بیر شکل دلخواه میتوان انتخاب نمود بشرط آنکه فاصله کلیه نقاط پنهانجزو از محور مقدار تابعی باشد.

حل انتگرال برای هر جسم با هر شکل دلخواه متشکل است ولی برای اجسامی که شکل منظم هستند انتگرال مذکور باسانی حل میشود؛ دیلا جند مثال نمونه حل شده است.



مثال ۱ - ممان دیفرسی میله نازل نسبت به محور عمود بر آن در شکل ۱۰-۹ میله نازل کی نشان داده شده که جرم آن m و طول آن l فرض شده است. سینهواهیم ممان دیفرسی این میله را نسبت به محور A که بمقابل دلخواه h از بکار رف آن واقع است حساب کنیم. جریان از میله را طول دیافراگمه x از A در تقارن گرفته سطح مقطع میله را S فرض کنیم خواهیم داشت

$$dm = \rho dV = \rho S dx = \rho \frac{Sl}{1} dx = \frac{m}{l} dx$$

و اکنون داریم :

$$I_A = \int x^2 dm = \frac{m}{l} \int x^2 dx = \frac{m}{l} \left[\frac{x^3}{3} \right]_{-h}^{l-h} = \frac{1}{3} m (l^3 - \tau h + \tau h^3)$$

بادرست داشتن فرمول فوق میتوانیم ممان دیفرسی میله را نسبت به محور عمود بر آن که انحراف نقطه دلخواه عبور کند بدست آوریم مثلاً وقتی بخواهیم ممان دیفرسی را نسبت به محوری که از انتهای چوب آن عبور میکند بدست آوریم میتوسیم $-h$ دخواهیم داشت:

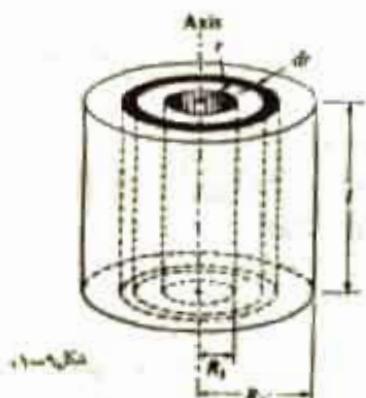
$$I = \frac{1}{3} ml^2$$

دقیق محور از انتهای راست آن عبور کند داریم :

$$I = \frac{1}{3} ml^2 \quad , \quad h = l$$

و معمولاً هم منظر بودیم که در دو جواب پیکان باشد. هرگاه ممان دیفرسی نسبت به محوری که از وسط آن پیکنده مورد نیاز باشد داریم :

$$I = \frac{1}{12} ml^2 \quad , \quad h = \frac{l}{2}$$



مثال ۲ - لوله با میله استوانه‌ای در شکل ۱۰-۹ لوله‌ای بثول نشان داده شده که انته

داخلی و خارجی آن پر ترتیب R_i و R_o است. جزئی را که در قطب میگیریم لوله نازکی شعاع r و پختگی dr داشت. هر گاه m توده و وزن جسم باشد داریم:

$$dm = \rho dV = \rho(2\pi r dr) \times l$$

و همان دینامیکی چنین محاسبه میشود:

$$I = \int r^2 dm = 2\pi l \int_{R_i}^{R_o} \rho r^2 dr$$

هر گاه جسم غیر همگن باشد میباشد ρ را پسورد تابعی از r داشته باشیم تا انگراییون ممکن باشد. برای یک لوله همگن داریم:

$$I = \rho \pi l^3 \int_{R_i}^{R_o} r^2 dr = \frac{\pi l^3}{4} (R_o^4 - R_i^4)$$

حجم لوله برای حاصل ضرب حجم در توده و وزن است و حجم آن عبارتست از:

$$\pi l (R_o^2 - R_i^2)$$

و همان دینامیکی آن برای حواهد بود.

$$I = \frac{1}{4} m (R_o^4 + R_i^4) \quad (۱۸-۹)$$

هر گاه بجای لوله میله توپر باشد میتوان فرض کرد که میله لوله است که شعاع داخلی آن سفر است یعنی $R_o = R_i = R$ داریم:

$$I = \frac{1}{4} m R^4 \quad (۱۹-۹)$$

هر گاه لوله بسیار نازک باشد (لوله بخاری) میتوان تقریباً بوقت t در اینصورت داریم:

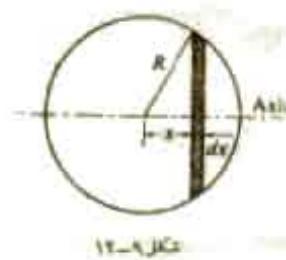
$$I = m R^2$$

دیده میشود که همان دینامیکی لوله دمیله تست به محور تقارن آن تابع طول لوله نیست. مثلاً دو لوله که اقطار داخلی و خارجی آنها در حجم آنها مساوی است (یعنی از بین

پاطول کوتاهتر و دیگری از آن پاطول بیشتر) دارای عمان دینرسی مساوی (تبیت بمحور) هستند. اندازه عمان دینرسی تبیت به محور فقط تابع نحوه توزیع جرم در امتداد شعاع است و تابع توزیع جرم در امتداد محور نیست. لذا فرمول ۱۹-۹ برای یک میله پاطول دلخواه دیرای یک قرص با اختلاف پیشاز کم صحیح است. هنچتنین فرمول ۱۸-۸ را میتوان برای یک لوله یا یک واشر پتخالتم کم مورد استفاده قرار داد.

مثال ۳. عمان دینرسی گره هنگن تبیت به محور کرده را به قرص های بسیار نازکی تشییم میکنیم. (شکل ۱۲-۹) شعاع پکی از این قرصها برابر :

$$r = \sqrt{R^2 - x^2}$$



شکل ۱۲-۹

و حجم آن برابر است با :

$$dV = \pi r^2 dx = \pi(R^2 - x^2)dx$$

و جرم آن چنین است :

$$dm = \rho dV$$

و از فرمول ۱۹-۹ عمان دینرسی آن چنین محاسبه میشود :

$$dI = \frac{\pi^2}{4} (R^2 - x^2)^2 dx$$

و عمان دینرسی کل کرده برابر است با :

$$I = 2 \times \frac{\pi^2}{4} \int_0^R (R^2 - x^2)^2 dx$$

بعد تفاضل، عمان دینرسی نیمه چیز و تیمه داشت که، باهم مساوی است، پس از محاسبه انتگرال فوق برای نیمکردن و متناظر کردن جواب خواهیم داشت :

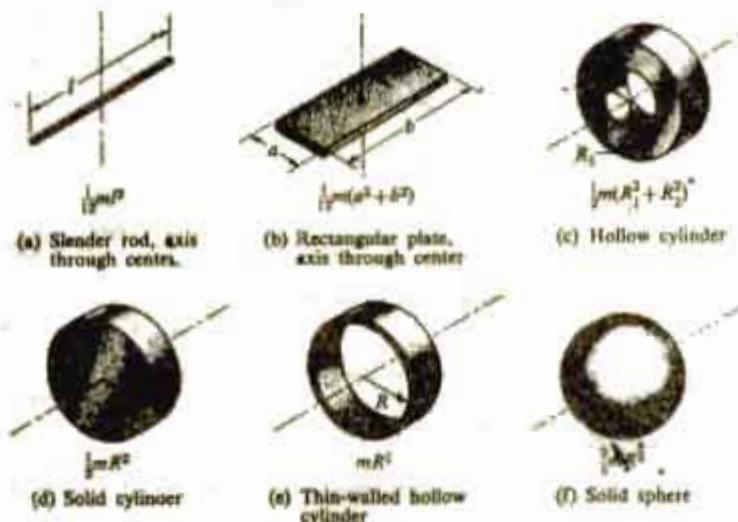
$$I = \frac{4\pi\rho}{15} R^5$$

جرم گره برابر است با :

$$m = \rho V = \frac{4\pi\rho R^3}{3}$$

لذا خواهیم داشت:

$$I = \frac{\pi}{2} m R^4$$



شکل ۱۳-۹ معدن دیفرسی چند جسم با شکل هندس منظم

در شکل ۱۳-۹ معدن دیفرسی چند جسم که ضمن سادگی دارای احیثیت هستند نوشه شده است.

برای هر جسم پاهر شکل دلخواه همیشه میتوان فاصله ای از محور را چنان پیدا کرد که اگر تمام جرم جسم در آن فاصله قرار شود معدن دیفرسی جسم تغییر نکند. این فاصله را شاعع زیر اسپون مینامند و آرا یا R نشان بینهند، شاعع زیر اسپون نیز نسبت به محورها مختص متفاوت است.

هر گاه اندازه شاعع زیر اسپون معلوم باشد و تمام جرم را در این فاصله از محور قرار کنیم معدن دیفرسی جسم برابر $I = mk^2$ است چون «اریم $I = mk^2$ » پس خواهیم داشت:

$$k = \sqrt{I/m} \quad (13-9)$$

مثال - شماز زیر اسپیون میله نازکی بطول ۱ دیترم m را نسبت به محوری که از
وسط میله بر آن عمود است بسط آوردید.

$$k_s = \sqrt{\frac{\frac{1}{12}m l^4}{m}} = \frac{1}{4l^{3/2}} = 0.2891$$

لو سه حقیقی باشند لذت لازم است که در محاسبه ممان دینرسی نمیتوان تمام جرم جسم
را در مرکز تقلیل آن فرض نمود. مثلاً فاصله مرکز تقلیل میله ای، که بتواند حول محوری که از وسط
آن عبورگذارد بجز خود، انعکس دهد است. در حالیکه شماز زیر اسپیون آن $\frac{1}{\sqrt{3}}$ است و ممان
دینرسی آن $\frac{101}{12}$ خواهد بود.

۹-۹. انرژی جنبشی کار، توان

وقتی جسم ملیخ حول محور ثابتی بچون خود ω سرعت خطی پک نقطه مادی از این
میله که بفاصله $\frac{1}{2}$ آن محور قرار دارد $2,05$ است که در آن ω سرعت زاویه ای چورشتن است.
انرژی جنبشی این نقطه مادی برابر است با

$$\frac{1}{2}m_i v_i^2 = \frac{1}{2}m_i r_i^2 \omega^2$$

انرژی جنبشی کل برای مجموع انرژی جنبشی ذرات مختلف است یعنی :

$$E_k = \sum_i \frac{1}{2}m_i r_i^2 \omega^2 = \frac{1}{2}(\sum m_i r_i^2) \omega^2$$

اما $\sum m_i r_i^2$ برابر I ممان دینرسی جسم نسبت به محور است و خواهش داشت :

$$E_k = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (۲۱-۹)$$

یعنی ممان دینرسی جسم که حول محور ثابتی میچرخد با فرمول شده می‌باشد
محاسبه انرژی جنبشی انتقالی بسته می‌باشد. در این فرودول I ممان دینرسی شبیه m جرم
 ω سرعت زاویه ای شبیه ω سرعت حلی است (به حدود ۰.۹۵ از اجده کنید).

مثال - در دستگاه نشان داده شده در شکل ۱۴-۹ مسئله را بر اساس قضیه کار- انرژی مورد بحث قرار دهید . نیز دعای واردہ بر دستگاه P و W هستند که اصولاً کاری انجام نمی‌دهند و W است که نیروی ذخیره کننده، انرژی است . پناپر قبیه کار - انرژی، گاهی انرژی پتانسیل دستگاه، وقتی وزنه W باندازه τ سقوط کند برای جمع انرژی جنبشی انتقالی وزنه آویزان و انرژی جنبشی دورانی برجسته است .

$$m,gy = \frac{1}{\tau} m, v^2 + \frac{1}{\tau} I\omega^2$$

$$v = R\omega$$

اما:

س. میتوان نوشت :

$$v^2 = \tau \left[\frac{1}{1 + (I/m, R^2)} \right]$$

در شکل ۱۴-۹ نیروی خارجی F بر نقطه p از جسم کحول محوری عبور بر صفحه

تصویر که از O می‌گذرد وارد می‌شود . وقتی جسم
باندازه $d\theta$ بجز خود نقطه p فاصله $ds = rd\theta$ را طی می‌کند و کار نیروی F برآورده است :

$$W = \int F, ds = \int F, r d\theta$$

اما $r F$ کثناور نیروی F نسبت به محدود چرخش نکل ۱۴-۸ از اینجا شده توسط نیروی F در
هر مختص $d\theta$ است . عر گاه آنرا Γ بنامیداریم :

$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \Gamma d\theta \quad (۱۴-۹)$$

هر گاه بین از یک نیرو به جسم وارد شود آنرا کل برای کار گذشت اور کل مؤثر بر جم است .

از فرمول ۶-۱۵ نتیجه می‌شود

$$\Gamma = I\alpha = I\omega \frac{d\omega}{d\theta}$$

$$I'd\theta = I\omega d\omega$$

لذا داریم:

و از آنجا ،

$$W = \int I d\theta = \int I \omega d\omega = \frac{1}{2} I \omega_1^2 - \frac{1}{2} I \omega_0^2$$

یعنی کاربر آینده گشتاورهای مؤثر بر جسم برای افزایش اتربوتی جنبشی جسم است . این قابلیت کاملاً شبیه قطبه کار . اتربوتی در حرکت است انتقالی است .

توان ایجاد شده توسط نیروی F وقی مسافت نشله اتربوت نیرو P باند (شکل ۱۹-۴) عبارتست از :

$$P = F_s \cdot v = F_s \cdot r \omega$$

و چون $\Gamma = P$ است این خواص را داشت :

$$P = \Gamma \cdot \omega \quad (24-9)$$

که عیناً شبیه فرمول $v = F_s \cdot r$ در حس کت انتقالی است . تو ان «غیر یک موتور برای حاصل فریب گشتاور مؤثر بر محو و در سرعت داودیایی جسم است ، در اتومبیل عموماً با عرض کردن دندنه میتوان اینباره گذشت از تپیدن داد . بهینه جهت جنبه دندنه را یک torque converter میتوان پیدا کرد . (بعضی تپیدن گشتاور گشتاور) عموماً موتور اتومبیل وقی در دور میان کار گردید توان آن ماکریوم آست . وقی اتومبیل در حاده شیبدار بالا دربرود و با عرض کردن «ناد» نر تپیدن میگذرد که ۲۲۰ دو تور نیاز باند (توان موتور ماکریوم) ولی سرعت اتومبیل کم باشد (تا نیروی زیادتری برای جایجا کردن اتومبیل بر آن وارد شود) در حالیکه در حاده افق دور گشته و توان موتور کش است اما چون نیروی مقاوم کم است ، سرعت خطی اتومبیل (یاد نر خواهد بود) .

مثال - بنا بر اینکه کارخانهای اتومبیل های ساخت این کارخانه دارای موتوری بتوان ۳۴۵hp ۲۷۵lb/ft هستند و گشتاور مؤثر بر محدود آن 7500 است . سرعت داودیایی حرکت

موتور را پیدا کنید.

$$\omega = \frac{P}{I} = \frac{245 \times 55 \cdot \text{ftlb/sec}}{475 \text{lb/ft}} = 300 \text{ rad/sec} \approx 3800 \text{ دور در دقیقه}$$

۱۰-۹، اندازه حرکت زاویه‌ای (یا ممان سینتیک)

رابطه زیر را

$$I = I\omega$$

میتوان بصورت زیر نوشت:

$$I = I \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt}(I\omega) \quad (25-9)$$

حاصلضرب I و ω در حرکت دوران مشابه حاصلضرب m و v در حرکت انتقالی است. چون $m \cdot v$ را اندازه حرکت خطی تابعی تابعی با استفاده از تشابه، $I\omega$ را اندازه حرکت زاویه‌ای یا ممان سینتیک مینامیم و آرا به L نمایش میدهیم.

$$L = I\omega \quad (26-9)$$

(با وجود آنکه در اجسام سلیمان سینتیک جسم برابر $I\omega$ است؛ تعریف کلی ممان سینتیک این نیست) اگرتوں فرمول ۲۵-۹ را میتوان بصورت زیر نوشت:

$$I = \frac{dL}{dt} \quad (27-9)$$

پس برآیند گفتاورهای خارجی مؤثر بر حجمی برای است با تغییر ممان سینتیک آن حجم و این ظییر بیان، تغییر اندازه حرکت برای بر ضریب مؤثر بر حجم، در انتقال است. طرفین رابطه (۲۷-۹) را در dt شرب کرده انتگرال طرفین را محاسبه میکنیم:

$$\int I dt = L - L_0 \quad (28-9)$$

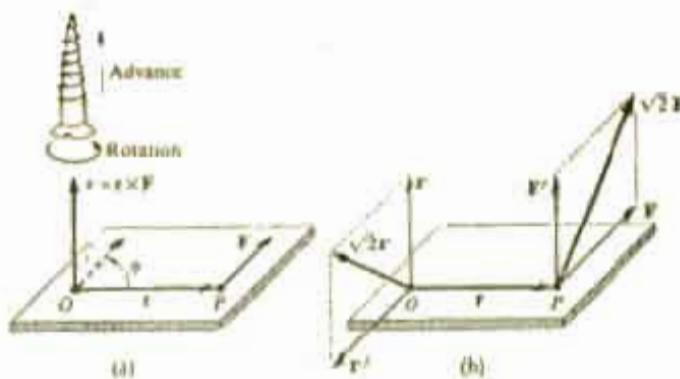
انتگرال $I dt$ را ضربه زاویه‌ای مینامند. که متابه یا $\int F dt$ در حرکت انتقالی

است. بنابراین فرمول فوق، قضیه اندازه حرکت- ضربه را در حرج کرده‌رانی بیان نمی‌کند و می‌گوید: برآیند ضربه را ویهای حاصل از گشناورهای علوّی برجسم، برآبر تغییر معان سینتیک جسم است.

تاکنون فقط درباره دوران جسم حول محور ثابتی که بر صفحه شامل نیروها عمود باشد صحبت کردیم. وقتی محور دوران جسم ثابت نباشد باید گشناور برداری جسم است بیک نقطه را مورد استفاده قرار دهیم که قبلاً در پایه آن در فرمتهای ۳-۲ و ۳-۵ بحث کردیم و مجدداً برای بادآوری، آنرا مورد بحث قرار می‌دهیم:

در شکل ۱۵-۶(a) نیروی F که در صفحه افقی قرار دارد بخطه P از میکند. نقطه O در فاصله مسودی r از نقطه P واقع است. برداری فرض می‌کنیم که O و P جترتب می‌دهد و انتهای آن باشند. ممکن است از O محوری عبور کند یا نکند. هرگاه محوری در قدر کمتری که از O بر صفحه τ و F عمود باشد گشناور نیروی F ثابت بساند محور می‌باشد است از:

$$\vec{F} = r\vec{F}$$



شکل ۱۵-۶(a) بردار F گشناور برداری F است بتنde (۱) برادر است.

(b) منتهی گشناوری از برداری در نتیجه نیروی F بر صفحه برداری می‌باشد.

بنابراین تعریف گشناور برداری نیروی F ثابت بتنde O برداری است که اندازه آن rF ، اندزاد آن عمود بر صفحه شامل τ و F است و جهت آن افقانده حرکت پیچ را استکرد و بحث می‌آید. بدین ترتیب، بردار اول (۱۵) را طوری بجز خاید تا با میل گشتن را ویهای O بر بردار دوم (F) منتقل شود. در شکل میله بردار دوم با انتهای چین از میدا بردار اول رسم شده است، جهت F' جهت پیش دهنده پیچ را استکرد. وقتی پیچ را در جهت θ بجز خاید می‌باشد.

گشتاور بزرگی بردار \mathbf{F} نسبت پنجه O اعم از اینکه محوری از O عبور کند پانکنده مقدار ثابت و متفاوت دارد. عامل‌لورکه در قسمت ۲-۳ پیان شد هر گاه از O محوری بر صفحه نیروها عمود شود گشتاور برداری بردار \mathbf{r} نسبت به این محور برای هر حاصلضرب بردار دو بردار \mathbf{r} و \mathbf{F} است یعنی

$$\Gamma = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$$

$$\Gamma = r F \sin\theta$$

و یا

شکل ۱۵-۹ برای حالات خاص نموده است که $\theta = 90^\circ$ و $r = l$ است.

از روی بیان برداری گشتاور موقن احسان بشود که بخواهیم گشتاور دو بردار را باهم جمع کنیم. قدر آین شوال پیش می‌باید که آیا باید گشتاورها را مثل اعداد جمع کرد یا مثل بردار؟ فرض کنیم مطابق شکل ۱۵-۹ (a) علاوه بر نیروی \mathbf{F} واقع در صفحه افقی نیروی \mathbf{F}' واقع در صفحه قائم نیز بر P وارد شود، برای سهولت انداره \mathbf{F} و \mathbf{F}' را مساوی فرض می‌کنیم انداره گشتاور Γ بر \mathbf{F} است و بر قاعده پیچ، انداداین گشتاور بر انداده گشتاور نیروی \mathbf{F} عمود است.

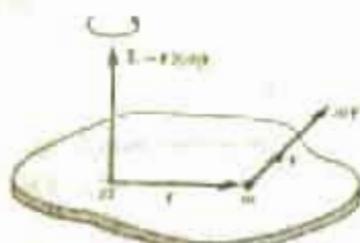
هر گاه گشتاور دو نیرو جمع جبری می‌شوند می‌بایست انداره گشتاور کل Γ شود. حال اگر دو نیروی \mathbf{F} و \mathbf{F}' را ایندا باهم ترکیب کرد بر آینده آنها را بحث آوریدم انداره گشتاور این برآیند برای $\sqrt{2}F$ بشود و این باجمع دو گشتاور \mathbf{F} و \mathbf{F}' مطابق برداری نماییم. (می‌دانیم که برآیند دو نیرو و یا بد به تنهائی از دو نیرو را داشته باشد پس باید گشتاور دو نیرو که معاگابه محسنه شده اند جمعاً اثر گشتاور برآیند را داشته باشد. این باید گشتاور دو بردار \mathbf{F} و \mathbf{F}' مطابق برداری جمع شود.) اما گشتاور برآیند دو نیرو و تطبیق نمایند. (ترجم)

دو شکل ۱۶-۹ صفحه‌ای نازک نشان داده

شده که حول محور قائمی که از (۱) می‌گذرد با سرعت (ذویله) v می‌چرخد. جزئی از این صفحه بجزم m که در فاصله r از محور قرار گرفته دارد ای سرعت $(v - r\omega)$ و انداده حرکت خلی mv است. ممان میلنیک I_1 حجم برای حاصلضرب r در انداره حرکت خلی mv است. میلی:

$$I_1 = r \cdot mv$$

میتوان گفت ممان سیلنیک برداری است



شکل ۱۶-۹. بردار گشتاور انداره سرعت با انداره حرکت دارای ای ممان سیلنیک (۱) سریزی، m نسبت پنجه O بردار

$$L = r \cdot mv$$

برابر حاصلضرب برداری دو بردار $m_1 m_2$ پس :

$$L = m_1 m_2$$

پنا بر قاعده پیچ راستگرد جهت L بر محوط دوران منطبق است (دو شکل پیش چنین نفان داده شده است) .

بردار ممان سینتیک کل یک جسم بر آینه بردارهای ممان سینتیک حریک از تابع مادی موجود دراین جسم است. هر گاه همه بردارهای ممان سینتیک نقاط مادی یک جسم دریک امتداد وجهت باشند اندانه بردار ممان سینتیک کل از جمع جبری اندادهای بردارهای ممان سینتیک ذرات بدست میآید. در مثال فوق، چون جسم صلب است چنین وضعی موجود است. پس خواهیم داشت :

$$L = \Sigma r m v$$

اما $r \omega = v$ است و ω برای تمام ذرات جسم مقداریست ثابت لذا میتوان نوشت :

$$L = (\Sigma m r^2) \omega = I \omega$$

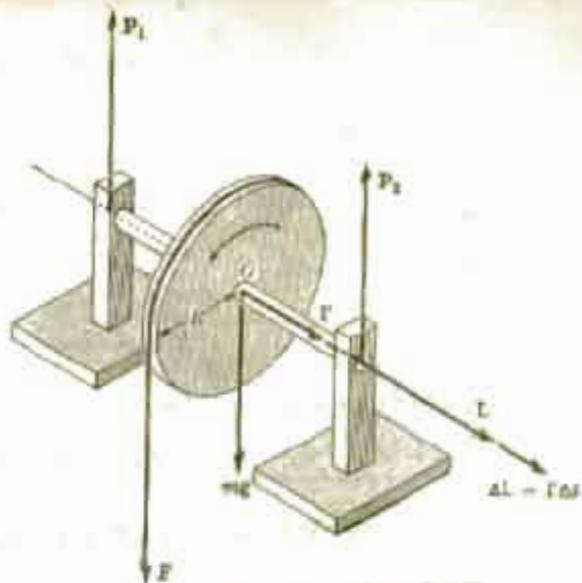
مشاهده میشود که تعریف جدید ممان سینتیک با تعریف قبل کاملاً منطبق است. اکنون فرض کنیم از خارج گشناور I' بر جم m اثر گند. در فاصله زمانی کوتاه Δt ممان سینتیک صفحه پانداز $\Delta L = L_{\Delta t} - L$ تغییر کرده است. چون بردار ΔL و بردار I' هردو در امتداد محور دوران مستند میتوان تابعی فوق را پسورد یک تساوی برداری نوشت :

$$\Delta L = I' \Delta t \quad (29-6)$$

عن دمواردیکه ΔL بردار I' برهم منطبق نستند تساوی فوق صحیح است. یعنی تغییر برداری ممان سینتیک ΔL یک جسم برای بر I' ضرب حاصله از گشناور خارجی مؤثر براین جسم می باشد.

اینک از تعریف گشناور برداری و ممان سینتیک در حل مسئله خاصی استفاده می کنیم. در شکل ۱۷-۹ قریب نشانداده شده است که روی محوری، سوار است. دوطرف محور درون دو پست قرار گرفته. هر گاه قریب دو جهت نشانداده شده پیر خد بردار ممان سینتیک I بطرف راست متوجه و در امتداد محور پیر شنی است.

فرض کنیم طایبی بدد چرخ پیچیده شده باشد و آنرا بالای روی F بکشند اندانه گشناور مؤثر بر محوط برای $R \cdot F = I'$ است و بردار I' در امتداد محور قرار دارد. دو



شكل ۱-۲۶ ΔL تغیر مقدار مساحت است که در آن Δt طی شود آنرا L' و باز هم L مساحت پیش از تغیر را می‌نامیم.

نهان آن گشناور مؤثر بر مخمور تغییر مهان سینتیکی بر این Δt وجوده می‌آورد که برای
است با Δt ، امتداد وجهت این حررب زاویه‌ای با امتداد جهت θ بکن است . وقتی
 Δt دایرین برداری با Δt جمع کنیم با $\Delta t + \Delta t$ که هم جهت با θ است پدست می‌آید .
یکباره دیگر امتداد مهان سینتیک افزایش یافته و لآن جهت آن ثابت مانده است ، افزایش
مهان سینتیک باین شکل قطعاً بدین معنی است که سرعت دوران جسم افزایش یافته و جسم
لندلر می‌چرخد .

در اقلیل اول چنین بنتظر خواید که بحث مفصل فول چهارم، جز حل مسئله حرکت دورانی یک جسم بعد مدور (آئینه انتropic مشکل) نیست. در حالیکه در این مذکوم بروز از میان سه‌گانه، انسان حل مسئله تبر و سکوب است که در قسمت بعدیان خواهد شد.

هر گا و گشتاور، مؤخر بر محمود یزرایر سفر باشد، بنابر فرمول ۲۹-۸، سال ۱۵ تیز صفر است و اندازه و جهت و انداده بردار معلمین دینیک ثابت می‌مالد. (شیب اصل اول بیوتون در حرکت افقانی) این بیان را اصل پنهان نهادن موقتیک من نامند و این اصل نیز در دیدیف اصل پنهان اندازه حرکت خطی و اصل پنهان افزایی، یعنی اذامول انسان مکانیک است. عفاسها، اکریوپات های سرمه و سکوت یادان عسکری از این اصل، در حرکات خود استفاده



من گفتند. فرس کنیم اکبر و باتی مطابق شکل ۱۸-۹ پس از آنکه خود را آزادانه در حقایق دعا کرد، درجهت شناوردار شده با سرعت ناویه کمی دوران داشته باشد. وقتی اوردست و پای خود را جمع میکند [۱] ممان دیفرنسی اوتیست بدینهود چرخش کم شده باشد فهر گرفتن اینکه [۲] ثابت است سرعت ناویهای پعنی سرعت دوران او زیادتر میشود.

شکل ۱۸-۹ باتی ممان میشود

مثال - فرس کنید شخص در حالیکه بالادان خواهد را باز نگهداشته و دو وزنه ۱۰ پوندی در دوست دارد، بر روی سرخه دوازی ایستاده و دو هر دو ثانیه یک دور بدور خود می چرخد (شکل ۱۹-۹). هر گاه این شخص چنانکه در شکل نهاده شده دست حای خود را پیشاند: سرعت ناویهای چرخش او دا در حالت دوم بست آورید. ممان دیفرنسی شخص ثابت و برابر^۱ slugft^2 است فاصله مرکز نقل هر وزنه را از محور دوران برابر 3ft فرس کنید، پس از اتفاق این دست علاوه این in میشود.



شکل ۱۹-۹ باتی ممان میشود در دوران حول محور ثابت

هر گاه از املاک هوا و محور چرخش و املاک های درونی شخص سرفناور شود میتوان گفت گشناور خارجی وجود نداشته و ممان میشوند شخص ثابت مانده است بدلی:

$$\text{وزنها } I + \text{شخص } I = I$$

$$I = 4 + 2 \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right)^2 = 4,17 \text{ slugft}^2$$

$$I_c = 4 + 2 \left(\frac{1}{2} \right) (3)^2 = 8,62 \text{ slugft}^2$$

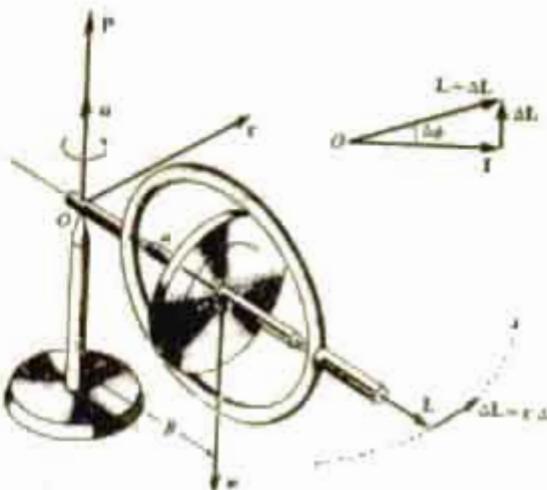
$$\omega_c = \pi \text{ rad/sec}$$

$$\omega = \omega_0 \cdot \frac{1}{T} = 2/31\pi \text{ rad/sec}$$

یعنی سرعت زاویه‌ای بین اذ دیر ابر شده است.

۱۹-۹ ، دوران حول محور متحرك ، فرفره و دیر و سکوب .

در شکل ۱۹-۹ آمیخت نشان داده شده که بهتر است فرفره نامیده شود. دیر ادراین دستگاه، بر کرتنال بر نظره (۱) منطبق نیست. مطالع آنرا بسط زیر و سکوب مینامند. هر گاه فرفره را بعد از محور تقارن خود بچرخش درآورده محور آنرا درجهشی که در شکل نشان داده شده باسرعت زاویه‌ای مناسب بحرکت درآوردم، دستگاه حول نقطه انتهای O حرکت دورانی دیگری پیدا خواهد کرد که ما آنرا احرکت انتقالی محور مینامیم، ولی محور حرکت وضعی فرفره (حرکت فرفره پس از محور تقارن) در سطح افقی باقی خواهد ماند.



شکل ۱۹-۹ مردم ΔL تغییر ممان می‌نماید و درین ΔL است که از سنتاوار Γ بروی و در ΔL حاصل شده است (دورانهای ΔL و $\Delta \theta$) درست است، و بثابت می‌شوند (با شکل ۱۷-۹ مطابقه تبین).

هر گاه محور فرفره در فنا تا این بود ممان می‌نماید آن بر این حاصل ضرب ممان دینرسی آن نسبت به محور دوسرعت زاویه‌ای آن حول محور بوده و بردار ممان می‌نماید دامنهای محور قرار داشت چون محور حرکت وضعی ، خود در حال دوران است ممان می‌نماید بر محور منطبق تحویل داده مانند هر گاه سرعت زاویه‌ای حرکت انتقالی محور از سرعت

ذایهای حرکت وضعی جسم بر این بگذر پاشد تغییر ممان سیستم در اثر حرکت انتقالی محور پس از کم قابل اختصار است. ممان سیستم L نسبت به نقطه O را میتوان مطابق شکل درامتد محور دم نمود و دقیقی محور فرفره منجر خواهد بردار ممان سیستم که متعلق بر آن است نیز با آن منجر خواهد.

نیروی P نسبت به O گفتاوری تدارد. هنالی این گفتاور خارجی مؤثر بر جسم منحصر به گفتاور نیروی وزن است که اندام آن برابر است با:

$$I^* = wR$$

جهت L چنانکه در شکل نشان داده شده، برمحود عمود است. در ممان ΔL (با بخشی که روی شکل ۹-۱۷ شده مقایسه کنید) این گفتاور تغییر ممان سیستمی بردار ΔL بوجود میآورد که درامتد I^* است و از رابطه زیر پیداست میآید:

$$\Delta V = I^* \Delta L$$

پس از ممان ΔL ممان سیستمی برابر جمع برداری $L + \Delta L$ است و چون ΔL بر L عمود است انداده بردار ممان سیستم حدد برای انداده ممان سیستم قبل است ولی امتداد آنها با یکدیگر متفاوت است. انتهای بردار ممان سیستم دوچشمی که در شکل نشان داده شده منجر خواهد و با گلشت نماین، این دوران ادامه میباید. اما اجون محور فرفره و بردار ممان سیستمی برهم متنطبق نستد، پس با گردش بردار مذکور، محور فرفره نیز باید منجر خواهد و درین ترتیب حرکت انتقالی مجموع بوجود میآید. (حرکت انتقالی در اینجا ترجمه Precessional motion است به Translation)

در تجزیم میگویند دوین دو نوع حرکت دارد. وضعی یعنی حرکت پیور خود و انتقالی یعنی دوران پیور خواهد. پس در این مبحث متفاوت با از حرکت انتقالی جایجا شدن درامتد خط مستقیم نیست. منترجم -

ذایه $\Delta \varphi$ که بردار L در ممان ΔL علی میکند (به مثلى که پہلوی شکل ۹-۲۰) رسم شده توجه کنید) برابر است با:

$$\Delta \Phi = \frac{\Delta L}{L}$$

و سرعت ذایهای حرکت انتقالی محور عبارت است از:

$$\Omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{1}{L} \frac{dL}{dt}$$

اماچون داریم :

$$\frac{dL}{dt} = L$$

پس خواهیم داشت :

$$\Omega = \frac{\Gamma}{L} \quad \text{و} \quad \Gamma = \Omega L \quad (30-9)$$

یعنی سرعت ذاویدای حرکت انتقالی محور پاممان سینتیک نسبت عکس دارد. هرچه ممان سینتیک بیشتر شود این سرعت ذاویده‌است، کمتر خواهد شد بردار سرعت ذاویدای Ω بر طبق قانون دست راست رو پهلا امتداد دارد. من توان فرمول $\Gamma = 3 \cdot \Omega \cdot L$ را بصورت تساوی برداری نهاد نوشته :

$$\Gamma = \Omega \times L$$

تا وقته که من توان با تقریب، ممان سینتیک را برابر I_0 نوشتم رابطه ذیر مصدق است :

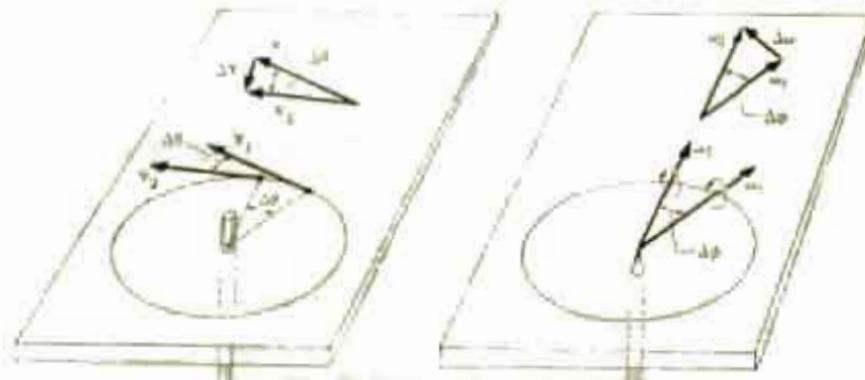
$$\Gamma = I_0 \omega \Omega \quad (31-9)$$

چنانکه از شکل ۳۰-۹ بیدامت بردار Γ درجهتی که Γ قرار دارد می‌جذبه و عیشه چنین است، گویند بردار I_0 با Γ مسابقه گذاشته است. ولی هیچ‌گاه در مسئله فوق الذکر Γ به Γ غیرست زیرا با حرکت انتقالی محور Γ نیز تغییر جهت می‌دهد. در مواردی که L میتواند به Γ برسد حرکت انتقالی محور پس از آنچنانکه دو بردار بر یکدیگر ازین خواهد داشت.

در سال ۱۹۵۸ تفابیین حرکت دورانی ساده و حرکت فرقه پیدا کرد. این تفابیه در شکل ۳۱-۹ نشان داده شده است. درست چنین، دیاگرام و فرمولهای حرکت دورانی و درست راست حرکت انتقالی محور و فرمولهای مربوطه نشان داده شده است.

چرا فرقه شکل ۳۰-۹ نیز اتفاقاً است که نیروی قائم در دیالای Γ مساوی و مختلف جهات با وزن جسم است. پس بر آینه لبر وها در امتداد قائم صفر و شتاب در امتداد قائم صفر است. میتوان گفت انداده حرکت جسم در امتداد قائم ثابت می‌مایند زیرا نیروی بر آن

افز نمی‌کند. اما \mathbf{P} و \mathbf{w} یک زوچ لبر و تشکیل می‌دهند که انداز آن $\Gamma = wR$ مخالف صفر است و مان سینتیک جسم را تغییر می‌دهد.



حرکت دوران منت باید نقطه‌ای باشد

$$v_1 = v_2 = v$$

$$v_2 = v_1 + \Delta v$$

$$\Delta v \approx v \Delta \theta$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$$

$$a = v\omega \left(= \frac{v^2}{R} = R\omega^2 \right)$$

$$F = ma$$

$$F = mva$$

حرکت آنتالیک فرود

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega$$

$$\omega_2 = \omega_1 + \Delta \omega$$

$$\Delta \omega \approx \omega \Delta \phi$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \omega \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \phi}{\Delta t}$$

$$\alpha = \omega \Omega$$

$$\Gamma = I\alpha$$

$$\Gamma = I\omega \Omega$$

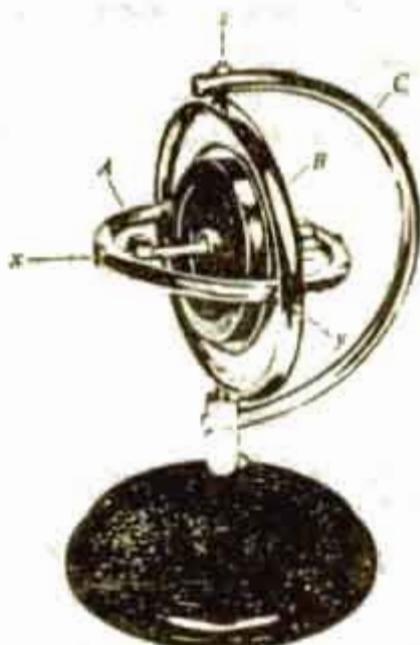
شکل ۲۰-۹ تئابه میان حرکت دورانی و حرکت آنتالیک محور یک فرود

هرگاه فرفره چرخی نداشت، ممان سینتیک اولیه‌ای نیز وجود نداشت تا اثر گفتاورون آن را تغییر دهد. با گفتش زمان Δt ممان سینتیک درجهت Γ در حجم می‌جود می‌آمد. یعنی فرفره بر روی پهلو زمین می‌افزد. (حول محور متعلق بر Γ که از O عبور کند) می‌چرخد و بر مبنی از افتاده (اما وقتی فرفره می‌چرخد سالک که در سطح افقی است) نیز می‌جود است با آن جمع برداری شده بر داده جدیدی بهمان اندازه و در ممان سطح افقی نیز وجود می‌آورد و این چنانکه قبلاً گفته شد باعث پیدایش حرکت آنتالیک محور خواهد شد.

برای اینکه لسان دهیم چرا $\Gamma = \omega I$ است باید دید چگونه حرکت آنتالیک محور شکل ۲۰-۹ بوجود می‌آید. فرض کنیم طرف دیگر فای را که فرفره درون آن

میزیر خد بالاتر گشت خود را کاهداشته باشیم. در اینصورت انگشت و تکیه گاه O هر یک یعنی از وزن یعنی $\frac{W}{2}$ را تحمل میکند. هر گاه دفعه‌ها انگشت خود را عقب برده قاب را آزاد گذاریم

در لحظه اول برآیده ببروعای قائم وارد بر حسم سفر نیست زیرا فقط یک تکیه گاه رو ببالا نیروی $\frac{W}{2}$ بر آن وارد میکند، بنابراین مرکز تقل فرقه در امتداد قائم و روپایین دارای شتاب خواهد شد در عین لحظه، حرکت انتقال محور (عزم سرعت زاویه‌ای اولیه آن کمتر از سرعت زاویه‌ای حد آلت) شروع میشود و درنتیجه شروع حرکت رو پایین، فرقه نیروی بیشتری پسرنقطه انتهای O وارد میکند و نیروی p که عکس العمل این نیروست پیر زیاد شد و حتی بمقدار زیادتر از $\frac{W}{2}$ میرسد، پس از آن مرکز تقل جسم شروع ببالا آمدن میکند و این وضع تکرار میشود یعنی حسم مرتبه بالا و پایین میزود این حرکت را رقص محوری یا Nutation مینامند.



شکل ۲۲-۹ لربر و سکلر.

برای اینکه فرقه فقط حرکت انتقال محور داشته باشد لازم است از اول آن دا
وا سرعت زاویه‌ای مینیم دارای حرکت انتقال محور کنیم بطوریکه انحراف اول در O نیروی

مساوی وزن بز تکه گاه وارد آید و در امتداد قائم تعادل برقار باشد.

در شکل ۲۴-۹ یک زیروسکوب نشان داده شده است. بجز حالتیگه دو حلقه یا یافته ددیک سطح قرار گیرند مینوان قاب خارجی را در هر جهتی چرخانید بدون اینکه گشتاوری بر چرخ زیروسکوب وارد شود (مگر گشتاورهای استلاک که سیار ناجائز هستند). هر گاه قاب خارجی ثابت بماند امتداد محمود زیروسکوب هرجه باشد عمر کز تقل آن ثابت بماند.

مسائل

۱-۹ یک موتور الکتریکی در دقیقه ۱۸۰۰ دور میزند برموده این موتور سه چرخ باقطار ۵ و ۱۰ و ۱۵ سانتیمتر سوار است، سرعت خطی در محیط هر یک از این چرخها چند متربنایه است. هر یک از چرخهای مذکور با تسمه چرخ دیگری را بر تیپ زیر؛ یک چرخ ۱۵ سانتیمتری یک چرخ ۵ سانتیمتری، چرخ ده سانتیمتری یک چرخ ده سانتیمتری و چرخ ۵ سانتیمتر یک چرخ ۱۵ سانتیمتری را دوران در پیاورد. سرعت داوهای چرخهای اخیر را بدست آورید.

۲-۹ در پنج ثانیه، دور چرخ طیاری از ۱۰۰۰ دور در دقیقه به ۴۰۰ دور در دقیقه میزد. شتاب داوهای وتمداد دور یک چرخ در مدت این ۵ ثانیه زده است و نیز نهاده دور یک چرخ میزند تا باهمین شتاب داوهای، ساکن شوم حساب کنید.

۳-۹ سه ثانیه وقت لازم است تا چرخ ۲۴۳۴rad/ sec را بچرخد و سرعت داوهای چرخ در انتهای این سه ثانیه بر این 10.8 rad/sec میشود شتاب داوهای آرا (که ثابت فرس میشود) بدست آورید.

۴-۹ چرخ که شتاب داوهای آن 2 rad/sec^2 است در مدت پنج ثانیه 10 rad/sec من چرخد. قبل از شروع پنج ثانیه، جمیعت چرخ دوچرگشت بوده است.

۵-۹ (a) فرق شتاب مماسی و شعاعی را بیان کنید. (b) چرخی با سرعت داوهای ثابت می چرخد. نشانهای از محیط این چرخ را در چهلتر گیرید. آیا شتاب مماسی دارد و شتاب شعاعی دارد؟ (c) چرخ با شتاب داوهای ثابت من چرخد آیا شعلهای واقع بر محیط آن شتاب مماس دارد؟ این نشانه شتاب شعاعی دارد آیا عقدار این شتابها ثابت است؟

۶-۹ چرخ پنطر 75 cm با سرعت داوهای اولیه دودور بر ثانیه و شتاب سه دور

بر ثانیه شروع بحر کت میکنید. (a) سرعت زاویه‌ای آنرا پس از ۶ ثانیه حساب کنید. (b) چرخ در این مدت چه زاویه‌ای داطی کرد است؟ (c) سرعت خطی نقطه‌ای واقع بر محیط چرخ در لحظه $t = 6\text{ sec}$ چند است. (d) در همین لحظه برآیند شتاب‌های مماس و شعاعی نقطه مذکور را پیدا کنید.

۷-۹ چرخی بقطر 20 cm ازحال سکون شروع به حرکت گرده در مدت پنج ثانیه (با شتاب زاویه‌ای ثابت) سرعت زاویه‌ای آن به 900 دور بر دقیقه میرسد. (a) یک ثانیه پس از شروع حرکت، وضع نقطه‌ای را که در لحظه شروع حرکت در بالاترین نقطه بوده است مشخص کنید. (b) در انتهای یک ثانیه مذکور اندازه وجهت شتاب را محاسبه کنید.

۸-۹ چرخی بقطر 20 cm با شتاب ثابت 5 rad/sec^2 . ازحال سکون شروع به حرکت میکند. اندازه وجهت بردار شتاب و نیز اندازه مؤلفه‌های مماس و شعاعی نقطه‌ای عاقع بر محیط آنرا در حالات زیر حساب کنید. (a) پس موقعاً شروع حرکت. (b) پس از آنکه چرخ 120° چرخد. (c) پس از 240° چرخ.

۹-۹ چرخی ازحال سکون شروع به حرکت گرده پس از 20 ثانیه سرعت زاویه‌ای آن به 900 دور بر دقیقه میرسد. در انتهای ثانیه اول. (a) زاویه چرخی چرخ را و (b) اندازه وجهت مؤلفه‌های شتاب شعاعی و شتاب مماسی نقطه‌ای بمقابل 15 cm از محور را حساب کنید.

۱۰-۹ دور آزاد موتور اتومبیلی 500 دور در دقیقه است. وقتی پیاد گاز را فشار دهد در مدت پنج ثانیه دور آن به 3000 دور در دقیقه میرسد. هر گام شتاب ثابت باشد. (a) سرعت زاویه اولیه و انتهای را (بر حسب rad/sec) بدست آوردید. (b) شتاب زاویه‌ای چند رادیان بر مجموع ثانیه است؟ (c) در این فاصله ثانی موتور پسند ورته است؟ (d) قطر چرخ لنگراین موتور 45 cm است. وقتی موتور 3000 دور در دقیقه میزند سرعت خطی نقطه‌ای واقع بر محیط را بدست آورید. (e) شتاب شعاعی این نقطه در فاصله ثمانی مذکود چه اندازه است. (f) شتاب شعاعی را در دور 3000 بر دقیقه حساب کنید.

۱۱-۹ سرعت زاویه‌ای یک اولتراماتریفوژ چند دور در دقیقه باشد تا شتاب‌های بمقابل پیکانیمتر از محور پارای شتاب سیصد هزار $(10^8 \times 3)$ برابر شتاب (تقلیل) شود.

۱۲-۹ (a) ثابت کنید که هر گاه جسمی، اشتاب زاویه‌ای ثابت ازحالات سکون شروع به دوران گند شتاب شعاعی نقطه‌ای از جسم متناسب با زاویه طی شده است. (b) وقتی برآیند شتاب زاویه 90° باشتاب شعاعی داشته باشد جسم چند دادیان چرخیده است؟

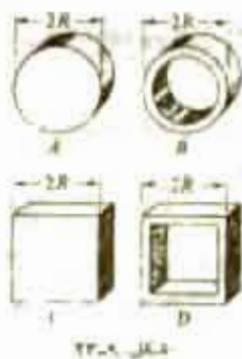
۱۳-۹ حرکت نقطه‌ای در صفحه xy تابع فرمولهای زیر است

$$x = R \cos \omega t \quad y = R \sin \omega t$$

x و y مختصات نقطه متوجه τ زمان است. R و ω مقادیر ثابت اند (a)، (b) زایین دو معادله حذف کرده معادله سپر را بدست آورید. [داشتائی فرمول آیارا بجذور گنید]. (b) از معادلات فوق مشتق گرفته مؤلفهای سرعت را در افق عرض x و y بدست آورید. (پارتوش حل این مسئله میتوان شتاب شعاعی سرعت را نیز بدست آورد).

۱۵-۸ مان دیترسی میله ای طول $2m$ و بطری $4cm$ دیجی $8kgm^2$ دارد. (a) سمت نسبت به محور یک اندیمه پیرمیله عمود است. (b) نسبت به محور یکه از یک انتهای میله بر آن عمود باشد. (c) نسبت به محور استوانه حساب کنید.

۱۵-۹ جرم هریک از چهار جسم که در شکل ۲۳-۹ نشانه شده اند m میباشد. جسم A استوانه توپر بشام R جسم B لولای بشام خارجی R جسم C مکعب مستطیلی به ضلع قاعده $2R$ و جسم D که با ابعاد C ولی توحالی است. (a) کدام جسم مان دیترسی کمتری دارد (b) مان دیترسی کدام جسم بیشتر از همه است



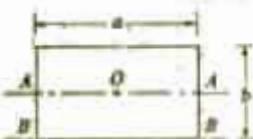
۱۶-۹ سه جسم کوچک که جرم هریک m است به وسط دو انتهای میله ای طول l متصل است. مان دیترسی بشام تبراسیون دستگاه را نسبت به محوری که بفاصله دیجی طول میله ایکتکنیف آن واقع ویرمیله عمود است بخدمت آورید. از مان دیترسی میله ایکتکنیف شود.

۱۷-۹ بشام زمین $6400 km$ و جرم آن $6 \times 10^{24} kg$ است (a) مان دیترسی آنرا نسبت به محور یکه از مرکز آن میگذرد. (b) بشام تبراسیون را نسبت به محور بدمت آورید. توده ویژه زمین را ثابت فرض کنید

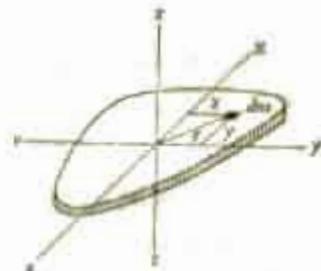
۱۸-۹ جرخ نگری بطری $2 cm \times 2 cm$ و بضمانت $2/5 cm$ از دو طرف روی حنگی استوانه ای با ان متصل است. قطر هر یکی $1 cm$ و طول هریک $7/5 cm$ است. توده ویژه جرخ $7/8 gm/cm^3$ است. حساب کنید. (a) مان دیترسی بچترخ را. (b) بشام تبراسیون آنرا

۱۹-۹ صفحه نازک مستطیلی مطابق شکل ۲۴-۹ طول $2m$ و بضر من b دیجی gm مفروض است. مان دیترسی آنرا (a) نسبت به محور AA و (b) نسبت به محور BB ثابت کنید.

۲۰-۹ (a) ثابت کنید که مان دیترسی صفحه نازک شکل ۲۵-۹ $25/8$ نسبت به محور Z



شکل ۱-۲۴



شکل ۱-۲۵

برابر مجموع ماندیشرس این سطح نسبت به محور \mathbf{z} عادی ها میباشد. (b) میدانیم
ماندیشرس قرص نسبت به محور تقارن آن $\frac{mR^4}{2}$ است. وا استفاده از روابط قوی،
ماندیشرس قرص را نسبت بدیگر انداخته آن بدست آوردید. (c) با انتگراسیون مستقیم
پس محاسبه $m\int r^2 dm$ سخت جواب قسمت (b) را تحقیق کنید. (d) ماندیشرس یک قرص
نسبت به محور بزرگ بریک گوش آن مساوی است. حساب کنید.

۲۱-۹ چرخ پشتار 90 cm^3 بجرم 48 kgm با سرعت زاویه‌ای ثابت 900 دور
در دقیقه منجر خد. جسم را با تیره‌ی 250 نیوتون در محیط آن منشاءید. چرخ 55 در
تا به ساکن می‌نمود. ضریب اصطکاک بین چرخ و جسم را بدست آوردید. اصطکاک محورها
ناجائز است.

۲۲-۹ وزن چرخی 228 lb قطر آن 242 و شعاع ذره‌سیون آن $11\frac{3}{4}$ است. جسمی
را با تیره‌ی 10 lb ماندیشرسیم. ضریب اصطکاک لرشی 0.6 است و بر محور، گشتاور
اصطکاکی معادل 21 lbft دارد می‌شود. (a) چه نیرویی بر دسته این چرخ که طول آن 15 in
است وارد کنیم تا در مدت 9 تا به آنرا سرعت زاویه‌ای 90 دور در دقیقه ثابت بماند.
جه لبروگی بر این دسته وارد آوریم تا سرعت زاویه 120 دور در دقیقه ثابت بماند.
(b) هرگاه اثر تیره را قطع کنیم پس از چه مدت سرعت زاویه‌ای چرخ از 120 دور در دقیقه
معنیز نماید؟

۲۳-۹ بر چرخ گشتاور ثابت 30 lb بدست 9 تا به اثر می‌کند و سرعت زاویه‌ای
آن انسفر به 100 دور در دقیقه می‌شود. هرگاه هر گشتاور مذکور قطع شود 55 دور
سرعت زاویه‌ای چرخ مجددآ پسگیر می‌شود. (a) ماندیشرسیم چرخ را حساب کنید. (b) گشتاور

استلاک را بست آورید. (b) تعداد دور یکه چرخ در تمام مدت مذکور چرخیده است حساب کنید.

(a) ۲۶-۹ طنایی مطابق شکل ۲۶-۹

پس دور چرخ پیچیده شده است. شما چرخ ۲۶-۹ است و استلاک محور ناچیز فرمان میشود. عمان دیفرانسیل چرخ 7° (a) است. (b) زاویه ای چرخ را حساب کنید. (b) کار انجام شده را وقتی (c) مرگار طنایی اندور چرخ بازشود حساب کنید. (c) مرگار

مطابق شکل ۲۶-۹ (b) در ۰.۱ پوندی با انتهای طنای آویزان شود. شتاب زاویه ای چرخ را حساب کنید. چرا جواب مثله در این حالت ناجواب حالت (a) یکن لست؟

۲۵-۹ چرخی بحرم 15kgm و بقطر 1m محور ناچیز فرمان مذکور آن متناسب است. مسافتی که بر طنای آویزان میگردید اندور چرخ، چرخ، استوانه ای توپ است. بر محیط چرخ طنایی پیچیده شده با انتهای آزاد طنای 3kg کیلو گرمی آویزان است. (a) درینج تابه وزنه چند پالین میگیرد؟ (b) کشن موز بر طنای چه اندازه نردنی بر چرخ وارد میشود.

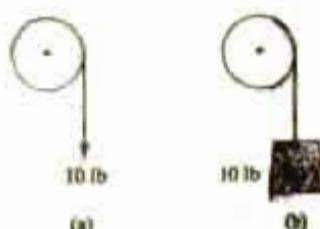
۲۶-۹ سطل آبی بحرم 30kgm طنایی که بندو چرخ پیچیده شده است آویزان است. قطر چرخ 2cm و بحرم آن 30kgm و شکل آن استوانه کامل است. سطل را ازحال سکون دعا میکنیم بسته سقوط میکند. (a) کشن موز بر طنای را در هنگام سقوط حساب کنید. (b) یا چه سرعان سطل با انتهای فاصله 20m میرسد. (c) زمان سقوط را حساب کنید. آزادن طنای سرعت نشتر شود.

۲۷-۹ یک وزنه 8kg کیلو گرمی روی سطح افقی بدون استلاک قراردارد و بطایی که اندوی قرقماهی بهور میکند بسته شده است. با انتهایی بر طنای آویزان دیگر و آویزان است. قطر چرخ 15cm است. دستگاه را بدون سرت اویله دعا میکنیم و حال استعفی میکنیم که وزنه پس از دوتایه 5m سقوط میکند. (a) مان دیفرانسیل چرخ چه اندازه است؟ (b)

کشن موز بر طنای چه اندازه است؟ m/sec^2

۲۸-۹ در شکل ۲۷-۹ یک ماشین آتودری فاقد است.

شده است. شتاب خطی دو وزنه A و B و شتاب زاویه ای چرخ (c) دیگر کشن موز بر طنای را در حالات دیگر حساب کنید. (a) سطح جانبی قرقمه بدون استلاک است. (b) طنای روی سطح جانبی قرقمه نمیگزد. جرم وزنهای A و B را پر تریب 2kgm و 4kgm



شکل ۲۶-۹



شکل ۲۷-۹

و مان دینرسی چرخ را $4 \text{ kgm} = 10 \text{ m/sec}^2$ فرم کنید. ۴-۹ شما چرخ ۱۵cm است، چرخ پیچیده شده و بانهای آزاد آن نیروی 5 N وارد میشود ملاحتله میشود که درجهار تابعه متر طناب از دور چرخ باز میشود. (a) شتاب زاویه ای چرخ. (b) سرعت زاویه ای چرخ را درجهارهای چهار تابعه. (c) افرزی جنبش چرخ در این لحظه و (d) مان دینرسی چرخ را حساب کنید.

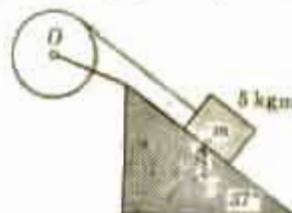
۴-۱۰ میله میله وصلی بطول 100 cm میتواند حول محوری که از يك انتهای آن میگذرد چرخد. بانهای دیگر آن وزنهای بحرم 50 gm دصل است. میله در مطلع قائم حول محور دوران میگذرد. وقتی زاویه میله با خط قائم 53° است سرعت وزنه در اندادهای مسیر 400 cm/sec است. در اینحال (a) وزنهای قائم و افق سرعت را بدست آورید. (b) شتاب مانس آن و (c) شتاب شماعن حسم. (d) شتاب مانس آن و (e) کشن با تراکم موتور بر میله را حساب کنید.

۴-۱۱ (a) گشتاور تولید شده در محور موتور هوپیمانی را که توان آن 2000 hp و دور آن 2400 دور در دقیقه است پیدا کنید (b) هر گاه چرخ بقطر 18 in بر محور این موتور سوار شده باشد وطنایی بدور آن پیچیده وزنهای را بالابردا خواکن و وزنه چقدر باید باشد تا موتور بتواند آنرا بالابردا. (c) این جسم با چه سرعایی بالا میرود

۴-۱۲ جسم بحرم $m = 5 \text{ kgm}$ روی مطلع شیبداری پیش بـ 37° مطابق شکل ۲۸-۹ میتواند بلندرد. مرتب املاک لرزشی سطح 25 cm است. این جسم به طنایی منسل است و طناب بدور چرخ که بر بالای مطلع سوار است پیچیده شده است. جرم چرخ $M = 20 \text{ kgm}$ شتاب خارجی آن $R = 2 \text{ m} = 0.2 \text{ m}$ است. زیرا سیون آن ثابت به محور 1 m است. (a) شتاب حسم را وقتی پهابین میلندرد حساب کنید. (b) کشن در طناب چه اندازه است.



شکل ۲۹-۹



شکل ۳۰-۹

۴-۱۳ مطابق شکل ۲۹-۹ جسم بحرم m به طنایی آویزان است وابن طناب بدور چرخ کوچکی بشماع ۲ پیچیده شده است. وقتی دستگاه را بدون سرعت اولیه رها کنیم

درینج تابه 175cm سقوط میکند. مماندیلرس چرخ را بر حسب $m = 2$ بست آورید.

۳۶-۹ قوس بحرم m و شعاع R حول محور لقق که از مرکز آن میگذرد میتواند پیچ خد. جسمی بحرم m بشهای از محیط این چرخ وصل است. وقتی جسم اخیر الداگر پراشتهای قلل افقی چرخ قرارداد آنرا بدون سرعت اولیه دعا میکنیم. سرعت زاویهای این جسم را وقتی ازباین ترتیب نهضه عبور میکند بست آورید.

۳۵-۹ چرخ لنگریک موتور بترتیب پایه پتواند وقتی از دور 400 در دقیقه به دور 540 در دقیقه میرسد $\ddot{\theta} = 400$ آن ریزی آزاد است. مماندیلرس آن چقدر است.

۳۶-۹ چرخ لنگریک منکه دارای مماندیلرس 3slugft است و در هر دقیقه 300 دور میزند. (a) هر گاه برای هر باره منکه کردن 4500N کار لازم باشد. مازاد هر باره منکه کردن چند دور در دقیقه از دور چرخ کم میشود. (b) هر گاه قرار این باشد که افزایی لازم برای هر منکله کردن را در یک ثابه مان بس دهد تو ان لازم خواهد است

۳۷-۹ چرخ لنگریک موتووی 220kgm 200rev/min دارد و شعاع تیراپهون 60cm است. موتوو گشتاور تابه $m = 180$ نولید میکند و چرخ لنگر احوال مسكون تروع پیچ خد میشاید. (a) شتاب زاویهای چرخ لنگر. (b) سرعت زاویهای آن بس از جهار دور و (c) کار موتوو را در چهار دور اول سایه کنید.

۳۸-۹ در مجهدهای بوتنه شده که در زوییح سوس نوعی اتوبوس ساخته شده است که افزایی لازم برای حرکت آنرا قبل از چرخ لنگری ذخیره میکند و هنگامی که دور چرخ لنگر کم شد در اینگاه های معین مان افزایی داده آنرا برازی اندانند. (a) لایس موتوو الکتریکی. (b) فرم کنید چرخ لنگر مذکور استوانهای بحر $m = 1000\text{kgm}$ 100cm سرعت زاویهای اگزیم 3700rev/min باشد (a) در این سرعت زاویهای افزایی ذخیره شده در چرخ لنگر چه اندانند (b) هر گاه تو ان متوجه لازم برای حرکت اتوبوس 25h.p باشد چرخ لنگر مذکور تابه مدتی میتواند اتوبوس را برد نباشد.



شکل ۳۸-۹

۳۹-۹ چرخ خلی پیشکل استواره کارل بنماع $m = 25\text{kgm}$ در 5cm دور دارد. سرعت زاویهای احوال مسكون (a) سرعت زاویهای 300 دور در دقیقه میرساند. (b) افزایی چه گشتاوری برای اینکار لازم است. (b) افزایی حلپشی چرخ وقتی 200 دور در دقیقه میرساند است.

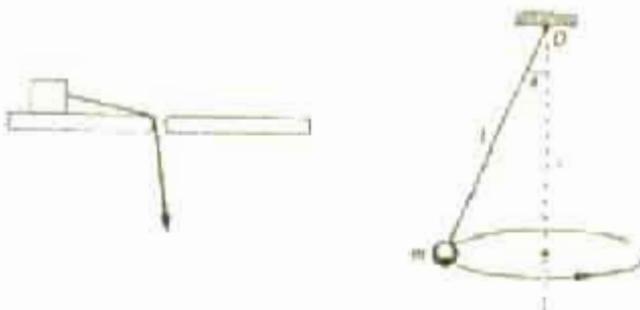
۴۰-۹ چرخ انگر موتوو دارای مماندیلرس $m = 20\text{slugft}$ است. (a) چه گشتاوری میتواند

درجه نایه دورانی چرخ را از صفر به 90° در دردست برساند و (b) از زمین جنبشی انتقامی ن-جه اندامه است؟

۴۱-۹ مدل دن هریک اندورنه A و B شکل ۳۱-۹ برای 50-gm است و با سرعت زاویه‌ای ω/sec بدور محور قائم درگردش هستند. فاصله آنها از محور دردست مذکور 15cm است. طبق (c) رایر ون دو پالین میکنیم هلوپریکه فاصله گلوله‌ها از محور ۵ سانتی‌متر شود. کار انجام نشده در این عمل چه اندامه است (شکل ۳۱-۹).

۴۲-۹ مطابق شکل ۳۱-۹ جسم بوزم m و بلایی بطول l آفیزان است و جسم بر محیط دایره‌ای در مطلع افقی عی چرخد مان‌سینتیک وزنه را نسبت به محور قائمی که از O بگذرد حساب کنید.

۴۳-۹ شخص روی سندلی دوری می‌کند و بیک جفت دیبل در دست دارد. فاصله دیبل از محور دوران 60-cm است و شخص با سرعت زاویه‌ای ω/sec حول محوری چرخد ماند. پرسش شخص نسبت به محور $\text{kgm} \cdot \text{m}^2$ است و تأثیر می‌نماید. m دیبلها هر یک 8kgm است و هریک داینرا یک نسله مادی فرض نمود. از اصلکا که از فنطر شود (a) مسان‌سینتیک دستگاه چه اندامه است؟ (b) سرعت زاویه‌ای دستگاه را پس از آنکه شخص دیبل هارا بناشد 40-cm از محور قرارداد بدمت آوردید. (c) از زمین جنبشی دستگاه را قابل ویندوز حاب‌جاتی دیبلها حساب کنید.



شکل ۳۱-۹

شکل ۳۱-۹

۴۴-۹ مطابق شکل ۳۲-۹ جسم بوزم 50-gm بسته شده را اندیای نیخ از سوراخ وسط منحصای هبود کرده است. جسم در فاصله 20-cm از محور با سرعت زاویه‌ای 2rad/sec چرخد. اصلکا ناجیز و سقطه افقی است. نیخ را آندر پالین میکنیم که شیع چرخش جسم 10-cm نود هر گله جسم را نسله مادی فرض نمود. (a) سرعت زاویه‌ای حدید (b) نیبر از زمین جنبشی جسم را حساب کنید.

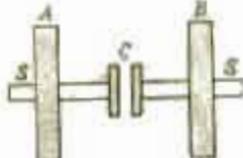
۴۵-۹ جسمی بهر 2 kgm مطابق شکل ۳۲-۹ روی سطحه افقی بدون اسکلاکی میچرخد و مثاباً که با آن مصل است از سوراخی که در سطح سطحه است عبور میکند. شماع دوران دراین 6 cm است و در این حال سرعت خطی دوران 3 m/sec است. نجف را پایان میکشید تا شماع دوران کم شود. هر گاه نقدت تحیط طناب 720 n باشد تاچه حد میتوان شماع دوران را تنزل داد.

۴۶-۹ مطابق شکل ۳۲-۹ جسمی بهر M بر سطحه دوار افقی بفاصله r از محور

قرارداده. سطحه با سرعت زاویه‌ای (α) می‌چرخد. مثاباً که به جسم M مصل است از سوراخ وسط سطحه عبور کرده به جسم آویزان بهر m دست میخواهد. هر پیش اسکلاک بین M و تکیه گاه m است. حداکثر شماع r را طوری پیدا کنید که جسم نسبت به سطحه دوار (در فاصله این دو مقدار) ماند. این مقدار r را میتوان ساخت.

۴۷-۹ میله متشابهی به جرم 20 gm در سطحه افقی حول محوری که

از سطح میله عبور میکند میچرخد. دو جسم کوچک هر کدام بهر 2 gm در سطحه 5 cm از محور دوران محکم شده‌اند و مستکاه با سرعت زاویه‌ای 15 rev/min میچرخد. هر گاه دو جسم را آزاد کنیم تا تراکند بروی میله سرعت کت کنند یعنی اینکه تغیر دیگری در وضع میله ایجاد شود. (a) وقتی دو جسم بدانهای میله دستیدند سرعت زاویه‌ای آنها چقدر است؟ (b) پس از آنکه دو جسم از دو آنها میله بخارج شوند سرعت زاویه‌ای میله چه اندازه خواهد شد؟



شکل ۳۲-۹



شکل ۳۲-۹

۴۸-۹ سطحدوار حول محور افقی ثابتی در گردانه تاییدیکدار میچرخد. معاند پیشتر

72 kgm^2 است شعاعی بهر $1000 \text{ kgm} \times \text{m}^2$ است. هر گرم کیلو گرم که اینجا بر محور سطحه ایستاده است روی یکی از شماعهای سطحه شروع به حرکت میکند. وقتی شخص 2 m روی سرخی پیش رفت سرعت زاویه‌ای مستکاه چه اندازه است.

۴۹-۹ دو جرج مشابه A و B که حول محور SS میتوانند بچرخد با کلاچ C

(شکل ۳۴-۹) میتوانند بهم متصل با ازهم جداسوند. وقتی کلاچ آزاد است A پسرعت زاده و ب میز سد و سپس از گشناور مؤثر بر A قطع و کلاچ وصل نمیشود. از اینکه بسترها می فلتار میشود. عدد کلاچ ۲۵۰۰ تا ۲۷۰۰ ارتی بحرارت تبدیل میشود. ارتی جتیه اولیه A حفظ شده است.

۵۰-۹ شخص بوزن 72kgm بر محیط دواری به مساحت 3m^2 قرارداده و ممان دهنده است. پرخ نسبت به محور آن 2Nm و بدون استفاده از $m = 3600\text{kgm} \times \text{sec}$ میباشد. ابتدا جرخ پیش از ساکن هستند. اگر شخص با سرعت 2m/sec در 6m نسبت بزمین بر محیط جرخ حرکت کند. (a) جرخ با چه سرعت زاویه‌ای و درجه چشمی پیش خود. (b) پس از چند درجه نجر خشش شخص پهاپکاه اولیه خود را در صفحه بر عکس گردید. (c) پس از زاویه‌ای میتواند تا پهاپکاه اولیه خود نسبت بزمین بر گردید.

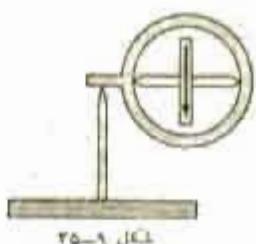
۵۹-۹ شخص بوزن $16 \cdot 1b$ بر محیط سفنه دواری که میتواند حول محور قائم یدون اسلالکن پیر خد بازرس است $500 \cdot 4ft$ در حرکت است. سفنه درجهت مخالف بازرس زاویه sec / rad دارد. میکند. شایع سفنه Aft و ممان دینرس آن $slug ft$ است. سرعت زاویه ای را وقتی شخص نسبت سفنه مانکن شده روی آن باشد پیدا کنید.

۵۲-۹ در چرخ مانند شکل ۳۴-۹ میتوانند کلاچ هم وصل یا از هم جدا شوند. ممان دندرسی چرخ چرخ A بر ارم $m^2 \cdot kgm$ است. وقتی کلاچ آزاد است A را به rev/min و B را $60 rev/min$ سایم. چرخ B ساکن است. کلاچ در آزادی مکثیم سرعت هر دو چرخ مساوی و برابر $40 rev/min$ میشود. (a) ممان دندرسی چرخ B چه اندازه است. (b) جمود قادر ارزی دواین عمل به گرما نباید میشود. اثر استاتیک محورها را ناچیز فرض کنید.

۵۳-۹ تیروسکوب یک کشته، ۵ تن جرم دارد. شماع تیراسیون آن $5ft$ است و با سرعت زاویه‌ای rev/min ۹۰ می‌چرخد. (a) باتوان 100 hp پس از چه مدت میتوان آنرا ازحال سکون به این سرعت رسانید. (b) چه گشتاوری لازم است تا در اثر آن حرکت انتقال محوری با سرعت زاویه یک دورچه بر ثانیه شروع شود.

۵۴-۹ جرم چرخ یک فرفره ۱۵۰ gm و معاند پنرس آن $150 \text{ gm} \cdot \text{cm}^2$ است
جرم قاب آن 20 gm است. وقتی فرفره افقی فرود میگیرد فاصله من کم تقل از قرار گاه
فرفره 4 cm است. محور در هر 4 cm نایه بکدوه میچر خد (حرکت افقی محور) (a) نیز وی
وارده از قرار گاه بر فرفره جدا نمایند. (b) سرعت زاویه‌ای حرکت وضعي فرفره را پیدا کنید
(بر حسب داده دقیقه). (a) دیگار گرام برداری معان سیتبک و گشتن از مؤخر بر جستگاه را

دسم کتب



۵۵-۹ ممان دینرسی چرخ جلو «و چرخ خدای نسبت پس محور چرخن 25 slug ft ، شماع آن 15 in و سرعت حرکت چرخ 20 ft/s است. هر گاموزن چرخ چرخ سوار حجم 1 lb باشد و هر گز تقلید امتداد افقی یک اینچ جایجا شود؛ چرخ جلورا باجه سرعت زاویه‌ای پھر کت در آورند تا مابع افتادن چرخ شود. (چرخ سوارها عمل میتوانند این مسئله را تجربه کرده تفایع محاسبه را عمل امتحان کنند).

۵۶-۹ روتوریک قبروسکب کوچک در مدت 2500 s ، ازحال سکون به 50000 rev/min میرسد. ممان دینرسی رولور 285 gm cm^2 است. (a) چنان زاویه‌ای را بفرم اینکه ثابت باشد حساب کنید. (b) گشناور لازم برای ابهاد این چنان جنبد است فرم کنید که اعداد فوق متخصمات قبروسکپی که در شکل ۲۲-۹ نشانده است باشد و روتور درجهت عقربه ساعت (وقتی ازست چپ محور X ها بآن نگاه کنیم) بچرخد، (c) اگر حلقه B را درجهت عقربه ساعت و پھر خانند محور سرکت وضعی درجهت عجهن میچرخد (از بالا در امتداد محور چهار چرخ نگاه میکنیم). (d) فرم کنید حلقهای A در جای خود محکم شوند. چه گشناوری در امتداد Y وارد شود تا سرعت زاویه‌ای حول این محور $\frac{1}{2} \text{ درجه ثانية}$ شود.

۵۷-۹ میتوان بازینگه دوسر خد یک قبروسکوب نماشی ساخت بدین ترتیب که سیم های سری بذوق بینگه می‌بینند و آنرا حول محوری که در حدود 10 in طول دارد بدوران آورند. هر گام شماع رینگ 20 in و جرم حلقة 1 lb و تمام جرم در محیط قرمل شود و چرخ در هر ثانیه 5 دور بچرخد هر دوی را که هر یک از دستها بر محور وارد می‌آورد در حالات (قبر حساب کنید) (a) محور ثابت است. (b) محور در سطح افقی با سرعت زاویه‌ای 200 rev/s میچرخد. (c) محور با سرعت زاویه‌ای 2 rev/mm در سطح افقی میچرخد. (d) باجه سرعت محور را در سطح افقی بگردانیم تا وقتی چرخ فقط برقیکی از دواتهای محور منکر باشد نیستند.

۵۸-۹ شخص دوی صندلی دواری نشسته و ممان دینرسی کل آنها 25 slug ft است. این مرد چرخ مذکور در مسئله ۵۷ وارد داشت. محور آنرا فائم نگاه میدارد

و بادست خود آنرا با سرعت زاویه‌ای 5 rev/sec می‌چرخاند. (نسبت پتانسیلی که آن بالا نگام نمی‌کند). (a) سرعت زاویه‌ای مرد در متنالی چقدر است. (b) مرد محور را چرخاننده به حال افقی درمی‌آورد سرعت زاویه‌ای مرد در متنالی چقدر می‌شود (c) انرژی جنبشی کل دو قسمت (a) چقدر است. (d) انرژی جنبش در قسمت (b) چه اندازه می‌شود. (e) چرا جوابهای (c) و (d) یکنی نیستند.

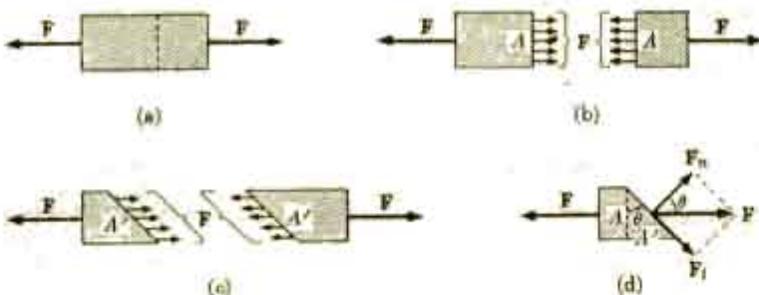
فصل دهم

الاستیزیتیه

۱-۱۰، تنش Stress

در فصول قبل اجسام را سلب فرض میکردیم. یعنی فرض براین بود که جسم تحت اثر نیروهای خارجی تغییر شکل نمیدهد. این فرض جنبه ریاضی دارد و الامر جسمی که کم و بیش تحت اثر نیرو و تغییر شکل محدود تغییر شکل با حجم حسنه تحت اثر نیروهای خارجی قرار دارد یه نیروهای بین ملکولی جسم بستگی دارد. متأسفانه اطلاعات ما درباره وضع ساختمان ملکولی اجسام و نیروهایی که ملکولها بر یکدیگر وارد میکنند کافی نیست.

مبخت فیزیک حالت جامد یا Solid state physics اینکه تعیین تحقیق اکثر دانشمندان است و دانش پژوهی دراین تعیین هر روز در حال افزایش است. اما بهر حال فعلاً نمیتوان، مثلاً قطمه مسی را تحت اثر نیروهای خارجی قرارداد و وضع آن را بر اساس نیروهای بین ملکولی مشخص نمود. دراین فصل ما از خواص که مستقیماً بكمک تجزیه شناخته میشوند بحث نموده یه تفسیر ملکولی آنها کاری نداریم.



شکل ۱-۱۰- (a) میله‌ای در دو حال کشش (b) کشش در مقطع عمود بر طول برای F/A است (c) و (d) کشش در مقطع عمود بردا میتوان به کشش قائم $\frac{F_s}{A}$ و کشش محاسن با زاویه θ تجزیه نمود.

شکل ۱-۱ (a) میله متواهی را نشان میدهد که سطح مقطع آن A است و دو نیروی مساوی و مخالف الحوت F بر طرفین آن اثر میکند. گویند میله در حال کشش است. مقطعی از جسم در قرار گیرید که بر طول آن عود باشد. این مقطع (شکل ۱-۱(b)) با تغییجین مشخص شده است. چون هر قسم از جسم بحال تension است، بخش سمت راست میله باید توسط قسمت چپ پابروی F کشیده شود و بالعکس. هر گاه مقطع انتخابی پذیرانهای میله زیادتر باشد تنش نیرو بر سطح مقطع A پهلو متواهی توزیع شود [شکل ۱-۱(b)] بنابر تعریف تنش S یا (Stress) در سطح مقطع عبارتست از نسبت نیروی F بر سطح A .

$$\text{Stress} = S = \frac{F}{A} \quad (1-10)$$

این تنش را تنش کشش یا tensile stress مینامند زیرا هر مقطع ، مقطع مجاور خود را میکشد . این تنش را تنش قالب یا normal stress نیز مینامند زیرا پابروی توزیع شده بر سطح عمود است. واجدهای تنش نیوتون بر مترمربع N/m^2 ، دین بر سانتیمترمربع dyne/cm^2 و دینستکله انگلیسی lbf/ft^2 (پوند بر فوت مربع) است . سهی مقطع دلخواهی بالمنداد نامشخص [شکل ۱-۱(a)] در قرار گیریم. پابروی F که هر یک از دوطرف سطح مقطع بر دیگری وارد میکند F است. اما در اینحال پابروی F بر سطح پرداخته شده است. هر گاه پابروی مؤثر بر تمام سطح را با یک بردار منفرد F نشان دهیم و آنرا نیز بر دار F نامایم (شکل ۱-۱(d)). نیوتوان این بردار را پد و مؤلفه F_n که عمود بر سطح A است و مؤلفه F_t که در سطح A قراردارد تجزیه نمود. تنش فرمال خارج قسمت F_n بر سطح A و تنش عمای خارج قسمت F_t بر A است که تنش پرشی مؤثر A نیز نامیده میشود .

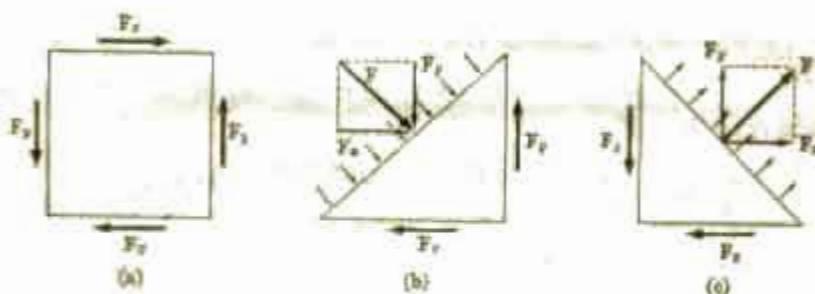
$$\frac{F_n}{A} = \text{تنش فرمال} \quad \frac{F_t}{A} = \text{تنش پرش} \quad (2-10)$$

تنش دامیتوان کمیت برداری ناییده زیرا برخلاف نیرو، نیتوان جهت مشخص برای آن تعیین نمود. پابروی مؤثر بر قسمی از جسم که دریکنفرم مقطع واقع است دارای امتداد وجهت مشخص است . تنش اولی کمیت فیزیکی است که ناسود ناییده میشود. وقتی نیروی از دوطرف رویدا خال بر میلادی وارد شود (شکل ۲-۱۰) گویند میله درحال تراکم است. در قسمت (b) تنش مؤثر بر مقطع آنکه چین نشانده شده است . این تنش زیر تنش فرمال است . زیرا هر قسمت ، قسمت دیگر را از خود میراند . مسلم است که اگر مقطع را در امتداد دلخواه فرض کنیم هم تنش پرش و هم تنش فرمال بر آن مؤثر است.



شكل ۲-۱۰: مطالعه در حال تنش

هر جسمی که سطح مقطع آن مربع است و مانند شکل ۲-۱۰ (a) تحت اثر نیروهای مساوی و مختلف الجهت (زوج ما) F_x و F_y قرار دارد قانونه بگری از احتمام تحت اثر تنش میباشد.



شكل ۲-۱۱: (a) مسأ علت اثیر ریزی، (b) ماتخیر مقطع قطعی در نسبت (b) نسبت تنش فراهمی و نش مطالع طولی در نسبت (c) مطالع تنش است

جسم و زیر هر قسمت دلخواه که از آن اختیار شود در حال تعادل است. بنابراین برآیند نیروهای مؤثر بر مقطع قطعی که در شکل ۳-۱۰ (b) نشان داده شده است که مؤلفه های آن F_x و F_y میباشد. لذا تنش مؤثر براین مقطع فقط تراکمی است در حالیکه تنش مؤثر بر مقطع قالم، هم تراکمی و عدم برتری است. در مقطع شکل ۳-۱۰ (c) تنش مؤثر بر مقطع قطعی نقطه کشش است.

حالی داده و تلقیر کرید که تحت اثر فشار خارجی است. سیال بمحضن اطلاق میشود که بتواند جریان یابد. بنابراین مایمیات و گازها سیال هستند هر کام تنش برتری بر سایر اوارد شود، سیال در این تنش باید شده باشد. با اینکاف بر میدارد، پس وقتی سیالی در حال تعادل است، تنش برتری دو همه نقاط سیال برای صفر است. در شکل ۳-۱۰ (c) سیال نشان داده شده است که درون سپلندیدی قرار دارد و پیشتنی بر روی آن قرار گرفته است. بر پیشتنی بر روی از بالا به یائین وارد میشود. درون آن قسمتی از سیال بشکل یاک گسوه (اختیار ملک القاعدهای که سطح قاعده آن مثلث قائم الزاویه است) مقرر من است. هر کام وزن سیال

ناظریز فرض شود نیروهای مؤثر بر آن فقط تبروکانی است که از طرف سیال خارجی بر آن وارد میشود، چون برگوه مذکور تنش برشی (عماقی) دارد نمیشود؛ نیروهای خارجی مؤثر بر هر یک از وجوه، باید بر آن عوض باشند، فرض کنیم F_x و F_y سه نیروی مؤثر بر سه وجه جانبی باشند. چون سیال بحال تعادل است میتوان نوشت:

$$F \sin \theta = F_x, \quad F \cos \theta = F_y$$

همچنین:

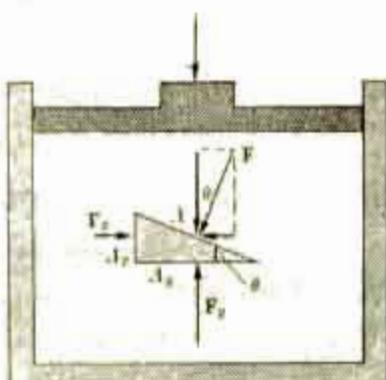
$$A \sin \theta = A_x, \quad A \cos \theta = A_y$$

از تقسیم روابط بالا بر یکدیگر نتیجه میشود:

$$\frac{F}{A} = \frac{F_x}{A_x} = \frac{F_y}{A_y}$$

یعنی نیروی مؤثر بر واحد سطح، صرفاً نظر از امتداد قرار گرفتن سطح، مقداریست ثابت و همیشه تراکمی است. هر یک از نسبت‌های بالا را فشار هیدرولاستاتیکی درون سیال نامیده آنرا با p نشان می‌دهیم. دراینصورت داریم:

$$p = \frac{F}{A}, \quad F = p \cdot A \quad (3-10)$$



شکل ۳-۱۰-۴. مثالی که نشان فشار هیدرولاستاتیکی است. بیردی، مؤثر بر هر چهار یار آن عوض است.

واحدهای فشار نیوتون بر مترمربع n/m^2 ، دینن بر مترمربع $dyne/cm^2$ و پوند بر قوت مربع lb/ft^2 است فشار نیز مانند اثراخ نش کمیت برداری نیست و جهت اثر آن مشخص و معین نمیباشد، نیروی واردہ بر هرسطح درون سیال (یا مطلع مردمی)

سأکن که تحت اثر قیاد هیدروستاتیک پاکد بر آن سطح عمود است و تابع امتداد فراز گرفتن سطح نیست . این بیان ظلیر بیان ذیر است . «قیاد درون پاکسیال درجه هیات یکان است» . تنش در داخل پات جامد نیز ظلیر قیاد هیدروستاتیک است پشت آنکه تنش موقت بر سطح خارجی آن در تمام نشاط یکان باشد یعنی نیروی وارد و روبروی واحد سماح در تمام نشاط سطح خارجی یکان توزیع شده و بر آن عمود ورودی داخل امتداد داشته باشد . در شکل ۴-۱ که شکل بر روی طرف جسم نیرو وارد میشود وضع چنین نیست . ولی هر گاه حجم جامدی درون سیال فراز گیرد وضع آن کاملاً شیوه وضع سیال است .

٤-٩ ، تغییر بعد نسی Strain

تغییر بعد نسی به تغییر ابعاد و شکل حسمی که تحت اثر تنش فراز دارد اطلاق میشود . هن نوع تنش تغییر بعد نسی ظلیر خود را ایجاد میکند .



شکل ۴-۹-۱ : تغییر بعد نسی خوبی مبارکت
از بسته ۴-۱

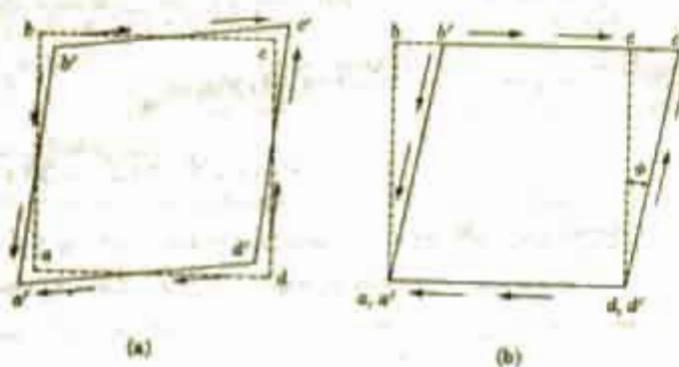
در شکل ۴-۵ میله ای نشان داده شده که طول اولیه آن L است و درازد و نیروی مساوی و مختلف الجهت که بر طرفین آن وارد میشود طول آن به $L + \Delta L$ افزایش مییابد . مسلمًا افزایش طول فقط منحصر به دو انتها نیست بلکه تمام اجزاء مییابد .

فقط عبارت از تنش افزایش طول بطول اولیه است یعنی :

$$\frac{L - L_0}{L_0} = \text{افزایش نسی طول} = \text{تغییر نسی کشش} \quad (4-10)$$

کاهش طول نسی یا compressive strain نیز به عنوان طریق تعریف میشود یعنی عبارت از نسبت کاهش طول جسم به نشان داده شده است .

در شکل ۴-۱۰ (a) نحوه تغییر شکل جسم در اثر تنش برش نشان داده شده است . نحوه افزایش تنش قیلا در شکل ۴-۱ نشان داده شده است مریع نقطه چین abed جسم را در حالتی که تنش بر آن مؤثر نبوده $a'd'b'e'$ شکل جسم را پس از تأثیر تنش نشان میدهد . در قسمت (a) مرکز جسم در حال آزاد بود که آن پس از تأثیر تنش متفاوت است . در قسمت (b) ملخ ad و ملخ $a'd$ بر روی پیکنیکر فراز دارند . طول اصلاح در اثر تنش برش تغییر محسوس نداده در حالیکه طواهای موادی قظر bd کاهش ده از قدر ac افزایش مییابد . باید توجه داشت که این تغییر طولها در سودمن ایجاد میشود که تنش داخلی مناسب (مثل آنچه در شکل ۴-۱ نشان داده شده است) بر جم وارد شود . این نوع تغییر

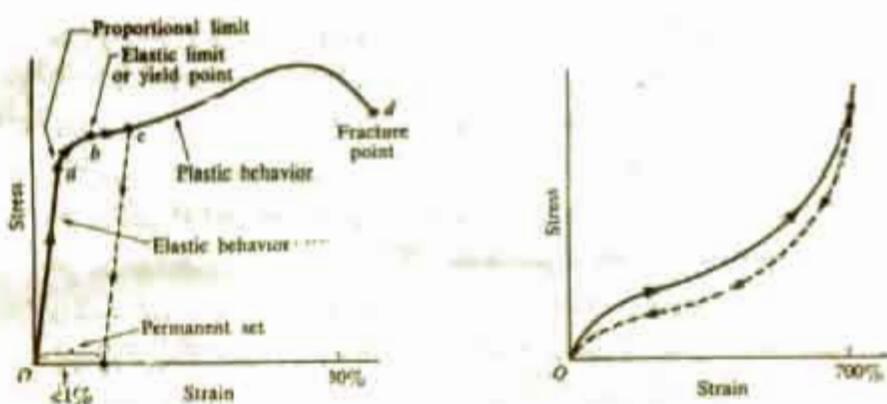


شکل ۱-۹: تغییر نکال حسن که تحت اثر بارگذاری می‌نماید برای محاسبه تأثیرات زاویه Φ

بعد را تغییر بعد برشی یا shearing strain مینامند و برای برآورده شدن تأثیرات زاویه Φ ، چون $\frac{d}{l}$ زاویهای پسیار کوچک است میتوان تأثیرات Φ را با اندازه Φ بر حسب دادهای پسیار گرفت.

$$\text{تغییر بعد برشی} = \tan \Phi = \Phi \quad (10-5)$$

تغییر بعد برشی تغییر سایر انواع تغییر بعد، عددی است مطلق.



شکل ۱-۱۰: منحنی تغییرات stress-strain

برای فلزی که قابلیت مقنول شدن دارد.

شکل ۱-۱۰: منحنی تغییرات stress-strain

برای لامبلاک، هیترزیس پایه ساختار استنکی

متوجه میشود.

تغییر حجم حاصل از فشار عیند روستاییکی را که volume strain نامیده میشود

عبارت است از تسبیت تغییر حجم اولیه ΔV بحجم اولیه V_0 که عددی است متعلق :

$$\text{volume strain} = \frac{\Delta V}{V_0} \quad (10-6)$$

۳-۱۰ ، الاستوسيته و پلاستوسيته

رابطه بین هر سه نوع تنش یا تغییر بعدهای نسبی شلبر، در رشته‌ای از فریز بنا نموده است. strength of materials را بر عهده دارد. هر گاه منحنی stress-strain احجام مختلف رسم شود دیده می‌شود که بر حسب نوع جسم، تمام منحنی‌ها بدو یا سه گروه، متابه کنیم می‌شود. دو گروه از احجام یعنی فلزات و مواد لاستیکی در علوم و صنایع امر و دری نقش اساسی دارند.

حقن دفلزات لیزریتوان دسته‌های فرعی متفاوت پیدا کرد. در شکل ۳-۱۷ منحنی stress-strain را برای فلزی که قابلیت مقاومت شدید دارد، در شکل ۳-۱۸ منحنی کردند. تنش فقط کمی، و تغییر بیش از ۵٪ افزایش طول دارد. در قسمت اول منحنی (که افزایش نسبی طول در حدود ۱٪ است) تنش و افزایش طول متناسب است (تا نقطه a دری منحنی) این قسمت را متناظر تنش proportional limit می‌نامند.

تناسب افزایش نسبی طول و تنش را (در متناظر تنش) قانون هوک مینامند. در فاصله b/a بین تغییر طول نسبی strain و تنش تنش و خوده ندارد ولی هر گاه از تنش a کم کنند دوباره طول جسم بوضع قبل بر می‌گردند. در این متناظر سه را انتبه و نقطه b را حد الاستیک یا elastic limit و با نشانه تسلیم yield point مینامند.

هر گاه تنش از حد مذکور بالاتر رود افزایش نسبی طول اسریع نموده و چنانچه، در را از دویچیم بردارند بطول اولیه بر می‌گردند. سپس بر گشت، انشاء چیزی است که در شکل ۳-۱۷ نشان داده شده است. وقتی تنش مذکور بیش از طول اولیه است گونیم جسم افزایش طول دائمی پیدا کرده است. هر گاه تنش را باز هم زدند کنیم افزایش طول نسبی بازهم بیشتر می‌شود تا در نقطه d جسم کشته می‌شود Fracture point در فاصله bd جسم خاصیت پلاستیکی دارد. در این فاصله، سطوحی که تنش برشی مؤثر بر آنها مانگریم است روی هم می‌افزند. هر گاه تغییر شکل پلاستیکی در فاصله حد الاستیکیه وحد انتقال در فلزی زیاد باشد قلن را قابل تورق یا ductile نامند، (این خاصیت را قابلیت مقاومت شدن لیزری مینامند). هر گاه رساند از این انتقال، جسم خیلی زود بعد انتقال برسد جسم را شکننده brittle مینامند.

در شکل ۳-۱۸ منحنی stress-strain برای نمونه‌ای از الاستیک که طول آن تا عفت

برابر افزایش پافته است نشان میدهد. در این منحنی منطقه تاب و وجود ندارد یعنی هیچگاه تنش و افزایش طول نمی‌باشد مناسب نیستند. یعنی خاصیت الاستیکی در اینجا این است که جسم پس از قطع اثر تنش بطول اولیه باز می‌گردد. وقتی تنش را بتدویج کاهش دهیم منحنی برگشت روی منحنی اولیه نیست و منحنی نقطه جین شکل ۸-۱۰ است. عدم اطباق این دو منحنی بر یکدیگر بعلت وجود هیسترزیس با پس‌ماکد الاستیکی است.

(elastic hysteresis) بعد خواهیم دید که اجزاء فرماتیک بجز عکام مقناطیس‌شدن هیسترزیس مقناطیس دارند. میتوان نشان داد که سطح محدود درون منحنی هیسترزیس، بجهود مقناطیس دیجه در جسم الاستیک بر اثر ارتقای ذخیره شده درون جسم است. وجود خاصیت ارتجاعی در مواد الاستیک باعث می‌شود که از این مواد در حذف و مسنهای کردن حرکات ارتعاش استفاده شود. هر گاه قطعه الاستیکیین قسم لرزان یک مانع و مثلاً گفت باشد، در هر سیکل هیسترزیس الاستیک اتفاق نماید. امر تری ممکنیکی به ارتقای حرارتی تبدیل شده باعث پالا و قلن زمانی الاستیک می‌شود. در نتیجه فقط حریم از ارتقای ارتعاش به کف منتقل می‌شود.

۴-۳، مدول‌های الاستیکی

منطقه تاب در اجزاء قابل ارتجاع، در صفت و فیزیک دارای اهمیت خاصی است. نسبت تنش به تغییر بعدنسی دامبول الاستیکی مینامند. مدول الاستیکی تابع خواص جسم است. مفهوم قانون هوك را میتوان خلاصه نمود «یا این تراز حد ارتجاع، مدول الاستیکی یا که جسم مقداریست ثابت».

ایندا درباره تنش و تغییر بعدنسی (تراکمی یا کششی) بحث خود را شروع میکنیم. تحریک نشان میدهد که در یک جسم بازده مقدار معیش اورتنت، تغییر بعدنسی شخصی ایجاد می‌شود؛ خواه تنش تراکمی باشد و خواه کششی. بنابراین در یک جسم نسبت تنش کششی به افزایش طول نسیں برابر نسبت تنش تراکمی به کاهش طول نسیں است. این نسبت را مدول کششی یا مدول یوتک نایمه آسرا به $\frac{\text{تش تراکمی}}{\text{کاهش نسی طول}} = \frac{\text{تش کششی}}{\text{افزایش نسی طول}} = Y$

$$Y = \frac{F_n/A}{\Delta l/l} \quad (۷-۱-۱)$$

ویا:

$$Y = \frac{F_n/A}{\Delta l/l} \quad (۷-۱-۱)$$

جون تغییر طول تین عدد مطلق است ، واحد مدول الاستیسیت و واحد گشتنی که
است یعنی (غیر واحد فشار) خارج قسمت واحد غیر و بر واحد سطح است .
در جدول ۱-۱ مدلل های مختلف چند جسم بر حسب lb/in^2 و dynes/cm^2 ثبت شده است .

جدول ۱-۱ مدول تقریبی چند جسم

مدول حجمی		Moul برخی S		مدول بونک ۷		نام جسم	
lb/in^2	dynes/cm^2	lb/in^2	dynes/cm^2	lb/in^2	dynes/cm^2		
۵۰	۰/۷۰	۲/۴	۰/۲۴	۱۰	۰/۷۰	الومینیوم	
۸۷۵	۰/۶۱	۵/۱	۰/۲۲	۱۳	۰/۸۱	برونز	
۲۰	۱/۴	۴/۰	۰/۴۲	۱۴	۱/۱	س	
۵/۲	۰/۲۷	۲/۳	۰/۲۳	۷/۸	۰/۱۰۵	شبده	
۱۲	۱/۰	۱/۰	۰/۲۰	۱۳	۰/۹۱	آمن	
۱/۸	۰/۰۷۷	۰/۸	۰/۰۵۶	۲/۳	۰/۱۶	صر	
۳۲	۲/۹	۱۱	۰/۷۷	۳۰	۲/۱	نیکل	
۲۲	۱/۶	۱۲	۰/۸۴	۲۸	۲/۰	پولاد	
۲۹	۲/۰	۱۱	۰/۱۳	۵۱	۲/۲	انگستان	

نسبت گشتنی برخی به تغییر بعد از تنشی برخی را مدول برخی خوانند و آنرا با S نشان می دهند . این مدول را مدول سختی modulus of rigidity یا مدول پیچش torsion modulus خیلی می تامند .

$$S = \frac{\text{گشتنی برخی}}{\text{تغییر بعد از تنشی برخی}} = \frac{F/A}{\Phi} \quad (1-10)$$

برای تهم Φ بمشکل ۶-۱ مراجده شود . واحد مدول برخی تیز برآور نسبت واحد
پیچش بر واحد سطح است اندازه آن در اغلب اجسام سفت . مدول بونک گاه است مدولی که مردود

پاکاهش حجم دد اثر فشار هیدرولستیکی است مدول حجمی با Bulk modulus نامیده آن را به **B** نشان می‌دهند. داریم :

$$B = \frac{-P}{\Delta V / V} \quad (9-1)$$

علامت منفی باین دلیل است که افزایش P حتماً با کاهش حجم همراه است، یعنی وقتی P مثبت است ΔV منفی است. معمولاً در جداول بجای مدول حجم عکس آن را که ضریب تراکم یا Compressibility نامیده می‌شود ثبت می‌گردد. بنابر تعریف داریم :

$$k = \frac{1}{B} = -\frac{\Delta V}{P V} \quad (10-1)$$

جدول ۱۰

ضریب تراکم مایعات

ضریب تراکم k			نام مایع
atm^{-1}	$(\text{lb/in}^2)^{-1}$	$(\text{N/m}^2)^{-1}$	
6.6×10^{-9}	4.5×10^{-7}	6.4×10^{-11}	مولنور کربن
۱۱۵	۷۸	۱۱۰	الکل اتیلیک
۲۲	۱۵	۲۸	گلیسرین
۳/۸	۲/۶	۳/۷	چبوه
۵+	۲۴	۴۹	آب

نسبت $\Delta V / V$ تغییر حجم نسبی است. لذا میتوان ضریب تراکم را تغییرات نسبی حجم بازده فشار واحد دانست.

واحدهای مدول حجمی را بنابر فرمول $-1 = -k$ میتوان تعریف کرد. نتیجه میشود که واحدهای مدول بزرگ با واحدهای قدر و بزرگ بکی است. بنابر فرمول $-1 = -k$ واحد ضریب تراکم عکس واحد قدر است : در جداول فشار را معمولاً بر حسب واحد آمسفر ثبت می‌کنند.

(یک آتمسفر برابر با $14.7 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$ است) . بنابر واحده سریع تراکم عکس آتمسفر با 1 atm است . وقتی میگوئیم ضرب تراکم آب $= 10 \times 5 = 50$ برآتمسفر است بدین معنی است که بازاه هر آتمسفر که بر فشار آب افزوده شود حجم آن باندازه ۵۰ میلیون بیم حجم اولیه کاهش میباشد . در جدول ۳-۱۰ دو اصطلاح بین انواع مختلف تش و تغییر بعد و مدل‌های لاستیکی تبت شده است .

جدول ۳-۱۰

تش و تغییر بعد

نام مدل	مدول الاستیکی	تغییر بعد نسبی	تش	نوع تش
مدول یونگ	$Y = \frac{F_n/A}{\Delta l/l_0}$	$\frac{\Delta l}{l_0}$	$\frac{F_n}{A}$	کلتش
	$Y = \frac{F_n/A}{\Delta l/l_0}$	$\frac{\Delta l}{l_0}$	$\frac{F_n}{A}$	تراکمی
مدول برشی	$S = \frac{F_n/A}{\phi}$	$\tan\phi = \phi$	$\frac{F_n}{A}$	برشی
مدول حجمی	$B = -\frac{p}{\Delta V/V_0}$	$\frac{\Delta V}{V_0}$	$p \left(= \frac{F_n}{A} \right)$	قدار هیدروستاتیکی

مثال ۱ - در تجربه ای ، پرای اندانه گردی مدل یونگ پاری یونگ 1000 lb/in^2 بیم فولادی بطول 8ft و بسطح منطبق 10.25 in^2 آذیزان میکنیم . طول آن 12 in افزایش میباشد . تش و تغییر بعد نسبی مدل یونگ فولاد مذکور را حساب کنید :

$$\text{تش} = \frac{F_n}{A} = \frac{1000}{10.25} = 400 \text{ lb/in}^2$$

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \frac{F}{A} = \frac{1000}{8} = 0.00125$$

$$y = \frac{\text{تنش}}{\text{افزایش طول نسبی}} = \frac{40000}{0.00125} = 32 \times 10^6 \text{ lb/in}^2$$

مثال ۳- قرض کنید حسنه که در شکل ۶-۱۰ نشان داده شده ورودی از برینج بشکل مربع با ضلاع ۲ft و پیچامت $\frac{1}{4}$ باشد. چه تیروی F بر هر یک از گوشها اثر گند تا تغییر بعد cc شکل ۶-۱(b) برای in شود. مذکول برشی 10^6 lb/in^2 است.

تش برش در هر گوشه برابر است با :

$$\frac{F_t}{A} = \frac{F}{22 \times \frac{1}{4}} = \frac{F}{2} \frac{\text{lb}}{\text{in}^2}$$

تفویض بعد برشی بخوبی است از :

$$= \tan \Phi \times \frac{1+1}{\sqrt{3}} = 4/17 \times 10^{-2}$$

$$S = \frac{\text{تنش}}{\text{تغییر بعد نسبی}} \text{ مذکول برشی}$$

$$5 \times 10^6 = \frac{F/8}{4/17 \times 10^{-2}}$$

$$F = 12500 \text{ lb}$$

مثال ۴- سهم دو قطبی در یک متگله آبی (پرس هیدرولیک) ۵ft³ است. هر گاه بر آن فشار 200 lb/in^2 وارد شود کاشن سهم آن را پیدا کنید. ضریب تراکم دوفن 1.0×10^{-4} بر آتسفر است. باز از فشار یک آتسفر 20 میلیونیم سهم کاشن می‌باشد چون 200 lb/in^2 برای 136 atm است. پس $222 = 20 \times 136$ میلیونیم سهم کل کاشن می‌باشد. چون سهم اولیه 5 ft^3 است کاشن سهم کل برابر است با :

$$\frac{2720}{1000000} \times 5 \text{ ft}^3 = 0.00126 \text{ ft}^3 = 22/5 \text{ in}^3$$

از فرمول ۱۰-۱۰ نتیجه می‌شود :

$$\Delta V = -kV_p = -20 \times 10^{-3} \text{ atm}^{-1} \times 5 \text{ ft}^3 \times 136 \text{ atm}$$

$$= -0.136 \text{ ft}^3$$

۵-۱۰، ضریب سختی یا Force constant

ندوشهای مختلف الاستیکن که معرف خواص الاستیکن اجسام است مستقیماً نمیتواند معین کشید که مثلاً یک میله باقی رک آزماده مشخص ساخته شده تحت اثر نیروی معین چندان افزایش طول می‌باشد. هرگاه F را از فرمول ۷-۶۰ محاسبه کنیم خواهیم داشت :

$$F = \frac{YA}{l} \Delta l$$

هرگاه بخای $\frac{YA}{l}$ ضریب نایت k قرار دهیم و بخای Δl تغییر طول را به x نمایش دهیم خواهیم داشت :

$$F = kx$$

بعادتر دیگر افزایش طول جسمی که تحت تأثیر نیروی قرارداده F نسبت به طول اولیه آن در حالت آزاد) متناسب با نیروی قارده بر حسب است. قانون هوک از اول پانسون در بیان شده است نه بر حسب قشنگی و غیره.

وقتی فن مارپیچی را از دو طرف بشکیم در مقاطع میین که فن از آن ساخته شده است قشنگی بوجود می‌آید ولی معداً کمیتوان بدون اوجه باین مطلب فرمول $F = kx$ را برای ازدیاد طول فن نوشت. k نامی اندیول برخی، سطح مقاطع شعاع جمله‌های فن و غیره است.

ضریب k و انتہای نیرو و به تغییر طول را ضریب نایت نیرو یا Stiffness ضریب سختی ساخته شده آنرا بر حسب بوند برقوت یا تیروتون بر متر یا دین بر ساخته شدن بیان می‌کند. این ضریب در عمل برای برخی ایجاد کننده است که پتوانند تغییر طول واحد را در طول جسم ایجاد کنند.

مسئل

- ۱-۱۰ سیمی فولادی بطول 10 ft و سطح مقطع in^2 است. هر کام نیروی 2500 lb بر آن وارد شود. افزایش طول سیماید. مدول یونگ فولاد را بدست آورید.
- ۲-۱۰ حد از تجاع فولاد $\frac{lb}{in^2} \dots 40$ است. هر کام آسانسور یک بار 400 lb پسمی فولادی آویزان باشد که سطح مقطع آن in^2 است. حداکثر شتابی را که آسانسور میتواند داشته باشد پیدا کنید. تنش نایاب از $\frac{1}{2}$ حد از تجاع پیشتر باشد.

تغییر طول بر حساب	تغییر طول بر حساب
باد بر حسب	باد بر حسب
باد	in
-	$2/12$
۲	$2/12$
۴	$2/16$
۶	$2/18$
۸	$2/20$
۱۰	$2/22$
۱۲	$2/24$
۱۴	$2/25$

۳-۱۰ سیمی می چنلو 16 فوت و بیضی 0.36 in^2 مورد آزمایش زیر قرار گرفته است. ایندا با 51 lb یک آویزان و تندیجه آهارا زیاد کنیم افزایش طول همان مطابق آتجه در جسدول ثبت شده است بدست می آید. (a) متحلی تغییر طول را بر حساب آبرو دس کنید. بار را روی محور قائم و تغییر طول را روی محور افقی پیرید. (b) مدول یونگ را حساب کنید. (c) تنش در حد از تجاع چند است.

۴-۱۰ سیمی فولادی دارای مشخصات زیر است: طول 10 ft سطح مقطع in^2 مدول

یونگ lb/in^2 . مدول برشی lb/in^2 . حد از تجاع lb/in^2 . سیم در انداد قائم آویزان است. (a) بقدرت بار بار آویزان کنیم تا حد از تجاع برسد. (b) تحت این این تیر و تغییر طول سیم چه اندازه میشود. (c) حداکثر باری را که این سیم میتواند تحمل کند چه اندازه است؟

۵-۱۰ (a) حداکثر باری را که سیم آلمینومی بشرط 5 lb/in^2 اینچ میتوان آویزان کرد چه اندازه است؟ بشرط آنکه تنش از حد از تجاع 1400 lb/in^2 خارج نشود.

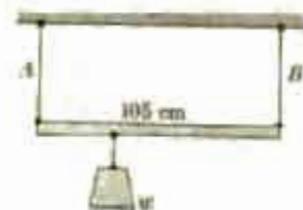
(b) هر گاه طول اولیه سهم ۲۰ cm باشد از دیداد طول آنرا حساب کنید.
 ۷-۹۰ وزنه ۱۰ پوندی بسیعی فولادی بطول ۲ فوت و سطح مقطع 1 in^2 آوران است. پیشین این فلاته سیم فولادی دیگری با همین مشخصات که وزنه ۵ پوندی به آن آوران است بسته شده. (a) از دیداد طول نسبی د (b) از دیداد طول مطلق را بدست آورید.
 ۷-۹۱ وزنه ۱۶ کیلو گرم که بسیم فولادی بطول اولیه ۶ cm آوران است در سطح قائم بر محیط دائیره‌ای می‌چرخد. سرعت دائیره‌ای در این ترتیب نهان می‌باشد دودور پر تایه است. هر گاه سطح مقطع سهم ۵ میلی متر مردیم باشد از دیداد طول میم را در پیشین ترین نقطه مسیج بیندازید.

۸-۹۰ سهم انس بطول ۸ متر بدبانی سیم از فولاد بطول ۴ متر بست شده است. سطح مقطع هر یک آزاد سهم ۶۵ میلی متر مردیم است. هر گاه هر دو سهم تحت انحراف ۵۰° دافع شوند. (a) تیزی طول هر یک آزاد سهم و (b) انحراف پاشندیل دستگاه را حساب کنید.

۹-۹۰ سهم انس بطول ۳۰ cm و سطح مقطع ۳۲ میلی متر مردیم بدبانی سیم از فولاد بطول L و سطح مقطع $12/5$ میلی متر مردیم است. هر گاه کشش مؤثر بر این سیمهای (a) طول L را بدست آورید در صورتی که از دیداد طول هر دو سیم برابر باشد. (b) تنش در هر یک آزاد سهم چه اندازه است؟ (c) افزایش طول نسبی را در هر یک آزاد سهم حساب کنید.

۱۰-۹۰ طول میله ای 10.50 m و وزن آن

نایجیز است مطابق شکل ۹-۱۰ این مجهله بددیم
 قائم A و B که طول آنها مساوی است آوران
 است. سطح مقطع سهم A بث میلی متر مردیم و
 سطح مقطع سهم B ده میلی متر مردیم و مدول
 یونگک دسیم A برابر $1.1 \times 10^{12} \text{ dyne/cm}^2$



شکل ۹-۱۰

بدر سهم B $\frac{\text{dyne}}{\text{cm}^2}$ است. وزنه W را در کدام نقطه از میله آوران کنید تا (a).

تش در A و B مساوی شود. (b) افزایش طول نسبی هر دو مساوی شود.

۱۱-۹۰ بر مجهله آن بطول L . سطح مقطع A و مبدل یونگک Y بیروی F وارد می‌شود. تنش σ را بر حسب تغییر طول نسبی p بدست آورید. انحراف پتانسیلی زاکه دفعه واحد حجم از جسم ذیخواه می‌شود بر حسب σ p بدست آورید.

۱۲-۹۰ یکمک دستگاهی که در شکل ۱۰-۴ نشان داده شده است ضریب تراکم سهیم را اندازه می‌گیریم. عر گاه در اثر فشار پیش حجم سیلیندر زیاد شده روند پیچارج شد نکند، ضریب تراکم روند را بر حسب مقادیر ذیرین بدست آوردید آبروی F، جایگاهی پیش X، سطح پیش A حجم اولیه روند V_1 ، حجم اولیه سهیم V_2 ضریب تراکم روند k .

۱۳-۹۰ دو تسمه فلزی با جهات میخ پرچ که قدر هر تسمه 25lb است پرچ شده اند عر گاه تنش برشی میخ پرچ ها 1000lb/in^2 بشد چه باری به تسمه مذکور میتوان آربخت. فرض برایین است که هر میخ پرچ در بین بار را تحمل کند.

۱۴-۹۰ توده ویر آب اقیانوس را در عمق که فشار آن 32atm است حساب کنید.

لوده ویر آب اقیانوس در سطح درجه 10°C است.

۱۵-۹۰ ضریب تراکم پولاد را بر حسب معکوس آنسکر بدست آورده آنرا با ضریب تراکم آب مقایسه کنید. کدامیک بیشتر قابل تراکم هستند؟

۱۶-۹۰ برستون پولادی به قطر 25cm و باارتفاع 2m که بطور قائم قرار دارد بازد بورن $n = 100000$ وارد میشود. (a) تنش در میله چه اندازه است؟ (b) کامن طول نیمی میله چه اندازه است؟ (c) کامن طول کل چه اندازه است؟



شکل ۱۰-۱۱

۱۷-۹۰ برآورده فولادی باارتفاع 2m سازه 10°C وارد شده 25lb/in^2 ، علی

تراکم منی باشد، عر گاه فشار داخلی σ ، قدر خارجی باند، قدر خارجی چقدر است؟

۱۸-۹۰ بر میله ای سطح مقطع A دنبیروی مساوی و مختصات الجهت F وارد میشود (شکل ۱۰-۱۰) مقامی که با اعتماد قائم زاویه θ میسازد در تقاریگیریم. (a) تنش طولی آن چه اندازه است؟ (بر حسب F و A). (b) تنش برشی را بر حسب B و A و F بدست آورید.

(c) بازده چه مقدار θ تنش کششی ماکزیمم است؟ (d) بازده چه مقدار θ تنش برشی ماکزیمم است؟

۱۹-۹۰ فرض کنید جسم در شکل ۱۰-۳ نشان داده شده دارای مقطع مربع مستطیل شکل باشد (در اینحال $F_x \neq F_y$) است. (a) نشان دهید که تنش برشی در تمام وجهه جانبی پیگان است. (b) نشان دهید که در تمام مقابلی که بر صفحه تصویر عمود و با اینکی از وجوه جانبی زاویه 45° دارد، تنش فقط کششی با تراکمی است.

فصل پانزدهم

حرکت نوسانی

۱-۱۱، مقدمه

هر کاه جسمی نسبت پنجه میینی حرکت داشت و برعکش داشته باشد. حرکت آنرا ارتعاشی میلند. مادراین قلل نوع خاصی از ارتعاش را که حرکت نوسانی نامیده میشود جو در مطالعه قرار میدهیم، سرکت وزنهای که پاتهای طنای آوران باشد و بادامه کمدفت و آمد کند، حرکت وزنهای که بذر سارپیچی آوران باشد، و بنی سرکت پاندول ساخت را میتوان حرکت نوسانی فرض کرد. ارتعاش هوای درون سازهای لولایی و میم سازهای ذهنی یا نوسانی است و با ترکیب الانوسانه است. درظریه جنبشی ماده، فرض براین است که ملکولهای اجسام جامد در اطراف نقطه ثابتی تحریکاً حرکت نوسانی است. (با وجود اینکه این نوسانها دیده نمیشود دلائل قانع کننده ای بر صحت این فرض وجود دارد).

هر گامیوین در محیط منتشر شود کلیه ذرات محیط با حرکت نوسانی ماده و با ترکیب از چند حرکت نوسانی ماده دارند، در احوالج نورانی و رادیوئی نیز وضع اذمنین قرار است فقط بجزی ذرات مادی میدان الکتریکی و مغناطیسی است که ارتعاش میکند بالآخر شدت جرمیان و اختلاف پتانسیل جریان متناوب بیز دارای معادلاتی تغییر مادله نوسانی ذرات مادی میباشد، پس مطالعه در حرکت نوسانی اساساً هم مطالعه داده شده ذهابی ادبیات آینده تشکیل میشود.

۱۱-۲، نیروهای الاستیکی برگشتنی Elastic restoring Forces.

در فصل دهم دیدیم که وقتی شکل جسم در اثر نیروی خارجی تغییر کند (شرط آنکه از حد ارتعاش خارج نشود) نیرو و متناسب با تغییر ایجاد جسم است. تغییری که در جسم ایجاد میشود ممکن است افزایش طول، کاهش طول، خمش پیچش و غیره باشد. وقتی میگوییم نیرو،

عامل این تغییرات است ممکن است اثر نیرو یا اثر گفتار و یا فشار حاصل از نیرو این تغییرات را بوجود آورده باشد . در هر حال وقتی نقطه اثر نیرویی باندازه \propto تغییر مکان پیدا کرده تغییر شکلی (از هر نوع دلخواه) در حجم ایجاد گشته ، بنابر قانون حوك دائم :

$$F = kx$$

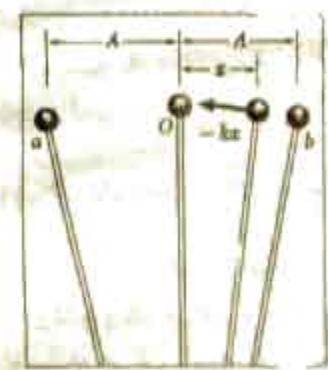
که در آن k ضریب تناسب و \propto تغییر مکان نیرو و اوضاع تعادل است . در فرمول فوق F نیروی وارد بر حجم قابل ارجاع است ، اما جسم قابل ارجاع نیز پس از گشیده شدن نیرویی بر حسنه که متصل بآن است وارد می‌شود . این نیرو را نیروی ارجاعی برگشته مینامیم . انداده این نیرو نیز برابر kx است .

۳-۱۱ ، تعاریف

فرم کنید مطابق شکل ۳-۱۱ یکطرف

تبیخ از مایدرون گیریم ایسته بطرف دیگر آن جسم وصل کنیم . هر گاه طول تبیخ از مسافتی زیاد و حابجاش انتهای آن بسیار کم باشد میتوان فرض کرد که جسم در امتداد خط مستقیم حرکت میکند از جرم تبیخ ازه سرفلت میشود .

هر گاه مطابق شکل جسم را باندازه A از وضع تعادل یکطرف داشت منحرف کرده و میس رها کنیم از طرف تبیخ ازه بر حجم نیروی الاستیک برگشته بطریقی وارد میشود . جسم درجهت تأثیر نیرو و دارای شتاب شده هرچه بوضع تعادل اولیه نزدیکتر شود سرعت آن افزایش می‌یابد . ادب تغییر سرعت بزمان (پوشش شتاب) ثابت نیست نیز نیروی F بتدربیح کافیست باقی در وضع تعادل O بضر مرسد .



شکل ۳-۱۱ . حرکت جسم در اثر نیروی ارجاعی برگشته

برای نیروی F بتدربیح کافیست باقی در وضع تعادل O بضر مرسد . در نقطه O نیرو صفر است ولی چون جسم دارای سرعت است ، از وضع تعادل عبور کرده حرکت خود را بطریقی ادامه می‌دهد . همینکه جسم از وضع تعادل منحرف شد نیروی الاستیک برگشته مجدداً بوجود می‌آید ولی این بازیجهت نیرو بطریق راست است ، لذا سرعت جسم تدریجاً کم شده در نهایت واقع درست چیز O بحال سکون درمی‌آید . و این رفت آمد مربنا نکر از میشود .

تجربه و تئوری نشان می‌دهد که حرکت جسم در قسمه $A \pm$ در دو طرف نقطه تعادل

اولیه سودت می‌گیرد و هر رفت و آمد در زمان میانی انجام میشود. هر گاه کاملاً از روی داد
بین ناشد پس از آنکه جسم دایکبار از وضع تعادل منحرف گشته برای همیشه ادامه خواهد یافت
چنان حركتی بشرطی امکان پذیر است که جسم تحت اثر نیروی الاستیکی گشته باشد و
امکالاً درین نباشد. این حركت ایده آلتی را در حركت نوسانی ساده SHM مینامند. هر حركتی
که دقواصل مساوی زمان تکرار حركت دوره ای یا پریودیک تأمین شود و هر گاه این
حركت روی مسیر معینی بخلو وعقب تکرار شود حركت را اسپلاسیون مینامند.

یک ارتعاش کامل یا یک اسپلاسیون کامل یعنی پلک رفت و پلک گشت کامل (از a به b و پس
از b و a) یا مثلاً از O به b و از b به O، سپس از O به a و بالآخره از a به T زمان لازم برای یک ارتعاش کامل را زمان تناوب تأمین آنرا به $T = \frac{2\pi}{\omega}$ نمایش میدهند

فرکانس یعنی تعداد ارتعاش در یک ثانیه. هر گاه فرکانس را به $f = \frac{1}{T}$ نشان دهیم خواهیم داشت:

$$f = \frac{1}{T}$$

 فاصله متحرک از وضع تعادل اولیه را بعد متحرک تأمین آنرا به Δx نمایش میدهند.
 دامنه A حداقل مقدار x است بنابر این حدود حركت بین $-A \leq x \leq +A$ محدود است.

۱۱-۴؛ معادلات حركت نوسانی ساده

اینک میخواهیم همانطور که در مورد سایر انواع حركت معادلات مسافت، سرعت و شتاب
را نوشیم برای حركت نوسانی تیزمعادلات بعد سرعت و شتاب را تدوییم. در اینحال نمیتوان
از معادله حركت باشتاب ثابت استفاده نمود زیرا شتاب تبدیلیجاً تغییر میکند.

شكل ۱۱-۲ جسم نوسان کننده شکل ۱۱-۱ را وقتی بعد آن x است نشان میدهد.
 نیروی مؤثر بر جسم، نیروی الاستیکی گشته kx است. بنابر قانون نیوتون داریم:

$$F = -kx = ma = mv \frac{dv}{dx}$$

هر گاه دوین و چهارمین جزء را مساوی هم قرار دهیم داریم:

$$m \frac{dv}{dx} + kx = 0 \quad (۱-۱)$$

واز آنجا خواهیم داشت:

$$\int mv dv + \int kx dx = 0$$

که پس از انتگرالسیون نتیجه میشود:

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = C_1 \quad (۴-۱۱)$$

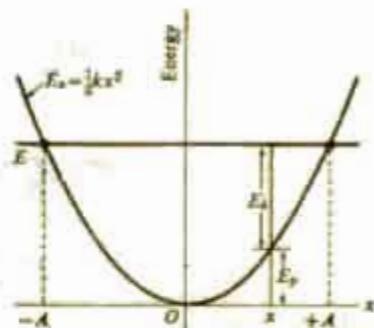
جمله اول سمت چپ، ارزی جنبشی جسم و جمله دوم، ارزی پتانسیل الاستیک است. فرمول ۴-۱۱ میتواند که مجموع ارزی جنبشی و پتانسیل جسم مقداریست ثابت و مقدار ثابت انتگرالسیون یعنی C_1 برابر ارزی کل E میباشد. (این نتیجه باین دلیل صحیح است که نیرو، ذخیره کننده ارزی است).

$$E + E_p = E$$

شکل ۴-۱۱ آنچه قبلاً فوق را بسادگی نشان میدهد. در این شکل ارزی بصورت تابعی از x رسم شده است. ابتدا ارزی پتانسیل $E_p = \frac{1}{2}kx^2$ را بصورت یک منحنی رسماً میکنیم. (این منحنی یک مهمن است). سپس یک خط افقی که ارتفاع آن با اندازه ارزی کل است رسماً کنیم. اولاً من بیینم که حرکت بین دو مقدار x و نقطه تقاطع خط و منحنی میتواند وجود داشته باشد. خارج از این حدود، حرکت ممکن نیست زیرا ارزی لازم برای جنبشی حرکت از ارزی کل بیشتر است. حرکت جسم نوسان کننده شیوه حرکت جسمی است که بر روی سبر بدون اسلک از منحنی ارزی، از ارتفاع E رفته شود. و حرکت بعلت وجود «جهنم ارزی پتانسیل» بوجود میآید.



شکل ۴-۱۱



شکل ۴-۱۱

هر گاه درحدودی از x که حرکت وجود دارد خط قائمی رسماً کنیم، منحنی آنرا بدوقسم تقسیم میکنند. پاره خط محدود بین محدودلاها و منحنی معرف مقدار ارزی که پتانسیل

جسم در وضیعت X و پاره خط محدود بین منحنی خط افقی بالائی (که نشان دهنده از تری کل است) مشخص کننده از تری جتیشی جسم در پعد X است. در دو نقطه تقاطع منحنی و خط از تری، کلا پتانسیل و دو نشانه وسط از تری کلا جتیشی است. قدم مطلق سرعت در نشانه وسط ماگنیتیوم است.

$$\frac{1}{2}mv^2_{\max} = E$$

$$v_{\max} = \pm \sqrt{\frac{2E}{m}} \quad (4-11)$$

بر حسب اینگه جسم بکدام طرف ذر حرکت باشد علامت + مثبت یا منفی است در دو نقطه انتهای مقدار X برای x_{\max} یعنی A (دامتنه) است، پس داریم:

$$\frac{1}{2}kx^2_{\max} = E \Rightarrow |x_{\max}| = \sqrt{\frac{2E}{k}} \quad (4-11)$$

و سرعت v در هر بعد X بنابراین فرمول ۴-۱۱-۲ جذبین بحثت می‌آید:

$$v = \sqrt{\frac{2E - kx^2}{m}} \quad (5-11)$$

و با استفاده از فرمول ۴-۱۱-۲ توجه می‌شویم.

$$v = \sqrt{k/m} \cdot \sqrt{A^2 - x^2} \quad (6-11)$$

اینک بجای v در فرمول (۶-۱۱) اندازه آرا بسته dx/dt قرار داده با استکرار اسیون بعد x را بدستور آوردیم:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{A^2 - x^2}} = \sqrt{\frac{k}{m}} \int dt$$

$$\sin^{-1} \frac{x}{A} = \sqrt{\frac{k}{m}} t + C_1 \quad (7-11)$$

هر گاه باز از $t=0$ داشتیم $x=x_0$ خواهیم داشت:

$$C_1 = \sin^{-1} \frac{x_0}{A}$$

پس C_1 داویدیست (بر حسب رادیان) که اندازه سینوس آن برابر A/x_0 است. هر گاه این داوید را θ یکمیم داریم

$$\sin^{-1} \frac{x}{A} = \sqrt{\frac{k}{m}} t + \theta_0$$

$$x = A \sin(\sqrt{\frac{k}{m}} t + \theta_0) \quad (9-11)$$

بنابراین بعد x تابع سینوس زمان t است. مقدار درون پر انتن ذاوه ایست بر حسب رادیان این ذاوه را ذاوه فاز یا فاز حرکت می‌نامند. زمان تناوب T زمان یک توسان کامل است یعنی در فاصله زمانی $t + T$ مقدار x باقی نمایم برابر است. به عبارت دیگر فاز حرکت $\sqrt{\frac{k}{m}} t + \theta_0$ وقتی زمان t انداده T زیاد شود 2π افزایش می‌باید یعنی :

$$\sqrt{\frac{k}{m}}(t+T) + \theta_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} t + \theta_0 + 2\pi$$

ویا :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (10-11)$$

یعنی زمان تناوب T تابع جرم جسم و ضریب k است. زمان تناوب تابع دامنه یا ازرسی کل نیست. بازده مقدار معین m و k زمان توسان، اهم از اینکه دامنه کم باشد یا زیاد است مقدارهای ثابت است. اصطلاحاً گویند حرکت توسانی ساده ایزودرکوت (isochrone) (بادیان یکسان) است. فرکانس پا تعداد توسانات کامل جسم در یک ثانیه، عکس زمان تناوب T است. پس داریم:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

نیعنی توسان ω (یا فرکانس ذاوهای) بنابر تعریف پر ابر $f = 2\pi/\omega$ است دیر حسب رادیان بر ثانیه محاسبه می‌شود انداده آن با استفاده از دو قرموول قبل پر ابر است با:

$$\omega = \sqrt{k/m}$$

و فرمولهای ۹-۱۱ و ۱۰-۱۱ را میتوان بصورت کاملتر ذیرنوشت :

$$x = A \sin(\omega t + \theta_0) \quad (11-11)$$

و

$$v = \omega A \sqrt{A^2 - x^2} \quad (12-11)$$

فرمولی که سرعت و شتاب را پسورد تابعی از زمان بیان کند از طریق مشتق گیری چنین محاسبه میشود.

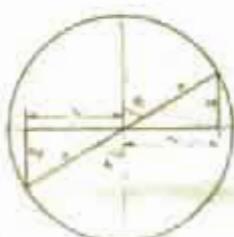
$$v = \frac{dx}{dt} = \omega A \cos(\omega t + \theta_0) \quad (13-11)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A \sin(\omega t + \theta_0) \quad (14-11)$$

چون داریم $x = A \sin(\omega t + \theta_0)$ میتوانیم شتاب را پسورد تابعی از زمان بتوسیم

$$a = -\omega^2 x \quad (15-11)$$

هرگاه سرعت در لحظه $t = 0$ برای v باشد از فرمول ۱۳-۱۱ نتیجه میشود



شکل ۱۳-۱۱ رابطه بین زاویه فاز اولیه θ_0 و سرعت اولیه v_0 را نشان میکند.

$$\cos \theta_0 = \frac{v}{\omega A} \quad (16-11)$$

یکمک این قسمول و فرمول ۸-۱۱ یعنی $\sin \theta_0 = x/A$ و $\cos \theta_0 = v/\omega A$ را میتوان تبعیض نمود. یعنی θ_0 تابع بدواویه x و سرعت اولیه v است. شکل ۱۳-۱۱ رابطه بین فاز اولیه θ_0 را نشان میدارد. از این مثلث نتیجه میشود:

$$A = \sqrt{x^2 + (v/\omega)^2} \quad (17-11)$$

این رابطه را میتوان باساوی قراردادن $\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$ یعنی انرژی اولیه با انرژی پتانسیل درین ماقریبوم بدست آورده. وضع حرکت باداه مقادیرین m و k بآبدادست داشتن بعد اولیه کاملاً مشخص میشود.

در جدول ۱۳-۱۱ مقایسه ای بین معادلات حرکت متشابه التغییر و حرکت نوسانی ثابت شده است.

در شکل ۱۳-۱۱ منحنی تغییرات پیدا، سرعت v و شتاب a جسمی که حرکت نوسانی ساده دارد، پسورد تابعی از زمان (یا زاویه θ) دس شده است بدواویه x و سرعت اولیه v است. زاویه فاز اولیه θ_0 برای $\frac{\pi}{2}$ رادیان اختیار شده. هر یک از منحنی ها در فاصله زمانی T

جدول ۱-۱

حرکت مستقیم الخط متباشه التغیر	حرکت فویانی ساده و برحسب ω و θ_0
$a = \text{ثابت}$	$a = -\omega^2 x$ $a = -\omega^2 V \sin(\omega t + \theta_0)$
$v = v_0 + \gamma a(x - x_0)$ $v = v_0 + at$	$v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2}$ $v = \omega A \cos(\omega t + \theta_0)$
$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$	$x = A \sin(\omega t + \theta_0)$
$a = 2\pi/T = 2\pi f = \sqrt{k/m}$ $\sin \theta_0 = x_0/A$	$A = \sqrt{x_0^2 + (v_0/\omega)^2}$ $\cos \theta_0 = v_0/\omega A$

که در آن فاز θ_0 باندازه $\pm 2\pi$ افزایش یافته است رسم شده‌اند. توجه داشته باشید که وقتی بعد جسم را ماکریوم مقدار خود را با علامت مثبت یا منفی داشته باشد ($\pm A$) سرعت صفر و شتاب ماکریوم ($\mp a_{\text{max}}$) است. همچنان وقته $x = 0$ است سرعت ماکریوم ($\pm v_{\text{max}}$) و شتاب صفر است.

هرگاه $t = 0$ را وقتي اختیار کنیم که جسم در وضع تعادل یا در یکی از دو انتهای مسیر باشد. معادلات حرکت ساده‌تری پیدا خواهد کرد. مثلاً $t = 0$ را وقتي اختیار کنیم که جسم در متنها الیه سمت مثبت مسیر باشد داریم: $x_0 = +A$ و $\sin \theta_0 = 1$.

$$\omega = \frac{\pi}{T} \quad \text{و ز آنجا:}$$

$$x = A \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = A \cos \omega t$$

$$v = -\omega A \sin \omega t$$

$$a = -\omega^2 A \sin \omega t \quad (11-18)$$

این مثل این است که در شکل ۱۱-۵ بجای نقطه O نقطه O' را مبدأ قرار دهیم، منحنی x بر حسب t منحنی کسینوس و منحنی π بر حسب t منحنی منهای سینوس و بالاخره منحنی شتاب a منهای منهای کسینوس است.

هرگاه وقتی جسم در نقطه تعادل اولیه است $t=0$ اختیار شود و جسم ابتدا پطرف

داس حرکت کند داریم:

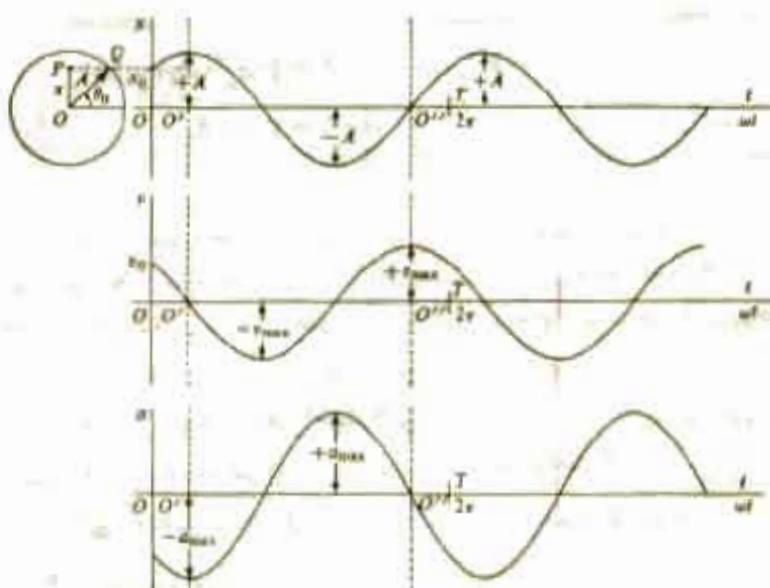
$$x_0 = \dots \quad \sin \theta_0 = \dots \quad \theta_0 = \dots$$

$$x = A \sin \omega t \quad \text{و خواهیم داشت:}$$

$$v = \omega A \cos \omega t$$

$$a = -\omega^2 A \sin \omega t \quad (11-19)$$

و این مثل این است که مبدأ مختصات را در شکل ۱۱-۵ نقطه O' اختیار کنیم.



شکل ۱۱-۶ منهای تغیرات بعد ۳ سرعت v و شتاب a جسم ۵
حرکت نوسانی ساده آنها میدعده شست به زمان

مثال - فرم کنیم جرم جسم شکل ۱۱-۶ برابر ۲۵gm و ضریب k پرسا بر

۴۰ و نتیجه شرط حركت 10 cm در طرف داشتوضع تعادل اولیه و سرعت اولیه حركت 40 cm/sec باشد حساب کنید. (a) زمان تناوب T ، (b) فرکانس f ، (c) فرکانس زاویه‌ای ω ، (d) آنرژی کل E ، (e) دامنه A ، (f) زاویه θ ، (g) سرعت ماقزیم v_{\max} ، (h) شتاب ماقزیم a_{\max} ، (i) بیند، سرعت و قتنابدا در زمان t پس از شروع حرکت:

$$(a) T = \frac{\pi}{\sqrt{k}} = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{m}{k}}} = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{15 \text{ gm}}{40 \text{ dynes/cm}}}} = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{15}{40}} \text{ sec}} = 1.5 \text{ sec}$$

$$(b) f = \frac{1}{T} = \frac{1}{\pi} \text{ vib/sec} = 0.318 \text{ vib/sec}$$

$$(c) \omega = \pi f = \pi \text{ rad/sec}$$

$$(d) E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \dots \text{ ergs}$$

$$(e) A = \sqrt{\frac{E}{k}} = 1.73 \text{ cm}$$

$$(f) \sin \theta_0 = x_0/A = 1/\sqrt{r} \quad \theta_0 = \frac{\pi}{r} \text{ rad}$$

$$(g) |v_{\max}| = \sqrt{\frac{E}{m}} = 4 \cdot \sqrt{r} \text{ cm/sec} = 50.2 \text{ cm/sec}$$

سرعت ماقزیم در وضع $x=0$ وجود دارد. بنابراین از فرمول ۱۲-۱۱ داریم:

$$|v_{\max}| = \omega A = 4 \cdot \sqrt{r} \text{ cm/sec}$$

حداکثر شتاب در بعد ماقزیم وجود دارد. از فرمول ۱۵-۱۱ داریم:

$$|a_{\max}| = \omega^2 x_{\max} = 16 \cdot \sqrt{r} \text{ cm/sec}^2$$

(i) معادلات حركت این جسم بین موردن درج آید:

$$x = 1.73 \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{r}\right)$$

$$v = 4 \cdot \sqrt{r} \cos\left(4t + \frac{\pi}{r}\right)$$

$$a = -16 \cdot \sqrt{r} \sin\left(4t + \frac{\pi}{r}\right)$$

هرگاه $t = \frac{n}{A}$ فرمول شد زاویه فاز برابر است با :

$$\left(4t + \frac{\pi}{r}\right) = \frac{2n\pi}{r} \text{ rad}$$

$$x = 4 \cdot \sqrt{r} \sin\left(\frac{2n\pi}{r}\right) = 4 \cdot \text{cm}$$

$$v = 4 \cdot \sqrt{r} \cos\left(\frac{2n\pi}{r}\right) = -4 \cdot \text{cm}$$

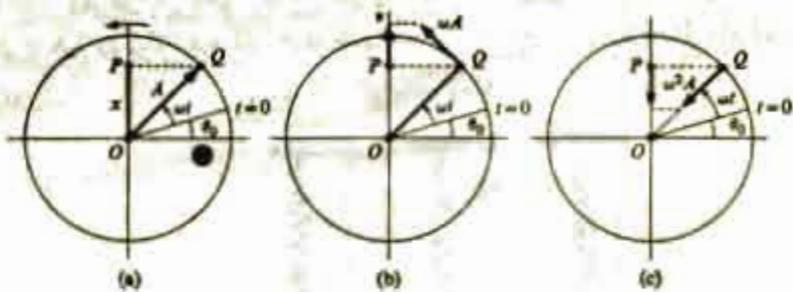
$$a = -16 \cdot \sqrt{r} \sin\left(\frac{2n\pi}{r}\right) = -16 \cdot \text{cm/sec}^2$$

منحنی شکل ۱۱-۴ نمایش معادلات فوق میباشد (بشرط اینکه مقابس های زیر در مورد منحنی مذکور درنظر گرفته شود)

$$A = 4 \cdot \sqrt{r} \text{ cm} \quad v_{\max} = 4 \cdot \sqrt{r} \text{ cm/sec} \quad a_{\max} = 16 \cdot \sqrt{r} \text{ cm/sec}^2$$

$$T = \frac{\pi}{r} \text{ sec}$$

معادله حرکت نوسانی را میتوان بطريق عذری (پرس نیز بدمت آورد). فرض کنیم
پاره خط OQ در شکل ۱۱-۶ (a) طول A (دامنه نوسان)، با سرعت زاویه ای θ حول
 نقطه O می‌چرخد. گاهی اوقات OQ را بردار دوام پیگویند، آین تغییر ممکن است پس
صفحه تصویر معمول پاشد ولی توجه داشته باشید که OQ واقعیاً کمیت برداری نیست. ما
آنرا روتور می‌نامیم. (در زبان آلمانی آنرا Zeiger مینامند که معنای عقربه است).
فرض کنیم در لحظه $t = 0$ زاویه بین روتور و محور افقی برای زاویه فاز اولیه θ_0 باشد.
تصویر Q بر محور قائم است. وقتی OQ حرکت دورانی مشابه داشته باشد P بر محور
قائم نوسان ساده‌ای خواهد داشت.



شکل ۶-۱۱، نمایش هندسی حرکت نوسانی ازطریق تصویر دوچرخ ۰۰ بر مسحوق اتم

اگرتون نشان میدهیم که معادله حرکت P عیناً مثل معادله حرکت نوسانی ساده است که دارته آن A فرکانس زاویه‌ای آن ω فاز اولیه آن θ_0 باشد. هرگاه $OP = x$ فرض شود در هر لحظه دلخواه t زاویه بین OP و محور افقی زاویه فاز $\omega t + \theta_0$ است و

$$x = A \sin(\omega t + \theta_0)$$

سرعت نقطه Q [به شکل ۶-۱۱ (b)] نگاه کنید [برابر ωA] است و مؤلفه قائم آن که برآبر سرعت نقطه P است چنین محاسبه می‌شود.

$$v = \omega A \cos(\omega t + \theta_0)$$

شتاب نقطه Q شتاب شعاعی $\omega^2 A$ است [شکل ۶-۱۱ (c)] و مؤلفه قائم این شتاب که شتاب نقطه P است چنین بدست می‌آید:

$$a = -\omega^2 A \sin(\omega t + \theta_0)$$

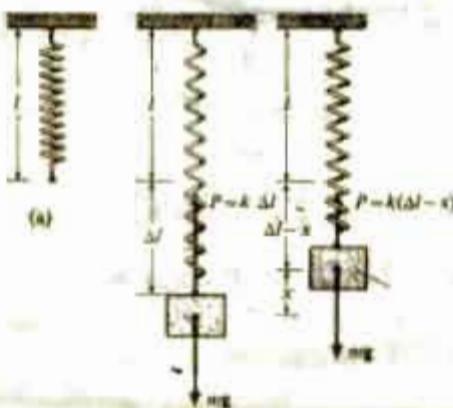
علامت منفی حتی باید غوشه شود، زیرا اعم از اینکه سینوس فاز مثبت یا منفی باشد شتاب منفی است. در حالت خاص که با فرمولهای ۶-۱۱ تطبیق کند زاویه فاز اولیه $\theta_0 = 90^\circ$ و نقطه Q در لحظه $t = 0$ در بالاترین نقطه دایره است. هرگاه در لحظه $t = 0$ نقطه Q در انتهای راست قدر افقی باشد $\theta_0 = 0^\circ$ وضع حرکت با فرمولهای ۶-۱۱ تطبیق می‌شوند.

۶-۱۱، حرکت جسمی که بفتر ماربیچی آویزان است

در شکل ۶-۱۱ (b) قدری نشان داده شده است که ضریب ثابت آن k و طول آزاد آن m است. هرگاه قطعی قسم (b) جسمی بهرم m بان آویزان شود پس از آنکه طول فتر

باندازه Δl افزایش یافت؛ وزنه باقیر بحال تعادل می‌باشد. در اینحال نیروی P واردواز فری به جسم رو بیالا و برابر وزن جسم است. بنون داریم $P = k\Delta l$ ؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$k\Delta l = mg$$



مثال ۷-۱۱-۱. نیروی برگشتی مؤثر بر جسمی که بضری آویزان است متناسب با اندیاد طول نسبت به وضع تعادل آویزان است.

حال غرش کنیم جسم در فاصله x بالای وضع تعادل آویزان است (قسمت c شکل). اندیاد طول فریدایحال برابر $x - \Delta l$ و نیروی که رو بیالا بر آن اثر میکند $F = k(\Delta l - x)$ و بر آیندهای مؤثر بر آن، برابر است با:

$$F = k(\Delta l - x) - mg = -kx$$

بنابراین برآیند نیروها متناسب با تغییر طول جسم نسبت بوضع تعادل است و هر گاه

$$\text{جسم در امتداد قائم بحرکت درآید باقیر کانس زاویه } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ نوسان در میابد.}$$

جز در حالاتی که جرم فرسرافت پاید نوسان خود فردا نیز در نظر گرفت. نیتوان جرم فردا با جرم جسم جمع کرد و مجموع آن را در محاسبات بکاربرد. زیرا هر نصفه از فریده نوسان مخصوص بخود دارد. دامنه نوسان پائین نصفه آن باندازه دامنه نوسان جسم دامنه نوسان نصفه تعلیق آن صفر است. جزئیق دیر اثر وجود فردا تصویح می‌کنیم.

فرمن کنیم L طول فریدایال است که با آن آویزان نباشد و m جرم آن است

این از زی جنبشی آنرا دو حالتی که سرعت پائین ترین نقطه آن γ است محاسبه میکنیم .
جزء کوچکی از قدر را بطول dy و بناслطه y زیر نقطه تعلق دارد که جرم آنرا dm_s
فرم میکنیم داریم :

$$dm_s = \frac{m_s}{L} dy$$

میتوان فرض کرد که تمام نقاط قدر حرکت نویسی هم فاز دارند و سرعت v هر نقطه

$$v_s = \frac{y}{L}$$

و از زی جنبشی این جزء برابر است با :

$$dE_k = \frac{1}{2} \cdot dm \cdot v_s^2 = \frac{1}{2} \frac{m_s}{L} dy \left(\frac{y}{L} \right)^2$$

و از زی جنبشی کل قدر برابر است با :

$$E_k = \frac{1}{2} \frac{m_s v^2}{L} \int_0^L y^2 dy = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} m_s \right) v^2$$

یعنی از زی جنبشی قدری که در حال نوسان است بر این از زی جنبش جسم است که
جرم آن $\frac{1}{r}$ جرم قن و دامنه نوسان آن برابر دامنه نوسان انتهای آزاد قدر است . لذا
جرم معادل دستگاه برابر جرم آویزان بالتفاف بکسر جرم قدر است

مثال - جسم بجرم يك کیلوگرم به قدری بجرم 200 ر. کیلوگرم آویزان است
ضریب ثابت قدر 46 N/m است . هر گاه آنرا 2m . متر از حالت تعادل اولیه پائین
آورده و با سرعت 4m/sec بطریق پرتاب کنیم فرکانس و دامنه حرکت جسم را
پیدا کنید . فرکانس زاویه ای برابر است با :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m+m_s}} = \sqrt{\frac{46 \text{ N/m}}{1/2 \text{ kg m}}} = \text{rad/sec}$$

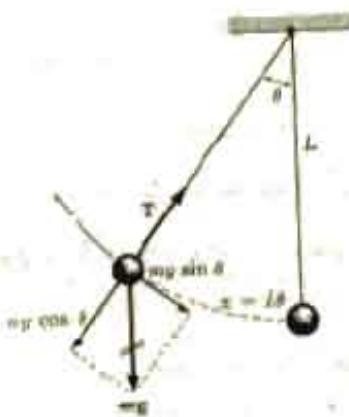
دامنه بحسب ایند اولیه و سرعت را با استفاده از فرمول $17-11$ بدست می آوریم .

$$A = \sqrt{x^2 + (v_0 \cdot \omega)^2} = \sqrt{(0.1 \cdot 2\text{m})^2 + \left(\frac{1.7\text{m}}{\Delta}\right)^2} = 0.582 \text{ m}$$

۶-۱۹، پاندول ساده

پاندول ساده یا ریاضی عبارت است از نقطه مادی بی حجم که بطناب بیوزن وغیر قابل انعطافی آویزان باشد. هرگاه پاندول ۱ا یاندانه θ (شکل ۶-۱۹) از وضع تعادل منحرف کنیم نیروی محرک $mg \sin \theta$ و تنشی مکان $S = L\theta$ است. L طول پاندول θ بر حسب رادیان سنجیده میشود. حرکت نویسانی ساده نیست زیرا نیروی $mg \sin \theta$ متناسب با $\sin \theta$ است ولی جایجاتی متناسب با θ است یعنی نیرو متناسب با جایجاتی نیست. هرگاه زاویه θ کوچک یا شدید بطوریکه $\sin \theta$ دا بتوان مساوی فرض کرد خواهیم داشت.

$$F = -mg\theta \approx -\left(\frac{mg}{L}\right)\theta$$



شکل ۶-۱۹: اینروهای مؤثر بر گلوله پاندول



شکل ۶-۲۰: نویسان یک پاندول ساده

بنابراین ضرب ثابت (قطر ضرب ثابت فنر) در اینجا $k = \frac{mg}{L}$ است و زمان

نوسان پاندول از رایله نیز بست می‌آید:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (20-11)$$

میتوان نشان داد که هر گاه پاندولی با اندازه Φ (که نسبتاً زیاد است) متوجه شود نمان تناوب آن از رایله نیز بست می‌آید:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \left(1 + \frac{1}{2} \sin^2 \frac{\Phi}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \sin^4 \frac{\Phi}{2} + \dots \right) \quad (21-11)$$

بیکل این فرمول باصره تقریب دلخواه میتوان زمان تناویدا حساب کرد. وقتی دقت بیشتر مورد نظر باشد تمدّد جملات زیادتری را بحساب می‌آوریم. هر گاه $\Phi = 15^\circ$ باشد. اختلاف محاسبه از طریق فرمولهای ۲۰-۱۱ و ۲۱-۱۱ در حدود نیم درصد است. اینکه پاندول را وسیله سنجش زمان قرار می‌دهند متکن بر این واقعیت است که تغییر دامنه نوسان در زمان نوسان بی تأثیر است. بنا بر این وقته دامنه نوسان کمی کمتر شود زمان نوسان آن تغییر نمی‌کند.

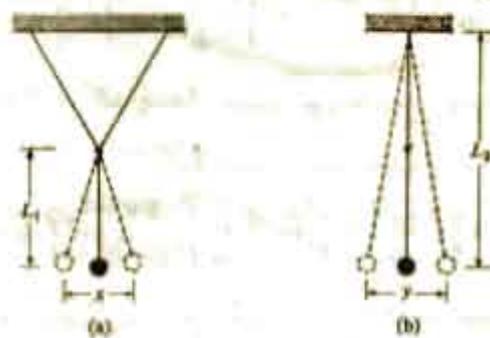
باندول ساده وسیله مفاسی برای تعیین اندازه g شتاب نقل است. با معلوم بودن T و L میتوان g را اندازه گرفت. پاندول‌هایی که دارای ساختمان‌های پیچیده‌تر هستند در آن توپوگرافیک مورد استفاده است. بیکل این پاندول‌ها میتوان مقادیر g را در نقاط مختلف زمین بادقت تألف اندازه گرفت. از این طریق میتوان وجود معادن، آب و یا ترکیبات دیگر را در نقطه معین از زمین تعیین نمود. جیداً نیم حجم قبرهای از زیدکنتر به محل معین در زمین در اندازه g آن محل تأثیر پیشتری دارد. پس با اندازه گیری دقیق g در یک نقطه میتوان تا حدودی ترکیبات قشرهای مجاور این نقطه را پیش بینی نمود.

شکل ۲۱-۹ عکس برداری سریع از پاندولی که در حال نوسان بوده است نشان می‌دهند.

۷-۱۱ ، تصاویر Lissajous

منحنی‌های لیساژوس منحنی‌های هستند که می‌بر نقطعه‌ای را که در یک زمان حول دو محور متعامده x و y حرکت نوسانی ساده دارند نشان می‌دهند. در حالت کلی دامنه و فرکانس اوتکماش در امتداد دو محور متفاوت اند و غیر اوتکماش، فاز اولیه خاص خود دارد گلوه پاندول شکل ۲۱-۱۰ را سه نیم که بشکل Δ بهم وصل اند آوریز آن نگاه میدارد. هر گاه مطابق قسمت (۸) شکل پاندول در امتداد محور x ها نوسان کند فرکانس آن با فرکانس پاندولی برابر L یکی است. در امتداد محور y ها نوسان آن یا نوسان پاندولی بطوری y

برابر است. اگر در توسان در عرض دوامتداد شروع شود گلوله پاندول دارای دوار تماش هم زمان با دو فرکانس معین میباشد.



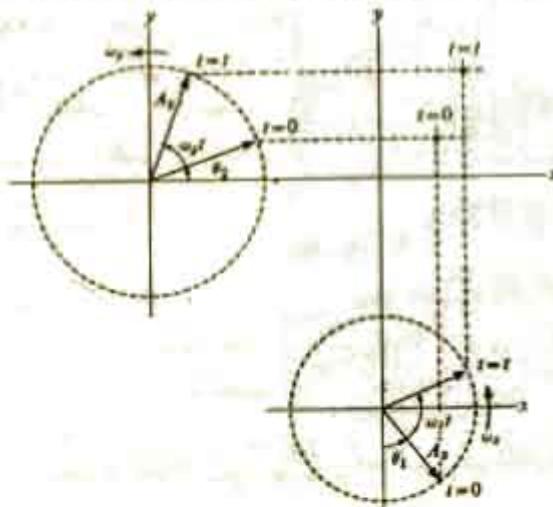
شکل ۱۱-۱۱ - پاندول متعادل برای دو منحنی های ایساوس

هر کاه و لیاز متناظر با فرکانس های مختلف را به منحنيات افقی و عمودی متعارف گننده شعاع الکترون در اسیلوسکوپ وصل کنید بر سطح آن منحنی ایساوس دم میشود، صورت کلی معادلات برای این منحنی ها چنین است،

$$x = A_x \sin(\omega_x t + \theta_x) \quad y = A_y \sin(\omega_y t + \theta_y)$$

در این فرمولها A_x و A_y دامنه توسانها در دوامتداد، ω_x و ω_y فرکانس زاویه ای θ_x و θ_y فاز اولیه در امتدادهای مذکور هستند. این دو معادله صورت پارامتری معادله مسیر میباشد.

با روش نشان داده شده در شکل ۱۱-۱۱ (روش دیاگرام دوتود) میتوان منحنی های



شکل ۱۱-۱۱ - طریقه دم منحنی ایساوس

مذکور را دست نمود . بعد Δ روتور در دایره پائین \times نقطه معینی از مسیر و Δ روتور در دایره پائین آن نقطه متوجه را مشخص می‌گردد . بنابراین ω واحد انداماتی قائم واقع از آنها دو تعریف دارد . مسیر روتور در دایره مذکور و تقابل آنها با یکدیگر نشانی مشخص می‌شوند که از وصل آنها یکدیگر منحنی‌های ایساپوس بودست می‌اید . در شکل ۱۱-۱۱ فقط دونقطه مرتبه به $= 1$ و $= 2$ مشخص شده است .

منحنی‌هایی که در شکل ۱۲-۱۱ دست شده‌اند نشانگر شکل از منحنی‌های ایساپوس را برای مقادیر مختلف θ و θ_0 نشان می‌دهند . A_y در کلیه منحنی‌های یکی است . هر گاه فر کانها باهم تطبیق کنند سیز هادر تبارکاره می‌شوند . هر گاه فر کانها بر هم تطبیق نکنند منحنی مسیر منحنی بسته خواهد بود و شکل کامل‌لا صورت پیچیده‌ای پیدا می‌کند . هر گاه فر کانها خیلی غریب‌یک بهم باشند هستند . تغییر مکان پیش از کنندی دارد . هر گاه هر کتابه ناشی خیلی سریع باشد (که معمولاً هم چیزی است) و از آن تصور بر مبنای اسلوکوب اشکابل شود از زیست . هر گاه فر کانها آباعث تغییر مکان و احیاناً آن تغییر شکل تدریجی و پیش از کنند می‌شوند و پس هر گاه فر کانها پیش از تغییرات يوم باشند

$$(1) \quad \text{مسیر منحنی} = \frac{\theta}{\theta_0} \quad [شکل ۱۲-۱۱] \quad \text{به معنی (a)} \quad \text{و میز} \\ \text{به دایره (c) فرموده} \quad \text{به معنی (d) و بالاخره پخته راستی در انداماد ۴۵} \quad \text{و عمود بر خط اولی}$$

$$(e) \quad \text{تبدیل می‌شود .}$$

۶-۶ ، حرکت نوسانی زاویه‌ای

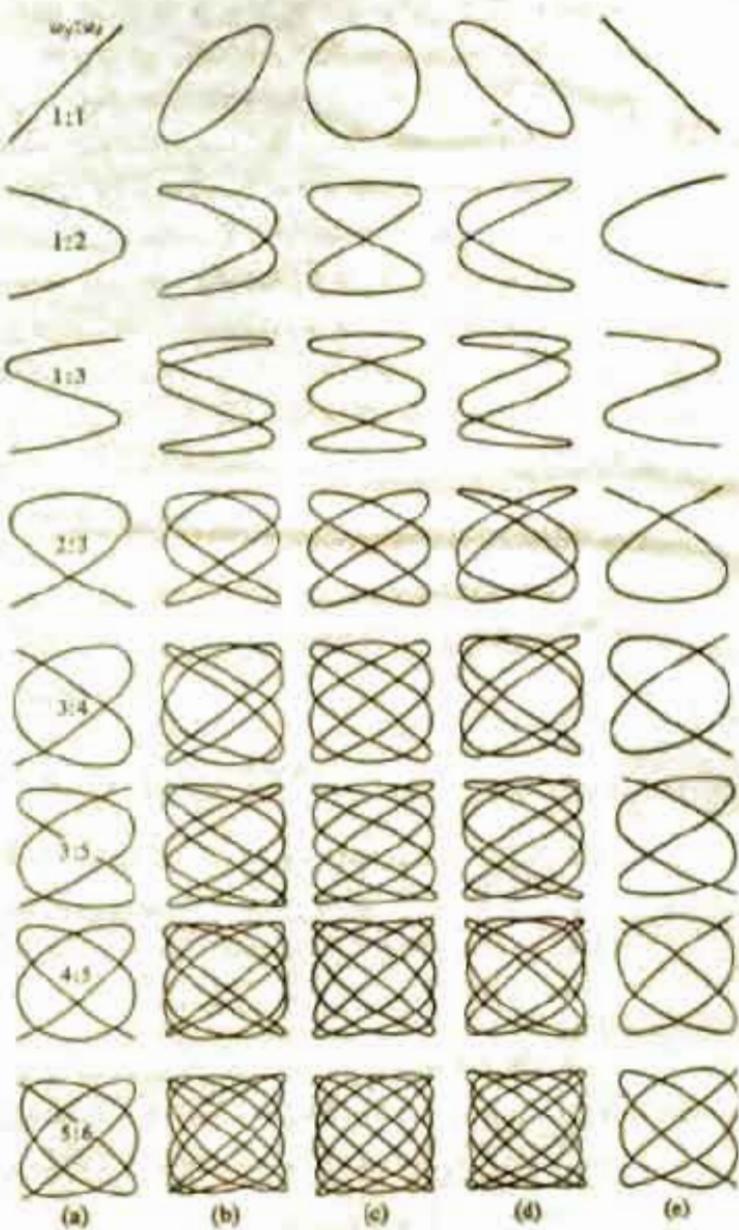
از نظر دیاضی ، نوسان زاویه‌ای کاملاً شبیه نوسان خطی است . فرض کنیم جسم بتواند حول محوری بحرخ دبر آن گشتاور Γ که متناسب با $\dot{\theta}$ زاویه انحراف جسم از وضع تعادل است وارد شود . در اینصورت داریم Γ

$$\Gamma = -k'q$$

k' ضریب تنشی بین گشتاور و زاویه انحراف است . میتوان آنرا گشتاور لازم برای انحراف واحد (رادیان) دانست . k' را معمولاً torque constant می‌نامند . هر گاه گشتاور اصلی که قابل انتقام چانه محدله دیر اسیل حرکت چنین :

$$\Gamma = -k'q = I\alpha - I\omega \frac{dq}{dt}$$

$$I\omega \frac{dq}{dt} + k'q = 0 \quad (11-22)$$



که در آن I ممان دیفرانسی جسم نسبت به محور است . چنانکه می بینم فرمول $22-11$ عیناً شبیه فرمول $1-11$ است . بدین ترتیب که جایگاهی زاویه‌ای Φ قطب حایقانی خطي x ، ممان دیفرانسی I قطب جرم m و ضریب ثابت گفتاور k قطب ضریب ثابت بیرونی k است . بنابراین حل معادله دیفرانسیل را تکرار نکرده فقط از روی تابعه میتوسیم :

$$\Phi = \Phi_m \sin(\omega t + \theta_0)$$

که در آن $\omega = \sqrt{k/I}$ فرکانس زاویه‌ای و Φ_m ماکریم زاویه انحراف است که میتوان آنرا دامنه زاویه‌ای نامید .

رقامک ساعت نموده معمول جسمی است که نوسان زاویه‌ای دارد . فرض براین است که زمان نوسان یکی خارق قدر کوک ساعت نیست . بنابراین میتوان از رقامک پتوان کنترل گشته نمان استفاده نمود . (عملاً وقتی ساعت کم کوک میشود زمان نوسان رقامک تغییر میگذند .)

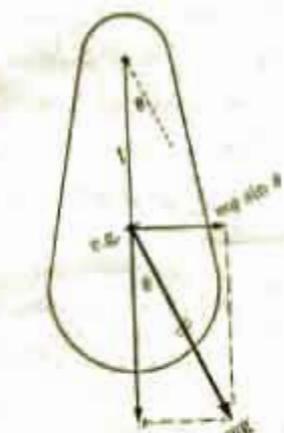
۹-۱۱ ، پاندول فیزیکی

در شکل ۹-۱۳ جسم باشکل دلخواه نشان داده شده است که بمحور O آویزان است و خلی که O را به مرکز نقل وصل میکنند ازوضع قائم باندازه θ منحرف شده است . هرگاه l فاصله O تا مرکز نقل باشد ، گفتاور حاصله از نیروی mg نسبت به O برآبر است با .

$$\Gamma = -mg l \sin\theta$$

بنابراین وقتی پاندول را رها گشته حول محور O نوسان میکنیم از این تغییر پاندول ساده ، حرکت نوسانی ساده (زاویه‌ای) لیست ذیرا Γ متناسب با $\sin\theta$ است . هرگاه l کوچک باشد طلوریکه میتوان $\sin\theta$ را با θ مساوی فرض کرد . میتوان حرکتش را تقریباً نوسانی ساده‌ای (زاویه‌ای) فرض نمود . هرگاه چنین تقریبی را در نظر گیریم خواهیم داشت :

$$\Gamma = -(mg l)\theta$$



شکل ۹-۱۳ ، پاندول فیزیکی

وزنیب تاب کفتلور $\frac{F}{\theta}$ برابر mgh است. فرکانس ناوه‌ای برابر است با :

$$\omega = \sqrt{\frac{k'}{I}} = \sqrt{\frac{mgh}{I}}$$

و زمان نناوب پاندول بر این خواهد بود با.

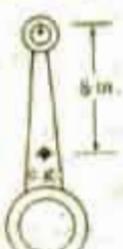
$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgh}} \quad (23-11)$$

چنین جسمی را پاندول فیزیکی می‌نامند که بر عکس پاندول ریاضی که وجودی‌ایده‌آلی است، می‌تواند وجود داشته باشد. عمد پاندول‌های معمولی پاندول فیزیکی هستند.

مثال - می‌توان معان دینرسی را از فرمول ۲۳-۱۱ چنین بدست آورد :

$$I = \frac{T^2 mgh}{4\pi^2}$$

مقادیر مست داشت فرمول همکن قابل اندازه گیری هستند. مثاب این معان دینرسی هر جسمی باشکل دلخواه را می‌توان با آن وزن آن کردن و اندازه گیری نمان اوسان آن حول محور، اندازه گرفت، محل مرکز ثقل را می‌توان باسانی از طرق متعادل کردن جسم پیدا نمود. چون $T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgh}}$ معلوم است. مثلا در شکل ۲۳-۱۱ دسته پستانی نشان داده شده است که مطابق شکل پایینه ممکن است وزن میله $4lb$ و مرکز آن $8in$ پائین تر از پستان است. وقتی آنرا بتوسان درآورند در مدت 120 ثانیه 100 نوشان کامل



شکل ۲۳-۱۱

$$T = \frac{120 \text{ sec}}{1 \text{ sec}} = 1/2 \text{ sec} \quad \text{بس داریم :}$$

$$I = \frac{(1/2)^2 \text{ sec}^2 \times 4lb \times \frac{1}{3} \text{ ft}}{4\pi^2} = 0.97 \text{ slugft}^2$$

11.10 ، مرکز نوسان

وقتی یک پاندول فیزیکی حد دست باشد می‌توان نمود پاندول ریاضی مترقبه‌ی را چنان

محاسبه و تبیین نمود که زمان نوسان آن پاندول فیزیکی مساوی باشد. چنان پاندولی را پاندول همزمان با پاندول معادل مینامند، هرگاه L طول پاندول ساده همزمان باشد داریم:

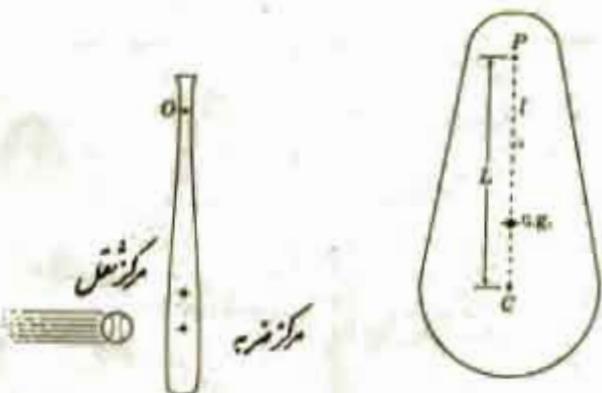
$$T = \pi \sqrt{\frac{L}{g}} = \pi \sqrt{\frac{I}{mgh}}$$

۶

$$L = \frac{I}{mgh} \quad (۲۴-۱۱)$$

بنابراین در محاسبه زمان نوسان پاندول مینوان تمام جرم آنرا در نقطه ای بفاسله L از آوریگامه می‌کرد. این نقطه را مرکز نوسان پاندول مینامند.

در شکل ۱۵-۱۱ جسم نشانده شده است که حول محور O مینواند نوسان کند و مرکز نوسان آن نقطه P است. مرکز نوسان و نقطه تعلق دارای خاصیت جالبی هستند بهطوری که اگر جسم را به محوری که از P میگذرد آوریگان کنیم زمان نوسان آن تغییر نمیکند و نقطه P مرکز نوسان جدید است. نقطه تعلق مرکز نوسان را نقاطه موردهج مینامند.

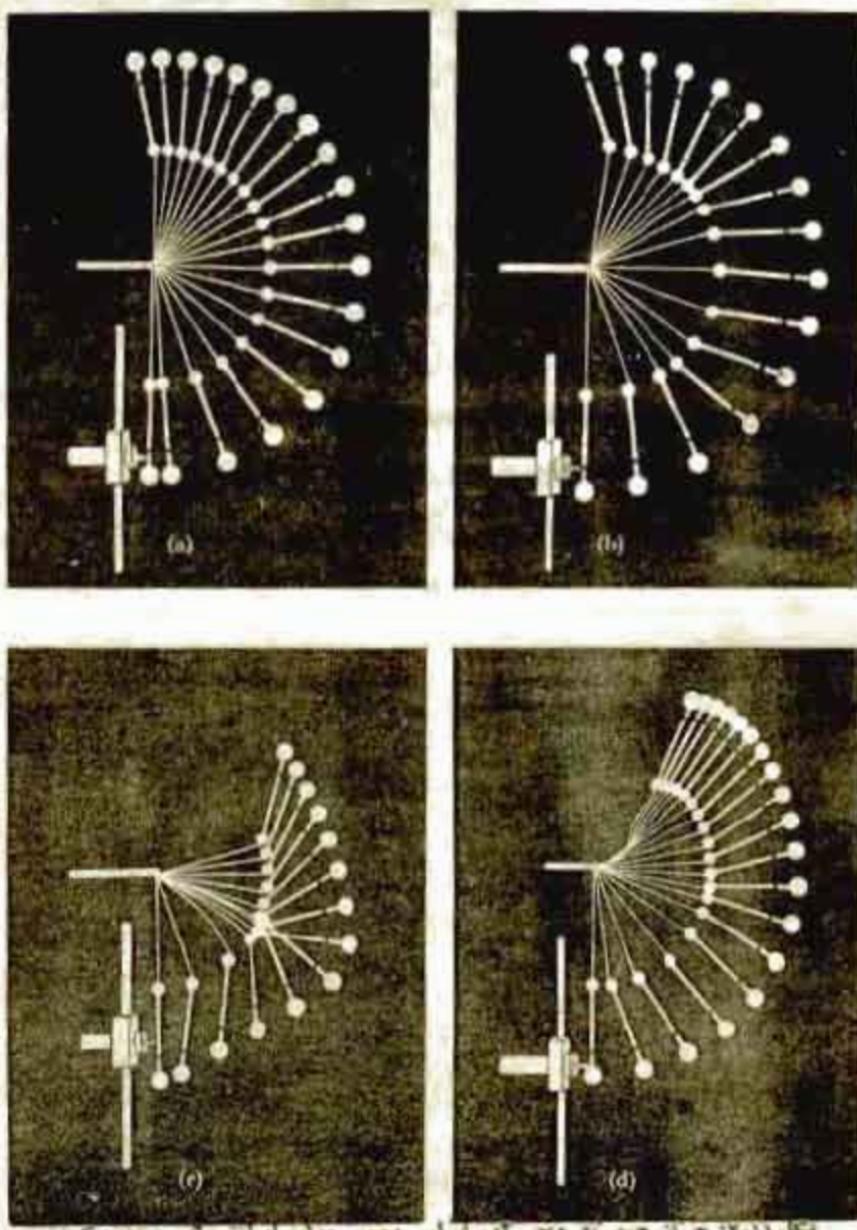


شکل ۱۵-۱۱ مرکز نوسان طول ۱ برای
حول پاندول ساده همزمان است

شکل ۱۵-۱۲ مرکز نوسان بر مرکز ضربه
منطبق است

مرکز نوسان خاصیت مهم دیگری را دارا میباشد. شکل ۱۵-۱۲ را که نتیجه نشان میدهد که بنشان O آوریگان است. هرگاه توپی بر مرکز نوسان آن برخورد کند، ثابت وی ضربه ای بر محور تعلق اثر نمیکند و بهمین دلیل مرکز نوسان را مرکز ضربه نیز مینامند.

دستگاه ۱۷-۱۱ عکس برداری سریع و متولی از جسمی آویزان که بر آن ضربه آفته وارد آمده است بوده است که تقلیل با خط سیاهی که روی جسم رسم شده مشخص است.



دستگاه ۱۷-۱۱ حرکت جسمی که به تصریح آورده است در حالت آغازین آن را در چهار مکالمه

در (a) ضریب پرسیر کرده وارد شده و چنانکه دیده میشود پرسیر حرکت جسم صاف و منتظم است.
در (b) ضریب پرسیر کر تقلیل وارد شده است در اینجا جسم نسبتاً واعده حول محور پرسیر خود و
حرکت آن در اینجا فقط حرکت انتقالی است. و این پرسیر ماده که من کر تقلیل فرم کر ضریب
پرسیر منطبق نیستند. در (c) و (d) پس از تغییر ضریب پرسیر به بالا و با این پرسیر کر ضریب وارد شده است.

مسائل

۱-۱۱ سورت کلی معادلات حرکت نوسانی صاده $y = A \sin(\omega t + \theta)$ است که میتوان آنرا بصورت $y = B \sin \omega t + C \cos \omega t$ نوشت. (a) رابطه ای بین A دامنه و B و C و θ را پیدا کنید. (b) بارسم شکل، این مقادیر را پیدا کنید.

۲-۱۱ بر حجم بحیرم 25kgm^3 ، نیروی الاستیکی وارد میشود و ضریب تابت $k = 25\text{n/m}$ است. (a) منحنی اثری پتانسیل E_p بر حسب تغییر مکان x را در فواصل $0 \text{--} 2\text{m}$ و $2\text{m} \text{--} 4\text{m}$ و $4\text{m} \text{--} 6\text{m}$ و $6\text{m} \text{--} 8\text{m}$ رسم کنید. هر سانتیمتر را مسازد. (b) زوایی محور ناهم $\alpha = 45^\circ$. (c) زوایی محور افقی $\beta = 45^\circ$.

هر گاه جسم پایه ای پتانسیل اولیه 2J دیا اثری جتیش اولیه 2J . پس از حرکت در آید پس از مدت مخصوص بسته ایات زیر جواب دهد:

(b) دامنه حرکت پس از انداده است. (c) اثری پتانسیل را وقتی بعد نصف دامنه است پیدا آوردید. (d) درجه بعدی اثری جتیش پتانسیل مساوی یکدیگرند. (e) انداده سرعت جسم در نقطه وسط میانه پس از انداده است. (f) زمان تناوب T و (g) فرکانس f و (h) فرکانس زاویه ای داشت آوردید. (i) هر گاه $A = 15\text{cm}$ و پس از اولیه $x = 7\text{cm}$ و سرعت اولیه $v = 7\text{cm/s}$ متفق باشد انداده زمان اولیه t_0 را پیدا کنید.

۳-۱۱ جسمی با فرکانس 4vib/sec و دامنه 15cm حرکت نوسانی صاده دارد. پس از این 2sec (a) ماکزیمم انداده سرعت و شتاب. (b) شتاب و سرعت را وقتی بعد $x = 9\text{cm}$ است. (c) زمان لازم برای دقتن جسم اذوضیح تبدیل به بعد 12cm

۴-۱۱ جسمی بحجم m حرکت نوسانی صاده ای با دامنه 24cm و زمان تناوب 4sec انجام میدارد. در لحظه $t = 0$ بعد جسم 22cm است حساب کنید. (a) بعد جسم در لحظه $t = 5\text{sec}$ (b) انداده و جهت پرسیر که در این لحظه پرسیر میشود.

(c) حداقل زمان لازم برای اینکه جسم از وضع اولیه به بعد 12cm – بین سد، (b) سرعت جسم را وقتی $12\text{cm} = x$ است.

۵-۱۰ حرکت پیستن موتورها تقریباً نوسانی ساده است. هر گاه طول سیر پیستن (دو برابر دائم) برایر 10cm دور موتور 2600 rev/min باشد حساب کنید:

(a) شتاب پیستن را در انتهای مسیر (b) هر گاه جسم پیستن 500 gm باشد نیروی را که در این نقطه بر پیستن دارد بیشود و (c) سرعت پیستن دد وسط میون بر حسب km/hr

۶-۱۱ جسم وزن 11lb ۴ بفرزی که جرم آن قابل اطمانت است آویزان شده و فر 8 اینچ افزایش طول یافته است. (a) ضرب تابع فر چنان‌دانه است. (b) زمان نوسان جسم را بپیدا کنید. (آرا پائین کشیده رها میکنیم) - (c) هر گاه وزن جسم 11lb می‌بود زمان نوسان چقدر میشود.

۷-۱۱ نیروستنجی که حد اکثر 15 kgf/cm^2 دارد و وزن گند در حالی دارد که طول آنها 12cm است. جسمی بیان آویزان است و در هر ثانیه $5/1$ ارتعاش انجام می‌دهد. وزن جسم چه اندازه است. اندوزن فر منفعت‌گیر کنید.

۸-۱۱ جرم جسم 2kgm است. این جرم بفرزی آویزان و در حال نوسان است دائمه نوسان 60cm است و در بالاترین نقطه مسیر طول فر برایر طول آزاد آن است. افرزی پتانسیل الاستیک، افرزی جتیقی و افرزی پتانسیل تلقی فر را (سطح بجهه پائین قریبین نقطه مسیر) در حالات ذیر حساب کنید. (a) جسم در این قریبین نقطه است. (b) در وضع تعادل و (c) در بالاترین نقطه قرار دارد.

۹-۱۱ جسم بحرم 16 kgm بسومی بطرک اولیه $3\text{m} = l$ آویزان شده طول آنرا 4 میلی متر افزایش میدهد. سطح مقطع سهم که میتوان آنرا تابع فر $z = 100t^2$ متر مربع است. (a) هر گاه جسم را پائین کشیده رها کنیم زمان نوسان آرا بدست آورید. (b) مدول یونک را بدست آورید.

۱۰-۱۱ جسم کوچک روی سطح افقی نوسان می‌کند. دائمه نوسان 80cm است. در تعطیلی بفاسله 6cm از وضع تعادل انداده سرعت $\pm 22\text{cm/sec}$ است. (a) زمان تناوب و (b) بعدی را که سرعت در آن $\pm 12\text{cm/sec}$ است حساب کنید (c) هر گاه جسم را در وضع انتهای تکاهدشته جسم کوچک دیگری بر روی آن بکشانیم و پس آنرا رها کنیم: جسم اخیر در آستانه از بین قرار می‌گیرد. ضرب اصطلاح این دو جسم چقدر است؟

۱۱-۱۱ نیروی 30 N قدری را که در امتداد قائم آویزان است 15cm می‌کشد.

(a) چه وزنای بقفر آویزان شود که زمان آن $\frac{2}{3} \text{ sec}$ شود. (b) هرگاه ادامه نوسان

$2,5 \text{ cm}$ باشد $\frac{2}{3}$ ثانیه پس از احلقه‌ای که جسم از وضع تعادل اوپله گذشت بعد جسم چه اندازه می‌شود؟ (c) وقتی جسم $4/5$ ساعتی متن پایین تراز وضع تعادل است چه نیروی افقی برقسم وارد نمی‌شود؟

۱۲-۱۱ جمی بحزم m بقفری آویزان است زمان حد نوسان کامل آن برای مقادیر مختلف m اندازه گیری و در جدول نیت شده است.

بر حسب گرم m	۱۰۰	۲۰۰	۴۰۰	۱۰۰۰
زمان چند نوسان بر حسب ثانیه	$22/4$	$30/6$	$41/8$	$64/7$

دو منحنی برای تغییرات (a)، (b) بر حسب m و (c) بر حسب T داریم کنید.

(c) آیا تابع حاصل از انداده گیری با تابع قدری فوق مطابد؟ (d) هیچیک از این دو منحنی خط مستقیم نیستند؟ (e) اگر یکی از آنها خط مستقیم است آیا از عده می‌گذرد؟ (f) ضریب k و (g) جرم فتر را حساب کنید.

۱۳-۱۱ جمی بحزم 100 gm بقفر مارپیچ درازی آویزان است. هر گاه آنرا با 10 cm ذیر وضع تعادل کنیده می‌باشد که زمان نوسان آن دو ثانیه است. (a) سرعت آنرا هنگام عبور از وضع تعادل بدست آورید. (b) شتاب آن را وقتی 5 cm بالای وضع تعادل است حساب کنید. (c) وقتی جسم از پایین ببالا میرود درجه زمانی از 5 cm ذیر وضع تعادل به 5 cm بالای وضع تعادل میرسد. کاهش طول فتر را وقتی اثر وزنه از روی آن برداشته شود بدست آورید.

۱۴-۱۱ جمی بحزم 9 kgm بقفری آویزان و زمان نوسان آن 5 sec است، وقتی جسم را برداریم طول فتر چند کوتاه می‌شود.

۱۵-۱۱ وقتی جهاد فرگه جمی 300 kgm جرم دارند سوار اتومبیلی می‌شوند فتر اتومبیل 5 cm جمع می‌شود. هر گاه بارگذاری که روی فتر است 900 kgm باشد زمان نوسان فتر را بدست آورید.

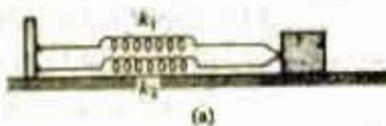
۱۶-۱۱ جمی بقفری آویزان است و حرکت نوسانی ساده انجام می‌دهد. وقتی سعد آن سف دامنه است چه کسری از افزایشی کل آن چشمی و چه کسری پتانسیل است. (b) وقتی

قفر دروضع تعادل است طول آن باندازه ۸ پیش از طول آزاد آن است. ثابت کنید که

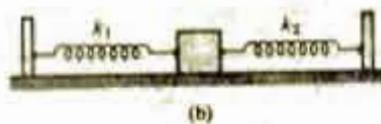
$$T = \frac{8}{\pi} \frac{s}{g}$$

۱۷-۱۱ بقفری بار اولیه 4 kgm آویزان است. پایه نیروی آرا پایین کشیده رعایتیم تا در ۴۸ ثانیه ۳۲ نوسان بادامد 7.5 cm انجام دهد؛ (b) در حالات ذیراز قدرجه نیرویی بر جسم وارد میشود. جسم در پایین ترین نقطه مسیر، در بالاترین نقطه و در وضع تعادل قرارداده. (c) ارزی جنبشی را وقتی جسم 2.5 cm نیز وضع تعادل قرار دارد بدهست آورید. ارزی پتانسیل آرا نیز در این وضع پیدا کنید.

۱۸-۱۱ نیروی 60 N بقفری را 12.5 cm میکشد. جسم بولن 40 N را بقفر آویزان کرده آرا بحال سکون رعایتیم. میں آرا 10 cm پایین کشیده رعایتیم (a) زمان نوسان. (b) اندازه وحیث شتاب جسم وقتی 5 cm بالای نقطه تعادل است (c) کشن مؤثر برقفر را در همین وضع و (d) زمان لازم برای رفتن از وضع تعادل به 5 cm بالای آن بدهست آورید. (e) وقتی جسم کوچکی روی جسم اول قرار گیرد آیا این جسم همیشه روی جسم اول میماند یا نه. (f) هر گاه دامنه نوسان دو برابر مقدار قبول شود آیا جسم کوچک همیشه روی جسم اول قرارداده یا نه؟



(a)



(b)



(c)

نکل ۱۸-۱۱

۱۹-۱۱ دو قفر که عرباب ثابت آنها k_1 و k_2 است مطابق شکل ۱۸-۱۱ یعنی $m \text{ kg}$ دسل میشوند. صریب تعادل را در هر یک از این حالت (a) و (b) و (c) بدهست آورید. (d) جسمی به جرم m پنتر (۱) آویزان و فر کارس آن f است. هر گاه قفر را نصف کرده همان جسم را بیان آویزان کنیم فر کارس آن f' میشود ثابت f و f' را بدهست آورید.

۳۰-۱۱ دو فنر که طول آزاده هر یک 20 cm و ضرایب ثابت آنها k_1 و k_2 است مطابق شکل ۱۹-۱۱ اند و طرف یک جسم به جرم m متصل آند. سلحنج تکه گاه افقی و بدون استکاک است. دو طرف آزاد دو فنر را کشیده بوده و اروصل می‌کنیم. هر گاه $\text{gm} = 1000 \text{ dynes/cm}$
 $k_1 = 300 \text{ dynes/cm}$ و $m = 100 \text{ gm}$ باشد. (a) طول هر فنر را در وضع تعادل جدید بدست آورید. (b) هر گاه جسم را پتوسان داده و زمان توسان آن حقدرمیشود.



شکل ۱۹-۱۱

۳۱-۱۱ جسم مذکور در مسئله ۲۰-۱۱ بادامه 5 cm توسان می‌کند. وقتی جسم از وضع تعادل عبور می‌کند جسم 100 گرمی دیگری روی آن می‌اندازیم که بسان می‌چسبد. (a) زمان توسان جدید را حساب کنید. (b) آیا لامپ از روی مکانیک وجود دارد یا نه؟ اگر عست دد کجاست و اندازه آن چقدر است. (c) هر گاه جسم دوم در انتهای میر رودی جسم اول می‌افتداد جواب عین همین جوابها بوده باشد.

۳۲-۱۱ پاندول ساده‌ای طول $4/3\text{ m}$ بادامه 30 cm توسان می‌کند. (a) سرعت آنرا هنگام عبور از وضع تعادل بدست آورید. (b) شتاب آن در دو انتهای میز چه اندازه است؟

۳۳-۱۱ طول پاندول ساده‌ای که زمان توسان آن 1.980 است در نصفه‌ای که $g = 881 \text{ cm/sec}^2$ است چقدر است؟

۳۴-۱۱ (a) هر گاه شتاب تقلیل باندازه dg تغییر کند و زمان تناوب آن چه تغییر dT ایجاد می‌شود. (b) تغییرات نسبی زمان تناوب $\frac{dT}{T}$ را بر حسب تغییر نسبی شتاب تقلیل $\frac{dg}{g}$ بدست آوردید. (c) ساعتی در محل 980 cm/sec^2 $g = 980 \text{ cm/sec}^2$ درست کار می‌کند. هر گاه آنرا به نصفه مرتفع تری ببریم روزی ده ثانیه کند می‌زود. اندازه g را در این نقطه پیدا کنید. (ازدیگر اسیل استفاده نکنید).

با حل این مسئله باد می‌گیریم که چگونه اندازه کوتی را که خود تابع کیفیت دیگر است؟ (پس از تغییر جزئی در کیفیت دوم) حساب کنیم. با درست داشتن تغییرات جزوی کیفیت دوم مثلا، dT میتوان تغییرات جزوی کیفیت اول dg را پیدا کرد و پس از محاسبه

مقدار dg آنرا با g جمع یا تفریق میکنیم. هرگاه بخواهیم اندازه جدید را با تقریب 1cm/sec^2 حساب کنیم باید اعداد دنایی چهار رقم معنی دار باشند و هلاکاً یا استفاده از جدول لکاریون چهار رقم محاسبات را انجام داد، از خطکش محاسبه نیتوان استفاده نمود. اما اگر بهای اندازه جدید g فقط dg را حساب کنیم کار محاسبه آن بسیار آسان است و حتی میتوان با خطکش محاسبه های کوچک آنرا محاسبه نموده بسیار آن را با g جمع و تفریق نمود.

۲۵-۱۱ پاندول ساده‌ای که از سیم پولادی بسطح مقطع $10 \times 1\text{cm}$ ساخته شده و جرم سری 10 کیلوگرمی باشد آویزان است در هر ثانیه یک نوسان میکند. اگر بهای وزنه سری آلومنیومی 2 کیلوگرم باشد آویزان کنیم (مشخصات هندسی دروزنی کنی است). (a) طول پاندول را وقتی گلوله سری باشد آویزان است و (b) تغیر نسبی زمان تناوب را پس از تعویض وزنه بدست آورید (اردیغیر اسیل استفاده کنید).

۲۶-۱۱ دامنه نوسان زاویه‌ای رفاقت ساختی = رادیان و زمان نوسان آن 5π ثانیه است. (a) حد اکثر سرعت زاویه ای را حساب کنید. (b) سرعت زاویه ای را وقتی بعد زاویه‌ای نصف دامنه زاویه ایست بدست آوردید (c) ثتاب زاویه ای را وقتی بعد 5π است بدست آورید.

۲۷-۱۱ آچاری پنتطهای آویزان و مانند یک پاندول فیزیکی نوسان میکند. زمان نوسان آن 9.86s و فاصله مدور تعلیق اندر کرتل 150cm است. (a) شاعع تیراسپیون آن چه اندازه است؟ (b) هر گاه آچار را ازوضع تمادل 1m را دادیان منحرف کرده آن را آزاد پسنداریم تا نوسان کند سرعت زاویه‌ای آنرا هنگام عبور ازوضع تمادل محاسبه کنید.

۲۸-۱۱ در کتب درسی فیزیک شنان میدعند که ممان دیفرنسی هر جسم ثابت بهر مدور دلخواه از رابطه $I = I_G + mh^2$ بدست میآید که در آن I_G ممان دیفرنسی نسبت به مدوری که (موجات مدور مفروض) از مرکز تقل میگذرد. m جرم جسم و h فاصله مدور مفروض آندر کرتل است.

هر گاه قریح حول محوری که بر صفحه آن عمود و فاصله آن را معرف کن π است نوسان کند (شکل ۲۰-۱۱). (a) زمان نوسان را (وقتی انحراف کم قریح شود)، هر گاه π مقادیر زیر داشته باشد بدست آورید

$$r = R \cdot \frac{\pi}{4}, \frac{R}{2}, \frac{R}{4}$$

$$\text{و } T = \frac{4\pi}{R} \sqrt{\frac{R}{2}}, \frac{4\pi}{R} \sqrt{\frac{R}{4}}, \frac{4\pi}{R} \sqrt{\frac{R}{1}}$$



شکل ۲۰-۱۱